

Calculation of Energy levels of some even-even Nuclei in a framework of IBM Model

Dr. Amir TFIHA *

(Received 6 / 8 / 2016. Accepted 27 / 12 /2016)

□ ABSTRACT □

We used the Interactive boson model-1 to calculate the energy levels $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, and the results determined that the two nuclei $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$, are located within the region $O(6)$ that characterizes the rotational nuclei, while the results for the nucleus $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, show that this nucleus has rotational levels for moments $J= 2,4,6,8,12$ and other are not non-symmetric rotational for $J=10,14$, and the model of interacting bosons-1 succeeded in describing the back bending and in obtaining the energy levels,

Keywords: Interactive boson - rotational - back bending – moments of inertia.

* Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.
amirtfiha@yahoo.com

حساب بعض السويات الطاقية لبعض النوى الزوجية-زوجية في إطار النموذج IBM

الدكتور أمير تفيحة*

(تاريخ الإيداع 6 / 8 / 2016. قُبِلَ للنشر في 27 / 12 / 2016)

□ ملخص □

استخدمنا نموذج البوزونات المتفاعلة -1 لحساب السويات الطاقية $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، وحددت النتائج أن النواتين $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ تقعان ضمن المنطقة $O(6)$ التي تميز النوى الدورانية بينما نتائج النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ بينت أن هذه النواة تتمتع بمستويات غير متناظرة دورانياً من أجل العزوم $J=2,4,6,8,12$ وأخرى قد تكون متناظرة دورانياً من أجل $J=10,14$ ، وقد نجح نموذج البوزونات المتفاعلة-1 في وصف الانحناء الخلفي وفي الحصول على المستويات الطاقية،
الكلمات المفتاحية: البوزونات المتفاعلة - الدورانية - الانحناء الخلفي - عزم العطالة

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية. amirtfiha@yahoo.com

مقدمة:

اقترح نموذج البوزونات المتفاعلة (interacting Boson Model) IBM من قبل Arima & Iachello [1] لوصف النوى الزوجية - زوجية، وقد استطاع هذا النموذج التنبؤ جيداً بمخططات السويات الطاقية لهذه النوى. تختلف المعاملات المستخدمة في هذا النموذج عنها في النموذج الجماعي المقترح من قبل Bohr & Mottelson [2] ، حيث أن هذه المعاملات المستقلة معاملات خاصة بالبوزونات بينما كانت تستخدم معاملات الشكل α_μ ونصف القطر في النموذج الجماعي. يأتي الاختلاف بين نموذج البوزونات المتفاعلة عما سبقه في المعامل السادس، إضافة لمعاملات رباعي القطب، يصف المعامل السادس ارتباطات الازدواج [3].

أتت التطورات في هذا النموذج من تمثيل البوزونات s و d كزوج من النكليونات المرتبطة التي لها عزم زاوي كلي $J=0$ و $J=2$ [4]. في نموذج IBM-1 لا يتم التمييز بين البوزونات الناشئة عن تراكب النوترونات وتلك الناشئة من تراكب البروتونات، حيث يتم احتساب عدد البوزونات ابتداء من أقرب طبقة مغلقة للبروتونات والنيوترونات. يعد هذا النموذج ناجحاً في حساب مستويات الطاقة للنوى الزوجية - زوجية، وهذه المستويات الطاقية هي ما يمكننا من تحديد العديد من خواص النوى وحركتها ، هل هي تدور أم تهتز؟

يصف نموذج البوزونات المتفاعلة IBM النوى الزوجية- زوجية بشكل لب وبعده بوزونات تتألف من النكليونات، كل بوزون له تابع موجي خاص يساهم بالتابع الموجي الكلي، يتطابق العزم الزاوي للبوزونات مع العزم الكلي، لأن السبين الذاتي لا يتم اشراكه بالحساب. وحيث أن العزم الزاوي للبوزونات زوجي فإن نوعية التابع الموجي زوجية. درسنا في هذا البحث الايزوبارات $^{126}_{52}Te_{74}$, $^{126}_{56}Ba_{70}$, $^{126}_{58}Ce_{68}$ باستخدام IBM-1 وحسبنا المستويات الطاقية لها وحسبنا عزوم العطالة لكل سوية.

أهمية البحث وأهدافه:

يهدف هذا البحث لدراسة وحساب عزوم العطالة للايزوبارات $^{126}_{52}Te_{74}$, $^{126}_{56}Ba_{70}$, $^{126}_{58}Ce_{68}$ وذلك لاستكشاف خصائصها الدورانية عبر حساب عزم العطالة ، وكذلك لابرز ظاهرة الانحناء الخلفي في هذه النوى.

الهاملتوني:

$$H = a_0 \hat{P} \hat{P}^+ + \varepsilon(n_d + n_s) + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_2 \hat{Q}^x \hat{Q}^x + a_3 T^{(3)} \cdot T^{(3)} + a_4 T^{(4)} \cdot T^{(4)} \quad (1)$$

$$n_d = \hat{d}^+ \hat{d} \quad ; \quad n_s = \hat{s}^+ \hat{s}$$

$$; \quad \hat{L} = \sqrt{10} [d^+ \times d]^{(1)} ; \quad \hat{P} = (d \times d) - \frac{1}{2} (s \times s)$$

$$\hat{Q}^x = ([d^+ \times s + s^+ \times d]^{(2)} - \frac{1}{2} \sqrt{7} [d^+ \times d]^{(2)})$$

$$; \quad \hat{T}^{(3)} = [d^+ \times d]^{(3)} ; \quad \hat{T}^{(4)} = [d^+ \times d]^{(4)}$$

حيث \hat{s}^+ , \hat{s} مؤثرات الهدم والبناء للبوزونات من النوع s والتي تملك زخم زاوي $J=0$ ، d^+ ; d مؤثرات الهدم والبناء للبوزونات من النوع d والتي تملك زخم زاوي $J=2$ ، $\hat{P} \hat{P}^+$ قوى الازدواج

n_s : مؤثر يمثل عدد البوزونات من النوع s ، n_d : مؤثر يمثل عدد البوزونات من النوع d .
 \hat{Q}^x : يمثل رباعي الأقطاب ، \hat{L} العزم الزاوي ، $\hat{T}^{(3)}$ سداسي القطب ، $\hat{T}^{(4)}$ ثماني القطب
 ε طاقة البوزون ، $a_0; a_1; a_2; a_3; a_4$ قوة التفاعل لكل حد في الهاملتوني.

يمكن لهذا الهاملتوني أن يصف النواة في نموذج البوزونات المتفاعلة بحسب الحركة الجماعية التي تقوم بها
 فإذا كانت النواة كروية تقوم بالاهتزاز فإن الهاملتوني الذي يصف هذه الحالة يكتب كالتالي [6,7,8]:

$$H = \varepsilon(n_d + n_s) + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_3 \hat{T}^{(3)} \cdot \hat{T}^{(3)} + a_4 \hat{T}^{(4)} \cdot \hat{T}^{(4)} \quad (2)$$

وإذا كانت النواة تدور حول محور دوران متناظر فإن الهاملتوني له الشكل [6,7,8]:

$$H = a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_2 \hat{Q}^x \hat{Q}^x \quad (3)$$

في حالة الدوران غير المتناظر يأخذ الهاملتوني الشكل [6,7,8]:

$$H = a_0 \hat{P} \hat{P}^+ + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_2 \hat{Q}^x \hat{Q}^x + a_3 \hat{T}^{(3)} \cdot \hat{T}^{(3)} \quad (4)$$

تعاني النواة عند دورانها تغيراً مفاجئاً في قيمة عزم العطالة عند عزم زاوية عالية مما يسبب هبوطاً في الطاقة
 الدورانية للنواة عن تلك العزوم وهذا ما يؤدي إلى ظاهرة الانحناء الخلفي في منحنى الطاقة مع العزم الزاوي [9].

يمكننا حساب عزم العطالة بمعرفتنا للسويات الطاقية الدورانية للنواة [9، 10]

$$\frac{2J}{\hbar^2} = \frac{4J - 2}{E_J}; E_J = E_J - E_{(J-2)} \quad (5)$$

وبحسب التردد الدوراني الناتج عن الانتقال بين المستويات مختلفة العزم بالعلاقة [11]:

$$\hbar\omega = \frac{E_J - E_{(J-2)}}{\sqrt{J(J+1)} - \sqrt{(J-2)(J-1)}} \quad (6)$$

تحسب المستويات الطاقية من أجل الدوران غير المتناظر بالعلاقة [4]:

$$E(\tau, L) = \frac{a_3}{3} \tau(\tau + 1) + (a_1 + \frac{a_3}{10})(L(L + 1)) \quad (7)$$

τ عدد البوزونات من النوع d غير مرتبطة بعزم زاوي صفري.

النتائج والمناقشة:

تم إجراء الحسابات على اعتبار نموذج الدوران غير متناظر من أجل الايزوبارات
 $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، وحسبت المستويات الطاقية لهذه الايزوبارات لتحديد موقع ظهور الانحناء الخلفي
 وحسب التردد $\hbar\omega$ لكل منها .

يظهر الجدول التالي قيم مستويات الطاقة المحسوبة في هذا البحث والقيم التجريبية للايزوبارات السابقة:

الجدول (1) القيم المحسوبة والقيم التجريبية [12] للمستويات الطاقة للافزونات

J^π	$^{126}_{52}\text{Te}_{74}, ^{126}_{56}\text{Ba}_{70}, ^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$					
	E(exp.)keV $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, [12]	E(cal.)keV $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$,	E(exp.)keV $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, [12]	E(cal.)keV $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$,	E(exp.)keV [12] $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$,	E(cal.)keV $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$,
2 ⁺	666.4	672.5	266.02	280.7	169.59	171.05
4 ⁺	1361.4	1198.8	711.1	701.8	519.04	486.84
6 ⁺	1776.3	1578.9	1332.47	1315.79	1014.44	960.53
8 ⁺	2766.9	2777.78	2089.67	2035.09	1625.44	1565.8
10 ⁺	2974.6	3421.05	2942.07	2947.37	2312.9	2315.7
12 ⁺	3688.1	4035.09	3747.4	3754.39	2990.9	3002.4
14 ⁺	4638.4	4649.1	4419.63	4491.23	3598.1	3631.58
16 ⁺	-	-	5245.1	5245.61	4287.7	4289.47

ويظهر في الجدول تقارب قيم الطاقات المحسوبة مع القيم التجريبية [12] ماعدا الطاقات المقابلة للسويتين

12⁺ و 14⁺ اللتان لم تكونا متقاربتين مع القيم التجريبية في النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$.

رسم في الشكل (1) قيم عزوم العطالة المحسوبة والقيم التجريبية مع تغير قيم $h\omega$ ، ويبدو الانحناء الخلفي في نواتي $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ وحصلنا على قيم متوافقة مع القيم التجريبية. أما نواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ فلم تبد أي انحناء خلفي، ولم يكن هناك توافق بين القيم التجريبية والمحسوبة ويفسر هذا بوجود مستويات طاقة يجب أن تحسب بالهاملتوني المتناظر دورانياً.

غير دورانية في هذه النواة من تلك المأخوذة بالحساب.

في الشكل (2) رسمنا تغير قيم الطاقة بتغير العزم الزاوي الكلي وتوافقت النتائج المحسوبة للنواتين

$^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، أما النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ وكانت على تقارب جيد في ثلاث نقاط .

في الشكل (3) رسمنا تغير العزم الزاوي الكلي بتغير $h\omega$ للقيم المحسوبة والتجريبية والنتائج كانت جيدة للنواتين

$^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، ولم تكن جيدة للنواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$.

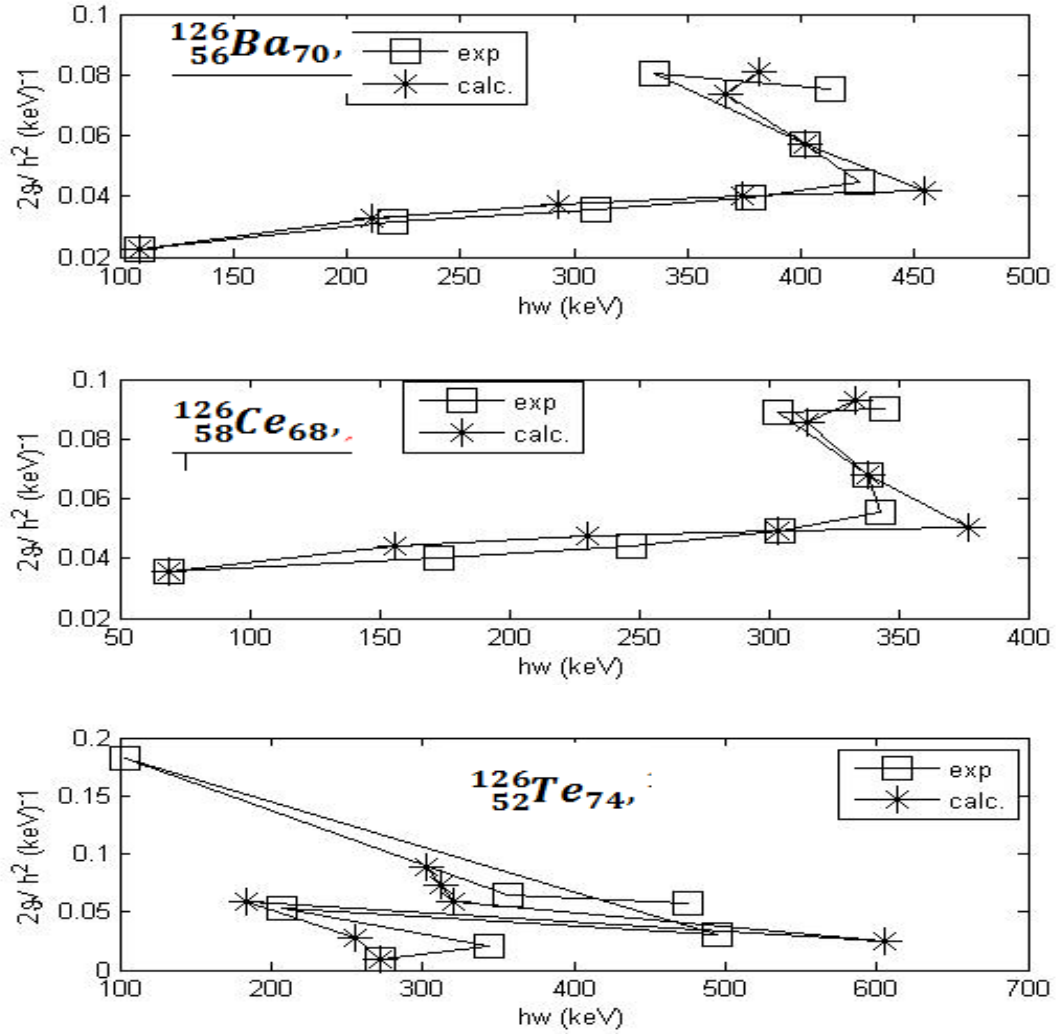
في الشكل (4) وضحنا تغير قيم عزم العطالة بتغير العزم الزاوي الكلي للقيم المحسوبة والتجريبية، واتفقت

النتائج التجريبية مع القيم الناتجة بالحسابات للنواتين $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ أما القيم المحسوبة للنواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ فقد أبدت تقارباً جيداً من أجل العزوم المنخفضة $J=2,4,6,8$ ومن أجل $J=12$ أما من أجل $J=10,14$ فقد ابتعدت النتائج المحسوبة عن النتائج التجريبية، ويتبين من هذا أن النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ تقوم بحركة دورانية سريعة بشكل مفاجئ عند ازدياد العزم الكلي من $J=8$ إلى $J=10$.

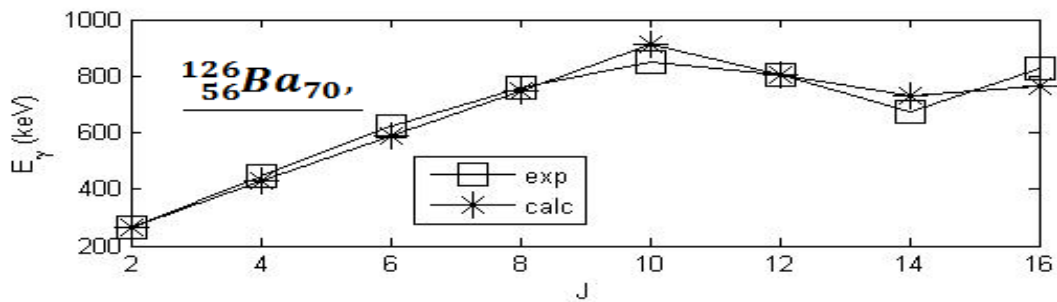
وفي الشكل (5) رسمنا تغير قيم الطاقة المحسوبة والتجريبية مع تغير العزم الزاوي الكلي وقد تطابقت النتائج النظرية

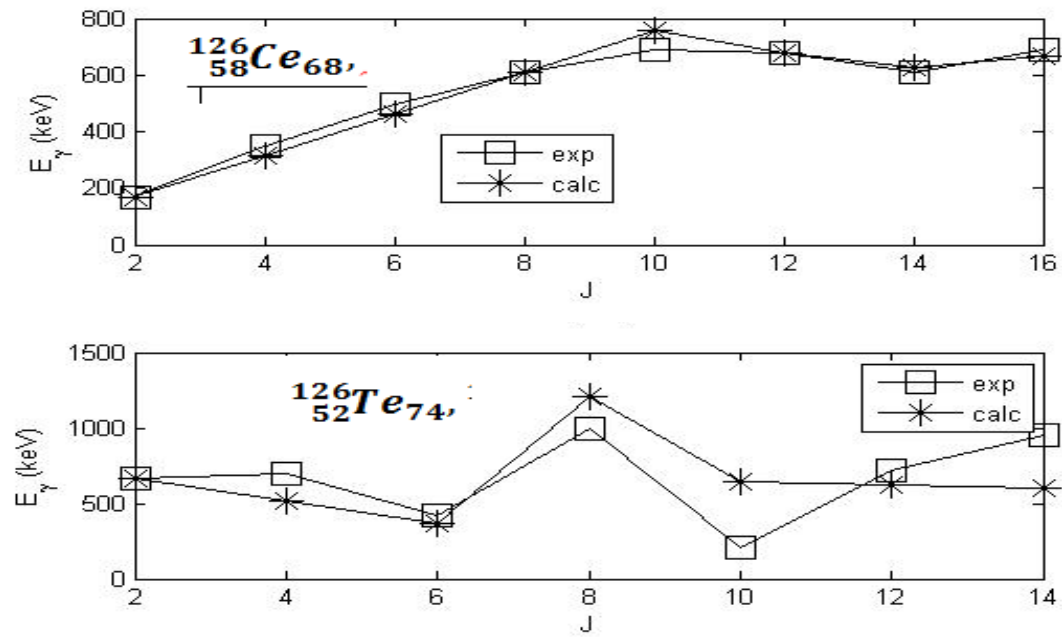
المحسوبة مع القيم التجريبية للنواتين $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، أما النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ فقد أبدت النتائج المحسوبة تقارباً

مع النتائج التجريبية إلا في نقطتين، فقد كانت النتائج مختلفة وهذا يعني أن هاتين السويتين يجب ان تحسبا بالهاملتوني المتناظر دورانياً.

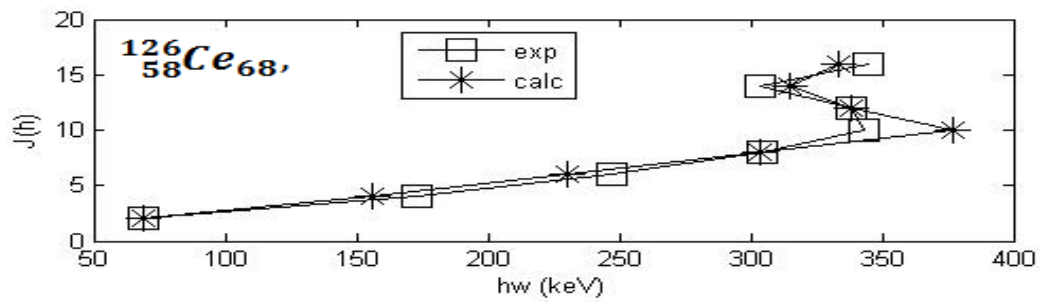
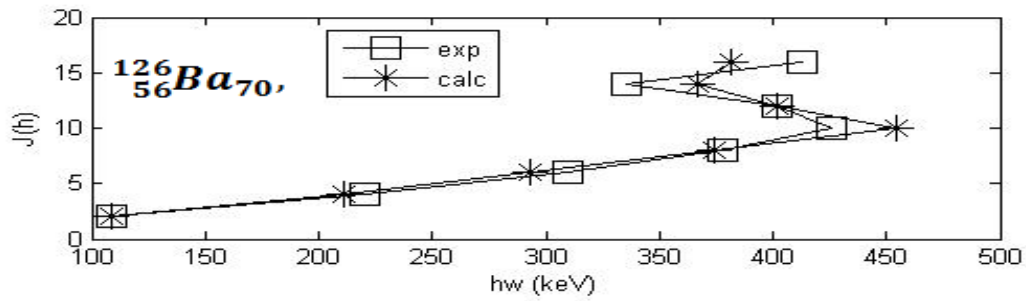


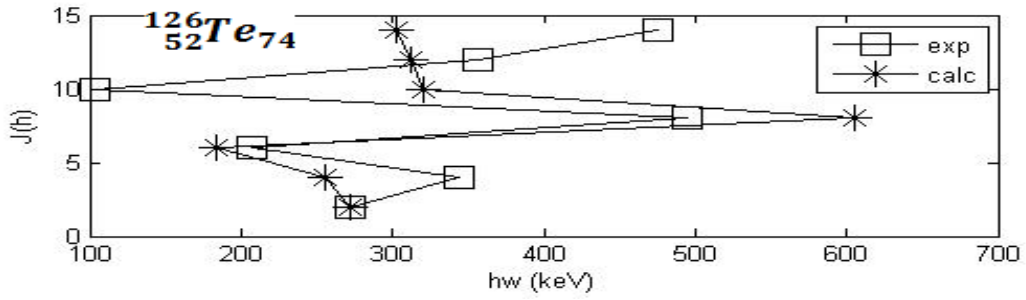
الشكل (1) يوضح تغير عزم العطالة بتغير hw للايزوباترات $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$



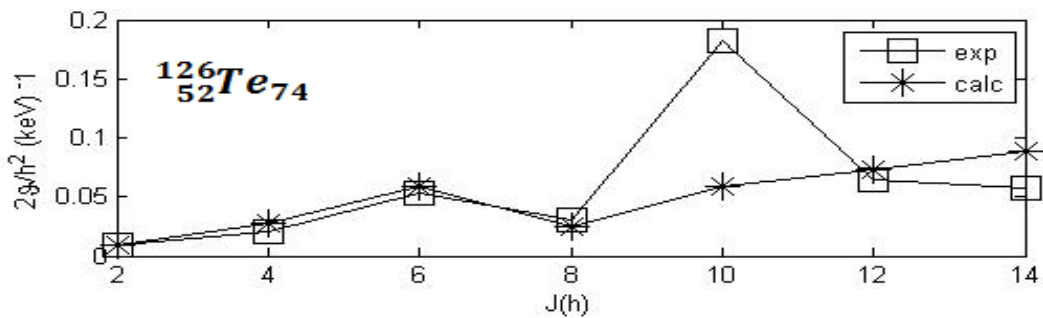
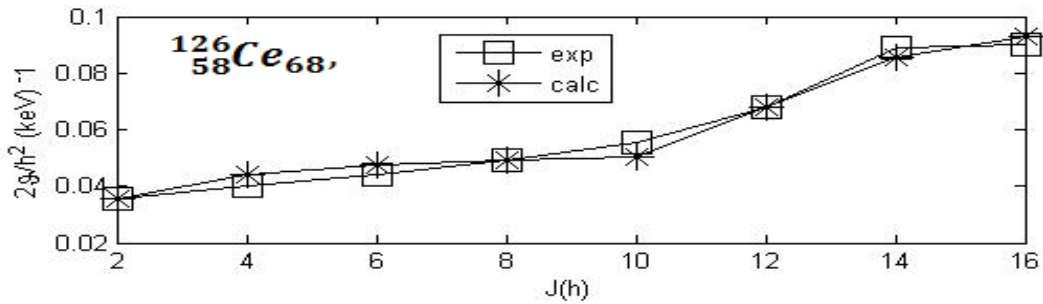
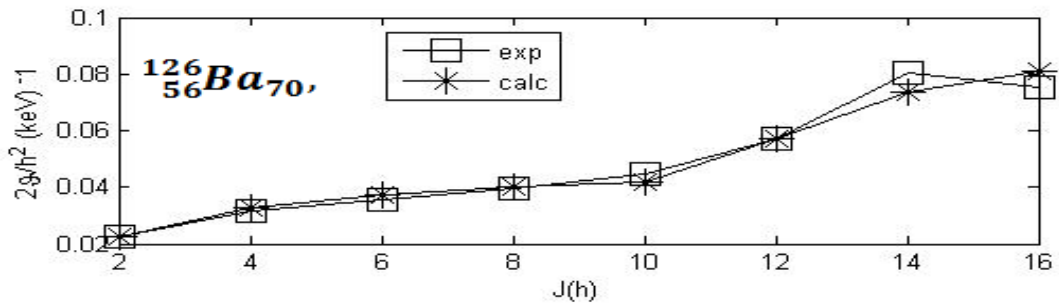


الشكل (2) يوضح تغير قيم الطاقة بتغير العزم الزاوي الكلي للايزومرات $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$

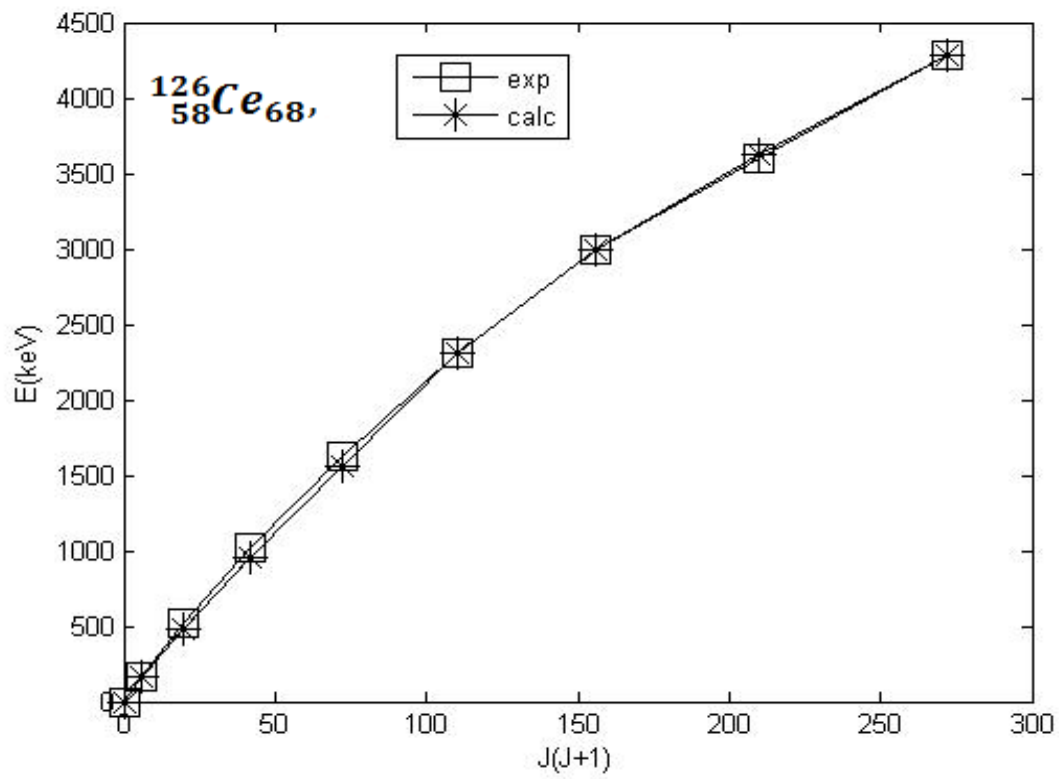
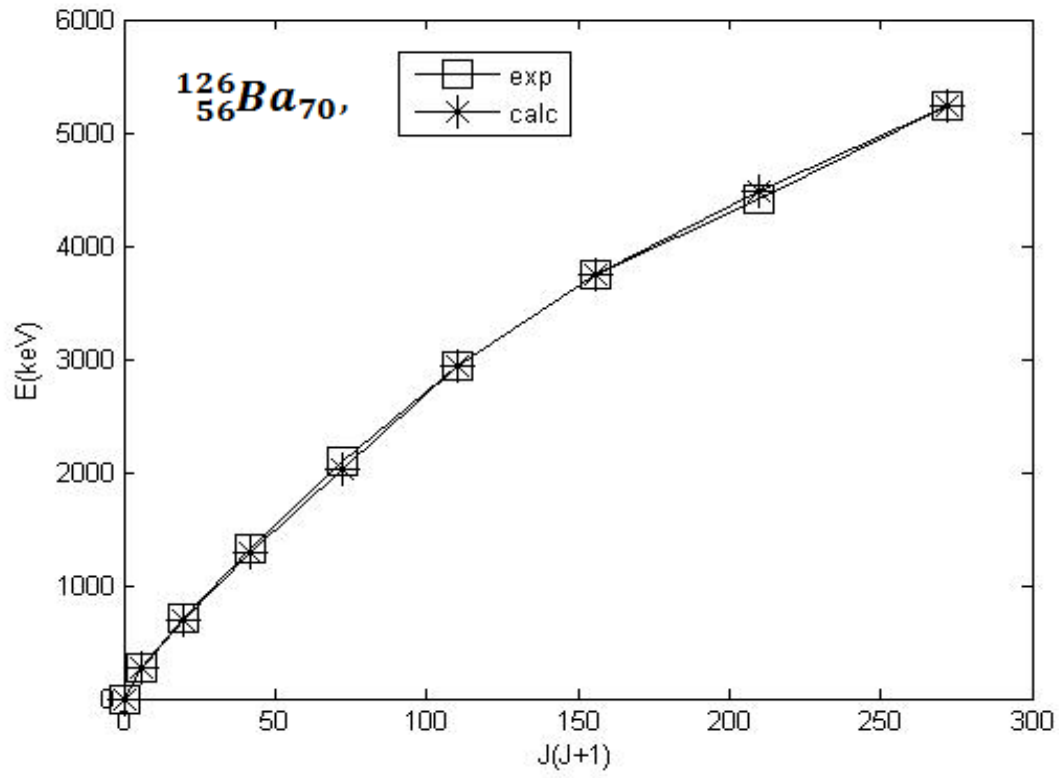


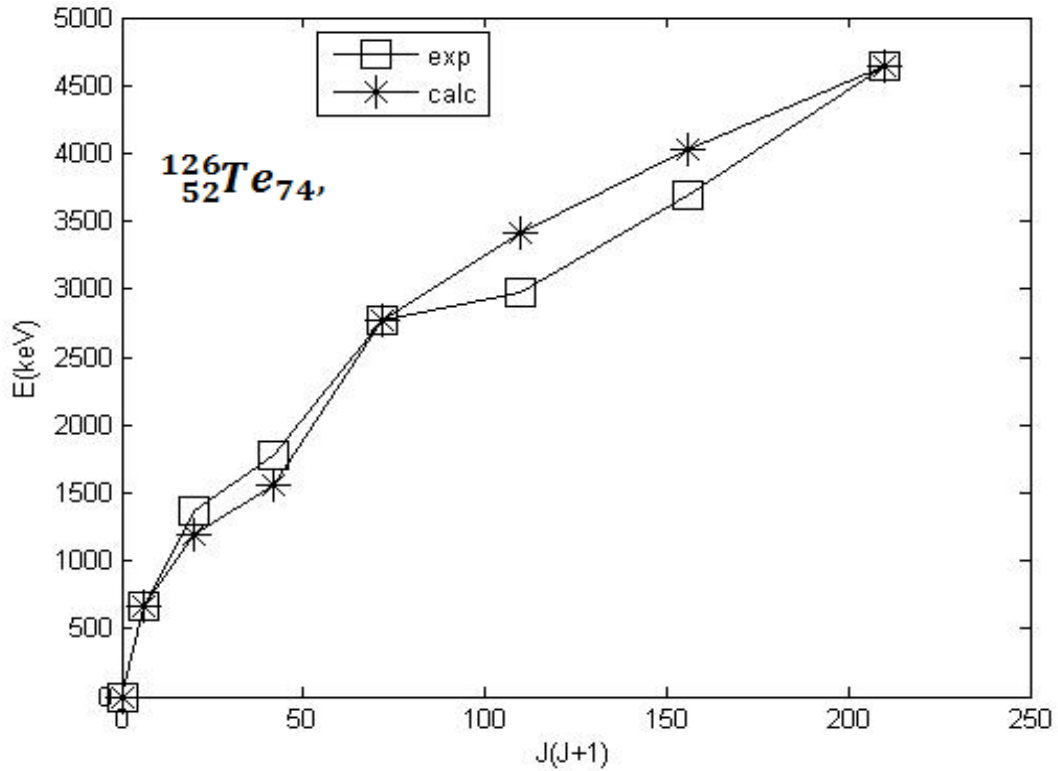


الشكل (3) يوضح تغير العزم الكلي بتغير $h\omega$ للايزومرات $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$



الشكل (4) يوضح تغير عزم العطالة بتغير العزم الزاوي الكلي للايزومرات $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$





الشكل (5) يوضح تغير قيم الطاقة المحسوبة والتجريبية بتغير مربع العزم الزاوي الكلي للايزوبارات $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$.

الاستنتاجات والتوصيات:

استخدمنا نموذج البوزونات المتفاعلة 1- لحساب السويات الطاقية $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$, $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ ، وحددت النتائج أن النواتين $^{126}_{56}\text{Ba}_{70}$, $^{126}_{58}\text{Ce}_{68}$ تقعان ضمن المنطقة $O(6)$ التي تميز النوى الدورانية بينما نتائج النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ ، بينت أن هذه النواة تتمتع بمستويات دورانية من أجل العزوم $J=2,4,6,8,12$ واخرى غير المتناظرة دورانياً من أجل $J=10,14$ ، وقد نجح نموذج البوزونات المتفاعلة-1 في وصف الانحناء الخلفي وفي الحصول على المستويات الطاقية، ويمكن دراسة النواة $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ ضمن المستويات الطاقية الاهتزازية.

المراجع:

- [1] IACHELLO, F.; ARIMA, A. Boson symmetries in vibrational nuclei. *Physics Letters B*, 1974, 53.4: 309-312.
- [2] A. Bohr and BR Mottelson, *Mat.Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 27(1953)
- [3] BOHR, Aage; MOTTELSON, Ben R.; PINES, David. Possible analogy between the excitation spectra of nuclei and those of the superconducting metallic state. *Physical Review*, 1958, 110.4: 936.
- [4] ENGEL, J.; IACHELLO, F. Interacting boson model of collective octupole states:(I). The rotational limit. *Nuclear Physics A*, 1987, 472.1: 61-84.
- [5] IACHELLO, F. An introduction to the interacting boson model.. plenum press, 1980.
- [6] ARIMA, A.; IACHELLO, F. Interacting boson model of collective nuclear states IV. The O (6) limit. *Annals of Physics*, 1979, 123.2: 468-492.
- [7] IACHELLO, F.; ARIMA, A. The Interaction Boson Model, Cambridge Univ. *Pres.*, Cambridge, 1987.
- [8] AL-MAQTARY, K. A. IBM-1 Calculations of Energy Levels and Electric Transition Probabilities B (E2) in 158-160 Gd Isotopes. 2013.
- [9] Imad, A., Al-jabbouri, M.A., Al-rafidin science journal,4(20),2009.
- [10]H. Kusakari, K. Kitao, K. Sato, M. Sugawara, H. Katsura-gawa. High-spin states in even-mass Xe nuclei and back-bending phenomena. *Nucl. Phys. A*401, 445 (1983) [DOI:10.1016/0375-9474(83)90359-7]
- [11] RING, Peter; SCHUCK, Peter. *The nuclear many-body problem*. Springer Science & Business Media, 2004.
- [12] KATAKURA, J.; KITAO, K. Nuclear data sheets for A= 126. *Nuclear data sheets*, 2002, 97.3-4: 765-926.