مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الأساسية المجلد (21) العدد (8) 1999
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Basic Science Series Vol. (21) No (8) 1999

تعيين الحقل الكهرطيسي لجسيم مشحون متحرك وحساب الطاقة الضائعة بمفعول تشيرينكوف

الدكتور سليمان صالح الخضر*

(ورد إلى المجلة في 1998/12/28، قبل للنشر في 1999/5/30)

☐ الملخص ☐

باستخدام تكامل فوربيه (Fourier's integral) تم تعيين الحقل الكهرطيسي لجسيم مشحون متحرك بسرعة ثابتة، في وسط مادي عازل متجانس ومتماثل المناحي، سماحية عازليته الكهربائية $\varepsilon(\omega)$، ونفاذيته المغناطيسية $\mu \cong 1$. وبعد مراعاة شرط نشوء إشعاع تشيرينكوف (Cherenkov radiation) في الحقل السابق، حسبت الطاقة الكهرطيسية الضائعة بفعل هذا الإشعاع في الحالة العامة، ومن ثم حسبت الطاقة المذكورة في حالة خاصة، تكون فيها تابعية ε للتواتر ω معطاة بشكل صريح. وقد تمت هذه الدراسة في إطار النظرية الجهرية (Macroscopic theory).

* أستاذ في قسم الفيزياء – كلية العلوم-جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الأساسية المجلد (21) العدد (8) 1999
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Basic Science Series Vol. (21) No (8) 1999

Determination of Electromagnetic Field for a Moving Charged Particle and Calculation the Loss Energy Cherenkov Effect.

Dr. S.S. EL-KHADR*

(Received 28/12/1998, Accepted 30/5/1999)

❒ ABSTRACT ❒

Fourier's integral has been used for the determination of the electromagnetic field of a moving charged particle with constant speed in a homogenous, isotropic and dielectric medium. The electromagnetic characteristics of the medium are $\varepsilon(\omega)$ and $\mu \cong 1$.

Taken into consideration the emergence of Cherenkov effect in the previous field, the electromagnetic loss energy has been calculated in general, which caused by this effect.

Then, the latter calculation has been effected for a particular case, where ε become evident as function of frequency ω.

This study was carried out in view of macroscopic theory.

* Professor at Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria

I- مقدمة:

تحـظى مســألة ضـياع الطاقة وإشعاع الجسيمات المشحونة المتحركة في الأوساط الماديــة، باهــتمام كبير في فروع مختلفة من الفيزياء الحديثة، كفيزياء الفلك والبلازما[1,2]، وفيزياء المسرعات[3,4]، وغير ذلك.

مــن المعلوم أن الجسيمات المشحونة المتحركة في الأوساط المادية، تتبادل الأفعال مع الــذرات المؤلفة لهذه الأوساط، ويؤدي ذلك إلى استقطاب هذه الأوساط. بتعبير آخر، ينشأ عن حركة الجسيمات المشحونة في الأوساط المادية حقول، تؤثر بدورها في هذه الجسيمات، فتعمل عــلى إعاقتها أو كبحها (Brake)، ومن جهة أخرى قد تشع هذه الأوساط، التي استقطبت من جراء حركة الجسيمات، أمواجاً كهرطيسية عرضانية، ويتحقق هذا الإشعاع عندما تكون حقول الاســتقطاب الحاصل متخلفة "متأخرة" (Late) في سرعة انتشارها عن سرعة هذه الجسيمات، ويصــدر هذا الإشعاع المسمى إشعاع فافيلوف – تشيرينكوف عن الوسط المادي الذي تتحرك فيه الجسيمات المشحونة، وليس عن الجسيمات المشحونة بالذات، ويتم ذلك عندما تكون سرعة الجسيمات V أكبر من سرعة انتشار الحقل الكهرطيسي في الوسط المادي C/n[5,6].

عــلى الــرغم مــن أن البحوث التي تناولت بالدراسة هذا النوع من الإشعاع كثيرة، ومتــنوعة[7,8]، فإننا نرى أن من المفيد معالجة هذه المسألة باستخدام إحدى الطرائق العامة، الــتي تصح لمعالجة مسائل نظرية الإشعاع. لذلك نعالج هنا مسألة الإشعاع المشار إليه أعلاه بهــذه الطريقة، ونستخدم الصيغة العامة التي نحصل عليها في بحث بعض الحالات الخاصة، الــتي يُعطى فيها الشكل الدقيق لتابعية سماحية العازلية ε للتواتر ω، والتي يمكن أن تصادف في الأوساط البلازمية.

II- تعيين الحقل الكهرطيسي:

يــتم تعيين الحقل الكهرطيسي للجسيم المشحون، المتحرك بسرعة ثابتة من معادلات مكسويل (Maxwell’s equations):

$$
\begin{aligned}
&\vec{\nabla}\Lambda\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\
&\vec{\nabla}\Lambda\vec{H} = -\frac{4\pi}{c}\vec{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\\
&\vec{\nabla}.\vec{D} = 4\pi\rho\\
&\vec{\nabla}.\vec{B} = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

علماً أن كثافتي الشحنة ρ والتيار $\vec{j}$ تأخذان في الحالة الراهنة الشكل الآتي:

$$\vec{j} = \vec{V}\rho \ , \ \rho = q\delta\left(\vec{R} - \vec{V}t\right) \tag{2}$$

بنشر متجهات الحقل وكثافتي الشحنة والتيار في تكامل فورييه:

$$\begin{aligned} \vec{E}\left(\vec{R},t\right) &= \int \vec{E}\left(\vec{k},\omega\right) e^{i\left(\vec{k}.\vec{R}-\omega t\right)} d\vec{k}\, d\omega \\ \vec{j}\left(\vec{R},t\right) &= \int \vec{j}\left(\vec{k},\omega\right) e^{i\left(\vec{k}.\vec{R}-\omega t\right)} d\vec{k}\, d\omega \end{aligned} \tag{3}$$

وهكذا...

عندئذ نحصل من معادلات مكسويل (1) على جملة المعادلات الآتية لسعتي الحقلين: الكهربائي $\vec{E}\left(\vec{k},\omega\right)$، والمغناطيسي $\vec{H}\left(\vec{k},\omega\right)$:

$$\begin{aligned} &\chi \vec{n} \Lambda \vec{E}\left(\vec{k},\omega\right) = \vec{H}\left(\vec{k},\omega\right) \\ &\chi \vec{n} \Lambda \vec{H}\left(\vec{k},\omega\right) = -\frac{iq}{2\pi^2\omega^2}\vec{V}\delta\left(\frac{\chi}{c}\vec{n}.\vec{V}-1\right) - \varepsilon(\omega)\vec{E}\left(\vec{k},\omega\right) \\ &\chi\varepsilon(\omega)\vec{n}.\vec{E}\left(\vec{k},\omega\right) = -i\frac{qc}{2\pi^2\omega^2}\delta\left(\frac{\chi}{c}\vec{n}.\vec{V}-1\right) \\ &\chi \vec{n}.\vec{H}\left(\vec{k},\omega\right) = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

علماً أن $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\chi\vec{n}$، حيث ترمز $\vec{n}$ لمتجهة واحدة، وأن χ كمية معينة بدلالة ω و $\vec{k}$، وأن سعة فورييه لكثافة التيار $\vec{j}\left(\vec{k},\omega\right)$ تتعين من العلاقتين (3) و(2)، بواسطة تابع دلتا لديراك δ (Dirac delta function) بالشكل الآتي:

$$\vec{j}\left(\vec{k},\omega\right) = \frac{q}{(2\pi)^3}\vec{V}\delta\left(\vec{k}.\vec{V}-\omega\right) = \frac{q}{(2\pi)^3\omega}\vec{V}\delta\left(\frac{\chi}{c}\vec{n}.\vec{V}-1\right) \tag{5}$$

تسمح جملة المعادلات (4) بتعيين سعتي فورييه للحقلين: الكهربائي، والمغناطيسي بالشكلين التاليين:

$$\begin{aligned} \vec{E}\left(\vec{k},\omega\right) &= -i\frac{qc}{2\pi^2\omega^2}\frac{\chi\vec{n} - \frac{\vec{V}\varepsilon}{c}}{\varepsilon\left(\chi^2-\varepsilon\right)}\varepsilon\left(\frac{\chi}{c}\vec{n}\vec{V}-1\right) \\ \vec{H}\left(\vec{k},\omega\right) &= i\frac{q\chi}{2\pi^2\omega^2}\frac{\vec{n}\Lambda\vec{V}}{\left(\chi^2-\varepsilon\right)}\varepsilon\left(\frac{\chi}{c}\vec{n}\vec{V}-1\right) \end{aligned} \tag{6}$$

يتطلب تعيين الحقل الكهرطيسي $\vec{E}\left(\vec{R},t\right)$ و $\vec{H}\left(\vec{R},t\right)$ إجراء تحويل فورييه المعاكس:

فمن المعادلة الأولى، من جملة المعادلتين (6)، نلاحظ أن:

$$E_Z\left(\vec{k},\omega\right)=-i\frac{qc}{2\pi^2\omega^2}\frac{(\chi\cos\theta-\beta\varepsilon)}{\varepsilon\left(\chi^2-\varepsilon\right)}\varepsilon(\beta\chi\cos\theta-1),(\beta=V/c$$

عـندئذٍ، باستخدام التحويل (3)، وبإجراء المكاملة بالنسبة للزاويتين القطبيتين Φ وθ، اللتين تحددان متجهة الواحدة $\vec{n}$، مع الأخذ بعين الاعتبار أن:

$$\int_0^{2\pi} e^{i\times\cos\Phi}d\Phi=2\pi J_0(\times) \quad (7)$$

علماً أن $J_0 \times$ تابع بسل(Bessel's function)

وأن[9]:

$$\int_0^{\pi} F(\theta)\delta(\beta\chi\cos\theta-1)\sin\theta d\theta=\frac{1}{\beta\chi}F(\theta)\Big|_{\cos\theta=1/\beta\chi} \quad (8)$$

نجد القيمة الآتية لمركبة الحقل الكهربائي على المحور Z:

$$E_Z\left(\vec{R},t\right)=i\frac{q}{\pi c^2}\int_{-\infty}^{\infty}\omega d\omega e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{J_0\left(\frac{\omega}{c}r\times\right)}{\left(\times^2+\frac{1}{\beta^2}-\varepsilon\right)}\times d\times \quad (9)$$

علماً أن: $\times=\sqrt{\chi^2-\frac{1}{\beta^2}}$

لإجراء مكاملة (9) بالنسبة للمتحول الجديد x نلاحظ أن:

$$\int_0^{\infty}\frac{J_0(\times r)}{\times^2+R^2}\times d\times=K_0(Rr) \quad (10)$$

علماً أن $K_0(kr)$ تابع ماكدونالد (MacDonald's function)

بالتالي تأخذ المركبة (9) الشكل الآتي:

$$E_Z\left(\vec{R},t\right)=i\frac{q}{\pi c^2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon}\right)K_0(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}\omega d\omega \quad (11)$$

حيث

$$S^2=\frac{\omega^2}{V^2}-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)\ ,\ \mathrm{Re}S\rangle 0 \quad (12)$$

عـلماً أنــه يجــب اختيار إشارة S بالشكل الذي يكون فيه القسم الحقيقي منها أكبر من الصفر ($\mathrm{Re}S>0$)، لأن التكامل بالنسبة للمتحول ω في (11)، يتباعد في الحالة المعاكسة.

أمـــا عـــن إجراء المكاملة بالنسبة للتواتر ω في (11) فهو إجراء غير ممكن، إلاّ بعد إعطاء الشكل الصريح لتابعية سماحية العازلية ε للتواتر ω.

بشكل مشابه لما سبق، يمكن تعيين المركبتين $E_x\left(\vec{R},t\right)$ و $E_y\left(\vec{R},t\right)$. فبعد الأخذ بعين الاعتبار خواص تابع بسل، وملاحظة أن:

$$\int_0^{\infty}\frac{J_1(\times r)}{\times^2+k^2}x^2d\times=kK_1(kr) \quad (13)$$

إضافة إلى خواص تابع دلتا لديراك، نجد أن:

$$E_x = \left(\vec{R},t\right) = \cos\varphi \frac{q}{\pi V}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S}{\varepsilon(\omega)}K_1(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}d\omega$$
$$E_y = \left(\vec{R},t\right) = \sin\varphi \frac{q}{\pi V}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S}{\varepsilon(\omega)}K_1(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}d\omega \quad (14)$$

علماً أن φ الزاوية التي تصنعها مركبة $\vec{R}$ في المستوى (xy) مع المحور ox.

وتأسيساً على ذلك، نجد أن مركبتي الحقل الكهربائي $E_r\left(\vec{R},t\right)$ و $E_\varphi\left(\vec{R},t\right)$ في الأحداثيات الأسطوانية تأخذان الشكلين التاليين:

$$E_r\left(\vec{R},t\right) = \frac{q}{\pi V}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S}{\varepsilon(\omega)}K_1(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}d\omega$$
$$E_\varphi\left(\vec{R},t\right) = 0 \quad (15)$$

تعين جملة العلاقات (11) و(15) مركبات الحقل الكهربائي للجسيم المشحون المتحرك.

أما مركبات الحقل المغناطيسي فنحصل عليها بشكل مشابه. لنعد إلى المعادلة الثانية من جملة المعادلتين (6)، ولنقم بإجراء الحسابات اللازمة، فنجد أن:

$$E_\varphi\left(\vec{R},t\right) = \frac{q}{\pi c}\int_{-\infty}^{\infty}SK_1(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}d\omega$$
$$H_r\left(\vec{R},t\right) = H_Z\left(\vec{R},t\right) = 0 \quad (16)$$

بالتالي نجد أن الحقل الكهرطيسي للجسيم المشحون المتحرك يعين بجملة الصيغ (11) و(15) و(16).

III- إشعاع فافيلوف-تشيرينكوف:

يجب أن يتحقق في التقريب الموجي (Wave approximation) الشرط $|Sr|\rangle\rangle 1$، وفي هذه الحالة يمكن استخدام التقريب الآتي لتابع ماكدونالد، الموجود في الصيغ السابقة:

$$K_n(Sr) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2Sr}}e^{-Sr} \quad (17)$$

ينتج من (12) أن S تكون كمية حقيقية إذا كانت ε(ω) بدورها كمية حقيقية، وكان الشرط $\frac{1}{\beta^2}\rangle\varepsilon(\omega)$ شرطاً محققاً، أو بالتالي الشرط $\beta n(\omega)\langle 1$، علماً أن $n(\omega)$ قرينة الانكسار (Index of refraction) في حالة الأمواج التي تواترها ω.

أما عندما $\beta n(\omega)\rangle 1$، فإن S تكون كمية تخيلية (Imaginary). إذا كانت S كمية حقيقية فإنها تكون بدورها أكبر من الصفر (S > 0) كما يتضح لنا من (12)، وبالتالي يتخامد الحقل الكهرطيسي بشكل نبري كما تبين الصيغة التقريبية (17)، ولا يتم في هذه الحالة إشعاع.

أما عندما تكون S كمية تخيلية، فإن الوضع يكون غير ذلك، ولمعالجة هذا الوضع نلاحظ من (12) أن:

$$S = \pm\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \varepsilon(\omega)} = \pm i\frac{\omega}{c}n\sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \tag{18}$$

ولــتعيين الإشـــارة التي يجب اختيارها في هذه المساواة يمكن افتراض الوسط العازل الذي تتم فيه الحركة، والذي لا يحدث فيه ضياع للطاقة، بمثابة حالة حدية لوسط عازل ضعيف الامتصـــاص له قرينـــة انكســـار عقدية $n = n_1 + in_2$، عندئذٍ للانتقال إلى حالة الوسط العازل المستخدم نفترض أن n_2 كمية صغيرة جداً، وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$\sqrt{\beta^2 (n_1 + in_2)^2 - 1} \cong \sqrt{\beta^2 n_1^2 - 1}\left(1 + i\frac{\beta^2 n_1 n2}{\beta^2 n_1^2 - 1}\right)$$

مــن ذلــك نرى أن الشرط ReS>0 يتحقق فيما لو اخترنا إشارة الناقص في الصيغة (18). عندئذٍ، بوضع $n_2 \to 0$ في هذه الصيغة نجد أن:

$$S = -i\frac{\omega}{c}n\sqrt{\beta^2 n^2 - 1} \tag{19}$$

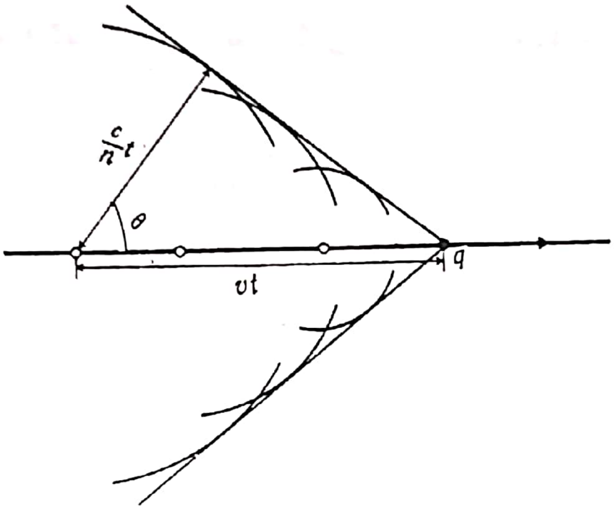
واختيار هذه الإشارة يوافق تحقق أمواج يرافقها حدوث إشعاع.

يتـــبين من ذلك أن الجسيم المشحون، المتحرك في وسط عازل بسرعة ثابتة $V = \beta c$، يشـــع أمواجـــاً كهرطيســـية فـــي الحالة التي يكون فيها $\beta n(\omega)\rangle 1$، ويعني هذا الشرط لنشوء الإشـــعاع، أن ســـرعة الجســـيم المشحون يجب أن تكون أكبر من سرعة الطور $\frac{c}{n}$ للموجة المنتشـــرة، ويصـــنع هذا الإشعاع مع سرعة الجسيم المشحون المتحرك الزاوية θ، التي تحقق الشرط المشار إليه في (8):

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n(\omega)}\ ;\ (\chi = n(\omega)) \tag{20}$$

وينـــتج هـــذا الاتجاه النوعي للإشعاع من ترابط (Coherence) الأمواج، التي بسببها الجسيم المشحون في النقاط المختلفة من مساره.

يمكـــن توضـــيح الشـــرط السابق (20)، الذي يعين اتجاه الإشعاع (إشعاع فافيلوف– تشيرينكوف) بتتبع تداخل الأمواج المنفصلة، التي يسببها الجسيم في الناقط المختلفة من مساره، حيث تعتبر كل نقطة من نقاط مسار الجسيم المشحون بمثابة منبع للاضطراب العنصري، الذي ينتشـــر منها على شكل موجة كروية بسرعة تساوي $\frac{c}{n}$. عندئذٍ يكون صدر الموجة المحصلة عبارة عن مغلف الأمواج الكروية الأولية، ويشكل الناظم على صدر الموجة مع مسار الجسيم المشحون، الزاوية θ، التي تحقق المساواة (20)، كما في الشكل التالي:



شكل صدر الموجة المحصلة

يتعين استقطاب هذا النوع من الإشعاع بسهولة بالعودة إلى جملة المعادلتين (6). فالمتجهة $\vec{H}$ عمودية على المستوى المتشكل من مسار الجسيم والمتجهة الموجية $\vec{k}$. أما المتجهة $\vec{E}$ فتقع في المستوى المذكور (تكون عمودية على المتجهة $\vec{k}$ في التقريب الموجي)، وبالإمكان التأكد من هذا التعامد الأخير بحساب الجداء السلمي $\vec{k}.\vec{E}$ في المعادلة الأولى، من جملة المعادلتين (6).

لحساب الطاقة الكلية لإشعاع فافيلوف-تشيرينكوف (الإشعاع العرضاني) على واحدة طول المسار،نحسب التكامل بالنسبة للزمن لتدفق متجهة بوينتنغ (Poynting vector)، خلال واحدة الطول من سطح أسطواني محيط بالجسيم المشحون، ويقع على بعد كبير نسبياً عنه:

$$\frac{dW\perp}{dL} = 2\pi r\int_{-\infty}^{\infty}\frac{c}{4\pi}\left(\vec{E}\Lambda\vec{H}\right)_r dt = -\frac{cr}{2}\int_{-\infty}^{\infty}E_Z H_\varphi dt \qquad (21)$$

وباستخدام تعميم علاقة بارسيفال (Parseval's formula) كما هو مبين في [10]:

$$\int_{-\infty}^{\infty}A(t).B(t)dt = 2\pi\int_{-\infty}^{\infty}\left(A_\omega.B_\omega^* + A_\omega^* B_\omega\right)d\omega$$

نجد أن الطاقة (21) تعين بالشكل الآتي:

$$\frac{dW\perp}{dt} = -2\pi cr\int_{\beta n(\omega)\rangle 1} E_{\omega z}H^*{\omega\varphi}.d\omega \qquad (22)$$

علماً أن المركبتين $E_{\omega z}$ و $H^*_{\omega\varphi}$ يجب أن تحسبا في التقريب الموجي، أما مجال المكاملة فيتم في مجال التوترات التي يتحقق فيها هذا الإشعاع $\beta n(\omega)\rangle 1$.

يتضح من (11) و(16) أن $E_{\omega z}$ و$H_{\omega\varphi}$ تأخذان الشكلين التاليين:

$$E_{\omega z}\left(\vec{R},t\right)=i\frac{q\omega}{\pi c^2}\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon}\right)K_0(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)}\omega d\omega$$

$$H_{\omega\varphi}\left(\vec{R},t\right)=\frac{q}{\pi c}SK_1(Sr)e^{i\omega\left(\frac{Z}{V}-t\right)} \qquad (23)$$

وبالـــتالي بأخذ الصيغة التقريبية (17) بعين الاعتبار في (23) نجد أن التكامل (22) يؤول إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\mathrm{d}W\perp}{\mathrm{d}L}=\frac{q^2}{c^2}\int\limits_{\beta n(\omega)\rangle 1}\left(1-\frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)}\right)\omega d\omega \qquad (24)$$

IV- خاتمة:

1. إن الطريقة المستخدمة في تعيين الحقل الكهرطيسي هنا هي طريقة عامة، يمكن استخدامها لحســـاب الطاقة الضائعة بفعل إشعاع الكبح أو الإعاقة (Bermsstrahlung) – الإشعاع الطولاني، إضافة إلى حساب طاقة إشعاع تشيرينكوف.

2. لا يظهــر إشعاع فافيلوف–تشيرينكوف في البلازما البسيطة، التي تعين سماحية عازليتها بالشكل:

$$\varepsilon(\omega)=1-\frac{\omega_P^2}{\omega^2} \qquad (25)$$

لأن $\beta n(\omega)\langle 1$، علماً أن ω_P التواتر البلازمي (Plasma frequency).

3. يـــتحقق مفعـــول فافيلوف–تشيرينكوف في الوسط المادي، الذي تكون سماحية عازليته من الشكل:

$$\varepsilon(\omega)=1+\frac{\omega_P^2}{\omega(\omega_0-\omega)} \qquad (26)$$

عـــندما يكون $\omega\langle\omega_0$؛ لأن الشرط $\beta n(\omega)\rangle 1$ يمكن أن يتحقق في هذه الحالة، علماً أن ω_0 تواتر ثابت. وبالإمكان حساب الطاقة الضائعة بفعل هذا المفعول عندئذ.

لنضع الصيغة (26) في (24)، ولنستخدم المتحول الجديد $x=\omega/\omega_0$، علماً أن $0\le x\le 1$ فنجد:

$$\frac{\mathrm{d}W\perp}{\mathrm{d}L}=\frac{q^2\omega_0^2}{V^2}\int\limits_0^1\left(\beta^2+\frac{x-x^2}{x^2-x-\alpha}\right)xdx=$$

$$=\frac{q^2\omega_0^2}{2V^2}\left[\left(\beta^2-1\right)-\frac{2\alpha^2}{\sqrt{4\alpha x^2+1}}Ln\left(\frac{\sqrt{4\alpha^2+1-1}}{4\alpha^2+1+1}\right)\right] \qquad (27)$$

4. عـــلى الـــرغم من عدم تحقق إشعاع تشيرينكوف، في البلازما التي تعين سماحية عازليتها بالشكل (25)، فإن الوضع يكون غير ذلك، عندما يؤثر فيها حقل مغناطيسي خارجي ملائم،

حيث تغدو البلازما وسطاً غير متماثل المناحي (Anisotropic medium). فإذا تم إهمال قـوى الاحـتكاك، فإنـه فـي الوقـت الذي تبقى فيه مركبة سماحية العازلية وفق الحقل المغناطيسـي المطبق (المركبة الطولانية ε_{11}) من الشكل (25)، فإن المركبتين العرضانتين لسماحية العازلية $\varepsilon_{\pm}$ تأخذان الشكلين التقريبين الآتيين:

$$\varepsilon_{\pm}(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega\left(\omega \pm \Omega_e - \frac{\Omega_e \Omega_i}{\omega}\right)} \tag{28}$$

علماً أن $\Omega_e = \frac{qH_0}{mc}$ و $\Omega_i = \frac{qH_0}{Mc}$، وترمزان لتواتر لاغمور (Larmor frequency) لكـل مـن الإلكترون، والايون الموجب على الترتيب. أما H_0 فترمز لشدة الحقل المغناطيسي الثابت المؤثر في البلازما، أو الغاز المتأين (Ionized gas).

يتـبين مـن (28) وجود المجالين الآتيين للتواترات، اللذين يمكن أن يتحقق فيهما شرط نشوء مفعول تشيرينكوف $\beta n \rangle 1$:

آ- مجـال التواترات $[\Omega_e > \omega >> \Omega_i]$، [11] وتؤول $\varepsilon_-(\omega)$ في هذا المجال إلى شكل مشابه للشـكل المعيـن في (26)، وتكون قرينة انكسار الوسط كبيرة من أجل هذه الأمواج، لذلك يكون عامل انعكاسها كبيراً.

ب- مجال التواترات المنخفضة، التي توافق:

$$\varepsilon_{\pm} \to 1 + \frac{\omega_P^2}{\Omega_e \Omega_i}$$

وتسـمح هـذه الحالة الأخيرة بتحقق الأمواج ذات التواترات الصغيرة جداً في البلازما، والتي تسمى عادة أمواج الفين (Alvën's waves).

REFERENCES المراجع

[1] GINZBERG, V.L., 1987, *Theoretical Physics and Astrophysics* "Nauka" Moscow (In Russion).

[2] CLEMMOW, P.C. & DOUGHERTY, J.P. 1990. *Electrodynamics of Particles and Plasma*. Addison wesley comp. Inc.

[3] KOLOMENSKIY, A.A., & LEBEDEV, A.N., 1962 *Theory of Cyclic Particle Accelerators*. Moscow. (In Russian).

[4] LIVINGOOD J.J., 1961. *Principles of cyclic particle accelerators*. D. van Nostrand Comp. Inc. Princeton, New Jersey – Toronto – New York – London.

[5] TAMM, IG,. 1975 Sobranni nauchnih trodov, tom. I, "*collection of the scientific works*" Nauka" Moscow (In Russian).

[6] BOLATOVSKIY, B.N., 1961. zh. uspekhi fiz. nauk, "*J. progress in physical science*". 75.p.295. Moscow (In Russian).

[7] JELLY .J.V., 1958, *Cherenkov radiation and its applications*. pergamon press.

[8] ZRILOV, D.D., 1968. *Vovelov-cherenkov radiation and its applications*. Moscow (In Russian).

[9] IVANENKO, D.D., & COKOLOV, A.A., 1951, *classical theory of fields Gosotomizdat*, Moscow (In Russian).

[10] PANOFSKY, W.K.H., & PHILIPS, M., 1962. *Classical electricity and magnetism*. Addison-wesley, Reading, Mass.

[11] KRALL, N. A., & TRIVELPIECE, A W. 1973, *Principles of Plasma Physics*. McGraw-Hill Book Company, New York.