

الطنين المغناطيسي في سائل فرمي المشحون في فراغ ذي بعدين

الدكتور محمود أحمد*

الدكتور محمد موسى*

(قبل للنشر في 1998/12/6)

□ الملخص □

ابتداءً من المعادلة الحركية للمغنته، حُسبت الطواعية الديناميكية السبينية، حيث أُجري الحساب بسلسلة حدود وفق بارامترات (معاملات) لاندوا B_ℓ في سائل فرمي، وقد أعطت الصيغ الناتجة من حل المعادلة الحركية وصفاً تقريبياً لانتشار أمواج السبين (أمواج الكثافة المغناطيسية) في المعدن من أجل (ℓ) اختياري وحُسبت شدة الاهتزاز عندما $(\ell = 0, 1)$ كما تم توضيح إمكانية حساب بارامترات لاندوا (B_ℓ) من مراتب عليا تجريبياً.

Studying Phenomena of Magnetic Resonance in Two Dimensional (2D) charged Fermi Liquids.

Dr . Mahmoud Ahmad*
Dr. mohammad Moussa*

(Accepted 6/12/1998)

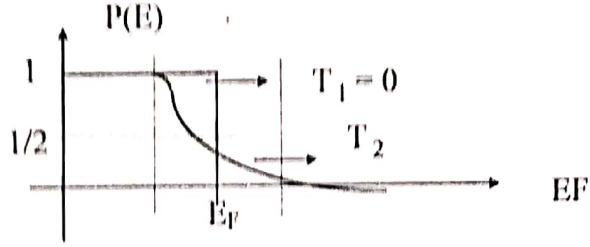
□ ABSTRACT □

Starting from the transport equation for spin magnetization the transfer dynamic spin susceptibility is calculated in term of the Landau two-dimensional Fermi Liquid Parameters B_ℓ .

The formula allaws to estimate the dispersion relation of spin waves with arbitrary (ℓ) and the oscillator strength of the modes was calculated with $\ell = 0, 1$.

with higher (1) is ℓ The possibility of experimental determination of the parameters B discussed.

*Lecturer- Department of physics Faculty of Sciences Tishreen University Lattakia – Syria



الشكل (2) يمثل تابع توزيع فرمي بدرجات حرارة مطلقة $T > 0$

يمكننا بتقريب جيد اعتبار سطح سوية فرمي عبارة عن كرة مع الإشارة إلى أن الإلكترونات القريبة من هذا السطح والتي عزمها قريب من عزم فرمي (P_F) هي فقط تلك التي تساهم في ظواهر الانتشار وأطلق عليها لاندوا اسم أشباه الجسيمات (quasi-particles)، وللمزيد من التفاصيل حول نظرية لاندوا يمكن العودة إلى المراجع التالية [4-5-6]. استخدم لاندوا مفهوم شبه العنصر في النظرية ليحل محل الإلكترون الحر في دراسة الجمل المكونة من عناصر كثيرة (many bodies problems) التي تقول إن طاقة جملة إلكترونات حرة تساوي مجموع طاقات الكثرونات الجملة، وعلى العكس من ذلك فإن طاقة جملة أشباه عناصر لا تساوي مجموع طاقات أشباه عناصر هذه الجملة، بل إن طاقة الجملة مرتبطة بتابع التوزيع الإحصائي وفقاً للعلاقة التالية:

$$E_p = E_p + \sum_{p'} f_{pp'} \delta n_{p'} \quad (3)$$

حيث: $E_p = \frac{\partial E}{\partial n_p}$: طاقة الإلكترون الحر

n_p : تابع التوزيع الإحصائي للجملة

الحد الثاني $f_{pp'} \equiv \frac{\partial^2 E}{\partial n_p \partial n_{p'}} \equiv f_{p'p}$ يمثل التأثير المتبادل بين أشباه العناصر

علماً أن $f_{pp'} \equiv 0$ في جملة إلكترونات حرة.

سمي التابع $f_{pp'}$ تابع لاندوا، وبمعرفة هذا التابع يمكن التعرف على الكثير من الخواص الفيزيائية للمادة.

تمكّن لاندوا - سلين بإهمال التأثير سبين - مدار (spin-orbit) والأخذ في الاعتبار التأثير المتبادل سبين - سبين

(spin - spin) ومدار - مدار (orbit-orbit) من كتابة التابع $f_{pp'}$ على الشكل التالي [2,3,5].

$$f(pp', \sigma\sigma') \Big|_{p \neq p' = p_F} = \left(\frac{dn}{d\varepsilon} \right)^{-1} \sum_{\ell} \left[A(P, P') + B(P, P') \sigma\sigma' \right] P_{\ell} \cos \varphi \quad (4)$$

حيث: $A(P, P')$ القسم المداري من تابع التأثير المتبادل. وهو يتضمن الخواص غير المغناطيسية لسائل فرمي.

$B(P, P')$ الحد المتعلق بالسبين من تابع التأثير المتبادل. $\cos \varphi$ توابع ليجندر.

φ الزاوية بين العزمين الحركيين للجسمين المتفاعلين.

يصف تابع توزيع فرمي - ديراك سطح سوية فرمي في معدن في حال عدم وجود أي اضطراب والذي يأخذ شكلاً

كروياً في هذه الحالة، بينما يصبح قريباً من الشكل الكروي عند تطبيق اضطراب خارجي ضعيف [7,8].

يمكن نشر تابع لاندائو - سيلين (4) في حالة الاضطراب الضعيف بسلسلة توابع كروية مثل توابع ليجندر، وهذا ما يوافق حالة فراغ ذي ثلاثة أبعاد [9,10,11]، أما في حالة فراغ ذي بعدين وهي موضوع دراستنا الحالية فإن المقطع العرضي لسطح سوية فرمي الكروي أو القريب جداً من الشكل الكروي يكون على شكل دائرة، وعلى سطح هذه الدائرة نستطيع نشر التابع (4) على شكل سلسلة فورييه [10].

2- المعادلة الحركية المستخدمة في الحسابات:

نستخدم المعادلة الحركية في عملية الحساب والتي تتطابق مع معادلة بولتزمان التي تصف سلوك مجموعة هائلة من الجسيمات وهي معادلة تفاضلية من الشكل:

$$\frac{df}{dt} = I(f) \quad (5)$$

يسمى الطرف الأيمن $I(f)$ من المعادلة (5) بتكامل التصادم (collision integral).

لقد استخدمت هذه المعادلة لدراسة ظواهر الانتشار في المعادن وأشباهها وأعطت نتائج جيدة في حساب معاملات الانتقال (transport-coefficient) وإيجاد العلاقات الرياضية التي تصف انتشار الاضطراب في الجمل المؤلف من إلكترونات كثيرة.

تكتب المعادلة (5) بتابعية تابع توزع فرمي - ديراك على النحو التالي:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (6)$$

في الحالة التي تُدرس فيها إلكترونات الناقلية لأشياء العناصر (quasi-particle) في المادة بعد الأخذ في الاعتبار التأثيرات المتبادلة بينها (interaction) كما سماها لاندائو [2] يمكن حل المعادلة السابقة مع اعتبار تابع التوزيع الإحصائي n_p (هو تابع لاندائو - سيلين الذي يدخل فيه سبين الإلكترون). نعلم أن وجود معدن في حقل مغناطيسي خارجي ثابت H_{dc} لا يؤثر على الوضع السبيني في هذا المعدن، لكن عند تطبيق اضطراب من النوع (H_{ac}) (حقل خارجي غير ثابت) فإن كثافة السبين تتحرف عن القيم النظامية، وبالتالي فإن المحصلة السبينية في مثل هذه الحالة تكون مغايرة للصفر وهذا ما أسماه لاندائو المغناطيسية الطردية لباولي (pauli-paramagnetism)، في حين أن السعة الحرارية للجلمة (مثلاً) لا تتأثر بتابع التأثير المتبادل (Interaction function)، ولا تظهر في عبارة السعة الحرارية أية إشارة تدل على التأثير المتبادل بين الجسيمات وذلك بخلاف اضطراب الكثافة المغناطيسية الذي يتأثر تأثيراً مباشراً بذلك.

يكتب تابع لاندائو - سيلين على النحو التالي:

$$f(p, \sigma; p', \sigma') = f(p', \sigma'; p, \sigma) \quad (7)$$

بما أننا ندرس تابع توزيع الكثافة المغناطيسية في المعدن فإننا سنرمز للتابع f بـ M من الآن فصاعداً وبهذا تكتب المعادلة (6) بدلالة الكثافة المغناطيسية M على الشكل التالي:

$$\beta \omega H_{ac} + \omega M - ZW\tilde{M} - 2\beta H_{dc}\tilde{M} + i\omega_c \frac{\partial \tilde{M}}{\partial \varphi} = iJ[\tilde{M}] \quad (8)$$

للمزيد من الإيضاح يمكن العودة الى المراجع [4-5-6].

تسمى هذه الصيغة معادلة لاندائو - سيلين الحركية التي استخرجت من معادلة بولتزمان الحركية أيضاً، وأجريت على هذه المعادلة تحويلات عديدة لحل كل من مسائل الصوت الصفري، السعة الحرارية والناقلية الكهربائية.

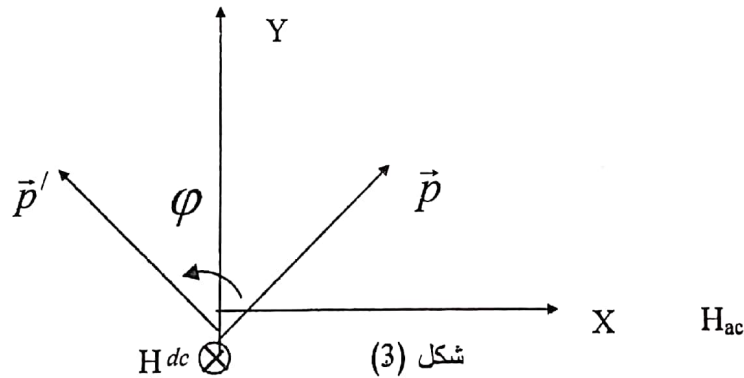
حيث لدينا في المعادلة (8)

H_{ac} : حقل الاضطراب الخارجي وهو متغير وضعيف الشدة بالنسبة للحقل الثابت.

- ω : تواتر الاضطراب الخارجي .
- $W = \hat{P} \cdot \hat{k}$ وحيث \hat{P}, \hat{k} أشعة واحدة، \vec{k} الشعاع الموجي، \vec{P} العزم الحركي لشبه العنصر .
- $V_F k Z = V_F$ سرعة فرمي ، k طولية الشعاع الموجي .
- $M(\vec{p})$: الكثافة المغناطيسية في حالة التوازن .
- $\tilde{M}(\vec{p})$: الكثافة المغناطيسية بعد تطبيق حقل اضطرابي خارجي .
- ω_c : التواتر السيكلتروني في حقل خارجي .
- $J[\tilde{M}]$: تكامل التصادم .
- H_{dc} : حقل مغناطيسي منتظم .
- β : مغنون بور في حالة أشباه المعادن .

3- معادلات الانتشار وحساب طاقة موجة الكثافة السبينية باستخدام المعادلة الحركية و باختيار تابع التوزيع للكثافة المغناطيسية (\tilde{M})

لقد حُلَّت المعادلة الحركية المتعلقة بالكثافة المغناطيسية في فراغ ذي ثلاثة أبعاد (3D) باستخدام الإحداثيات الكروية وتوابع ليجندر [8]. ولحل هذه المعادلة بالنسبة للكثافة المغناطيسية في فراغ ذي بعدين سوف نستخدم جملة الإحداثيات الموضحة في الشكل (3) التالي:



الشكل (3) يمثل جملة الاحداثيات المستخدمة حيث \vec{p}, \vec{p}' العزم الحركي للجسمين المتفاعلين .

نختار H_{dc} الحقل المغناطيسي الثابت عمودياً على المستوى (XY) ونختار H_{ac} الحقل المغناطيسي المتغير باتجاه المحور (X).

ضمن هذه الشروط نستطيع نشر تابع التأثير المتبادل سبين-سبين (spin-spin) في الفراغ (2D) وفق سلاسل فورييه [12,13] على النحو التالي:

$$B(\vec{p}, \vec{p}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} B_{\ell} \cos \ell(\varphi - \varphi') \quad (9)$$

حيث φ' الزاوية الابتدائية

في حالة عدم وجود اضطراب خارجي يمكن نشر تابع الكثافة المغناطيسية وفقاً لسلاسل فورييه بالشكل التالي [10] :

$$M(\vec{p}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (M_{\ell} \cos \ell \varphi + N_{\ell} \sin \ell \varphi) \quad (10)$$

حيث N_ℓ, M_ℓ معاملات النشر

إن تطبيق حقل مغناطيسي خارجي على الجملة يؤدي إلى انحراف عن وضع التوازن ونحصل على انحراف المغنطة وفقاً للعلاقة التالية [4]:

$$\tilde{M}(p, p') = M(\bar{p}) + \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} B(p, p') M(\bar{p}') \quad (11)$$

بتعويض كل من $M(\bar{p})$ و $B(\bar{p}, \bar{p}')$ بقيمته في (11) وإجراء الحساب نجد ان:

$$M(\bar{p}, \bar{p}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(1 + \frac{B_\ell}{2}\right) (M_\ell \cos \ell \varphi + N_\ell \sin \ell \varphi) \quad (12)$$

وتسمح هذه العلاقة بدورها بكتابة تكامل التصادم $J[\tilde{M}]$ في (8) على النحو التالي:

$$J(\tilde{M}) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \left(\frac{1 + \frac{B_\ell}{2}}{\tau_\ell} \right) (M_\ell \cos \ell \varphi + N_\ell \sin \ell \varphi) \quad (13)$$

حيث τ_ℓ هو الزمن الفاصل بين اصطدامين متتاليين بين أشباه العناصر.

بتعويض المعادلات (10,11,12,13) في المعادلة الحركية (8) والاكتفاء بالنشر حتى حد اختياري لـ (ℓ) نحصل على جملة معادلات متوافقة عددها يساوي $(2\ell + 1)$ وفق ما يلي:

$$\beta \omega H_{ac} + A_0 M_0 - \frac{1}{2} V_F \gamma_1 M_1 \equiv 0$$

$$A_1 M_1 - \frac{1}{2} K V_F \gamma_0 M_0 - \frac{1}{2} K V_F \gamma_2 M_2 + i \omega_c \gamma_1 N_1 \equiv 0$$

$$A_\ell M_\ell - \frac{1}{2} K V_F \gamma_{\ell-1} M_{\ell-1} - \frac{1}{2} K V_F \gamma_{\ell+1} M_{\ell+1} + i \omega_c \gamma_\ell N_\ell \equiv 0$$

$$A_\ell N_\ell - \frac{1}{2} K V_F \gamma_{\ell-1} N_{\ell-1} + \frac{1}{2} K V_F \gamma_{\ell+1} N_{\ell+1} - i \omega_c \gamma_\ell \mu_\ell \equiv 0$$

(14)

حيث:

$$A_\ell = \omega - 2\beta H_{dc} \gamma_\ell + \frac{\gamma_\ell}{\tau_\ell}$$

$$\gamma_\ell = \left[1 + \frac{1}{2} B_\ell (1 + \delta_{\ell 0}) \right]$$

(15)

$\delta_{\ell 0}$: دلتا كرونكر

تتألف جملة المعادلات (14) من $(2\ell + 1)$ معادلة، تحوي M_ℓ ، N_ℓ ، بحل هذه الجملة بطريقة المعينات من المرتبة $(2\ell + 1)$ يتبين أن $M_0(\vec{K}, \omega)$ هي المركبة الأساسية في الكثافة المغناطيسية التي تساهم بظاهرة الانتشار في المعادن، كما أنه بإهمال الحدود التي تحوي على المرتبة الرابعة والسادسة في الشعاع الموجي لحصل على العلاقة التالية لـ :

$$M_0(\vec{K}, \omega)$$

$$M_0(\vec{k}, \omega) = -\beta\omega H_{ac} \frac{L(\vec{k}, \omega)}{S(\vec{k}, \omega)} \quad (16)$$

حيث L, S تابعان لـ (\vec{k}) ، ω على الشكل التالي :

$$L(\vec{k}, \omega) = \prod_{q=1}^{\ell} [A_q^2 - q^2 \omega_c^2 \gamma_q^2] - \frac{1}{2} Z^2 \sum_{q=1}^{\ell} \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq q, q+1}}^{\ell} \gamma_q \gamma_{q+1} A_q A_{q+1} \cdot (A_n^2 - n^2 \omega_c^2 \gamma_n^2)$$

$$S(\vec{k}, \omega) = A_0 \prod_{q=1}^{\ell} [A_q^2 - q^2 \omega_c^2 \gamma_q^2] - \frac{1}{2} Z^2 \{ \gamma_0 \gamma_1 A_1 \prod_{q=2}^{\ell} (A_q^2 - q^2 \omega_c^2 \gamma_q^2) +$$

$$A_0 \sum_{q=1}^{\ell} \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq q, q+1}}^{\ell} \gamma_q \gamma_{q+1} A_q A_{q+1} \cdot [A_n^2 - n^2 \omega_c^2 \gamma_n^2] \}$$

من جهة أخرى من المعلوم أن العلاقة بين الطواعية المغناطيسية والكثافة المغناطيسية لها الشكل التالي [14,15,16]

$$\beta_0 N(0) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} [M(\vec{P}, \vec{k}, \omega) - \beta H_{ac}(\vec{k}, \omega)] = \chi(\vec{k}, \omega) H_{ac}(k, \omega) \quad (17)$$

$$N(0) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \quad \text{حيث } N(0) \text{ كثافة الحالات على سطح سوية فرمي وفي حالة (2D) يكون}$$

حيث : m^* الكتلة الفعالة للألكترون [17]

بتعويض العلاقة (16) في (17) نحصل على الطواعية المغناطيسية:

$$\chi(\vec{k}, \omega) = \beta \beta_0 N(0) \frac{\omega L(\vec{k}, \omega) + M(\vec{k}, \omega)}{M_0(\vec{k}, \omega)} \quad (18)$$

نستطيع حساب طاقة موجة الكثافة المغناطيسية من خلال تعيين أقطاب وأصفار التابع العقدي $\chi(\vec{k}, \omega)$ ويتم ذلك

بوضع $M_0(\vec{k}, \omega) \equiv 0$ واختيار حلاً من الشكل :

$$\omega_{\ell \pm}(\vec{k}) \equiv \omega_{\ell \mp}(0) + \alpha_{\ell \mp} k^2 \quad (19)$$

هذا الحل يتحقق ضمن الشرط $\Omega_0 V_f \ll K$ أو مايسمى (Long wave limit) [7] حيث

$$\Omega_0 = \frac{2\beta H}{(1+B_0)\hbar}$$

ومنه نجد قيمة الاهتزاز من أجل الصيغة $\ell = (0 - 1)$ وفق مايلي :

$$\omega_0 = 2\beta H_{dc} \gamma_0 = \omega_s \quad (20)$$

$$\omega_1(\varphi) \mp (2\beta H_{dc} \pm \gamma_1) \gamma_1 + \frac{\gamma_1}{\tau_1}$$

إن اختيار الحل بالشكل (19) ناتج عن كون القوى الفردية لـ (\vec{k}) لا تظهر في عبارة $M_0(\vec{k}, \omega)$ فهي تختزل مع بعضها البعض أثناء الحسابات .

بتعويض (19) في عبارة $M_0(\vec{k}, \omega) \equiv 0$ واجراء الحسابات والإختصارات الممكنة وحذف الحدود التي تحوي قوى (k) من المرتبة $\ell \geq 3$ نجد قيم $\alpha_{\ell \mp}$ بالصيغة التالية :

$$\alpha_{\ell \pm} = \frac{1}{2} V_F^2 \frac{\varphi(\omega)}{R(\omega)} \quad (22)$$

بتعويض (22) في (19) نجد أن طاقة الموجة تعطى بالعلاقة التالية :

$$\omega_{\ell \pm}(\vec{k}) = \omega_{\ell \pm}(0) + \frac{1}{2} \frac{\varphi(\omega)}{R(\omega)} V_F^2 k^2 \quad (23)$$

بكتابة علاقة الطوعية المغناطيسية كما وردت في [6,14] على الشكل :

$$\chi(\vec{k}, \omega) = \chi_{st} \left[\frac{M_0(\vec{k}, \omega)}{\beta H_{ac}} - 1 \right] \quad (24)$$

حيث $\chi_{st} = \beta \beta_0 N(0)$ وهي الطوعية المغناطيسية السكونية

نستطيع حساب رواسب التابع $\chi(\vec{k}, \omega)$ في الأقطاب المقابلة من العلاقة (19) والتي وجد أن هذه الرواسب متناسبة مع $k^{2\ell}$ وفق مايلي :

$$R_o(\vec{k}) = \omega_o(\vec{k}) - \alpha_o k^2 \left[\omega_o J(\omega) + \frac{1}{2} V_F^2 J(\omega) \right] \quad (25)$$

حيث :

$$\omega_o(\vec{k}) = \omega_o(0) + \alpha_o k^2$$

$$R_{\ell \pm}(\vec{k}) = k^2 - \frac{1}{2} V_F^2 k^2 D(\omega)$$

4 - مناقشة النتائج

لقد تم في هذا البحث ايجاد عبارة الطوعية المغناطيسية $\chi(k, \omega 0)$ بحدود تحتوي على بارامترات (وسطاء) لاندوا من المرتبة ℓ في سائل فرمي الحقيقي المشحون و تم ايجاد صيغ الطنين المغناطيسي من جميع المراتب $\omega_{\ell \pm}$ وهذه الصيغة تتفق الى حد كبير مع حالة (3D) بعد وضع $\sin \varphi \equiv 0$ كما ورد في (18) .

تم ايجاد الصيغة التي تعطي طاقة الموجة بتابعية k^2 وهذه النتيجة متطابقة مع شرط انتشار أمواج السبين $k^{2\ell} \sim \omega$ [19,18] حيث ℓ العدد الكوانتي المداري .

تم تعيين بارامترات لاندوا في حالة فراغ ذي بعدين بشكل غير محدد وهذا يمكن من تعيين تابع التأثير المتبادل لاندوا [7] بدقة كبيرة والذي بدوره يمكن من حساب الكتلة الفعالة للألكترون * m بدقة وسهولة أكثر مما وجدته Legget [9] وذلك بتعويض قيم بارامترات لاندوا في المتراجحات الشهيرة لهذا الأخير .

تسمح الصيغ التي تم الحصول عليها بدراسة العلاقة بين المغنطة وفوق الناقلية الكهربائية (Superconductivity) التي لاتزال حتى اليوم مسألة بحث في عالم الفيزياء ، ذلك لأن موجة كثافة السبين تلعب دوراً أساسياً وهاماً في ظاهرة فوق الناقلية وربما يكون توزع السبينات لأشياء العناصر في سائل فرمي سبباً في انهيار المقاومة الى الصفر عند درجات حرارة خاصة [20] .

بحل المعادلات الناتجة بواسطة الحاسوب يتم ايجاد قيم عددية لوسطاء لاندوا .



- [1] K. Prasadsinha and N. Kumari, Interaction in Magnetically ordered solids, Oxford University press 1980.
- [2] Landuu, Zh, Exsper. Teor. Fiz, (USSR) , 30, 1058 (1956).
- [3] V.P. Silin, Zh, Exsper. Teor. Fiz,(USSR), 32, 49 (1957).
- [4] J. Czerwonko, Physica,(N,H) 143, 414 (1987).
- [5] A.A. Abrikosov, L.P. Corkov and I.E. Dzyoloshinskii 1962, Methods of Quantum Field Theory in Statistic Physics,(NY), Pergamon Press, London.
- [6] P. Nazires and J.M. Luttinger, phy. Rev., 127-1431 (1962).
- [7] A.A. Abrikosov, Intruduction to the theory of normal metals, Academic Press, (NY) (1972).
- [8] Andrei, E. Ruckenstein, Phs. Rev., B39, 183 (1989).
- [9] A.J. Leggett, Ann. phy., 469-769 (1968).
- [10] G. Arfken, Mathematical Methods for Physicists, (NY) (1960).
- [11] M. Ahmad, Phs, State. Solidi (Germny) (6), 160 k 65 (1990).
- [12] M. Ahmad and SGtadysz, phs, State. Sol: 159 (1990).
- [13] A.S. Borovikandn, S.K. Sinha, Spin waves and Magnetic excitations (NY) (1988).
- [14] J. Czerwonko, Japa. J. Appl. phys. (Suppl.), 26, 223 (1987).
- [15] R. Freedman, phy. Rev. B18, 2482 (1978).
- [16] J. Czerwonko, jour. of Low Tempr. phys.(NY) 71, 17 (1988).
- [17] K.Miyake and W.J. Mullin , Jour.of Low Tempr.Phys.56,499 (1984)
- [18] P.M. Platzman and P.A. Wolff, Solid State Physics V13 (1973).
- [19] S. Schultz, G. Dunifer, Phys. Rev. lett. 18, 283 (1967).
- [20] S. Brown and G. Gruner, Spin Density Waves, Scientific American VII N4 (1995).