مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (18) العدد (5) 1996
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Basic Science Series Vol. (18) No (5) 1996

طيف طاقة حاملة الشحنة في الجمل العديدة الطبقات في حقل الكمون الذاتي

الدكتور محمد فاهود*
الدكتور مفيد عباس**

(قبل للنشر في 1996/1/28)

الملخّص

دراسة نظرية لظاهرة التأثير الذاتي لحاملة الشحنة في أوساط الجمل اللامتجانسة والحصول على عبارة كمون الطاقة الذاتي لحاملة الشحنة في طبقة وسطى من جملة مؤلفة من ثلاث طبقات. مقارنة النتائج الحسابية الموافقة للصيغ الدقيقة مع النتائج التقريبية الموافقة للصيغ التحليلية ووضع معايير صحة العلاقات التحليلية. الحصول على طيف طاقة الإلكترون بطرق حسابية وتحليلية مع حساب طاقة كمون التأثير الذاتي.

* مدرس في قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
** أستاذ مساعد في قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (18) العدد (5) 1996
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Basic Science Series Vol. (18) No (5) 1996

Energy Spectrum of Charge Carrier in the Multilayer System in Self-potential Field

Dr. Mohammad FAHOUD*
Dr. Moufid ABBAS**

(Accepted 28/1/1996)

❒ ABSTRACT ❒

The manifestation of the self-action potential in spatially heterogeneous structure is theoretically investigated, the paper also studies the expressions for the self-action potential energy of a test charge placed in the central layer of the triadic-structure. The numerical results which correspond to the exact formulae are compared with the approximate ones which correspond to the analytical expressions, for the criteria of validity are deduced from this comparison. The electron energy spectra are obtained from both, numerical and analytical calculations according to the self-action potential energy. The applicability range of analytical results is established.

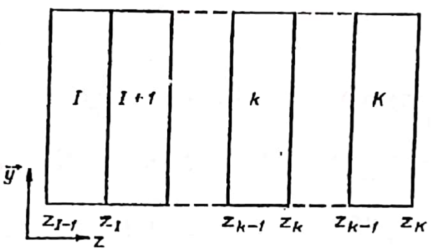
---

* Lecturer at Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

** Associate Professor at Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

لشرح ظاهرة النقل، امتصاص الضوء، توضع حاملة الشحنة الكهربائية...الـخ فـي جملـة مؤلفة من التحام k طبقة رقيقة لمواد مختلفة (عازلة – نصف عازلـة – معـدن – ...) لابـد مـن إيجاد كمون التأثير الذاتي لحاملة الشحنة الموجودة في الطبقة n(I<n<k) الشكل (1). تـؤدي هـذه الشحنة إلى استقطاب الوسط وبالتالي ينتج حقل يسمى بحقل الاستقطاب يـؤثر هـذا الحقـل علـى الشحنة نفسها.



الشكل (1)

تسمى طاقة التأثير المتبادل بين حاملة الشحنة والاستقطاب الالكتروني للوسط من قبل هـذه الشحنة بالطاقة الكمونية الذاتية وقد تم في الأعمال [1–8] حساب كمـون التـأثير الـذاتي لحاملـة الشحنة الكهربائية في جملة مؤلفة من التحام k طبقة وحيث أن حاملة الشحنة موجودة فـي الطبقـة n. بينت هذه الدراسة أن عبارة كمون التأثير لحاملة الشحنة تتعلق ببارامترات الطبقات (سـماكة – بارامتر اللاالتناحي – العازلية الكهربائية – الكتلة الفعالة) وإن هذا الكمون يؤثر على طيـف الطاقـة الكوانتية لحاملة الشحنة.

يعطى كمون التأثير الذاتي لحاملة الشحنة [8] بالعلاقة التالية:

$$V_n(\vec{\eta}, Z) = \int_{Z_{n-1}}^{Z} dZ' G'_{nn}(Z, Z') \varepsilon_0^{-1} \rho_n(\vec{\eta}, Z') \qquad (1)$$

حيث أن:

$$G'_{nn}(Z, Z') = G_{nn}(Z, Z') - (2\eta\varepsilon_n)^{-1} \exp\left\{-\sqrt{\varepsilon_n}\,\eta / Z - Z' /\right\} \qquad (2)$$

$G_{nn}(Z, Z')$: تابع غرين ويعطى بالعلاقة التالية:

$$
\begin{aligned}
G_{nn}(Z,Z') = \frac{1}{2\eta\varepsilon_n}\Bigg\{ & e^{-\sqrt{\varepsilon_n}\eta/Z,Z'/} + \frac{1}{sh\zeta_n}\Bigg(\Bigg[e^{-\zeta_n} + \frac{\eta\varepsilon_n}{sh\zeta_n}\left(2D_{n,n-1}ch\zeta_n - D_{nn} - D_{n-1,n-1}\right) \\
& \times ch\sqrt{\in_n}\left[\eta(Z,Z')\right] + \left[\frac{\eta\varepsilon_n}{sh\zeta_n}\left(D_{n,n} + D_{n-1,n-1}ch\zeta_n - 2D_{n,n-1}\right) - 1\right] \\
& \times ch\left[\sqrt{\in_n}\eta\left(Z + Z' - Z_n - Z_{n-1}\right)\right] + \eta\varepsilon_n\left(D_{nn} - D_{n-1,n-1}\right) \\
& \times sh\left[\sqrt{\in_n}\zeta_n\eta\left(Z + Z' - Z_n - Z_{n-1}\right)\right]\Bigg)\Bigg\}
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

وأن: $D_{nk} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial V(\vec{\eta}, Z_n)}{\partial \sigma_k(\vec{\eta})}$

$(2\eta\varepsilon_n)^{-1}\exp\{-\sqrt{\in_n}\eta/Z-Z'/\}$ كمون كولون.

وتعطى كثافة الشحنة بالشكل التالي:

$$\rho_n(\vec{\eta}, Z') = (2\pi)^{-2} e\delta(Z - Z')e^{-i\eta\vec{y}}\,\delta_{nk} \qquad (4)$$

بتعويض (3) و (4) في (1) نحصل على كمون الاستقطاب بالشكل التالي:

$$V_n'(\vec{y}, \vec{y}', Z, Z') = (2\pi)^{-2}\varepsilon_0^{-1} e\int d^2\eta e^{i\vec{\eta}(\vec{y}-\vec{y})} G_{n,n}'(Z, Z') \qquad (5)$$

وبحسب العلاقة التي تعطي الطاقة الكامنة الكهربائية نكتب:

$$U_k = \frac{1}{2}\int_{Z_{n-1}}^{Z_n} V'(\vec{r})\rho_n(\vec{k})dZd^2y \qquad (6)$$

يبعد الثابت $\frac{1}{2}$ التأثير الثنائي المتبادل بين الشحنتين، وبمـــا أن الشـــحنة نقطيـــة فكثافتهـــا تعطـــى بالعلاقة التالية:

$$\rho_k(\vec{r}) = e\delta(Z - Z')\delta(\vec{y}, \vec{y}') \qquad (7)$$

بالنتيجة نحصل على عبارة الطاقة الكامنة الذاتية وفق التالي:

$$U_{SA}(Z_e) = (4\pi\varepsilon_0)^{-1} e^2 \int d^2\eta G_{nn}'(Z, Z') \qquad (8)$$

تعتبر هذه الدراسة عامة للحصول على طاقة التأثير الذاتي لحاملة الشحنة في الطبقة n مـــن جملـــة مؤلفة من k طبقة. ولتوضيح هذه الدراسة نأخذ للسهولة والتوضيح مثالاً على ذلك جملة مؤلفة مـــن التحام ثلاث طبقات لا متناحية.

استنتاج عبارة الكمون الذاتي في جملة مؤلفة من ثلاث طبقات لا متناحية:

لتكن لدينا جملة مؤلفة من التحام ثلاث طبقات لا متناحية، الطبقـــة الوســـطى ســـماكتها L معينة في المجال $-L/2 \le Z \le L/2$ والطبقتين المجاورتين معينتين بـــ$Z\langle -L/2$ و $Z\rangle L/2$.

ونعتبر المحور Z معامد لمستوي التحام الطبقات لذلك نقرن قيم البارامترات المأخوذة بإتجاه المحور Z بإشارة التوازي "//" وتلك التي تستخدم في المستوي xy بإشارة التعامد "⊥" وبالتالي يمكننا أن نعبر عن العازلية الكهربائية للطبقات بالشكل التالي:

رقم الطبقة $K = 1,2,3 \quad \varepsilon_k^{xx} = \varepsilon_k^{yy} \equiv \varepsilon_k^{\perp} ; \varepsilon_k^{zz} = \varepsilon_k^{\prime\prime}$

يمكن الحصول على عبارة الكمون $V_k(r)$ لشحنة نقطية $\rho_k(r)$ الموجودة في الطبقة K من حل جملة معادلات ماكسويل التالية:

$$div\left(\varepsilon_k grad V_k(\vec{r})\right) = \varepsilon_0^{-1} \rho_k(\vec{r}) \tag{9}$$

وقد تم حل هذه المسألة [7] من أجل منابع الحقل الممكنة (الشحنات الحجمية – السطحية – اهتزاز شبكة مستقطبة). ويأخذ الحل – في الحالة التي نعتبر فيها الشحنة نقطية وموجودة في الطبقة k=2 وحيث $\delta(\vec{r}, \vec{r}_e) = -e\delta(\vec{r} - \vec{r}_e)\delta_{2k}$ والشروط الحدودية، استمرارية الكمون والمركبة العمودية لحقل الإزاحة الكهربائية عند الحدود الفاصلة في الحالة الخاصة التالية– الشكل التالي:

$$V(\vec{r}, \vec{r}_e) = \int \frac{d^2\eta}{(2\pi)^2} e^{i\vec{\eta}\vec{\rho}} V(\vec{\eta}, Z, Z_e) \tag{10}$$

وحيث أن:

$$\begin{aligned} V(\eta, Z, Z_e) = \frac{e}{2\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_2 \eta} &\left\{ e^{-\epsilon_2 \eta / z - z_e /} + 2\left[e^{-2\zeta_2} - \delta_1\delta_3\right]^{-1} \right. \\ &\left. \times \left[\delta_1\delta_3 ch \in_2 \eta(Z - Z_e) + e^{\zeta_2}\left(f_1 ch \in_2 \eta(Z + Z_e) + f_2 ch \in_2 \eta(Z + Z_2)\right)\right]\right\} \end{aligned} \tag{11}$$

$$\delta_1 = \frac{\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_j}{\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_j} ; j = 1,3 \in_k = \left(\frac{\varepsilon_k^{\perp}}{\varepsilon_k^{//}}\right)^{\frac{1}{2}}, \bar{\varepsilon}_k = \left(\varepsilon_k^{\perp}\varepsilon_k^{//}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{12a}$$

$$\zeta_k = \in_k \eta \ell_2, f_1 = \frac{\bar{\varepsilon}_2^2 - \bar{\varepsilon}_1 . \bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)(\bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_3)} ; f_2 = \frac{(\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_2)\bar{\varepsilon}_2}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)(\bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_3)} \tag{12b}$$

ويعبر الكمون التالي:

$$V_e(\vec{r}, \vec{r}_e) = \frac{e}{\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_2} \int \frac{d_\eta^2}{(2\pi)^2 \eta} e^{i\vec{\eta}\vec{\delta}} e^{-\epsilon_2 \eta |Z - Z_e|} \tag{13}$$

عن التأثير المباشر للشحنة الالكترونية، كما أن الكمون التالي:

$$V_p(\vec{r}, \vec{r}_e) = V(\vec{r}, \vec{r}_e) - V_e(\vec{r}, \vec{r}_e) \tag{14}$$

يعبر عن الاستقطاب الإلكتروني، ويعطى كمون الطاقة الذاتي للشحنة الإلكترونية مع طاقة الاستقطاب الإلكتروني لهذه الشحنة بالعلاقة المعروفة التالية:

$$U_{SA}(Z_e) = \frac{1}{2} \int V_p(\vec{r}, \vec{r}_e) \rho_2(\vec{r}, \vec{r}) d_r^3 \tag{15}$$

يبعد المضروب $\frac{1}{2}$ التأثير المتبادل بين الشحنتين، بالأخذ بعين الاعتبار أن الشحنة نقطية وباستخدام العلاقتين (10) و (13) والتعريف (14) نحصل على العلاقة التالية:

$$U_{SA}(Z)=U_{SA}^{0}+U_{SA}^{(ev)}(Z)+U_{SA}^{(odd)}(Z) \tag{16}$$

حيث أن:

$$U_{SA}^{0}=\frac{e^{2}}{4\pi.\varepsilon_{0}.\bar{\varepsilon}_{2}}\int_{0}^{\infty}d\eta\frac{\delta_{1}\delta_{3}+e^{\zeta_{2}}f_{1}}{e^{2\zeta_{2}}-\delta_{1}\delta_{3}} \tag{17a}$$

لا يتعلق هذا الحد بـ Z ويعبر عن القسم الزوجي والفردي في عبارة كمون الطاقة السابقة بالعلاقتين التاليتين على الترتيب:

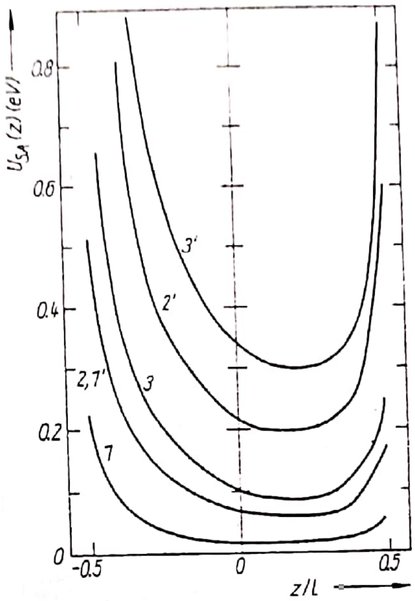
$$U^{(ev)}(Z)=\frac{e^{2}f_{1}}{2\pi.\varepsilon_{0}.\bar{\varepsilon}_{2}}\int_{0}^{\infty}d\eta\frac{e^{\zeta_{2}}\sinh(\in_{2}\eta Z)}{e^{2\zeta_{2}}-\delta_{1}\delta_{3}} \tag{17b}$$

$$U^{(odd)}(Z)=\frac{e^{2}f_{2}}{2\pi.\varepsilon_{0}.\bar{\varepsilon}_{2}}\int_{0}^{\infty}d\eta\frac{e^{\zeta_{2}}\sinh(\in_{2}\eta Z)\cosh(\in_{2}\eta Z)}{e^{2\zeta_{2}}-\delta_{1}\delta_{3}} \tag{17c}$$

ينتج من العلاقتين (17b) و (17c) في المجالين $-L/2\le Z\le 0$ و $0\langle Z\le L/2$ فإن كمون الطاقة الذاتي يتناسب طرداً مع Z وإن قيمة التكامل المعطى بالعلاقة (17c) يكون أكبر بالقيمة المطلقة من قيمة التكامل في (17b) من أجل جميع قيم Z.

وبالتالي إذا كان $|f_2|\ge|f_1|$ فإن الدور الأساسي في عبارة كمون الطاقة يحدده (الحد) الفردي ويتزايد بشكل مستمر إذا كان $|f_2|\rangle 0$ أما في الحالة المعاكسة أي إذا كان $f_2\langle 0$ فإنه يتناقص بشكل مستمر وفي الحالة التي يكون فيها $|f_2|\langle|f_1|$ فإن الدور الأساسي في عبارة كمون الطاقة يحدده الحد الزوجي والحد الفردي يلعب دور في إزاحة النهاية الحدية لـ $U_{SA}(Z)$ في مركز الطبقة وذلك نحو اليمين أو نحو اليسار.

ففي الحالة التي يكون فيها $|f_1|\rangle 0$ فالنهاية صغرى وإزاحتها نحو اليسار إذا كان $f_2\rangle 0$ أما إذا كان $f_2\langle 0$ فإن إزاحتها تكون نحو اليمين. أما في الحالة التي يكون فيها $f_1\langle 0$ فالنهاية تكون عظمى وإزاحتها تكون نحو اليمين إذا كان $f_2\rangle 0$ ونحو اليسار إذا كان $f_2\langle 0$.



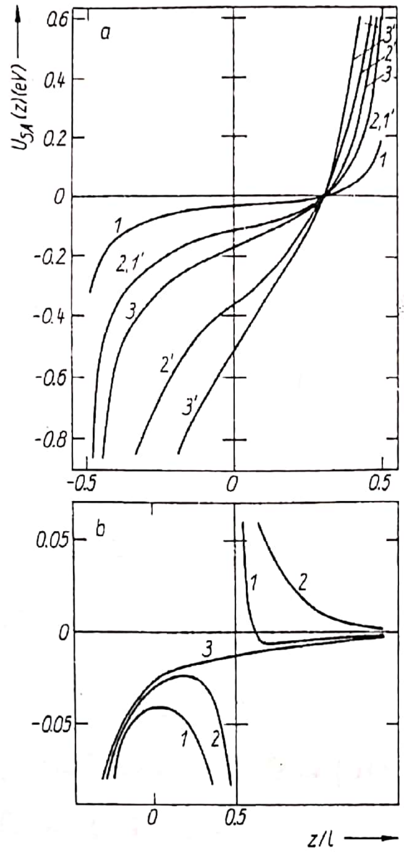
الشكل (2)

يوضح الشكل (2) بعض الأمثلة المحسوبة بالعلاقات (16) و (17a,b,c) من أجل ثلاث طبقات (k=1) خلاء (k=2) CdTe، MgF2(k=3).

والمنحنيات البيانية على الشكل (2) تعبر عن تابع الطاقة الكمونية في الطبقة CdTe(k=1) ومن أجل قيم مختلفة L_2=10nm المنحني (1). L_2=3nm المنحني (2). L_2=2nm المنحني (3) $\in_2=1, \varepsilon_1=1, \varepsilon_2=7.1, \varepsilon_3=5.45$. فمن أجل هذه القيم فإن قيمة $f_1=45\rangle 0$ فالنهاية صغرى كما أن قيمة $f_2=-31\langle 0$ فهذه النهاية تعاني انزياح نحو اليمين، ويبين الشكل (2) تأثير انزوتروبية العازلة الكهربائية (اللاانتاحي). فالمنحنيات $1',2',3'$ توافق المعطيات نفسها للمنحنيات 1,2,3 مع الفارق الوحيد للبارامتر $\in_2=0.3$ لأجل المنحنيات الأخيرة و $\in_2=1$ في الأولى.

تبين هذه المنحنيات جميعها أن $U_{SA}(Z)$ تابع مضطرد بالنسبة للمتحول Z.

هذا وتعتبر الجملة المؤلفة من التحام طبقة معدن مع طبقة عازل وطبقة نصف ناقل أكثر أهمية كما يتبين في الشكل (3a,b).



الشكل (3)

الشكل (3a) الطاقة الكمونية الذاتية لحاملة الشحنة في طبقة CdTe المتوضعة على طبقة معدنية ولقيم مختلفة للبارامترات $\in_2 \; -L_2$ فمن أجل $\in_2 = 1$: المنحني (1) يوافق L_2=10nm ومن أجل $\in_2 = 0.3$: المنحني $(1')$ يوافق L_2=10nm والمنحني $(2')$ يوافق L_2=3nm والمنحني $(3')$ يوافق L_2=2nm أما الشكل (3b) فيعبر عن الطاقة الكمونية الذاتية لحاملة الشحنة في جملة (MDS) ومن أجل قيم مختلفة لـ δ_3 المنحني (1) يوافق $\delta_3 = -0.9$ والمنحني (2) يوافق $\delta_3 = -0.6$ والمنحني (3) يوافق $\delta_3 = 0$.

وينتج في هذه الحالة المعادلات (17a,b,c) بتعويض $\varepsilon_1 \to \infty$ في المجال $-L_2/2 \le Z \le L_2/2$ العلاقات التالية:

$$U_{SA}^{0} = \frac{-e^2}{4\pi.\varepsilon_0.\bar{\varepsilon}_2}\int_0^\infty d\eta\left(\delta_3 + \frac{\bar{\varepsilon}_3 e^{\zeta_2}}{\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3}\right)\frac{1}{e^{2\zeta_2} + \delta_3} \tag{18a}$$

$$U_{SA}^{(ev)}(Z) = -\frac{e^2}{4\pi.\varepsilon_0.\bar{\varepsilon}_2}\frac{\bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)}\int_0^\infty d\eta\frac{e^{\zeta_2}\sinh(\in_2 \eta Z)}{e^{2\zeta_2} + \delta_3} \tag{18b}$$

$$U_{SA}^{(odd)}(Z) = \frac{e^2}{4\pi.\varepsilon_0.\bar{\varepsilon}_2}\frac{\bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)}\int_0^\infty d\eta\frac{e^{\zeta_2}\sinh(\in_2 \eta Z)\cosh(\in_2 \eta Z)}{e^{2\zeta_2} + \delta_3} \tag{18c}$$

تعبر المنحنيات البيانية على الشكل (3b) عن نتائج $U_{SA}(Z)$ في جملة مؤلفة من ثلاث طبقات معدن (k=1)، عازل (k=2)، نصف ناقل (k=3) وذلك من أجل ثلاث قيم لـ δ_3 هي

في المجال $\delta_3 = -0.9; -0.3; 0$ حيث يوافق المجال $-L_2/2 \le Z \le L_2/2$ نصف $Z \rangle L_2/2$ الناقل والمجال $Z \langle L_2/2$ طبقة المعدن.

ويمكن إيجاد عبارة U_{SA} (Z) في طبقة نصف الناقل وذلك من الحل العام لجملة المعادلتين (10)، (11)، [7].

$$U_{SA}(Z) = \frac{e^2}{8\pi.\varepsilon_0.\bar{\varepsilon}_2}\int_0^{\infty} d\eta.e^{-2\varepsilon_3\eta(Z+l_2)}\frac{(\bar{\varepsilon}_3 - \bar{\varepsilon}_2 \coth\zeta_2)}{(\bar{\varepsilon}_3 + \bar{\varepsilon}_2 \coth\zeta_2)} \tag{19}$$

وفي جملة (معدن – عازل – معدن) (MDM) والحصول على عبارة كمون الطاقة الذاتية $U_{SA}(Z)$ في الطبقة k=2 من هذه الجملة يمكن وذلك بالإنتقال في العلاقات (16)، (17b), (17a) بجعل $\varepsilon_1, \varepsilon_3 \to \infty$.

فنحصل على العلاقة التالية:

$$U_{SA}(Z) = \frac{e^2}{4\pi.\varepsilon_0.\bar{\varepsilon}_2}\int_0^{\infty} d\eta \frac{1 - e^{\zeta_2}\cosh(2\in_2 \eta Z)}{e^{2\zeta_2} - 1} \tag{20}$$

وفي الحالة الخاصة عندما $L \to \infty$ نحصل من المعادلات (16) (17,a,b,c) على العلاقات المعروفة في الإلكتروديناميك والمعبرة عن طاقة التأثير المتبادل بين الشحنة الكهربائية وخيالها عند الحد الفاصل بين وسطين نصفي لا نهائيين.

$$U_{SA}(Z)/_{\substack{\ell\to\infty \\ Z\to Z+\ell/2}} = U_{ie}(Z) = \frac{e^2(\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_1)}{16\pi\varepsilon_0 Z(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_2)\bar{\varepsilon}} \tag{21}$$

ولنوجد عبارة الطاقة الكمونية الذاتية $U_{SA}(Z)$ عندما تكون Z صغير (تكون سعة الإهتزاز صغيرة في حقل الكمون الذاتي وبالتالي تكون الشحنة متوضعة بشكل قوي في هذا الحقل) بنشر العلاقة (16) في سلسلة وفق $\in_2 \eta Z$ والإكتفاء بالنشر حتى المرتبة الثانية نحصل على العلاقة التالية:

$$U_{SA}(Z) \approx U_0 + K_1 Z + K_2 Z^2 \tag{22}$$

حيث أن:

$$U_o = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0\bar{\varepsilon}_2 \in_2 \ell}\ell n\left\{\frac{\left[1+\sqrt{\delta_1\delta_3}\right]^{\frac{f_1}{\sqrt{\delta_1\delta_3}}-1}}{\left[1-\sqrt{\delta_1\delta_3}\right]^{\frac{f_1}{\sqrt{\delta_1\delta_3}}+1}}\right\} \tag{23a}$$

$$K_1 = \frac{e^2 f_2 J_1}{8\pi\varepsilon_0\bar{\varepsilon}_2\ell^2}, \tag{23b}$$

$$K_2 = \frac{e^2 f_1 J_2}{2\pi\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_2 \ell^3}, \tag{23c}$$

$$J_1 = \int_0^\infty dX \frac{Xe^x}{e^{2x} - \delta_1\delta_3}; J_2 = \int_0^\infty dX \frac{X^2 e^x}{e^{2x} - \delta_1\delta_3}$$

يمكن كتابة العلاقة (22) على الشكل التالي:

$$U_{SA}(Z) \approx U_0 + K_2 Z_0^2 + K_2 (Z + Z_0)^2 \tag{24}$$

وحيث أن:

$$Z_0 = \frac{K_1}{2K_2} \tag{25}$$

ينتج من العلاقة (23c) عندما تكون $f_1 \rangle 0$ و $k_2 \rangle 0$ فإن المعادلة (22) تعبر عن معادلة قطع مكافئ نهايته تعاني إنزياحاً في مركز الطبقة (ففي جملة مؤلفة من ثلاث طبقات الأولى والثالثة متماثلتان أي $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ فإن $f_2 = 0$ عند ذلك تكون النهاية الصغرى للقطع المكافئ في مركز الطبقة (k=2).

وعندما يكون $f_1 \langle 0$ و $k_2 \langle 0$ تعبر المعادلة (22) أيضاً عن معادلة قطع مكافئ تقعره نحو الأسفل ونهايته العظمى تعاني إنزياحاً في مركز الطبقة.

وفي جملة طبقات (معدن – عازل – نصف ناقل) (MDS) $\varepsilon_1 \rangle\rangle \varepsilon_2 \rangle \varepsilon_3$ وإذا كان $\eta(Z - L_2/2) \langle\langle 1$ فإن الحد من المرتبة الثانية في العلاقة (22) يصبح صغيراً مقارنة مع الحد الثاني ويعبر عن $U_{SA}(Z)$ في هذه الحالة بالشكل الآتي:

$$U_{SA}(Z) \approx U_0' + eE_{eff} Z \tag{26a}$$

حيث أن:

$$E_{eff} = \frac{eJ_1'}{2\pi\varepsilon_0 \ell(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)}; J_1' = \int_0^\infty dX \frac{Xe^x}{e^{2x} + \delta_1} \tag{26b}$$

$$U_0' = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_2 \in_2 \ell_2} \left\{ 1n(1+\delta_3) + \frac{\bar{\varepsilon}_2 \left(\pi - 2arctg \frac{1}{\sqrt{\delta_3}} \right)}{\sqrt{\delta_3}(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)} \right\} \tag{26c}$$

تعبر العلاقة (26a) عن الكمون الفعال من الاستقطاب ويمكن اعتباره بتقريب مقبول مثلثي الشكل.

يمكننا أن نستنتج من كل ما تقدم النتيجتين الهامتين التاليتين:

1- لا تتعلق عبارة كمون الطاقة الذاتية $U_{SA}(Z)$ بإشارة الشحنة الكهربائية فهي واحـدة سـواء للإلكترون أو للثقب. وإن تغيير عرض القطاع المحظور (E_g) فـي طبقـة نصـف ناقـل منضدة على طبقة ما. يتعلق بالعازلية الكهربائية لهاتين الطبقتين، ففي الحالة التـي تكـون فيها العازلية الكهربائية لطبقة نصف الناقل أقل من العازليـة الكهربائيـة للطبقـة الحاملـة $(\varepsilon_{substr} \rangle \varepsilon_{film})$ فإن عرض القطاع المحظور في طبقة نصف الناقل يضـيق. وفـي الحالـة المعكوسة $(\varepsilon_{substr} \langle \varepsilon_{film})$ فإن E_g يزداد. وتبين أنه في جميـع الحـالات $U_{SA}(Z)$ يتعلـق بسماكة L_2 وببارامتر اللاتناحي (انزوتروبية العازلية الكهربائية) $\in_2$ بشكل فعال.

2- يتباعد التابع $U_{SA}(Z)$ إلى اللانهاية عند حدود الطبقة. يمكن التخلص من هذا التباعد بحـل المسألة كوانتياً، حيث تعتبر حاملة الشحنة شبه جسيمة (وليس كنقطة مادية) نصف قطرهـا

$$. Z \sim Z_0 \left(Z_0 = \left(\frac{\hbar}{2m^* \omega_{pl}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$$

حيث ω_{pl} – تردد بلازما الإلكترونات التكافئية. وتعطى عادة هذه البارامترات في نصف ناقل عادي بالقيم التالية:

$. m^* = 0.1 m_0, \omega_{pl} \sim 10^{15} \div 10^{16} C^{-1}, Z \sim a$ (a ثابت الشبكة)

حالة حاملة الشحنة الكهربائية في حقل الكمون الذاتي:

تدل الصيغة العامة لعبارة $U_{SA}(Z)$ (16) (17,a,b,c) على أنهـا تتعلـق بشـكل أساسـي بالعازلية الكهربائية للطبقات، وبالأنزوتروبية – وبسماكة الطبقة.

تأخذ معادلة شرودينغر لحاملة الشحنة الكهربائية في الطبقة k=2 في حقل الكمـون الـذاتي الصيغة التالية:

$$\left\{ \frac{P_{\perp}^2}{2m_{\perp}^*} + \frac{P_{//}^2}{2m_{//}^*} + U_{SA}(Z) + U(Z) \right\} \Psi(\rho, Z) = E \Psi(\rho, Z) \qquad (27)$$

$U(Z)$: الحاجز الكموني عند حدود الطبقة. وبما أن كمـون الطاقـة الذاتيـة $U_{SA}(Z)$ لا يتعلـق بـ ρ (نصف القطر الشعاعي في المستوي xy) فإن حركة حاملة الشحنة في المسـتوي xy تعتبـر حركة حرة. وبالتالي يمكننا أن نعبر عن التابع الموجي $\Psi(\rho, z)$ كجداء تابعين:

$$\Psi(\rho, Z) = C_1 e^{i\vec{k}_{\perp}\vec{\rho}} \varphi(Z) \qquad (28)$$

$\varphi(Z)$ يصف حركة الشحنة الكهربائية في حقل الكمون التالي:

$$U_t(Z)=U_{SA}(Z)+U(Z) \tag{29}$$

ويحقق المعادلة التالية:

$$\left\{\frac{P_{//}^2}{2m_{//}^*}+U_1(Z)\right\}\varphi(Z)=E_t\varphi(Z) \tag{30}$$

وباستخدام تقريب الحاجز الكموني عند حدود الطبقة حيث أن:

$$U(Z)=\begin{cases}0,|Z|\leq \ell/2\\ \infty, Z\langle -\ell/2 Z\rangle \ell/2\end{cases} \tag{31}$$

وفي حفرة كمونية ضيقة (ℓ_2 صغيرة) يمكن النظر إلـــى $U_{SA}(Z)$ كحـــد تصـــحيح (اضـــطراب) ويكون لدينا:

$$E_t=E_{SQ}+E_{SA} \tag{32}$$

حيث أن:

$$E_{SQ}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_{//}^*\ell^2}n_1^2, n_1=1,2,3........ \tag{33}$$

E_{SA}– مساهمة الطاقة الذاتية والناتجة عن أخذ القيمة الوسطى لـــ(9,a,b,c) على التـــابع المـــوجي التالي:

$$\varphi_{n_1}(Z)=\left(\frac{2}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\left(\frac{\pi n_1}{\ell}Z\right) \tag{34}$$

$$E_{SA,n_1}(\ell)=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\bar{\varepsilon}_2\ell_2}\int_0^\infty dx\left(e^{2x}-\delta_1\delta_3\right)^{-1}\left\{\delta_1\delta_3+\frac{\pi^2n_1^2f_1e^{\pi x}\sinh x}{x\left(x^2+\pi^2n_1^2\right)}\right\} \tag{35}$$

وفي الحالة التي يتحقق فيها الشرط $E_{SQ}\langle E_{SA}$ و $f_1\rangle 0$ فإن لعبارة كمون الطاقة الذاتي شـــكل قطـــع مكافئ العلاقة (22) ويعطى حل معادلة شروديغر في هذه الحالة بالشكل التالي:

$$E_{SA,n_2}(\ell)=U_0+\hbar\omega\left(n_2+\frac{1}{2}\right); n_2=0,1,2,........ \tag{36}$$

$$\varphi_{n_2}(y)=A_ne^{-y^2/2}H_{2_2}(y) \tag{37a}$$

وحيث أن:

$$y=\left(\frac{m_{//}^*\omega_i}{\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}Z;\omega_i=\left\{\frac{e^2f_1J_2'}{\pi\varepsilon_0\in_2\ell^2m_{//}^*}\right\}^{\frac{1}{2}}; J_2'=\int_0^\infty\frac{x^2e^xdx}{e^{2x}-\delta^2} \tag{37b}$$

$H_{n_2(y)}$– كثير حدود هرميتي:

في الحالة التي تكون فيها إحدى طبقات الجملة معدن أو طبقة ذات عازلية كهربائية كبيـرة $f_1 \rangle 0$ يكون لعبارة $U_{SA}(Z)$ شكل قريب من الشكل المثلثي المعادلـة (26a) وبالتـالي فـي حـال تحقق الشرط $E_{SQ} \langle E_{SA}$ يكون لمعادلة شرودينغر (30) الحال التالي:

$$E_{SA,n_3}(\ell) = U'_0 + \left(\frac{\hbar^2}{2m^*_{//}}\right)^{\frac{1}{3}} \left\{\frac{3}{2}\pi e E_{eff}\left(n_3 + \frac{3}{4}\right)\right\}^{\frac{2}{3}}; n_3 = 0,1,2,..... \quad (38)$$

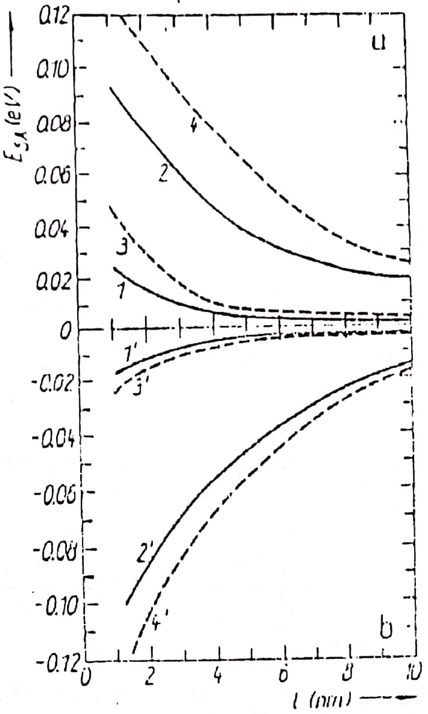
$$\varphi_{n3}(y) = \frac{\left(2m^*_{//}\right)^{\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{1}{2}}\left(eE_{eff}\right)^{\frac{1}{6}}\hbar^{\frac{2}{3}}} \left\{\left(\frac{2m^*_{//}eE_{eff}}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(Z - \frac{E_{n3}}{eE_{eff}}\right)\right\} \quad (39)$$

ومن المفيد تعيين مجال البارامترات التي من أجلها يتوافق الحل التحليلـي لطيـف الطاقـة المعطى بالعلاقات (26) و (38) مع الحلول الحسابية الناتجة عن حل معادلة شـرودينغر (27) مـن أجل الكمون (16) وذلك بمقارنة النتيجتين وتعيين مجال التطابق.

ويعبر الشكل (4.a) عن النتائج الحسابية لطاقة ارتباط حاملة الشـحنة فـي حقـل الكمـون الذاتي في طبقة CTde والمتوضعة على طبقة MgF2 وفي الشكل (4.b) متوضـعة علـى طبقـة معدن.

تبين هذه النتائج أن العلاقات النهائية (36) و (38) من أجـل $\epsilon_2 = 1$ تعطـي نتـائج مـن 5-10% أقل من النتائج التي نحصل عليها حسابياً باستخدام العلاقة (35).

وبمقارنة النتائج التحليلية مع الحسابية من أجل مواد أخرى تبـين بـأن العلاقتـين (36) و (38) تعطيان نتائج بدقة تصل حتى 10% في مجال سماكة للطبقة تتراوح بين 3-10nm.



الشكل (4)

الشكل (4) طاقة حاملة الشحنة في حقل الكمون الذاتي في طبقة CdTe متوضعة (a) على طبقة MgF2 (b) على طبقة معدن. وحيث $\in_2 = 1$ من أجل المنحنيات (1) و (1) و (3) و (3) و $0.3 \ \in_2$ من أجل المنحنيات (2)، (2) (4)، (4) وقد رسمت المنحنيات (1)، (2)، (1)، (2) باستخدام العلاقة (39) رسمت المنحنيات (3)، (4) باستخدام العلاقة (35) والمنحنيات (3)، (4) بساتخدام العلاقة (38).

REFERENCES المراجع

[1] S. I. Beril, E. P. Pokatilov, V. M. Fomin, and G. I. Pogoriiko, In: Opticheskie
cvoistva Poluprovodmikov, Izd. Stiintsa, Kishinev 1986 (p. 96).
[2] E. P. Pokatilov, S. I. Beril, and V. M. Fomin, Fiz. Tverd. Tela 27, 1892 (1985).
[3] E. P. Pokatilov, S. I Beril, V. M. Fomin, and G. A. Pogoraiko, phys. stat. sol. (b)
130,916,(1985).
[4] E. P. Pokatilov, S. I Beril, and V. M. Fomin, phys. stat. sol. (b) 147, 163 (1988).
[5] E. P. Pokatilov, S. I Beril, and V. M. Fomin. V. G. Litovchenko, D. V. Korbutyak,
E. A. Lashkevich, and E. V. Michailovskaya, phys. stat. sol. (b) 145, 535 (1988).
[6] E. P. Pokatilov, S. A. Beril, and V. M. Fomin, Poverkhonost 5,5 (1988).
[7] E. P. Pokatilov,and V. M. Fomin, Teoriya Potentsiala v mnogosloinyh Systemah.
Part 1, Dep. Ruk. N 366 M-D 84, MoldNIINTI, Kishinev 1983; Part 2, Dep, Ruk.
N 388M-D 84 MoldNIINTI Kishinev 1984.
[8] E. P. Pokatilov.and V. M. Fomin and S. I. Beril, Vibrtional Excitions, Polarons and
Excitons in Multilayer structures Kishinev 1992.