دراسة المغنونات في المغانط حديدية المغنطة ذات سبين $S = \frac{1}{2}$ وفق نموذج هايزنبرغ ثلاثي المحاور أحادي الأيون في الإحداثيات المركبة

د. زياد رستم*

(تاريخ الإيداع 24 / 2 / 2021. قُبِل للنشر في 26 / 5 /2021)

□ ملخّص □

يهدف هذا البحث إلى دراسة المغنونات (شبه جسيم له صفات موجية) في الأوساط الحديدية الممغنطة ذات ثلاث محاور وأحادية الأيون وفق نموذج هايزنبرغ، بطريقة شبه تقليدية في الإحداثيات المركبة (زوايا أولر)انطلاقاً من :

(1) –إيجاد التابع الموجي المناسب لتحديد الهاميلتوني واللاغرانجي ثم المعادلات الديناميكية للحصول على سويات الطاقة.

(2) –إيجاد معادلات شرودنغر للحصول على سويات الطاقة، وتبين أن الطريقتان تعطيان النتائج ذاتها، لقد تبين أنه يمكن إسقاط هذه الدراسة (إيجاد معادلات شرودنغر الخطية) لمعرفة طاقة حركة الجسيمات الحرة في البلورات حديدية المغنطة.

الكلمات المفتاحية: نموذج هايزنبرغ – مغنون – ساليتون – أمواج سبينية – تكامل بيريكليت.

*أستاذ مساعد – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين –اللاذقية – سورية.

Studying Magnons in Iron Magnits with a Spin $S = \frac{1}{2}$ According to the Heisnberg Triaxial Monoionic model in the Structured Coordinates

Dr. Ziead Rostom*

(Received 24 / 2 / 2021. Accepted 26 / 5 /2021)

☐ ABSTRACT ☐

This paper aims to studying magnons (a quasipartical of wave features) in the triaxial or monoionic magnetic iron environment according to the Heisnberg model, using an almost traditional way in the structured coordinates (Olar angles)starting from:
1- finding the suitable wav function of positive Hamiltone and Lagrangian, then the dynamic equations for calculating the energy levels.
2- finding Shrudinger equations for obtaining the energy levels.
It was found that both ways give the same results. It was also found that this study (finding linear Shrudinger equations) can be applied in order to calculate the energy of free particles motion in magnetic iron crystals.

Keywords: Heisenberg models – Magnon – Saliton – Spin waves – Bericlete integration.

* **Associate Professor -Department of Physics- Tishreen University- Lattakia- Syria.**

مقدمة:

يعتبر تقصي ودراسة الظواهر اللاخطية في الأنظمة المغناطيسية (المواد حديدية المغنطة والعكسية المغنطة) أحد أهم الدراسات وأسرعها تطوراً في الفيزياء الحديثة، فقد ازداد الاهتمام في الآونة الأخيرة بدراسة الأنظمة المغناطيسية أحادية البعد [1,5] وبشكل خاص دراسة المواد حديدية المغنطة (ferromagnetics) وهذه الدراسة غالباً ما تنحصر في إطار الاقتراب من الحالة التقليدية والتي يمكن من خلالها ،وبشكل تام ،وصف طبيعة تلك المغانط مع الأخذ بعين الاعتبار مختلف التأثيرات المتبادلة بين العزوم المغناطيسية الذاتية $(\vec{S})$ والحقل المغناطيسي الخارجي من جهة وبين العزوم المغناطيسية الذاتية فيما بينها من جهة أخرى.

تنطلق دراسة الظواهر اللاخطية الناتجة عن تهيجات (اضطرابات) أولية في الأنظمة المغناطيسية المنتظمة والتي تسمى أحياناً تهيجات شبه سليتونية أو شبه مادية والتي تنتشر في الجسم الصلب على شكل أمواج يُطلق عليها الأمواج السبينية، (أمواج البلازما). وتظهر كحلول موضعية لمعادلات حقلية كلاسيكية كمعادلة (sin – Gardon) أو معادلة شرودنغر اللاخطية ومعادلة لانداو – ليفشيتس [1]، من نماذج هايزنبرغ الأيزوتروبي (isotropy H.H) [2−3] والتي تعتبر حجر الأساس في تحديد الخواص الديناميكية لتلك الأنظمة المغناطيسية المنسقة و المتناحية (متجانسة ومتماثلة المحاور) وبالتالي فإن دراسة تلك الظواهر بطرق شبه كلاسيكية تعتبر مسألة فيزيائية ورياضية مستقلة وتتطلب أسس دقيقة وذلك لأن تلك الظواهر لها صفات تؤدي إلى ظهور تأثيرات أساسية هامة، كتجاوب التشبع المغناطيسي في المغانط الحديدية وتجاوب الامتصاص اللاخطي الناتج عن تغير الحقل المغناطيسي الخارجي.

تكون العزوم المغناطيسية في المواد حديدية المغنطة مرتبة بشكل متواز وفي اتجاه واحد، فإذا أثر حقل مغناطيسي خارجي منتظم على البلورة مؤديا إلى إزاحة أحد هذه العزوم عن الوضعية الأساسية (الأرضية) والتي يمتلك فيها النظام طاقة صغرى فإن ذلك يؤدي بالتأكيد (وذلك لوجود طاقة تأثير متبادل فيما بينهما) إلى إزاحة العزوم المجاورة عن الحالة الأرضية وهي بدورها تؤثر على العزوم المجاورة ، ففي إطار التأثير المتبادل للاضطرابات الأولية للعزوم المغناطيسية الخاضعة لتأثير حقل مغناطيسي خارجي منتظم تظهر أمواج تنتشر في البلورة تدعى أمواج سبينية، وكما هو معروف فإن تعبير موجة سبينية يستخدم عند الوصف الشبه تقليدي للمغانط الحديدية والمغانط الحديدية العكسية، لذلك فإن الطريقة المنطقية لوصف تلك الظاهرة هي إيجاد المعادلات الديناميكية انطلاقاً من تابع موجي محدد ويحقق شروط المسألة المطروحة.

أهمية البحث وأهدافه:

<u>الهدف من البحث</u>:

1− إيجاد المعادلات الديناميكية انطلاقًا من التابع الموجي الذي يحقق:

a− شرط التنظيم.

b− مؤثر كازيمير.

c− مصونية مربع السبين.

d− يحدد أو يلحظ كل الوضعيات الاحتمالية في جملة الإحداثيات المختارة.

2- دراسة تأثير الأنيزوتروبية ثلاثية المحاور وأحادية الأيون انطلاقاً من نموذج هايزنبرغ لوصف حركة الأمواج السبينية [4-5-6]

أهمية البحث:

1- الحصول على علاقات التشتت والسويات الطاقية المرتبطة بالوضعيات الاحتمالية بطريقتين والتأكد من أنهما متطابقتان.

2- إيجاد طرق شبه كلاسيكية لوصف المغنونات في المواد حديدية المغنطة ذات سبين $\left(S=\frac{1}{2}\right)$ باستخدام زوايا اولرللحصول على معادلات شرودنغر والتأكد أن الأمواج المتشكلة في المواد حديدية المغنطة ذات ترددات منخفضة فقط.

3- تبيان أن تأثير ثنائيات الأقطاب المتشكلة لا تساهم في طاقة النظام.

4- إيجاد معادلتي شرودنغر، كما يمكن إسقاط هذه الدراسة على حركة الجسيمات (الإلكترونات مثلاً) وإيجاد السويات الطاقية المرتبطة بالوضعيات الإحتمالية.

طرائق البحث ومواده:

من وجهة نظر ميكانيك الكم فيما يخص الازدواجية (موجة – جسيم) تعتبر حركة هذه الأمواج كحركة شبه جسيم ذو كتلة فعالة يسمى (مغنون) (magnon) [6-7-8]، لذلك فإن الخطوة الأولى لوصف حركة المغنون هو الحصول على التابع الموجي الاحتمالي بشقيه الحقيقي الذي يحدد الموضع والتخيلي الذي يحدد المعادلات الديناميكية في الإحداثيات المختارة (المركبة) والذي يحقق شروط المسألة المطروحة. وذلك بعد إيجاد الهاميلتوني واللاغرانجي واستنباط سويات الطاقة تبعًا للوضعيات الاحتمالية وعددها (4S) في دراستنا هذه أما في الإحداثيات الأساسية فعددها (2S+1) [2-9-10].

النتائج والمناقشة:

الدراسة التحليلية للنتائج ومناقشتها:

من أجل دراسة حركة المغنونات ذات سبين $S=\frac{1}{2}$ في الإحداثيات المركبة والتي تؤمن دوران كل عقدة من عقد الشبكة البلورية على حدى (زوايا أولر) [2,4,7] فإن الطريق الأنسب كما هو معروف هو إيجاد القيم الوسطى لمؤثرات السبين وذلك بمساعدة تابع موجي يحقق شروط المسألة كما سنرى لاحقاً.

1- إيجاد التابع الموجي في الإحداثيات المركبة.

بما أن مؤثر الدوران بزاوية صفر (φ) حول محور ما (ويسمى المؤثر الواحدي) يعطى بالعلاقة

$$\widehat{\varphi_n}=exp\left(i\varphi\vec{n}\frac{\hat{\sigma}}{2}\right)$$
$$=\cos\frac{\varphi}{2}+i\vec{n}\hat{\sigma}\sin\frac{\varphi}{2} \qquad (1)$$

حيث: $\vec{\sigma}$ مصفوفات باولي.

$\hat{n}$ متجه الواحدة

وبالتالي إذا كان الدوران حول المحور (0z) بزاوية صغيرة (θ) فإن المؤثر الواحدي يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\psi}_z = \cos\frac{\theta}{2} + i\hat{\sigma}_z \sin\frac{\theta}{2}$$
(2)
$$= \begin{pmatrix} e^{i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta/2} \end{pmatrix} \; ; \; \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

وبشكل مشابه فإن المؤثر الواحدي حول المحور (0y) بزاوية صغيرة (φ) يأخذ الشكل التالي:

$$\hat{\psi}_y(\varphi) = exp\left(-2i\varphi\hat{Q}\right)$$
(3)
$$= \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

حيث: $\hat{Q} = \frac{i}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ عزوم ثنائيات الأقطاب.

وبما أن مؤثرات السبين تبادلية في الشبكة البلورية فإن مؤثر التحويلات الأحادية العام هو الجداء المباشر لمجموعة المؤثرات الواحدية أي:

$$\hat{\psi} = \pi_{j=x.y.z}\left(\hat{\psi}_j\right) \qquad (4)$$

وبتعويض (2)و(3) في (4) نحصل على مؤثر التحويلات $\langle\psi|$ الواحدية بالشكل العام:

(5)
$$\hat{\psi}(\alpha,\theta,\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\theta\, e^{i(\alpha+\varphi)/2} & \sin\theta e^{i(\alpha+\varphi)/2} \\ -\sin\theta e^{i(\alpha-\varphi)/2} & \cos\theta e^{i(\alpha+\varphi)/2} \end{pmatrix}$$

إن التابع الموجي ينتج بتأثير مؤثر التحويلات الواحدية على الوضعية الأرضية التي تمثل بـ (ORT): $|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ أي:

$$|\psi(\alpha,\theta,\varphi)\rangle = \hat{\psi}(\alpha,\theta,\varphi)|0\rangle$$
$$= \cos\theta\, e^{-i(\alpha+\varphi)/2}|0\rangle + \sin\theta\, e^{i(\alpha-\varphi)/2}|1\rangle$$

حيث $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$= C_0|0\rangle + C_1|1\rangle \qquad (6)$$

وهو يمثل الشكل العام للتابع الموجي في الإحداثيات التي تؤمن دوران كل عقدة من عقد الشبكة البلورية على حدى للمغانط الحديدية ذات سبين $S = \frac{1}{2}$.

اختبار صحة التابع الموجي:

كما فرضنا سابقاً فإن التابع الموجي المختار يجب أن يحقق بعض الشروط المحددة وهي:

1- أن يلحظ كل الوضعيات الممكنة لشعاع السبين في الإحداثيات المختارة، ففي الإحداثيات الأساسية يكون عدد الوضعيات هو (2S+1) وفي الإحداثيات المركبة (زوايا أولر) (4S) وذلك وفق تجارب شتيرن – جيرلاخ [11- 10- 4].

إن هذا الشرط محقق لأن عدد الوضعيات في حالتنا هذه هو وضعيتان فقط:

$$4S = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$(2S+1) = \left(2\frac{1}{2}+1\right) = 2$$

وهو ما يعبر عنه في التابع الموجي بـ ORT أي $\langle 1|$ أو $\langle 0|$ أو up $\langle\uparrow|$و down $\langle\downarrow|$

2− شرط التنظيم $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ وهو محقق أيضاً:

$$\langle\psi|\psi\rangle = (C_0|0\rangle + C_1|1\rangle)(\bar{C}_0\langle 0| + \bar{C}_1\langle 1|) \quad (7)$$
$$= |C_0|^2 + |C_1|^2$$
$$= cos^2\theta + sin^2\theta = 1$$

حيث: $i = 0{,}1 \qquad |C_i|^2 = C_i\bar{C}_i$

3− مؤثر كازيمير [4] الذي يعطى بالشكل:

$$|\widehat{C^2}\rangle = \frac{1}{2}\left(\langle\widehat{S^+}\widehat{S^-}\rangle\langle\widehat{S^-}\widehat{S^+}\rangle\right) + \langle\widehat{S^z}\widehat{S^z}\rangle = S(S+1) = \frac{3}{4} \quad (8)$$

للتحقق من صحة مؤثر كازيمير لا بد من استعراض كيفية الحصول على عزم ثنائيات الأقطاب.

إن مؤثرات السبين من أجل $S = \frac{1}{2}$ تعطى بالشكل:

$$\widehat{S^+} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \widehat{S^-} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \widehat{S^z} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

وبالتالي فإن:

$$\left\langle\psi\middle|\widehat{S^+}\widehat{S^-}\middle|\psi\right\rangle = \langle\widehat{S^+}\widehat{S^-}\rangle = sin^2\theta$$
$$\langle\widehat{S^-}\widehat{S^+}\rangle = cos^2\theta \quad (9)$$
$$\langle\widehat{S^z}\widehat{S^z}\rangle = \frac{1}{4}$$

بإبدال جملة المعادلات (9) في (8) نحصل على:

$$\langle\widehat{C^2}\rangle = \frac{1}{2}\ (cos^2\theta + sin^2\theta) + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

مصونية مربع السبين أي:

(10)

$$\langle\widehat{S^2}\rangle = \frac{1}{2}\left(\langle\widehat{S^+}\rangle\langle\widehat{S^-}\rangle + \langle\widehat{S^-}\rangle\langle\widehat{S^+}\rangle + \langle\widehat{S_z}\rangle\langle\widehat{S_z}\rangle\right) = S^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

للتأكد من أن مصونية مربع السبين محققة نستعرض كيفية الحصول على القيم الوسطى لمؤثرات السبين:

$$\left\langle\varphi\middle|\widehat{S^+}\middle|\varphi\right\rangle = \langle\widehat{S^+}\rangle = \frac{1}{2}\sin 2\theta\ e^{-i\alpha}$$

(11)

$$\langle\widehat{S^-}\rangle = \overline{\langle\widehat{S^+}\rangle} = \frac{1}{2}\sin 2\theta\ e^{i\alpha}$$
$$\langle\widehat{S_z^+}\rangle = -\frac{1}{2}\cos 2\theta$$

بإبدال (11) في (10) نحصل على:

$$\langle\widehat{S^2}\rangle = \left(\frac{1}{4}\sin^2 2\theta + \frac{1}{4}\cos^2 2\theta\right) = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = S^2$$

المناقشة:

تؤكد مصونية مربع السبين أن عزوم ثنائيات الأقطاب المتشكلة ضعيفة ولا تؤثر على العزوم المغناطيسية في القطاعات المغناطيسية (دومينز) وبالتالي لا يحصل اختزال لمربع السبين (8)وهي نتيجة صحيحة إذ أنه من اجل قيم للسبين $S > \frac{1}{2}$ يمكن أن تتشكل رباعيات وحتى ثمانيات أقطاب ذات عزوم مؤثرة وتساهم في اختزال لمربع السبين مما يؤثر بالتالي على القيم الطاقية الخاصة ويشيرذلك بشكل واضح إلى إمكانية تشكل أمواج ذات ترددات عالية.

وبما أن التابع الموجي (6) يحقق شرط التنظيم ومصونية مربع السبين ومؤثر كازيمير ويلحظ الوضعيات الاحتمالية، يكون اختباره صحيحاً ويمكن الاعتماد عليه للحصول على الهاميلتوني ثم اللاغرانجي وبالتالي علاقات التشتت والسويات الطاقية تبعاً للوضعيات الاحتمالية انطلاقاً من نموذج هايزنبرغ الأنيزوتروبي ثلاثي المحاور أحادي الأيون.

علاقات التشتت والقيم الطاقية: إن الدراسة النظرية للمغنونات تعتمد على فرضيات النظرية اللاخطية الضعيفة، حيث إن طاقة التأثير المتبادل للمغنونات صغيرة بالمقارنة مع طاقة المغنون الحر والذي يعبّر عن ذلك نموذج هايزنبرغ الأنيزوتروبي أحادي المحور:

(12)

$$\hat{H} = -2J\sum_{j}\widehat{\vec{S}_J}\hat{\vec{S}}_{J+1}$$

ولكن يوجد حالات تكون فيها طاقة التأثير المتبادل للمغنونات تساوي طاقة المغنون الحر، لذلك فإن الدراسة النظرية للظواهر التي تقوم على أساس توقعات أو فرضيات اللاخطية الضعيفة تصبح غير ملائمة وتظهر ضرورة لوضع مفاهيم وطرق جديدة لوصف الظواهر اللاخطية القوية في الأنظمة المغناطيسية ويعتبر المثال الأهم للحالة اللاخطية القوية هو الدومينات (القطاعات المغناطيسية) الأسطوانية التي تفصل بين الدومينات المتماثلة في اتجاه العزوم المغناطيسية المتباينة وذلك يؤدي إلى ظهور اضطرابات موضعية (سليتونات) عند حدود تلك الدومينات في فضاء الأمواج المغناطيسية [2,8].

في هذه الحالة فإن نموذج هايزنبرغ الذي يصف تلك الظاهرة يعطى بالشكل التالي:

(13)

$$\hat{H} = \sum_{j}\left(J_1\widehat{S_J^x}\widehat{S_{J+1}^x} + J_2\widehat{S_J^y}\widehat{S_{J+1}^y} + J_3\widehat{S_J^z}\widehat{S_{J+1}^z}\right) + \beta\widehat{S_J^z}\widehat{S_{J+1}^z}$$

حيث: J_i : تكامل بيريكليت (التكامل المتبادل) طاقة التأثير المتبادل وفق المحاور (ox, oy, oz).

β : معامل الأنيزوتروبي.

يظهر نموذج هايزنبرغ الأنيزوتروبي ثلاثي المحاور أحادي الأيون أن طاقة التأثير المتبادل (J_i) غير متجانسة وغير متماثلة المحاور الثلاثة (ox, oy, oz) لذلك سميناه نموذج هايزنبرغ ثلاثي المحاور، والحد الأخير من الهاميلتوني $(\hat{H})$ يعبر عن وجود تأثير ذاتي لأيون وحيد وفق المحور (oz) لذلك فإنه وحيد الأيون.بما أن مؤثرات السبين تبادلية فيما بينها ومؤثر التحويلات الواحدية العام (التابع الموجي) هو الجداء المباشر لمجموعة المؤثرات الواحدية وفق محاور الإحداثيات المتحركة فإن:

1- القيمة الوسطى لجداء المؤثرات تساوي جداء القيم الوسطى لها أي:

(14)

$$\left\langle \psi_j \left| \hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1} \right| \hat{\psi}_j \right\rangle = \left(\left\langle \psi_j \left| \hat{\vec{S}}_j \right| \psi_{j+1} \right\rangle \right) \left(\left\langle \psi_j \left| \hat{\vec{S}}_{j+1} \right| \psi_{j+1} \right\rangle \right)$$

2− يمكن نشر مؤثرات السبين $\hat{\vec{S}}$ حول وضع التوازن بالنسبة لثابتة الشبكة البلورية a_0 مما يحقق الاقتراب من الحالة الكلاسيكية أي:

(15)

$$\hat{\vec{S}}_{j+1} = \hat{\vec{S}}_j + a_0 \hat{\vec{S}}_{jx} + \frac{a_0^2}{2} \hat{\vec{S}}_{jxx}$$

بالاعتماد على (14) و(15) يمكن حساب القيمة الوسطى للهاميلتوني (12) بواسطة التابع الموجي (6) مع الأخذ بعين الاعتبار أن:

$$\widehat{S^+} = \widehat{S_x} + i\widehat{S_y} \qquad ; \qquad \widehat{S^-} = \widehat{S_x} - \widehat{S_y}$$

$$\left[\widehat{S^+}, \widehat{S^-}\right] = 2\widehat{S^z} \qquad ; \qquad \left[\widehat{S^z}, \widehat{S^{\pm}_{-}}\right] = {}^{+}_{-}\widehat{S^{\pm}_{-}}$$

وبالتالي نحصل على الهاميلتوني بالشكل الواضح التالي:

$$H = \int \frac{J_1 - J_2}{4} \left[\left(\langle \hat{S}^+ \rangle \langle \hat{S}^+ \rangle + \langle \hat{S}^- \rangle \langle \hat{S}^- \rangle \right) - \frac{a_0^2}{2} \left(\langle \hat{S}^+ \rangle_x \langle \hat{S}^+ \rangle_x + \langle \hat{S}^- \rangle_x \langle \hat{S}^- \rangle_x \right) \right]$$
$$+ \left(\frac{J_1 - J_2}{4} \right) \left(2\langle \hat{S}^+ \rangle \langle \hat{S}^- \rangle - a_0^2 \langle \hat{S}^- \rangle_x \langle \hat{S}^+ \rangle_x \right) + J_3 \left[\langle \hat{S}^z \rangle \langle \hat{S}^z \rangle - \frac{a_0^2}{2} \left(\langle \hat{S}^z \rangle \langle \hat{S}^z \rangle \right) \right]$$
$$+ \beta \langle \hat{S}^z \rangle \langle \hat{S}^z \rangle \} \frac{d_x}{a_0}$$

وذلك بعد الانتقال من المجموع إلى التكامل $\left(\sum_j \to \int \frac{d_x}{a_0} \right)$ و بإبدال(11) ومشتقاتها في (13) نحصل على الهاميلتوني بالشكل الواضح التالي:

$$H = \int \left\{ \frac{J_1 - J_2}{2} \left[\left(\frac{1}{4} sin^2 2g\ cos 2\alpha \right) - \frac{a_0^2}{2} \left(2g_x^2\ cos^2 2g \cos\alpha - 2\alpha_x g_x . \cos 2g \sin 2g \sin\alpha + \right.\right.\right.$$
$$\left. \alpha_x^2\ sin^2 2g \cos\alpha \right) \Big] + \left(\frac{J_1 + J_2}{4} \right) \left[\frac{1}{2} sin^2 2g - a_0^2 \left(g_x^2 cos^2 2g + \frac{\alpha_x^2}{4} sin^2 2g \right) \right] + J_3 \left[\frac{1}{4} cos^2 2g - \right.$$
$$\left. a_0^2 (g_\alpha sin^2 2g) + \frac{\beta_2}{4} (cos^2 2g) \right] \frac{d_x}{a_0}$$

حيث:

$$\langle \widehat{S^+} \rangle = \langle \psi | S^+ | \psi \rangle = \frac{1}{2} \sin 2\, g e^{-i\alpha} \qquad (16)$$

$$\langle \widehat{S^-} \rangle = \langle \widehat{S^+} \rangle = \frac{1}{2} \sin 2\, g e^{i\alpha}$$

$$\langle S^z \rangle = \frac{1}{2} cos\ 2\ g$$

ومؤثرات السبين من أجل $S = \frac{1}{2}$ تعطى بالشكل التالي:

$$\widehat{S^+} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \widehat{S^-} = \overline{\widehat{S^+}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \widehat{S^z} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

بعد الحصول على تابع الطاقة (H) لا بد من الحصول على اللاغرانجي (L) وذلك من أجل إيجاد معادلات الحركة ويتم ذلك بالشكل التالي:

(17)

$$L = i\hbar \left\langle \psi \left| \frac{\partial}{\partial t} \right| \psi \right\rangle - H_{k\ell}(\alpha, g)$$

حيث: $\hat{H} = \int H_{k\ell}(\alpha, g)\frac{d_x}{a_0}$

بإبدال (6) و(16) في (17) نحصل على اللاغرانجي بالشكل الواضح التالي:

(18)

$$L = \hbar\left(\frac{\dot{\psi}}{2} + \frac{\dot{\alpha}}{2}cos2g\right) - H_{k\ell}(\alpha, g)$$

وبالتالي فإننا نحصل على المعدلات الديناميكية بالشكل التالي:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial L}{\partial q_x} = 0 \qquad (19)$$

حيث $q = q(\alpha, g)$ الإحداثي المعمم.

بتعويض(18) في (19) نحصل على مجموعة المعادلات التالية:

$$\hbar\dot{g}sin2g = \left(\frac{J_1 - J_2}{2}\right)\left[\frac{a_0^2}{2}(g_{xx}cos2gsin2g - 2g_x^2sin^2 2g + 2g_x^2cos^2 2g - 2\alpha_{xx}sin^2 2g\ cos\alpha 2\alpha_x^2 sin^2 2g\ s - \alpha_\alpha g_x \cos g - in2\alpha)\right] + \left(\frac{J_1 - J_2}{2}\right)\left(-\frac{a_0^2}{2}\alpha_{xx}sin^2 2g - 2a_0^2\alpha_\alpha g_x \cos 2g\right)$$

$$\hbar\dot{\alpha}sin2g = (J_1 - J_2)(a_0^2 g_{x\alpha}cos^2 2g \cos\alpha) + \left(\frac{J_1 - J_2}{2}\right)a_0^2 g_{x\alpha}cos2g - J_3 a_0^2 g_{x\alpha}sin^2 2g \qquad (20)$$

بجعل جملة المعادلات (20) خطية ومتجانسة وذلك وفق الشرط:

$$(\alpha, 2g) = \frac{\pi}{2}$$

نحصل على:

(21)

$$\hbar\dot{g} = -\frac{J_1 - J_2}{2}a_0^2\alpha_{x\alpha}$$
$$\hbar\dot{\alpha} = -a_0^2 J_3 g_{x\alpha}$$

إن حلول جملة المعادلات (21) تكون على شكل أمواج مستوية أي:

(22)

$$g = g_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad ; \quad \alpha = \alpha_0 e^{i(kx - \omega t)}$$

بإبدال (22) ومشتقاتها (α_{xx}) و(g_{xx}) في (21) نحصل على:

$$-i\hbar g_0\omega = \left(\frac{J_1 - J_2}{2}\right)\frac{a_0^2}{2}(\alpha_0 k^2) \qquad (23)$$
$$i\hbar\alpha_0\omega = 2J_3 a_0^2 k^2 g_0$$

وبما أن (23) خطية ومتجانسة فإن الحل يتحقق عندما يكون محدد الأمثال معدوم، أي:

$$\begin{vmatrix} -i\hbar\omega & 2J_3 a_0^2 k^2 \\ \left(\frac{J_1 - J_2}{4}\right)a_0^2 k^2 & -i\hbar\omega \end{vmatrix} = 0$$

وبالتالي:

$$\hbar^2\omega^2 = 2\frac{a_0^4}{4}J_2(J_1 + J_2)k^4$$

وبما أن $E = \hbar\omega$ فإن:

(24)

$$E = \frac{a_0^2}{2} k^2 \sqrt{2J_3(J_1 + J_2)}$$

المناقشة:

1- إن العلاقة E تؤكد على وجود اهتزازات (أمواج) ذات ترددات منخفضة فقط ولا يوجد أمواج ذات ترددات مرتفعة وهذا ما نوهنا إليه سابقاً أي أن عزوم ثنائيات الأقطاب المتشكلة ضعيفة ولا تؤثر على طاقة انتشار الأمواج .

2- بجعل النموذج المدروس (نموذج هايزنبرغ) أنيزوتروبي آحادي الأيون [12] و المحاور أي $J_1 = J_2 =$ $J_3 = J$ (أي أن طاقة الترابط والتي تسمى تكامل بيركليت متجانسة وفق المحاور) فإن طاقة النظام تصبح:

(25)

$$E = J a_0^2 k^2$$

وهي نفس النتيجة التي تم الحصول عليها في أبحاث سابقة [11−3−2]

السرعة المعمة (سرعة المجموعة) والكتلة الفعالة للمغنون:

حسب مبدأ الازدواجية في ميكانيك الكم (موجة – جسيم) فإن المغنون يترافق في حركته مع حركة انتشار الموجة، فهناك احتمال لأن تكون سرعة المغنون لا تساوي سرعة انتشار الموجة أو العكس، لذلك نأخذ (سحابة موجية احتمالية) أو مجموعة من الأمواج، وبالتالي فإن سرعة المجموعة تعطى بالعلاقة:

(26)

$$V_\Gamma = \frac{1}{\hbar} grad\ E$$

بإبدال (25) في (*26*) نحصل على:

$$V_\Gamma = \frac{k a_0^2}{\hbar} \sqrt{2J_3(J_1 + J_2)}$$

وبما أن الطاقة الحركية تعطى بالعلاقة:

$$E = \frac{1}{2} (m_{efk}) V_\Gamma^2$$

فإن الكتلة الفعالة m_{efk}تكون:

$$m_{efk} = \frac{2E}{V_\Gamma^2} = \frac{\hbar^2}{2a_0^2} \frac{\sqrt{2J_3(J_1 + J_2)}}{J_3(J_1 + J_2)}$$

على هذا فإن الدفع:

$$P = (m_{efk})\, V_\Gamma = \hbar k$$

المناقشة:

بفرض النموذج المدروس أنيزوتروبي ذو محور وأيون وحيد فإن السرعة ـ تأخذ الشكل:

$$V_\Gamma = \frac{2Jka_0^2}{\hbar}$$

أما الكتلة الفعالة:

$$m_{efk} = \frac{\hbar^2}{2a_0^2 J}$$

ويكون الدفع:

$$P = (m_{efk})\, V_{\Gamma} = \hbar k$$

نلاحظ أن الدفع يبقى ثابتاً حيث أن سرعة المجموعة تزداد بينما الكتلة الفعالة تقل حيث يبقى الجداء ثابتاً.

الحصول على معادلة شرودنغر:

بما أن الأمواج المتشكلة عن حركة العزوم المغناطيسية حول الوضعية الأرضية (الأساسية والتي يمتلك فيها النظام المدروس طاقة صغرى) هي أمواج مستوية دائرية فإن $g_0 = i\alpha_0$ وبالتالي فإن:

(27)

$$g = i\alpha$$

وبما أنه يمكن التعبير عن ثابتة الشبكة البلورية (a_0) بدلالة الكتلة الفعالة أي:

$$a_0^2 = \frac{\hbar^2}{2Jm_{efk}} \quad ; \quad J = \frac{J_3(J_1+J_2)}{\sqrt{2J_3(J_1+J_2)}} \tag{28}$$

بإبدال (27) و(28) في المعادلة الثانية من جملة معادلات الحركة (22) نحصل على:

$$i\hbar\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -\frac{\hbar^2(J_1+J_2)}{4J\, m_{efk}k}\,\Delta\alpha \tag{29}$$

وهي معادلة شرودنغر الخطية والتي تصف حركة جسيم حر (المغنون: شبه جسيم ذات صفات موجية) ونحصل من المعادلة الأولى من جملة معادلات الحركة (22) على:

$$i\hbar\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{\hbar^2 J_3}{J\, m_{efk}k}\,\Delta g \tag{30}$$

بفرض أن $J_1 = J_2 = J_3 = \xi$ فإن:

$$J = \frac{2\xi(\xi)}{\sqrt{2\xi(2\xi)}} = \xi$$

وبالتالي فإن (28) و(29) تأخذ على التوالي الشكل الآتي:

$$i\hbar\,\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\, m_{efk}k}\,\Delta\alpha$$

(31)

$$i\hbar\,\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{m_{efk}k}\,\Delta g$$

وهما معادلتي شرودنغر اللتان تصفا ن حركة المغنون.

بحل جملة المعادلات (31) والتي يكون حلها على شكل أمواج مستوية (22) نحصل على سويّتي الطاقة:

$$E_1 = 2\xi a_0^2 k^2$$
$$E_2 = \xi a_0^2$$

وبالتالي:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$
$$= \xi a_0^2 k^2 = J a_0^2 k^2 \tag{32}$$

مناقشة العلاقة (32):

1) إذا كان $(g = cte)$ أي أن الزاوية (g) التي تحدد موضع عزوم ثنائيات الأقطاب تبقى ثابتة ولا تتغير مع مرور الزمن فإن: $E_1 = 0$

وهذا واضح من معادلة شرودنغر التابعة لـ(ϑ) في (31) وبالتالي طاقة النظام تصبح:

$$E = E_2$$

2) إذا كان ($\alpha = cte$) أي أن الزاوية التي تحدد موضع مسقط السبين على المحور (oz) تبقى ثابتة بتغير الزمن فإن:

$$E = E_1 \Rightarrow E_1 = 2E$$

وبما أن الزوايا (ϑ و α) تحددان على التوالي موضع عزوم ثنائيات الأقطاب وموضع مسقط السبين على المحور (oz) واللتان تؤمنان دوران كل عقدة من عقد الشبكة البلورية على حدى في الإحداثيات المركبة، فإن مساهمة ثنائيات الأقطاب في طاقة النظام المدروس (المغانط الحديدية ذات أنيزوتروبية ثلاثية المحاور أحادية الأيون) ضعيفة.

بمقارنة العلاقة (25) و (32) نلاحظ أنهما متساويتان وهذا إن دل على شيء فإنه يدل على أن سويّتي الطاقة E_1 و E_2 تتداخلان (أو تغطي إحداها الأخرى) لتشكلا معاً سوية طاقة واحدة عرضها يساوي ($Ja_0^2k^2$).

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

1- تمكننا الدراسة النظرية شبه الكلاسيكية للمغنونات في الأوساط حديدية المغنطة ذات ثلاث محاور ووحيدة الأيون، من معرفة السويات الطاقية وذلك بإنشاء التابع الموجي المناسب.

2- إيجاد معادلات الحركة بعد الحصول على الهاميلتوني واللاغرانجي.

3- إيجاد معادلات شرودنغر وبالتالي يمكن اتباع تلك الطريقة لمعرفة طاقة الجسيمات الحرة وفقاً لوضعياتها الإحتمالية.

4- إيجاد السويات الطاقية بطريقتين وتبين أنهما متطابقتان وأن ثنائيات الأقطاب المتشكلة تساهم في قيم الطاقة.

التوصيات:

يمكن الاستفادة من هذا البحث في دراسة المواد الحديدية عكسية المغنطة والتحدي الكبير في هذه الحالة يكمن في إيجاد التابع الموجي المناسب لأن ترتيب العزوم المغناطيسية الذاتية من حيث الاتجاه متعاكسة وذلك ينعكس على الوضعيات الاحتمالية، ويمكن أن يتشكل نتيجة لذلك أمواج ذات ترددات منخفضة وأخرى ذات ترددات مرتفعة وهو ما ينعكس بدوره على مساهمة ثنائيات (أو رباعيات) الأقطاب المتشكلة على طاقة النظام.

References:

1-Landau L.Q-Leavshets E.M.-*NON RELATIVITY THEORY ON QUANTOM MECHANICS.TOM3,MOSCO,1989.*

2-Ziead Roustom ,*SPIN WAVES INFERROMAGNETTIC WITH SPIN S=1l2* ,Tishreen University Journal of science,Folder32 issue,no.1,2010.

3-Kittel Ch.-*INTRODUCTION TO SOLID STATE PHYSICS, seventh edition USA*.John Wiley&SONS,inc.2010

4-Davidov A.C.*SOLID STATE THEORY*,Nauka Moscow,1990.

5-Kh.O.Abdulloev and Kh.Muminov,*COHERENT STATES OF SU(4)GROUP IN REAL PARAMETERIZATION AND HAMELTONIAN EQUATIONS OF MOTION*,Reports of Tajikistan Academy of science,vol.36,no.6,1993.A

6-Davidov A.C-*QUANTUM MECHANICS* ,Nauka Moscow 1990.

7-FEYNMAN.R.P-Leighton .R.B-Matthew Sands-*THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSEICS***,** printed Mer, Moscow 1987.
8-Y.Yousefi,et.al,*Semi classical modeling of isotropic Non-Heisenberg magnets for spin S=1 AND linear quadrupole excitation dynamics ,arXiv:1304.0245,2013.*
9-Ziad Rostom, *THE SEMI CLASSIC DESCRIPTION AND DYNAMIC EQUATIONS OF SPIN WAVES IN FERROMAGNETIC WITH SPIN S=1/2 COMPLEX COORDAINATES SYSTEM.*AL-paas University of science 2014.
10-AKuezer A. Daria Kmek V.G-*SPIN WAVES, Nauak Moscow*,*1976*$[360-368]$
11-Zia Roustom. Amir Tfiha ,*STUDYING SMALL OSCILATIONS OF SPIN VECTOR OF THE FERROMAGNETIC WITH SPIN S=1.*Tishreen University Journal for Research and FOLDER 36,2014.
12-Krenchec.O.C-*PHYSICS OF MAGNETICAL PHENOMENA* ,Moscow University,1985.