

Calculation of Rotational Energy levels of $^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$, $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$, $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$, $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$ Nuclei by a the IBM-2 Model

Dr. Amir TFIHA *

(Received 15 / 7 / 2017. Accepted 14/ 11 /2017)

□ ABSTRACT □

The interacting boson model-2 (IBM-2) model proposed as a link to the shell model, the basic idea of this model is to employ the observations of Talmi, and Federman that valence nucleons are what causes the deformation of the nucleus, and the IBM-1 model can be viewed as a case of IBM-2 in which proton And neutron are indistinguishable. The results showed the success of IBM-2 in calculating the energy levels of the studied nuclei

$^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$, $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$, $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$, $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$, and the calculations of the transition probability ratio showed the shape of these nuclei from its initial energy levels to the spherical shape.

Keywords: *Interactive boson - rotational - transition probability – energy levels.*

* Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.
amirtfiha@yahoo.com

حساب السويات الطاقية الدورانية للنوى

$${}_{56}^{122}Ba_{66}, {}_{56}^{124}Ba_{68}, {}_{58}^{126}Ce_{68}, {}_{58}^{128}Ce_{70}, {}_{60}^{130}Nd_{70}, {}_{60}^{132}Nd_{72}$$

باستخدام نموذج البوزونات المتفاعلة-2

الدكتور أمير تفيحة*

تاريخ الإيداع 15 / 7 / 2017. قُبِلَ للنشر في 14 / 11 / 2017

□ ملخص □

اقترح نموذج IBM-2 كحلقة وصل إلى نموذج القشرة، الفكرة الأساسية لهذا النموذج هي توظيف ملاحظات Talmi, و Federman بأن نكليونات التكافؤ هي ما يسبب تشوه النواة، و يمكن النظر إلى نموذج IBM-1 كحالة من حالات IBM-2 لا يتم التفريق فيها بين البروتون والنيوترون. أظهرت النتائج نجاح نموذج البوزونات المتفاعلة من النوع الثاني في حساب المستويات الطاقية للنوى المدروسة ${}_{56}^{122}Ba_{66}, {}_{56}^{124}Ba_{68}, {}_{58}^{126}Ce_{68}, {}_{58}^{128}Ce_{70}, {}_{60}^{130}Nd_{70}, {}_{60}^{132}Nd_{72}$ ، وأبدت حسابات نسبة احتمالات الانتقال أن شكل هذه الانوية في المستويات البدئية هو شكل الكروي،
الكلمات المفتاحية: البوزونات المتفاعلة - الدورانية - احتمالات الانتقال - المستويات الطاقية .

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية. amirtfiha@yahoo.com

مقدمة:

لاتزال المحاولات مستمرة لوضع نموذج يكشف المعاملات المسؤولة عن ظهور تشوه كبير في نوى منطقة الكتلة $A > 100$. ويعد نموذج البوزون المتفاعل الأول (IBM-1) المقترح من قبل كل من (Arima and Iachello) [1] أحد النماذج الناجحة في وصف الحركة الجماعية النووية في نوى الكتلة المتوسطة والثقيلة. يعالج نموذج البوزون المتفاعل الأول حركة النيوكليونات داخل النواة على أساس أنها حركة مجموعة من الجسيمات المزدوجة تدعى بالبوزونات.

لا يميز نموذج البوزونات المتفاعل الأول بين بوزونات البروتونات (s_π, d_π) وبوزونات النيوترونات (s_ν, d_ν) إذ يتم احتساب عدد البوزونات (بوزونات البروتونات N_π وبوزونات النيوترونات N_ν) كأزواج من الجسيمات بدءاً من أقرب طبقة مغلقة وحتى منتصف الطبقة التي تليها أي أن عدد البوزونات (N) يساوي عدد أزواج لجسيمات الواقعة خارج الطبقة المغلقة، أما إذا كان أكثر من نصف الطبقة ممتلئاً فإن (N_π) و (N_ν) تؤخذ كعدد أزواج الثقوب. يقسم نموذج البوزونات المتفاعلة الأول (IBM-1) إلى ثلاث سلاسل بثلاثة حلول تحليلية في ضوء حل مسألة القيم الذاتية لهاملتون IBM-1. [2,3]

يعتبر نموذج البوزون المتفاعل بين النيوترون والبروتون (IBM-2) امتداد لنموذج البوزون المتفاعل (IBM-1) الذي لا يتم فيه التمييز بين بوزونات النيوترون والبروتون. وقد تم اقتراح IBM-2 كحلقة وصل إلى نموذج القشرة، اللبنة الأساسية لـ IBM-2 هي بوزونات s_ρ و d_ρ ($\rho = \pi, \nu$)، والتي تعتبر تقريباً لأزواج البروتون (النيوترون) ذات السبين - نوعية +0 و +2 [2,3].

أهمية البحث وأهدافه:

تعتبر منطقة العدد الكتلي $A \approx 120$ ذات أهمية نوعية لفهم التبدل التدريجي في شكل النواة من الشكل الكروي إلى الشكل المشوه مروراً بمرحلة انتقالية. يهدف هذا البحث لدراسة

الشكل المشوه مروراً بمرحلة انتقالية. يهدف هذا البحث لدراسة $^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$, $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$, $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$, $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$ في إطار نموذج البوزونات المتفاعل -2.

طرائق البحث ومواده:

تتم حسابات هذا البحث باستخدام برنامج الفورتان-90، ويتم استخدام برنامج لاجراء عملية الاستيفاء للحصول على أفضل المعاملات للنوى قيد الدراسة، ويتم استخدام برنامج لحساب السويات الطاقية للنوى وذلك بتقطير مصفوفات الهاملتوني المشكل، ومن ثم يتم حساب احتمالات الانتقال لهذه النوى.

نموذج البوزونات المتفاعل الثاني IBM-2 :

اقترح نموذج IBM-2 كحلقة وصل إلى نموذج القشرة، الفكرة الأساسية لهذا النموذج هي توظيف ملاحظات Talmi و Federman [4,5] بأن نكليونات التكافؤ هي ما يسبب تشوه النواة، ويمكن النظر إلى نموذج IBM-1 كحالة من حالات IBM-2 لا يتم التفريق فيها بين البروتون والنيوترون. [6,7]

يحتوي نموذج IBM-2 على مؤثرات التكوين والفناء التالية:

$$b_{\pi,jm}^+ = s_{\pi}^+, d_{\pi,m}^+ \quad (m = -2, -1, 0, +1, +2) \quad (1)$$

$$b_{\nu,jm}^+ = s_{\nu}^+, d_{\nu,m}^+ \quad (m = -2, -10, +1, +2)$$

$$b_{\pi,jm}^- = s_{\pi}, d_{\pi,m}^- , b_{\nu,jm}^- = s_{\nu}, d_{\nu,m}^- \quad (m = -2, -1, 0, +1, +2) \quad (2)$$

N_{π} و N_{ν} هي أعداد كمية وبذلك يجب أن يحقق المؤثر الهاملتوني:

$$[H, N_{\pi}] = [H, N_{\nu}] \quad (3)$$

وباستعمال المعادلة:

$$N_{\pi} = \sqrt{5} [d_{\pi}^+ \times d_{\pi}^-]^{(0)} + s_{\pi}^+ s_{\pi} \quad (4)$$

وكذلك N_{ν} . فنحصل على المؤثر الهاملتوني يعطى بالعلاقة التالية :

$$H = H_{\pi} + H_{\nu} + V_{\pi\nu} \quad (5)$$

حيث $V_{\pi\nu}$ مؤثر الكمون المختلط .

تكون صيغة المؤثر الهاملتوني لنموذج (IBM-2) كما يلي :

$$H = \varepsilon_n N + v_n N^2 + (\varepsilon d + v_{nd} N) n_{d,\pi+\nu} + v_d n_{d,\pi+\nu}^2 + v_r P_{\pi+\nu}^2 + v_t T_{\pi+\nu}^2 + v_j J_{\pi+\nu}^2 + v_q Q_{\pi+\nu}^2 \quad (6)$$

تمثل الحدود في الهاملتوني تفاعل الاقتران بين النكليونات المتماثلة ، التفاعل الرباعي بين البوزونات غير المتطابقة والتفاعل المتبقي بين النيوترون -النيوترون ،والبروتون -البروتون و تفاعل "التبادل" الذي يؤثر على السويات غير المتماثلة في البروتون والنيوترون .

$$\hat{n}_d = (d^{\dagger} \cdot \tilde{d}), \quad (7)$$

$$\hat{P}^{\dagger} = \frac{1}{2}(d^{\dagger} \cdot d^{\dagger} - s^{\dagger} \cdot s^{\dagger})$$

$$\hat{P} = (\hat{P}^{\dagger})^{\dagger} = \frac{1}{2}(d \cdot d - s \cdot s)$$

$$\hat{J} = \sqrt{10}[d^{\dagger} \times \tilde{d}]^{(1)}$$

$$\hat{Q} = [d^{\dagger} \times s + s^{\dagger} \times \tilde{d}]^{(2)} + \chi[d^{\dagger} \times \tilde{d}]^{(2)},$$

$$\hat{T}_3 = [d^{\dagger} \times \tilde{d}]^{(3)},$$

$$\hat{T}_4 = [d^{\dagger} \times \tilde{d}]^{(4)}$$

$$\hat{T} = \hat{T}_3 + \hat{T}_4$$

تؤخذ درجات حرية النيوترونات والبروتونات بشكل صريح في نموذج IBM-2 ، وهي ميزة كونها أقرب إلى النظرية المجهرية ، وتكون المصفوفات أكبر بكثير، يمكن كتابة الهاملتوني بالشكل التالي [8,9]:

$$H = \varepsilon(\tilde{n}_{d_{\nu}} + \tilde{n}_{d_{\pi}}) + \kappa(Q_{\nu} Q_{\pi}) + \tilde{\kappa}(Q_{\nu} Q_{\nu} + Q_{\pi} Q_{\pi}) + V_{\nu\nu} + V_{\pi\pi} + M_{\nu\pi} \quad (8)$$

$$\tilde{n}_{d_{\rho}} = d^{\dagger} \tilde{d}, \quad \rho = \nu, \pi$$

حيث ε هي طاقة البوزون- d ، κ قوة التفاعل الرباعي بين بوزونات النيوترون والبروتون، $\rho = \nu$ ، χ_ρ معامل التشوه الرباعي للنيوترونات $\rho = \nu$ والبروتونات $\rho = \pi$ أما $M_{\nu\pi}$ فهي قوة ماجورانا، والتي لها الشكل [10]:

$$M_{\nu\pi} = \frac{1}{2} \xi_2 (s_\nu^+ d_\pi^+ - d_\nu^+ s_\pi^+)^{(2)} (\tilde{s}_\nu^+ \tilde{d}_\pi^+ - \tilde{d}_\nu^+ \tilde{s}_\pi^+)^{(2)} \quad (9)$$

$$- \sum_{k=1,3} \xi_k (d_\nu^+ d_\pi^+)^{(k)} (\tilde{d}_\nu^+ \tilde{d}_\pi^+)^{(2)}$$

تفاعل رباعي القطب بين البوزونات المتشابهة، $\tilde{\kappa}(Q_\nu Q_\nu + Q_\pi Q_\pi)$

يأخذ مؤثر الانتقال الشكل: $\hat{T}_\mu^{(E2)} = \alpha_2 [d^\dagger \times \tilde{s} + s^\dagger \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} + \beta_2 [d^\dagger \times \tilde{d}]_\mu^{(2)}$

حيث α_2 و β_2 معاملات تأخذ قيم عشوائية، واحتمال الانتقال $B(E2; J_i \rightarrow J_f)$ يعطى بالعلاقة [10]:

$$B(E2; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle J_f \| \hat{T}_\mu^{(E2)} \| J_i \rangle \right|^2 \quad (10)$$

العنصر المصفوفي $\langle J_f \| \hat{T}_\mu^{(E2)} \| J_i \rangle$ للانتقال E2 [11,12]

$$B(E2; J + 2 \rightarrow J) = \alpha_2^2 \frac{3}{4} \frac{(J + 2)(J + 1)}{(2J + 3)(2J + 5)} (2N - J)(2N + J + 3) \quad (11)$$

وحيث أن:

$$Q(J) = -\alpha_2 \left(\frac{16\pi}{40} \right)^{1/2} \frac{J}{2J + 3} (4N + 3) \quad (12)$$

فتصبح علاقة احتمال الانتقال $B(E2; J_i \rightarrow J_f)$ [12]:

$$B(E2; J + 2 \rightarrow J) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q^2 \frac{3}{2} \frac{(J + 2)(J + 1)}{(2J + 3)(2J + 5)} \quad (13)$$

$$Q(J) = -eQJ/(2J + 3) \quad (14)$$

ويمكن حساب النسبة:

$$R_1 = \frac{B(E2; 4_1 \rightarrow 2_1)}{B(E2; 2_1 \rightarrow 0_1)} \quad (15)$$

النتائج والمناقشة:

أجريت الحسابات باستخدام البرنامج NPBOS [13] بإدخال السويات الطاقية للنوى $^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$, $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$, $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$, $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$ ، حسب المعاملات بعملية استيفاء باستخدام قيم الطاقة للسويات 2^+ حتى 8^+ ، عوملت المعاملات على أنها حرة وتم حساب قيمها التقريبية من خلال مدى ملائمتها لطاقات السوية المقاسة وذلك باختيار قيم للمعاملات ثم السماح لمعامل واحد بالتغير مع الحفاظ على

ثبات بقية المعاملات حتى الحصول على أفضل القيم ملائمة . كررت هذه العملية حتى تم الحصول على قيم متوافقة. وحصلنا على المعاملات المبينة في الجدول (1).

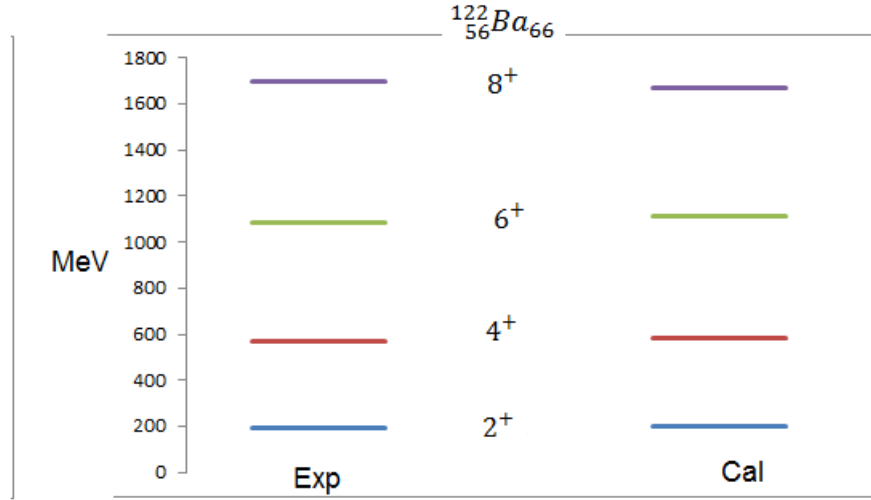
حسبنا المستويات الطاقية الدورانية بالنموذج IBM-2، شكل (1)

حسبنا في هذا البحث قيم احتمالية الانتقال رباعي القطب الكهربائي باستعمال نموذج IBM-2 . للأتوية قيد الدراسة حيث استعملت المعاملات المبينة في الجدول (2).

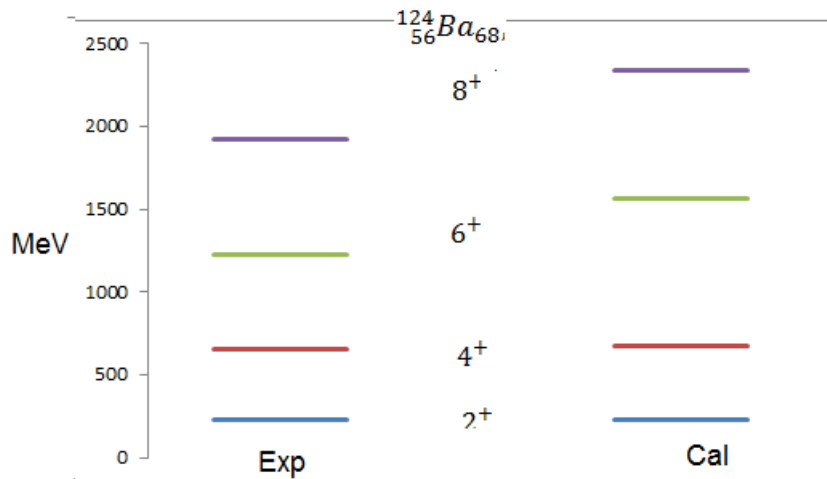
الجدول (1) أفضل القيم الملائمة لمعاملات الهاميلتوني . جميع المعاملات لها الوحدة MeV إلا χ_π ، χ_ν بدون وحدة

$^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$ ، $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$ ، $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$ ، $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$ ، $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$.

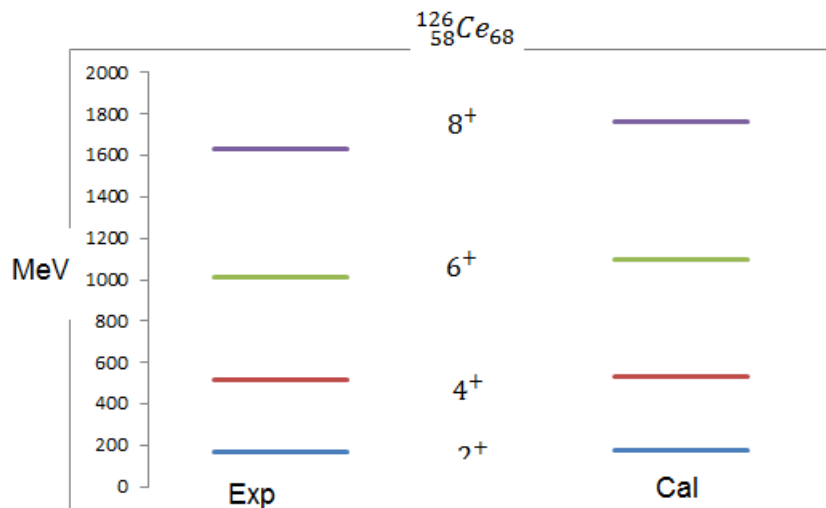
النواة	ϵ_d	κ	χ_π	χ_ν	$C_{0\nu}$	$C_{2\nu}$	$C_{4\nu}$	$C_{0\pi}$	$C_{2\pi}$	$C_{4\pi}$	$\xi_1 = \xi_3$	ξ_2
$^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$	0.61	-0.15	-0.91	0.05	0.003	0.002	0.01	0.02	0.01	0.51	0.14	-0.4
$^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$	0.64	-0.15	-0.91	0.05	0.003	0.002	0.02	0.03	0.02	0.60	0.14	-0.4
$^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$	0.51	-0.15	-0.76	0.2	0.003	0.002	0.02	0.03	0.02	0.60	0.14	-0.4
$^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$	0.56	-0.15	-0.76	0.37	0.003	0.002	0.025	0.03	0.02	0.62	0.14	-0.4
$^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$	0.37	-0.15	-0.62	0.37	0.003	0.002	0.025	0.03	0.02	0.62	0.14	-0.4
$^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$	0.5	-0.15	-0.62	0.53	0.003	0.002	0.025	0.03	0.02	0.62	0.14	-0.4



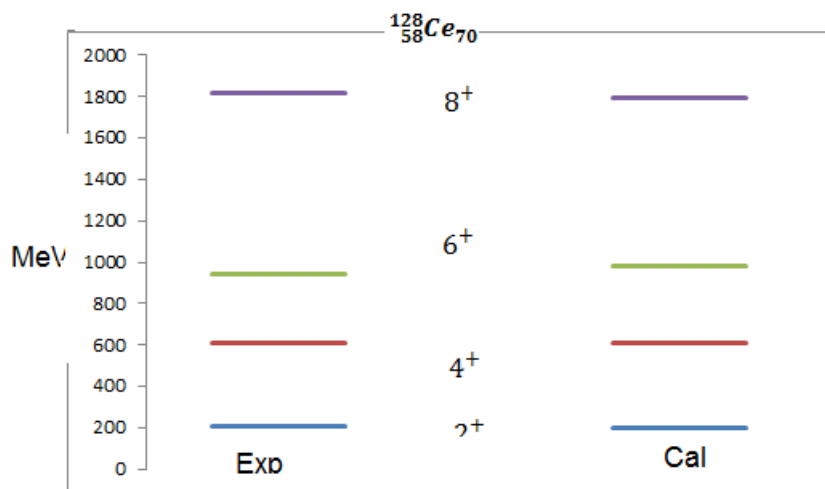
الشكل (a-1) المستويات الطاقية بالنموذج IBM-2 للنواة $^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$ القيم التجريبية من المرجع [14]

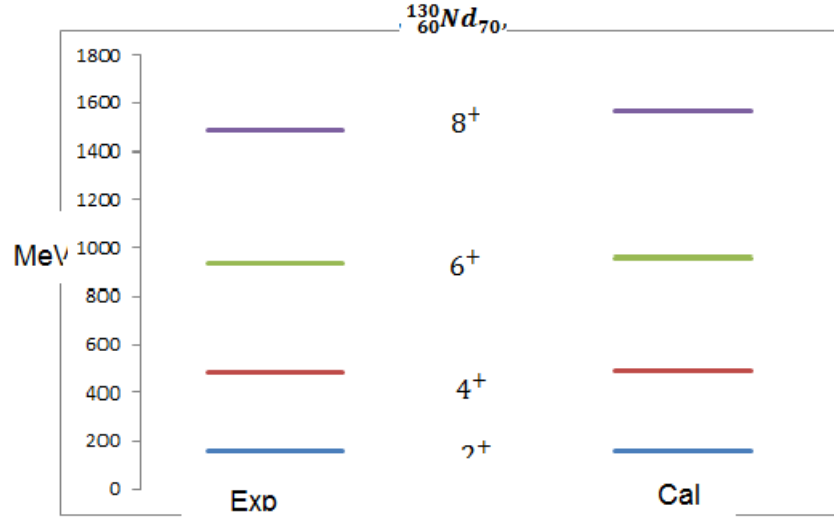
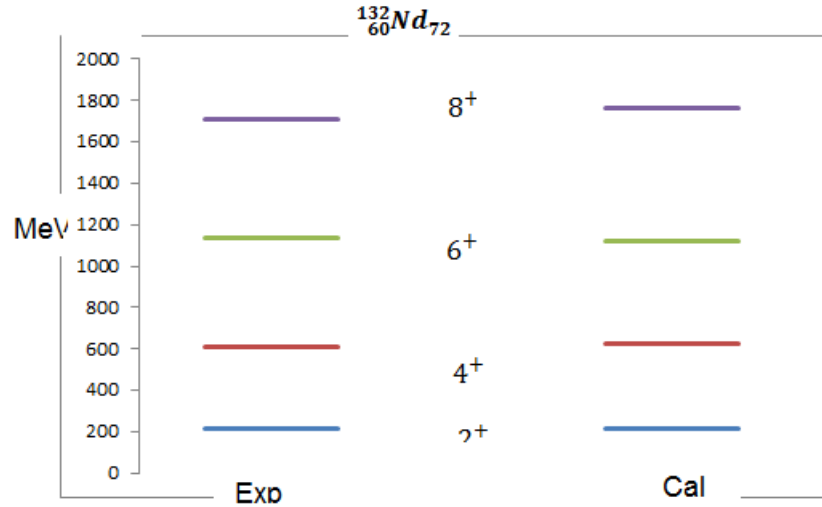


الشكل (b-1) المستويات الطاقية بالنموذج IBM-2 للنواة $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$ القيم التجريبية من المرجع



الشكل (c-1) المستويات الطاقية بالنموذج IBM-2 للنواة $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ القيم التجريبية من المرجع [14]



الشكل (d-1) المستويات الطاقية بالنموذج IBM-2 للنواة $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$ القيم التجريبية من المرجع [14]الشكل (e-1) المستويات الطاقية بالنموذج IBM-2 للنواة $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$ القيم التجريبية من المرجع [14]الشكل (f-1) المستويات الطاقية بالنموذج IBM-2 للنواة $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$ القيم التجريبية من المرجع [14]

يظهر الجدول (2) نسبة احتمالات الانتقال للنوى المدروسة وفق نموذج البوزونات المتفاعلة IBM-2. تظهر النتائج انتماء السويتين 2 و 4 للنوى المدروسة للشكل الكروي، والدراسات النظرية تقترح أن التغيير من البنية الكروية إلى البنية المشوهة يرتبط بنيوترون فردي أو بروتون فردي. ويقترح أيضاً أن التفاعلات الفعالة بين النيوترون والبروتون لها تشوه، في حين أن تفاعلات النيوترون والنيوترون والبروتون والبروتون ذات طبيعة كروية.

الجدول (2) نسبة احتمالات الانتقال للنوى المدروسة وفق نموذج البوزونات المتفاعلة IBM-2 .

النواة	$^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$	$^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$	$^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$	$^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$	$^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$	$^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$	U(5)	SU(3)	O(6)
	R_1	1.42	1.44	1.33	1.33	1.35			

الاستنتاجات والتوصيات:

أظهرت النتائج نجاح نموذج البوزونات المتفاعلة من النوع الثاني في حساب المستويات الطاقية للنوى المدروسة $^{122}_{56}\text{Ba}_{66}$, $^{124}_{56}\text{Ba}_{68}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, $^{128}_{58}\text{Ce}_{70}$, $^{130}_{60}\text{Nd}_{70}$, $^{132}_{60}\text{Nd}_{72}$ ، وأبدت حسابات نسبة احتمالات الانتقال أن شكل هذه الانوية في المستويات البدئية هو شكل الكروي،

إن الشكل المشوه للنواة يظهر بشكل واضح عند وجود نيوترون أو بروتون مفرد كما توضح الدراسات النظرية، لذلك فإن دراسة أنوية لها عدد بروتونات أو نيوترونات مفرد سيكون ملائماً لمعرفة تغير شكل النواة من الكروي إلى المشوه.

المراجع:

- [1] IACHELLO, F.; ARIMA, A. Boson symmetries in vibrational nuclei. *Physics Letters B*, 1974, 53.4: 309-312.
- [2] Casten R. F., Nuclear Structure from a Simple Perspective. Thomson Learning., Oxford University Press,1990.
- [3] Casten R.F. and Warner D.D., The interacting Boson Approximation, *Rev. Mod. Phys.* 60, 389, 1988.
- [4] TALMI, Igal. Shell Model Structure of the Interacting Boson Model and the Interacting Boson Fermion Model. In: *Contemporary Research Topics in Nuclear Physics*. Springer, Boston, MA, 1982. p. 435-449.
- [5] FEDERMAN, P.; PITTEL, S. Unified shell-model description of nuclear deformation. *Physical Review C*, 1979, 20.2: 820
- [6] محمد عبد الأمير الشريفي؛ أحمد محسن شعيب؛ عبد الرضا حسين صبر. استعمال نموذج البوزونات المتفاعلة (A= 100,102). *Journal of University of Babylon*, 2013, 21.5.
- [7] Pfeifer W., An introduction to interacting boson model of atomic nucleus, Plenum Press (ISBN 3-7281-2520-2) Switzerland ,2008 .
- [8] TURKAN, Nurettin; MARAS, Ismail. Microscopic interacting boson model calculations for even-even 128–138Ce nuclei. *Pramana*, 2007, 68.5: 769-778.
- [9] RIKOVSKA, J., et al. IBA-2 model calculation on even mass tellurium isotopes compared with results of recent nuclear orientation experiments. *Hyperfine Interactions*, 1985, 22.1: 405-412
- [10] BIJKER, R., et al. Description of the Pt and Os isotopes in the interacting boson model. *Nuclear Physics A*, 1980, 344.2: 207-232.
- [11] DOBEŠ, J. Approximate IBM-2 calculations. *Nuclear Physics A*, 1987, 469.3: 424-436.

- [12] BÖYÜKATA, Mahmut; ULUER, Ihsan. Investigation of some even-even selenium isotopes within the interacting boson model-2. *Central European Journal of Physics*, 2008, 6.3: 518-523.
- [13] T. Otsuka and N. Yoshida, program NPBOS, Japan Atomic Energy Research institute report JAERI – M85 – 094, 1985.
- [14] ENSDF , Nuclear Data Sheet, 2010 , (www.nndc.bnl.gov/ensdf).