مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (36) العدد (5) 2014
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (36) No. (5) 2014

دراسة الاهتزازات صغيرة السعة لشعاع السبين في المغانط الحديدية ذات السبين s=1

الدكتور زياد رستم*
الدكتور أمير درويش تفيحة**

(تاريخ الإيداع 21 / 9 / 2014. قُبِل للنشر في 20 / 10 /2014)

□ ملخّص □

يهدف البحث إلى دراسة الأمواج السبينيّة في المغانط الحديدية ذات سبين S=1 في جملة الإحداثيات المركبة، ويقسم البحث إلى ثلاثة محاور:

يتلخّص المحور الأول في إيجاد جملة نقل تمكننا من دراسة ظاهرة مجهريّة (ميكروسكوبيّة) ، وهي الأمواج السبينيّة بطريقة كلاسيكية ، والخطوة الأولى تكمن في إيجاد التابع الموجي المناسب في الإحداثيات المختارة ثم الهاملتوني واللاغرانجي ثم المعادلات الديناميكية بالشكل العام، واختبار صحة تلك الجملة من خلال التأكد من أنها تحقق شروط المسألة .

المحور الثاني هو استخدام تلك المنظومة (تسمّى الطريقة شبه الكلاسيكية) لدراسة الأمواج السبينيّة ، واستنتاج علاقات التشتّت والسويّات الطاقيّة ، ثم مناقشة تلك النتائج من مختلف الجوانب والتأثيرات.

ويتضمّن المحور الثالث:

1–إيجاد السويّة الأساسية ، نظراً لأنّ تحديدها يعطي فكرة عن طاقة الجملة.

2–إيجاد معادلات الحركة المرتبطة بالزمان والمكان(المعادلات الزمكانيّة) . وتكمن أهميتها في أنّها تمكّننا من جهة من معرفة تغيّر إحداثيات السبين بتابعية الزمن ، ومن جهة أخرى معرفة سرعة انتشار الأمواج وفق المحور المختار، وارتباط تغيّر حدود القطاعات المغناطيسية بانتشار الأمواج السبينيّة وسرعتها.

الكلمات المفتاحية: الأمواج السبينيّة–مؤثر كازيمير – المغانط الحديدية–مغنون–نموذج هايزنبرغ–التناحي.

*مدرس– قسم الفيزياء– كلية العلوم– جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.
**مدرس– قسم الفيزياء– كلية العلوم– جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.

Studying Small Oscillations of Spin Vector of The Ferromagnetic With Spin S=1

Dr. Ziad Rustum*
Dr. Amir Drwish Tfiha**

(Received 21 / 9 / 2014. Accepted 20 / 10 /2014)

□ ABSTRACT □

The aim of this paper is to study spin waves in ferromagnetic with spin (S=1/2) in complex coordinates system, the paper is divided into three sections:

The First section is about finding a transportation system that enables us to study a microscopic phenomenon ,its the spin waves in a classical way. The first step in this transportation system lies in finding the suitable wave function in the chosen coordinates, then the Hamiltonian and the Lagrangian then after that the dynamic equations in the general form, and testing the credibility of the system by making sure that it follow the rules of the study.

The Second section is about the use of that system, which is called the Simi classic way of studying the spin waves, and finding the dispersing equations and energetic levels then discussing the resultes from different ways and effects.

The Third section includes 1- Finding the ground state (basic) and the importance of finding the energy of the ground state lies in its direct effect on the system's energy.2- Finding the movement equations connected with time and place (the time-place equations). Its importance lies in two points; the first one is that it enables us to find the variance in the coordinates of the spin according to time. The second point is to know the spread speed of spin waves according to the chosen axle and the connection of the variation of domains (the magnetic sectors) with the spreading of spin waves and its speed.

Keywords: spin waves – Casmir's factor – iron magnets – magnon – Heisenberg's model-isotropic.

*Assistant Professor , Department of Physics , Faculty of science, Tishreen University, Lattakia, Syria.
**Assistant Professor Department of Physics, Faculty of science, Tishreen University , Lattakia, Syria.

مقدمة:

تكون العزوم المغناطيسية للمغانط الحديدية مرتّبة بشكل متوازٍ وفي اتجاه واحد، فإذا أزيح أحد هده العزوم عن الوضعية الأساسية (بتأثير حقل مغناطيسي خارجي) ، يؤدي ذلك إلى إزاحة العزوم المجاورة عن وضعيتها الأساسية أيضاً، وذلك لوجود طاقة تأثير متبادل فيما بينها ، حيث تبدو كأمواج تنتشر في البلورة ، تدعى الأمواج السبينيّة[1,2].

يستخدم تعبير موجه سبينيّة عند الوصف الكلاسيكي للمغانط الحديدية و المغانط الحديدية العكسية، هذا يعني أن الاهتزازات قليلة السعة لشعاع السبين حول وضع توازنه تنتشر في المغانط الحديدية بشكل أمواج مستوية [3]، بتعبير آخر عند حصول الاهتزازات قليلة السعة لشعاع السبين حول وضع توازنه ، فإنّ الإحداثيات التي تميّز السبين تتوزع بالقرب من الوضعية الأساسية ، والمعادلات التي تصف هده الإحداثيات هي معادلات خطيّة ومتجانسة ، وتقبل حلولاً على شكل أمواج مستوية[2]. إن أول من استخدم مفهوم الموجة السبينية هو العالم بلوخ[3]. تعدّ دراسة الأمواج السبينية طريقة هامة لدراسة الخواصّ الفعالة للمواد المغناطيسية، إذ يمكن استخلاص معلومات أساسية من قياسات الأمواج السبينية ، مثل مساهمة المغناطيسية اللامتناحية وتجانس الحقل الداخلي، وكذلك الازدواج بين العناصر المغناطيسية[4].

تعود أهمية دراسة الظواهر اللاخطية في المغانط الحديدية و المغانط الحديديّة العكسية قبل كل شيء إلى الاستعمال الواسع للبلورات المغناطيسية في مختلف المجالات ، وبشكل خاص في مجال تطوير تقنيات تحضير العناصر النانوية والميكروية [4].

أهمية البحث وأهدافه :

يهدف هذا البحث ، بشكل عام ،إلى دراسة الأمواج السبينيّة للمغانط الحديدية ذات سبن s=1 ، انطلاقاً من نموذج هايزنبرغ المتناحي ذي محور وحيد ، بطريقة شبه كلاسيكية في الزمرة(4)SU ، مع الأخذ بالاعتبار أن المحاور الإحداثية الثلاثة متحركة . وتأتي أهمية هذا الافتراض من أن دوران المحاور الإحداثية حول المحور (OZ) لا يؤثر في شروط المسألة مادام شعاع السبين منطبقاً عليه ،أما دوران المحاور حول (OX) أو (OY) أو الاثنين معاً بالتتالي، فيؤثر بالضرورة في تغيّر صفات التابع الموجي ، لذلك فإن أهمية البحث تتلخص فيما يلي :

1. دراسة طرائق بديلة لوصف ظاهرة ميكروسكوبية (الأمواج السبينيّة) بشكل شبه كلاسيكي.
2. إيجاد الحالة الأساسية (الأرضية)التي تمتلك فيها الجملة المدروسة طاقة صغرى (E_{MIN}) .

طرائق البحث وموّاده :

تتلخص طريقة العمل في هذا البحث بما يلي :

1. بناء منظومة نقل تمكننا من دراسة ظاهرة ميكروسكوبية وفق الفيزياء التقليدية ، تسمى الطريقة شبه الكلاسيكيّة في الإحداثيات المركبة .
2. اختبار صحة تلك الطريقة لدراسة الأمواج السبينية في المغانط الحديدية .
3. استخدام تلك الطريقة لدراسة الأمواج السبينية في المغانط الحديدية ذات سبين s=1 .
4. مناقشة النتائج التي تم الحصول عليها وإظهار مختلف التأثيرات في السويّات الطاقيّة للمغنون .

النتائج والمناقشة :

-إيجاد التابع الموجي في الإحداثيات المركبة :

يجب أن يحقق التابع الموجي المستخدم في الدراسة شرط التنظيم وأن يلحظ الوضعيات الاحتمالية في الزمرةٍ SU(3) . يتشكل التابع الموجي للشبكة من الجداء المباشر للتوابع الموجية في العقد البلورية:

$$\psi = \prod_j \psi_j \qquad j=1,2,....N \tag{1}$$

يمثل ψ_j التابع الموجي في كل عقدة ، وهو يعطى بالعلاقة[4]:

يعطى مؤثر الدوران بزاوية صغيرة (φ) حول محور ما بالعلاقة :

$$\hat{\psi}_n = \exp\left(i\varphi n\frac{\hat{\sigma}}{2}\right) = \cos\frac{\varphi}{2} + i\vec{n}\,\vec{\sigma}\sin\frac{\varphi}{2} \tag{2}$$

حيث$\vec{n}$متجهة الواحدة،$\hat{\sigma}$، مصفوفات باولي

فإذا كان الدوران حول المحور oz بزاوية صغيرة α فإن مؤثر الدوران يأخذ الشكل التالي :

$$\hat{\varphi}_z(\alpha) = \cos\frac{\alpha}{2} + i\hat{\sigma}_z\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\alpha}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\alpha}{2}} \end{pmatrix} \tag{2}$$

حيث $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

وبشكل مشابه إذا كان الدوران حول المحور oy و ox. وبما أن مؤثرات السبين تبادلية في العقد المجاورة فإن التابع الموجي لكل الشبكة هو جداء مباشر لجملة الدوران فيكتب التابع الموجي بالشكل التالي[5] :

$$|\psi\rangle = D^{1/2}(\beta,\varphi)e^{-i\gamma\hat{S}^z}e^{2ig\hat{Q}^{xy}} = C_0\,|0\rangle + C_1|1\rangle + C_2|2\rangle \tag{3}$$

$D^{1/2}(\beta,\varphi)$ تابع فيغنر

$\hat{Q}^{xy} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$ عزوم رباعيات الأقطاب المتشكلة .

$$C_0 = \sin g\, cos^2\frac{解}{2}e^{i(\varphi+\gamma)} - \cos g\, sin^2 e^{i(\varphi+\gamma)}$$

$$C_1 = \frac{\sin\beta}{\sqrt{2}}\left(cosg e^{-i\gamma} + \sin g\, e^{i\gamma}\right) \tag{4}$$

$$C_2 = \sin g\, sin^2\frac{\beta}{2}e^{i(\gamma-\varphi)} - \cos g\, cos^2\frac{\beta}{2}e^{-i(\gamma+\varphi)}$$

$$\hat{s}^z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}، \hat{s}^+ = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}، (\hat{s}^-) = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{s}^+ = \hat{s}^x + i\hat{s}^y، \hat{S}^- = \hat{S}^x - i\hat{S}^y$$

إن $\hat{S}^+$ و $\hat{S}^-$ و $\hat{S}^Z$ تبادلية فيما بينها أي :

$$\left[\hat{S}^+;\hat{S}^-\right] = 2\hat{S}^Z \quad ;\left[\hat{S}^Z, S^{\pm}\right] = \pm\hat{S}^{\pm} \tag{5}$$

يحقق التابع الموجي (3) الشروط الضرورية واللازمة وهي :

1. عدد الوضعيات الاحتمالية والممكنة للنظام المدروس في الفضاء الطوري SU(2S+1) ، هي 2S+1 وضعية بالشكل العام ، أي أنّ عدد الوضعيات الاحتمالية في حالتنا هذه (أي عندما S= 1) هي 3 =2S+1 ثلاث وضعيات احتمالية [6]،

وهي المبينة في التابع الموجي (3) بالشكل :$\langle 2|, \langle 1|, \langle 0|$.

2. يحقق شرط التنظيم أي: $\langle\psi|\psi\rangle = C_0\overline{C_0} + C_1\overline{C_1} + C_2\overline{C_2}$

$$=|C_0|^2+|C_1|^2+|C_2|^2 \qquad (6)$$
$$= 1$$

3. عدد درجات الحرية اللازمة لتحديد الوضعيات الثلاث السابقة (التي يجب أن تكون 4S في الحالة العامة) في دراستنا هذه 4S=4 حيث S=1 وهذا واضح في العلاقة (3) وهي $(\varphi, \beta, \gamma, g)$ حيث :

- (g) تحدد عزوم رباعيات الأقطاب التي سنرى لاحقاً تأثيرها المباشر في قيمة السبين .
- (φ, β, γ)زوايا أولر التي تحدد اتجاه السبين وموضعه .

4–مصونية مؤثر كازيمير في الحالة الأساسية التي يمتلك فيها النظام المدروس طاقة صغرى (E_{min})الذي يعطى بالشكل التالي : [4]

$$\langle \hat{c} \rangle = \frac{1}{2}\left(\langle \hat{S}^+\hat{S}^- \rangle + \langle \hat{S}^-\hat{S}^+ \rangle + \langle \hat{S}^Z\hat{S}^Z \rangle\right) = S(S+1) = 2 \qquad (7)$$

لإيجاد القيم الوسطى لمؤثرات السبين أي $\langle \hat{S}^-\hat{S}^+ \rangle, \langle \hat{S}^+\hat{S}^- \rangle, \langle \hat{S}^Z\hat{S}^Z \rangle$نكتب :

$$\hat{S}^Z|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}(C_0|0\rangle + C_1|1\rangle + C_2|2\rangle)$$
$$= C_0|1\rangle + C_2|2\rangle$$

حيث: $|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $|2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$$\hat{S}^Z\hat{S}^Z|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}(-C_0|0\rangle + C_2|2\rangle) = C_0|0\rangle + C_2|2\rangle$$
$$\left\langle\psi\middle|\hat{S}^Z\hat{S}^Z\middle|\psi\right\rangle = \langle \hat{S}^Z\hat{S}^Z \rangle = (\bar{C}_0|0\rangle + \bar{C}_1|1\rangle + \bar{C}_2|2\rangle)(C_0|0\rangle + C_2|2\rangle)$$

$$= C_0\bar{C}_0 + C_2\bar{C}_2 = |C_0|^2 + |C_2|^2 (8)$$
$$\hat{S}^-|\psi\rangle = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}(C_0|0\rangle + C_1|1\rangle + C_2|2\rangle)$$
$$= \sqrt{2}(C_1|0\rangle + C_2|1\rangle)$$
$$\langle\psi|\hat{S}^+\hat{S}^-|\psi\rangle = 2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}(C_1|0\rangle + C_2|1\rangle) = 2(|C_1|^2 + |C_2|^2)(9)$$

وبالطريقة نفسها نجد:

$$\langle \hat{S}^-\hat{S}^+ \rangle = 2(|C_0|^2 + |C_1|^2)(10)$$

بتبديل (8),(9),(10) في (7) . نلاحظ أن مؤثر كازيمير محقق ، وذلك مع الأخذ بالاعتبار شرط التنظيم الذي يعطى بالشكل التالي :

$$|C_0|^2+|C_1|^2+|C_2|^2=1$$

5− مصونية مربع السبين والذي يعبر عنه بالشكل التالي[6] :

$$\langle\hat{S}^2\rangle=\frac{1}{2}\left(\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle+\left(\hat{S}^+\right)\left(\hat{S}^-\right)\right)+\langle\hat{S}^Z\rangle\langle\hat{S}^Z\rangle=1 \quad (11)$$

بإعادة الخطوات(8,9,10)نحصل على القيم الوسطى لمؤشرات السبين ، والتي تعطى بالشكل التالي :

$$\langle\hat{S}^+\rangle=\cos 2g\sin\beta\, e^{i\varphi}$$
$$\langle\hat{S}^-\rangle=\cos 2g\sin\beta\, e^{-i\varphi} (11)$$
$$\langle\hat{S}^Z\rangle=\cos 2g\cos\beta$$

بتبديل $\langle\hat{S}^+\rangle,\langle\hat{S}^-\rangle,\langle\hat{S}^Z\rangle$ في (11) نحصل على :

$$\langle\hat{S}^2\rangle=\frac{1}{2}\left[2(\cos 2g\sin\beta)^2\right]+(\cos 2g\sin\beta)^2$$
$$=cos^2 2g(sin^2\beta+sin^2 g)=cos^2 g \quad (12)$$

نلاحظ من(12) أن مصونية الطاقية محققة فقط عندما $2g=k\pi$حيث $k=\pm0,\pm1,\pm2,\ldots\ldots$ هذا يدل على:

1. تشكل رباعيات أقطاب ذات عزوم تؤثر في العزوم المغناطيسية للمغانط الحديدية المرتبة بشكل متواز وفي اتجاه واحد .
2. حصول اختزال جزئي لمربع السبين على حساب عزوم رباعيات الأقطاب المتشكلة تحت تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي .

وبالتالي فإن مصونيّة مربع السبين تعطى بالشكل التالي :

$$\langle\hat{S}^2\rangle+\langle\hat{q}^2\rangle=S^2 (13)$$

حيث : $\langle\hat{q}^2\rangle$ − عزوم رباعيات الأقطاب المتشكلة .

إن العلاقة (13) تتحقق فقط عندما :

$$\langle\hat{q}^2\rangle=cos^2 2g$$

تعتبر هده النتيجة مهمة جداً وتعطي مؤشرات واضحة إلى إمكانية تشكل ثمانيات أقطاب في حالة السبن $s=\frac{3}{2}$ ويكون قانون المصونية هو عبارة مجموع ثنائيات الأقطاب و رباعيات الأقطاب وثمانيات الأقطاب .

إيجاد علاقات التشتت والقيم الطاقية :

من المعروف أن الوصف الكمي للمغنونات[3] ، (على اعتبار أن الأمواج السبينيّة المتكوّنة نتيجة الاضطرابات الأولية لها صفات جسيميّة ، عندها تسمى شبه جسيم أو مغنون) في المغانط الحديدية والمغانط الحديدية العكسية ، يتم انطلاقاً من نماذج هايزنبرغ القائمة أساساً على أن الهاملتوني يأخذ بالاعتبار تناحي التأثير المتبادل للعقد المتجاورة في الشبكة البلورية الوحيدة البعد ، لذلك فإن إيجاد علاقات التشتت و القيم الطاقية في بحثنا هدا ينطلق من نماذج هايزنبرغ المتناحية وذات محور وحيد تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي منتظم الشدة يعطى بالشكل التالي [10,9] :

$$\hat{H}=2J\sum_j\left[\hat{S}_j^x\hat{S}_{j+1}^x+\hat{S}_j^y\hat{S}_{j+1}^y+\hat{S}_j^Z\hat{S}_{j+1}^Z+\sigma\hat{S}_j^Z\hat{S}_{j+1}^Z+A\hat{S}_j^x\right] (14)$$

$\sigma=\frac{J_3}{J_1}$− ثابتة التناحي المتبادلة وJ_3 أما J_1 هما التكامل المتبادل (طاقة التأثير المتبادلة بين العقدة j والعقدة (j+1) وفق المحور OX والمحور OY على التوالي .

$M=\frac{2\mu S}{a_0^2}$ – الإشباع المغناطيسي .

a_0- ثابتة الشبكة البلورية .

$A=\frac{Mg_lH}{J}$ – شدة الحقل المغناطيسي الخارجي.

g_l – عامل لاندي .

$\mu=\frac{eh}{4\pi mc}-$ مغناطون بور .

وهنا تجدر الإشارة إلى ما يلي :

1. إذا كان $\sigma>0$ فإن النموذج المعطى بالعلاقة (14) يسمى نموذج هايزنبرغ المتناحي ، وهو ذو محور لين(أو وحيد) في هده الحالة يكون شعاع السبين في الوضعية الأساسية للمغانط الحديدية باتجاه محور سهل المغنطة(محور لين) .

2. أما إذا كان $\sigma<0$ فإن (14) يسمى نموذج هايزنبرغ المتناحي ، وهو ذو مستو لين ،في هذه الحالة يكون شعاع السبين في الوضعية الأساسية للمغانط الحديدية ، واقعاً في مستو سهل المغنطة وعمودي على المحور (oz) ويسمى مستوياً ليّناً .

بنشر مؤثرات السبين بالنسبة إلى ثابتة الشبكة البلورية a_0 حول وضع التوازن في (14) ممّا يحقّق الاقتراب من الحالة الكلاسيكية [1] ، والانتقال من المجموع إلى التكامل $\left(\sum_{i=0}^{n}\hat{s}^{\vec{n}}\rightarrow\int\frac{dx}{a_0}\right)$ فإن :

$$\hat{\vec{S}}_{J+1}=\hat{\vec{S}}_J+a_0\hat{\vec{S}}_{JX}+\frac{a_0^2}{2}\hat{\vec{S}}_{JXX}$$

إذا أخذنا بالاعتبار أن مؤثرات السبين تبادلية فيما بينها في العقد المجاورة ، وذلك لأنّ التابع الموجي (14) هو جداء مباشر لتوابع الموضع في كل عقدة من عقد الشبكة البلورية [1,4] أي :

$$|\psi\rangle=\prod_{J=1}^{N}\left|\psi_J\right\rangle$$

فإنّ القيمة الوسطى لجداء مؤثرات السبين تساوي جداء القيم الوسطى لها أي :

$$\left\langle\psi_J\middle|\hat{S}_J^n\hat{S}_{J+1}^n\middle|\psi_{J+1}\right\rangle=\left\langle\psi_J\middle|\hat{S}_J^n\middle|\psi_J\right\rangle\left\langle\psi_{J+1}\middle|\hat{S}_{J+1}^n\middle|\psi_{J+1}\right\rangle$$

مع الأخذ بالاعتبار شرط التنظيم (6) .

يأخذ الهاملتوني (14) وفق هذه المعطيات ، وبعد إهمال القيم التكعيبية بالنسبة لـ a_0 لصغر تأثيرها (والتي تظهر في هذه العلاقة بعد تبديل المؤثرات السبينية) الشكل التالي :

$$\hat{H}=2J\int\left\{\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle+(1+\sigma)\left(\langle\hat{S}^Z\rangle^2\right)-\frac{a_0^2}{2}\left[\langle\hat{S}^+\rangle_x\langle\hat{S}^-\rangle_x-(1+\sigma)\left(\langle\hat{S}^Z\rangle_x\right)^2\right]+\frac{A}{2}\left(\langle\hat{S}^+\rangle\langle\hat{S}^-\rangle\right)\right\}\frac{dx}{a_0}\ (15)$$

بتبديل (11)ومشتقاتها بالنسبة لـ x في (15)نحصل على:

$$\hat{H}=2J\int\left\{cos^2 2g(1+cos^2\beta)-\frac{a_0^2}{2}\left[\left(4sin^2\ \boxtimes\ g_x^2+cos^2\ 2gsin^2\beta\ \varphi_x^2+cos^2 2g\beta_x^2\right)+\ \sigma\left(4sin^2 2gcos^2\beta g_x^2+cos^2 2gsin^2\beta\beta_x^2+\sin 4g\sin 2\beta\ g_x\beta_x\right)\right]+\frac{A}{2}\cos 2g\sin\beta\cos\varphi\right\}\frac{dx}{a_0}\ (16)$$

استنتاج اللاغرانجي ومعادلات الحركة :

للحصول على علاقات التشتت والقيم الطاقية لابد من إيجاد اللاغرانجي ، ثم استنتاج المعادلات الديناميكية التي تصف الأمواج السبينيّة في المغانط الحديدية ذات سبين S=1 في الإحداثيات المركبة ، ويتمّ ذلك كما يلي :

يُعطى اللاغرانجي بالعلاقة التالية :

$$\widehat{L} = i\hbar\langle\psi|\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle - \widehat{H} \qquad (17)$$

نبدّل(3) في (17) فنحصل على:

$$\widehat{L} = \hbar\,(\cos 2g\,\dot{\gamma} + \cos 2g\cos\beta\,\dot{\varphi}) - \widehat{H} \quad (18)$$

حيث :

$$\widehat{H} = \int H\,(\gamma,\beta,\varphi,g)\,dx$$

أما المعادلات الديناميكية فنحصل عليها بالشكل التالي :

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\hat{L}}{\partial\dot{q}} - \frac{\partial\hat{L}}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{q_x} = 0 \qquad (19)$$

حيث : $q = (\gamma,\beta,\varphi,g)$

بوضع (18) في (19) نحصل على :

$$\hbar\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \frac{1}{\cos 2g\sin\beta}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial L}{\partial q_x} = \mathbf{0}$$

$$\hbar\ \dot{g} = \frac{1}{2\sin 2g}\frac{\delta H}{\delta\beta} \quad (20)$$

$$\hbar\dot{\beta} = \frac{1}{\cos 2g\sin\beta}\left(\frac{\delta H}{\delta\varphi} - \cos\beta\frac{\delta H}{\delta\gamma}\right)$$

$$\hbar\dot{\gamma} = \frac{\cos\beta}{\cos 2g\sin\beta}\frac{\delta H}{\delta\beta} - \frac{1}{\sin 2g}\frac{\delta H}{\delta g}$$

حيث :

$$\frac{\delta H}{\delta q} = \frac{\partial H}{\partial q} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H}{q_x}$$

بتبديل H بقيمتها من (16) في (20) نحصل على معادلات الحركة بالشكل التالي :

$$\hbar\dot{\varphi} = J\left\{\left[+2\sigma\cos 2g\cos\beta + a_0^2\left(\frac{\cos 2g}{\sin\beta}\beta_{xx} - 4\frac{\sin 2g}{\cos\beta}g_x\beta_x - 2\cos 2g\cos\beta\,\varphi_x^2\right)\right] + A\tan\beta\cos\varphi\right\}$$

$$\hbar\dot{\beta} = J\{a_0^2[\cos 2g\sin\beta\,\varphi_{xx} + 2\cos 2g\cos\beta\,\varphi_x\beta_x - 4\sin 2g\sin\beta\,g_x\varphi_x] + A\sin\varphi\}$$

$$\hbar\,\dot{\gamma} = J\left\{2\,c\,os\,2g + a_0^2[2\,sin\,2g\,g_{xx} + 4\,sin\,2g\,cot\,\beta\,g_x\beta_x + cos\,2g(\varphi_x^2 + \beta_x^2 + 4g_x^2 - cot\,\beta\beta_{xx})] + A\frac{cos\,\varphi}{sin\,\beta}\right\}$$

$$\hbar\dot{g} = 0 \quad (21)$$

إن جملة المعادلات (21) تصف حركة الأمواج السبينيّة في المغانط الحديدية متبادلة التناحي ومحور وحيد والواقعة تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي باتجاه المحور (ox) .

مناقشة جملة المعادلات (21) :

1. عندما $g = 0$ ، أي عندما يكون تأثير ثمانيات الأقطاب المتشكلة معدوماً ، تأخذ المعادلتان الأولى والثانية من جملة المعادلات (21) الشكل التالي :

$$\frac{1}{\omega_0}\sin\beta\dot{\varphi} = -2\sigma\cos\beta\sin\beta - a_0^2(\sin\beta\cos g\,\varphi_x^2 - \beta_{xx}) + A\cos\beta\cos\varphi$$

$$\frac{1}{\omega_0}\dot{\beta} = -a_0^2(\sin\beta\varphi_{xx} - 2\cos\beta\varphi_x\beta_x) + A\cos\varphi$$

حيث: $\omega_0 = \frac{J}{\hbar a_0}$

وهي معادلة لانداو – ليفشيتس[11] ، التي تصف حركة حدود القطاعات المغناطيسية (domains) التي تأخذ بالاعتبار مختلف أنواع التأثيرات الطاقية المتبادلة في البلورة .

من هنا نلاحظ أن حركة حدود القطاعات المغناطيسية تؤدي إلى تشكل أمواج سبينية في المغانط الحديدية تماماً كما لو أننا أزحنا حدود أحد القطاعات المغناطيسية مقداراً صغيراً ، فإنّ هذه الإزاحة تتسحب إلى حدود القطاعات الأخرى بسرعة محددة ، وتتناسب طرداً مع شدة الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر ، التي تؤدي بدورها إلى إزاحة أحد العزوم المغناطيسية عن وضع توازنه حول الوضعية الأساسية ، وهو ما يؤدي إلى إزاحة العزوم المجاورة و بالتالي تنشأ أمواج سبينية في البلورة .

2. إن الحالة المثيرة للاهتمام هي $A = 0$ وكلاً من φو β تتبع للإحداثيات والزمن بالشكل التالي :

$$\beta = \beta(x - \vartheta \mathrm{t}), \varphi = (x - \vartheta t)$$

و g=0 أي أنّ الأمواج السبينيه تنتشر وفق المحور (ox) بسرعة ϑ .

بإبدال تلك الشروط في (21) مع الأخذ بالاعتبار ما يلي :

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial\varphi}{d\xi}\frac{\partial\xi}{\partial t} = \vartheta\varphi_X$$

حيث : $\xi = x - \vartheta t$ و كذلك بالنسبة إلى كلّ من $\dot{\beta}$و$\dot{\gamma}$.

نحصل من المعادلة الأولى والثانية من جملة المعادلات (21) على ما يلي :

$$a_0\frac{d\varphi}{d\xi} = \left(-\frac{\nu}{\nu_m}\right)\frac{1}{cos^2\frac{\beta}{2}\cos 2g_0}$$

(22)

$$a_0\frac{d\beta}{d\xi} = 2\tan\beta\sqrt{cos^2\frac{\beta}{2} - \left(\frac{\nu}{\nu_m}\right)^2\frac{1}{cos^2 2g}}$$

وبما أن معرفة أيّ من زوايا أولر (γ, β, φ) تؤدي إلى معرفة سرعة انتشار الأمواج السبينيه وفق المحور (OX) ، فسنكتفي بإيجاد زاوية الدوران (β) من العلاقة الثانية من (22) التي تعطى بعد إجراء عملية التكامل بالشكل التالي :

$$tag^2\frac{\beta}{2} = \frac{\nu}{\nu_m}\frac{(\chi a_0)^2}{2ch^2\chi(x-\nu t)-(\chi a_0)^2} \quad (23)$$

حيث :

$$\nu_m = 2a_0\omega_0\ ,\ \omega_0 = \frac{J}{\hbar a_0}\ , \chi a_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_m}\right)^2\frac{1}{cos^2 2g_0}}$$

وبالطريقة نفسها يمكن إيجاد تغير كلٍّ من (γ, φ) بتغير الزمن ، وبالتالي يمكن في كل لحظة معرفة و تحديد اتجاه السبين و موضعه ، وذلك لأن الزوايا (γ, β, φ) تحدّد موضع السبين واتّجاهه.

كذلك يمكن معرفة سرعة الموجة باتجاه المحور (OX) في أي لحظة إذا علمت أية زاوية من زوايا أولر (β, γ, φ).

من (23) عندما : $\tan\frac{\gamma}{2} = 0$ نحصل على ما يلي :

$$1 - \left(\frac{\nu}{\nu_m}\right)^2\frac{1}{cos^2 2g_0} = 0$$

وبالتالي فإن: $\nu = \nu_m\cos 2g_0$

$$= 2a_0 \frac{J}{\hbar \cos 2g_0} (24)$$

وعندما $\cos 2g_0 = 1$ فإن (24) تؤول إلى $\nu = \frac{2a_0 J}{\hbar}$ وهو ما يوضح ، بشكل آخر ، تشكل رباعيات أقطاب ذات عزوم مؤثرة تؤدي إلى اختزال جزئي للسبين ، وذلك لأنّ زاوية الدوران (g)تحدد شدة عزوم رباعيات الأقطاب المتشكلة التي تؤثر من ناحية أخرى في سرعة الأمواج السبينيّة المتشكلة .

تبين المعادلتان الأولى والثانية من (21) بشكل واضح أن سرعة انتشار الأمواج السبينية تتناسب طرداً مع شدة الحقل المغناطيسي الخارجي (A) إذا كان باتجاه انتشار الأمواج ، وعكساً مع شدة الحقل إذا كان اتجاهه بعكس اتجاه انتشار الأمواج (لأن الحد الأخير من المعادلتين يكون سالباً إذا كان اتجاه الحقل بعكس المحور ox و موجباً إذا كان باتجاه المحور ox) .

تحديد الوضعيّة الكلاسيكية الأساسية للمغانط الحديديّة:

لإيجاد المعادلات الديناميكية (الحركية) التي تصف الأمواج السبينيّة في المغانط الحديدية ذات سبين S=1 وذات محور لين أو مستو لين ، لابدّ من إيجاد الوضعية الأساسية التي يمتلك عندها النظام المدروس طاقة صغرى ، وذلك لأنّ لها تأثيراً مباشراً في طاقة انتشار الأمواج .

إيجاد الوضعية الأساسية في الإحداثيات الأساسية أكثر فاعلية ، وأحد أهمّ الأسباب في ذلك يعود إلى أنه لوصف حركة السبين في الإحداثيات الأساسية يتطلّب وجود (2S+1)من درجات الحرية ، بينما في الإحداثيات الفعلية يتطلب (4S) من درجات الحرية ، هذه الحقيقة تؤدي إلى صعوبات كبيرة عند البحث عن الوضعية الأساسية وعند تحديد طيف الإثارة[9].

يمكن إيجاد الحالة الأساسية للمغانط الحديدية من خلال جزء الهاملتوني(16) الذي لا يحوي حدوداً مشتقة ، وذلك لأنّ الوضعية الأساسية هي الوضعية التي يمتلك فيها النظام المدروس طاقة صغرى(E_{min}) ، لذلك لابد من إيجاد القيمة الصغرى للهاملتوني (H_{min}) .

إن الجزء من الهاملتوني الذي لا يحوي حدوداً مشتقة هو :

$$\hat{H} = 2J \int \left[cos^2 2g\left(1 + cos^2\beta\right) + \frac{A}{2}\cos 2g \sin\beta \cos\varphi\right] \frac{dx}{a_0} (25)$$

يكون للهاملتوني(25) قيمة صغرى عندما :

-1 $g = 0 \; ; \; \beta = \frac{\pi}{2} \; ; \varphi = 0$ ضمن هذه الشروط فإن شعاع السبين ينطبق على اتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي في هذه النقطة ، وبالتالي فإن :

$$H_{min} = \frac{2J}{a_0}\left(1 + \frac{A}{2}\right) (26)$$

-2 $g = 0; \beta = \pi; \varphi = 0$

عندها يكون :

$$H_{min} = \frac{2g}{a_0}(1 - \sigma)(27)$$

-3 $\varphi = 0; \beta = 0 \; ; g = 0$

عندها يكون :

$$H_{min} = \frac{2J}{a_0}(1+\sigma) \quad (28)$$

نلاحظ من (1)و(2) و(3)أن القيمة الصغرى للهاملتوني متطابقة عندما :

$$\sigma = 0 \,; A = 0 \,; g = 0 \,; \beta = 0, \frac{\pi}{2} \,; \varphi = 0$$

وهي: $H_{min} = \frac{2J}{a_0}$

من النتائج السابقة نلاحظ أن الوضعية الأساسية في حال عدم وجود تأثير متبادل أحادي الايون، لا تتعلق بالإحداثياتγ و g ، أما في حال وجود تأثير أحادي الأيون في الوضعية الأساسية فإنّه يحصل اختزال للسبين.

علاقات التشتّت والقيم الطاقية :

تؤول معادلات الحركة (21) باعتبار الشروط التي تحدّد الحالة الأساسية إلى الشكل التالي :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\varphi}}{\omega_0} &= (-2\sigma + A)\beta + a_0^2\beta_{xx} \\ \frac{\dot{\beta}}{\omega_0} &= A\varphi + a_0^2\varphi_{xx} \qquad (29) \\ \frac{\dot{\gamma}}{\omega_0} &= 2 + A \end{aligned}$$

تقبل هذه المعادلات حلولاً على شكل أمواج مستوية[10]:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \mathrm{Exp}\, i(kx - \omega_1 t) \qquad (30) \\ \beta &= \beta_0 \mathrm{Exp}\, 慢(kx - \omega_1 t) \end{aligned}$$

بإبدال (30) في (29) نحصل على:

$$\begin{aligned} -\frac{i\omega_1}{\omega_0}\varphi_0 &= (2\sigma + A)\beta_0 + a_0^2k^2\beta_0 \\ -\frac{i\omega_1}{\omega_0}\beta_0 &= (A - a_0^2k^2)\varphi_0 \end{aligned}$$

هذه المعادلات خطية ومتجانسة ولها حلول عندما يكون محدد الأمثال معدوماً :

$$\begin{vmatrix} -\frac{i\omega_1}{\omega_0} & -(-2\sigma + A - a_0^2k^2) \\ a_0^2k^2 - A & -\frac{i\omega_1}{\omega_0} \end{vmatrix} = 0$$

وبالتالي:

$$\left(\frac{i\omega_1}{\omega_0}\right)^2 = \left(2\sigma - A + a_0^2k^2\right)\left(a_0^2k^2 - A\right) \qquad (31)$$

ومن المعادلة الثالثة من (29) نحصل على:

$$\frac{\omega_2}{\omega_0} = 2 + A \qquad (32)$$

نلاحظ من (31) و (32) وجود أمواج ذات ترددات منخفضة ، وأمواج أخرى ذات ترددات عالية، وهذا يعني انه بالقرب من الحالة الأساسية تنتشر أمواج ذات ترددات منخفضةω_1 ، وأخرى ذات ترددات مرتفعة ω_2 ، وطاقة هذه الأمواج تساوي طاقة الاثارات الأولية (المغنونات) أي$E = \hbar\omega$ وبالتالي[11] :

1- عندما $\sigma = 0$ فإن: $\omega_1 = \omega_0(a_0^2 k^2 - A)$

وبالتالي فإن : $E_1 = \hbar\omega_1 = \hbar\omega_0(a_0^2 k^2 - A)$

وهي تتناسب عكساً مع شدة الحقل المغناطيسي الخارجي (A) المؤثر.

2- من العلاقة(31) نلاحظ وجود منطقة طاقية ممنوعة(شيل)$E_1 = \hbar\sqrt{(A-2\sigma)A}$ ، نميز من هذه العلاقة الحالات التالية:

–الحالة الأولى :عندما $\sigma < 0$، والتي توافق نماذج هايزنبرغ المتناحية ذات مستو ليّن ويكون في هذه الحالة الشيل موجباً دوماً.

–الحالة الثانية :عندما $\sigma > 0$ والتي توافق نماذج هايزنبرغ المتناحية ذات محور لين، وهنا نصادف ثلاث حالات :

1- عندما : $A > 2\sigma$، يكون الشيل موجباً.

2- عندما : $A < 2\sigma$، يكون عندها الشيل سالباً ، وهي حالة غير ممكنة .

3- عندما : $A = 0$، ويكون عندها الشيل معدوماً ، وهي محققة في نماذج هايزنبرغ متبادلة التناحي وذات مستوٍ لين أي $(\sigma = 0)$.

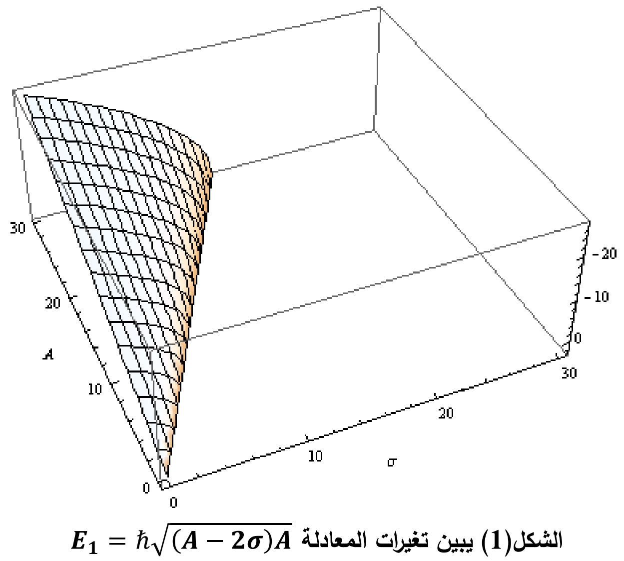
–الحالة الثالثة :

وهي الحالة التي يكون فيها $A = 2\sigma$، عندها يكون الشيل معدوماً

وتعطى طاقة الاثارات ذات الترددات المرتفعة بالعلاقة:

$$E_2 = \hbar\omega_0(2 + A)$$

وهي تتغير بزيادة شدّة الحقل المغناطيسي الخارجي أو نقصانها ، وتغيّرها يعاكس تغيّر طاقة الأمواج ذات التردّدات المنخفضة، ، تقع الأمواج ذات التردّدات المرتفعة كلياً داخل الأمواج ذات التردّدات المنخفضة ليشكلا معاً حلولاً شبه سليتونية، لهذا فإنّ مساهمة ثنائيات الأقطاب في حالة S=1 تؤول إلى الصفر.



الشكل(1) يبين تغيرات المعادلة $E_1 = \hbar\sqrt{(A-2\sigma)A}$

إذا كانت طاقة الاثارات الأولية غير كبيرة[3] يمكن أن نعبّر عن الطاقة الكلية، بمجموع القيم الطاقية لمختلف الإثارات الأولية أي:

$$E_i = \sum_k \hbar\omega_1 (k) n(k) + n_0 \hbar\omega_2$$

حيث:

$n(k)$– عدد الأمواج ذات الترددات المنخفضة ذوات عدد موجي k .

n_0– عدد الأمواج ذات الترددات المرتفعة ولا ترتبط بالعدد الموجي k .

الاستنتاجات والتوصيات :

تتطلب دراسة الاهتزازات صغيرة السعة لشعاع السبين في المغانط الحديدية ذات سبين s=1 في الإحداثيات المركبة، إيجاد منظومة نقل قائمة على أساس فيزيائي دقيق تمكننا من وصف ظاهرة الأمواج السبينية بطريقة شبه كلاسيكية. تعتمد هذه الطريقة على إيجاد التابع الموجي المناسب الذي يمكننا من إيجاد القيم الوسطى لمؤثرات السبين التي تمكن بدورها من إيجاد الهاملتوني الكلاسيكي واللاغرانجي ثم معادلات الحركة ، ومنها علاقات التشتّت والقيم الطاقية.

حصلنا وفق تلك الطريقة على بعض النتائج:

يحصل اختزال للسبين نتيجة تشكل رباعيات أقطاب ذات عزوم مؤثرة . ووجدنا أن هناك نوعين من الأمواج ، أحدها ذو تردد عالٍ وآخر منخفض التردد . ووجدنا التأثير الكبير لشدة الحقل المغناطيسي واتّجاهه في طاقة انتشار الأمواج السبينية وسرعتها. وجدنا شيلاً يتغير بتابعية التناحي وشدة الحقل المغناطيسي الخارجي. وحصلنا على معادلتي لاندو– ليفشيتس. وحددنا السويّة الأساسية.

يمكن متابعة هذه الدراسة من أجل الوصف الشبه كلاسيكي لمغانط هايزنبرغ المتناحية ثنائية المحاور (متبادلة التناحي وأحادية الأيون) ، في الإحداثيات المركبة والحقيقية ، وكذلك من أجل مغانط هايزنبرغ المتناحية ذات المستوي الليّن (ثنائية المحاور) ، والحالة التي يمكن أن تشكل تحدّياً كبيراً هي إيجاد منظومة نقل تمكننا من دراسة التهيّجات الأولية في المغانط الحديدية العكسية، وذلك لأن العزوم المغناطيسية فيها ذات اتجاهات متعاكسة تبادلياً ، وهو ما يؤدي إلى تعقيد المسألة من ناحية إيجاد التابع الموجي والحالة الأساسية.

المراجع:

1- Landau L.Q – LEAVSHETS E.M. – *NON RELATIVITY THEORY ON QUANTOM MECHANICS*, Tom3, Moscow, 1989.

2- Ziead Rostom, *SPIN WAVES IN FERROMAGNETIC WITH SPIN S=1/2 IN THE REAL COORDINATES*, Tishreen University Journal of science, Folder 33 issue, no.1, 2010.

3- Kittel ch. – *INTRODUCTION TO SOLID STATE PHYSICS*, seventh edition, Printed USA, John Wiley 8 sons, inc. 1996.

4- Davidov A.C. *SOLID STATE THEORY*, Nauka Moscow 1976.

5- Kh. O. Abdulloev and Kh. Kh. Muminov, "*COHERENT STATES OF SU(4) GROUP IN REAL PARAMETERIZATION AND HAMILTONIAN EQUATIONS OF MOTION*," Reports of Tajikistan Academy of science, vol. 36, no. 6, I993 (Russian).
6- Davidov A.C – *QUANTUM MECHANICS*, Nauka Moscow 1972.
7- FEYNMAN . R.P – Leighton . R.B – Matthew Sands – *THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSICS*, printed Mer. Moscow 1978.
8- Y. Yousefi, et.al, Semi classical modeling of isotropic Non-Heisenberg magnets for spin S=1 and linear quadrupole excitation dynamics,arXiv:1304.0245,2013.
9- Ziead Rostom, *THE SEMI CLASSIC DESCRIPTION AND DYNAMIC EQUATIONS OF SPIN WAVES IN FERROMAGNETIC WITH SPIN S-1/2 COMPLEX COORDINATES SYSTEM.* Al – baas University journal of science, 2013.
10- Akuezer A. – Daria kmek V.G- *SPIN WAVES*, Nauaka Moscow, 1976 [360- 368].
11- Krenchic .G.C – *PHYSICS OF MAGNETICAL PHENOMENA* Moscow University, 1985.