Stationary Factor of Non-Stationary Random Process Generated From Stationary Random Process Using Differential Linear Transformation

Dr. Ahmad Rostom Alwassouf*

(Received 28 / 12 / 2021. Accepted 29 / 5 /2022)

□ ABSTRACT □

This research studies deviation of output signal from stationary state by calculating stationary factor in differential filter with constant and non-stochastic coefficients, a stationary process] is applied on its input. We show was that this deviation is related to the degree of transformation and the study range length and the form of a correlation function of the process which applied on the input and the special solution of the equation **LY=X** and its correlation or un-correlation with that process.

Keywords: Stationary Factor, Stationary Random Process, Deviation From Stationary State, Green Function.

* **Associate Professor , Department of Mathematical Statistics, Science Faculty, Tishreen University, Lattakia, Syria. Email: Dr.ahmadrstomalwasouf@tishreen.edu.sy**

عامل الاستقرار لعملية عشوائية غير مستقرة مولدة من عملية عشوائية مستقرة بواسطة تحويل خطي تفاضلي

د. أحمد رستم الوسوف[*]

(تاريخ الإيداع 28 / 12 / 2021. قُبِل للنشر في 29 / 5 /2022)

□ ملخّص □

إن هذا البحث يدرس انحراف اشارة الخرج عن وضع الاستقرار وذلك بحساب عامل الاستقرار (stationary factor) في مصفي تفاضلي بأمثال ثابتة وغير عشوائية، تقع على مدخله عملية مستقرة ، فتبين أن هذا الانحراف يتعلق بدرجة التحويل وطول المجال الذي تتم عليه الدراسة وشكل تابع الارتباط للعملية الواقعة على المدخل والحل الخاص للمعادلة LY=X وارتباطه أو عدم ارتباطه بتلك العملية.

الكلمات المفتاحية: عامل الاستقرار ، عملية عشوائية مستقرة ، الانحراف عن حالة الاستقرار، دالة غرين .

[*]استاذ مساعد – قسم الاحصاء الرياضي – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
dr.ahmadrstomalwasouf@tishreen.edu.sy

مقدمة:

إن العمليات العشوائية المستقرة[1 ,2,3] (stationary Random processes) هي عمليات بعض توابعها المميزة الاحتمالية لا تتغير بتابعية إزاحة الزمن أو أحد عوامل الفضاء أو بالنسبة لزمرة أو نصف زمرة من التحويلات الخطية [1]، وصفة الاستقرار تلك تجعلها تلعب دوراً أساسياً في التطبيقات العملية لنظرية العمليات العشوائية، ولذلك دراسة انحراف العمليات العشوائية غير المستقرة عن وضع الاستقرار تعتبر ذات أهمية كبيرة.

لقد درس [1] انحراف بعض العمليات العشوائية المتخامدة (المتلاشية)غير المستقرة فوجد أن تابع ارتباطها يتألف من جزأين أحدهما تابع ارتباط لعملية مستقرة والثاني تابع ارتباط لعملية متخامدة تماماً، ولقد أوضح ارتباط مفهومي الاستقرار ومفهوم الترافق الذاتي لمؤثر خطي محدود على فضاء هلبرت H من خلال نظرية تعبر عن الشرط اللازم والكافي لتكون العملية $X(t) = e^{itA}x_0$ شبه مستقرة هو أن يكون $\dim G_A = \rho < \infty$ حيث $G_A = (2\,I_m A\,)H$ ، وهو الفضاء الجزئي من H حيث لا يكون A هرميتي عليه وإنما يكون هرميتي على $H \ominus G_A$[1,4].

تعريف 1(العملية من المرتبة الثانية):[3]

هي تلك العمليات $X(t)$ التي تحقق العلاقة $E|X(t)|^2 < \infty$.

تعريف 2(العملية المستقرة): [3]

يقال عن العملية العشوائية $X(t)$ إنها مستقرة بالمفهوم الواسع إذا كان تابع توقعها ثابت وتابع الارتباط $K(t\,,s)$ لأي مقطعين منها عند لحظتين مختلفتين t و s يتعلق بفرق اللحظتين، وتابع التباين ثابت .

ملاحظة:

سنعني بالاستقرار في هذا العمل الاستقرار بالمفهوم الواسع وهو كافي لدراسة العمليات من المرتبة الثانية .

تعريف3(عامل الاستقرار) [1]:

لتكن $X(t) = e^{itA}x_0$ عملية عشوائية خطية غير مستقرة و $W(t\ ,\ s)$ مشتق تابع ارتباطها، تسمي رتبة الصيغة التربيعية $\left(2\,I_m A\,X(t), X(t)\right) = \sum_{k,j}^{n} W(t_k\,, t_j)\,\overline{\xi_k}\,\xi_j$ بعامل الاستقرار للعملية العشوائية.

تعريف 4 (المصفى التفاضلي) [5] :

نسمي المصفي $Ly(t) = SX(t)$ حيث العمليتين العشوائيتن $X(t)$, $y(t)$ عمليتين عشوائيتين قابلتين للاشتقاق من المرتبة m , n و L, S كثيرتا حدود من المرتبة m , n بالنسبة لـ $\frac{d}{dt}$.

منهجية البحث:

يعتمد البحث بصورة أساسية على المنهج الوصفي التحليلي والإحصاء والاحتمالات والعمليات العشوائية، ويعتمد أيضاً على المؤثرات والمعادلات التفاضلية العشوائية وعلى مسح مرجعي لبعض الكتب والأبحاث ذات الصلة .

أهمية البحث وأهدافه:

تأتي أهمية هذا البحث من الاستخدام الواسع للعمليات العشوائية المستقرة في دراسة الكثير من الظواهر الفيزيائية والبيولوجية والاقتصادية والاتصالات وغيرها، لكن الكثير من الظواهر يوصف بعمليات عشوائية غير مستقرة لذلك سنواجه صعوبة كبيرة في دراسة الظواهر التي تصف سلوك تلك العمليات ومن هنا تأتي أهمية دراسة قربها أو بعدها

عن الاستقرار وهو هدف هذا البحث، من خلال دراسة عامل الاستقرار لعملية عشوائية مولدة من عملية عشوائية مستقرة ومناقشة عدة حالات وفق شروط مفروضة.

النتائج والمناقشة:

ندرس في هذا العمل عامل الاستقرار لعملية عشوائية $Y(t)$ مولدة بتحويل خطي لعملية عشوائية مستقرة $X(t)$ [6,7] وفق المعادلة:

$$L_t \mathrm{Y(t)} = \mathrm{X(t)}\ ;\ \ \mathrm{Y(t)}\lfloor \mathrm{t}_0 = \mathrm{y}_0 \qquad (1)$$

حيث $L_t = \sum_{k=0}^{n} a_k(t)\frac{d^k}{dt^k}$ مع الفرض أن $E\,X(t) = 0$ و $a_k(t) = const$.

إن حل المعادلة (1) له الشكل [7] :

$$Y(t) = \int_{t_0}^{t} G(t-s)X(s)ds + \sum_{k=1}^{n} c_k\varphi_k(t_0) \qquad , \quad (2)$$

حيث $G(t\,,s\,)$ هو تابع غرين[4,5,7] ، و $\varphi_k(t_0)$ تابع يسعى للصفر بسرعة عندما $\mathrm{t}_0 \longrightarrow -\infty$.

سنتناول في هذا العمل الحالات الآتية:

الحالة1: من أجل $\mathrm{t}_0 \longrightarrow -\infty$ نجد أن $Y(t)$ عملية مستقرة وهذا ما تعبر عنه المبرهنة التالية:

مبرهنة 1: العملية العشوائية $Y(t)$ المولدة بعملية مستقرة $X(t)$ بالتحويل (1) من أجل $a_k(t) = const$ على المجال $(-\infty\,, t\,)$ هي عملية عشوائية مستقرة، أي عامل استقرارها يساوي الصفر.

البرهان: إن التابع $\varphi_k(t_0)$ متناسب مع المقدار $e^{\omega_k t_0}$ حيث ω_k طيف العملية $X(t)$ ، فنجد أن التابع $e^{\omega_k t_0}$ ينتهي للصفر عندما $\mathrm{t}_0 \longrightarrow -\infty$ و $\omega_k > 0$ لذلك يكون للحل (2) الشكل الآتي:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{t} G(t-s)X(s)ds \qquad , \quad (3)$$

وبالتالي يكون $EY(t) = 0$ وتابع الارتباط لـ $Y(t)$ في فضاء هلبرت في لحظتين مختلفتين يعطى كالآتي :

$$K_{YY}(t\,,s) = \big(Y(t),Y(s)\big) = E\int_{-\infty}^{t} G(t-\sigma_1)X(\sigma_1)d\sigma_1 \int_{-\infty}^{s} G(s-\sigma_2)\overline{X(\sigma_2)}d\sigma_2 =$$

$$= \iint_{0}^{\infty} \mathrm{G(r)}\,.\,\overline{\mathrm{G(q)}}\,\mathrm{K_{XX}}(t-s+q-r)dr\,.\,dq = K(t-s) \ \ .$$

أي أن تابع ارتباط $Y(t)$ يتعلق بفرق اللحظتين، وبالتالي فإن $Y(t)$ هي عملية مستقرة، أي أن عامل الاستقرار يساوي الصفر.

الحالة 2:

بفرض أن $t_0 = 0$ في العلاقة (2) عندئذ يأخذ الحل الشكل الآتي:

$$Y(t) = Y_0(t) + \int_{0}^{t} G(t-s)X(s)ds \qquad (4)$$

$$Y_0(t)=\sum_{k=1}^{n} c_k\theta_k(t) \qquad (5)$$

حيث $Y_0(t)$ حل خاص للمعادلة (1) و c_k ثوابت لها صفة عشوائية غير مستقلة بالتبادل و $\theta_k(t)$ توابع عقدية غير عشوائية، و$E\,X(t).\overline{Y_0}(t)=0$ و$E\,\overline{X(t)}Y_0(t)=0$ وهنا نميز حالتين وذلك حسب قيمة تابع الارتباط لـ $X(t)$:

I– اذا كان لتابع الارتباط الشكل[1] :

$$K_{XX}(t-s)=\emptyset(t).\overline{\emptyset(s)} \qquad (6)$$

فنجد أن $Y(t)$ عملية عشوائية غير مستقرة وعامل استقرارها يحقق المبرهنة التالية:

مبرهنة 2: لتكن $X(t)$ عملية عشوائية مستقرة والشروط $E\,X(t).\overline{Y_0(t)}=0$ و$E\,\overline{X(t)}Y_0(t)=0$ و وتابع ارتباطها له الشكل $K_{XX}(t-s)=\emptyset(t).\overline{\emptyset(s)}$[1] عندئذ حل المعادلة (1) هي العملية $Y(t)=Y_0(t)+\int_0^t G(t-s)X(s)ds$ غير مستقرة وعامل استقرارها :

أ) لا يفوق $2(n+1)$ عندما $a_{k\,l}=E\,c_k\overline{c_l}=\xi_k.\delta_{k\,l}$ حيث $\delta_{k\,l}$ هو رمز كرونيكر.

ب) لا يفوق $2(n^2-n+1)$ عندما $a_{k\,l}=\overline{a_{l\,k}}$.

البرهان:

برهان أ):

بحساب تابع الارتباط للعملية $Y(t)$ المحققة للعلاقة (4) نجد أن:

$$K_{YY}(t\,,s)=\big(Y(t),Y(s)\big)=EY(t)\overline{Y(s)}=K_{Y_0Y_0}(t\,,s)+$$
$$+\int_0^t\int_0^s G(t-r).\overline{G(s-q)}K_{XX}(r-q)dr.dq$$

بالعودة للعلاقة (5) يكون:

$$K_{Y_0Y_0}(t\,,s)=\sum_{k\,,l=1}^{n} a_{k\,l}\,\theta_k(t)\overline{\theta_l(s)} \qquad (7)$$

ونجد أن تابع الارتباط للحد الثاني $\tilde{Y}(t)=\int_0^t G(t-s)X(s)ds$ للحالتين ا و 2 هو نفسه و معطى بالعلاقة:

$$K_{\tilde{Y}\tilde{Y}}(t\,,s)=\int_0^t\int_0^s G(t-r).\overline{G(s-q)}K_{XX}(r-q)dr.dq \qquad (8)$$

نشتق العلاقة (8) وفق المؤثر التفاضلي $B=-\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial s}\right)$ فنجد أن[1] :

$-W_{\tilde{Y}}(t,s)=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial s}\right)K_{\tilde{Y}\tilde{Y}}(t\,,s)$ وباستخدام خاصة تابع غرين $G(0)=\overline{G(0)}=0$ يكون :

$$-W_{\tilde{Y}}(t,s)=\int_0^t\int_0^s\left[G_t'(t-r)\overline{G(s-q)}+G(t-r)\overline{G_s'(s-q)}\right]K_{XX}(r-q)\,dr.dq$$

وباستخدام العلاقة $K_{XX}(t-s)=\emptyset(t).\overline{\emptyset(s)}$ مع فرض أن $\psi(t)=\int_0^t G(t\,,r)\phi(r)dr$ نجد:

$$K_{\tilde{Y}}(t\,,s)=\psi(t).\overline{\psi(s)}$$

ويكون

$$W_{\tilde{Y}}(t,s) = -[\psi'(t).\overline{\psi(s)} + \psi(t).\overline{\psi'(s)}$$
$$= \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \varphi_\alpha(t).\Im_{\alpha\beta}.\overline{\varphi_\beta(s)} \qquad (9)$$

حيث و $\varphi_1(t) = \psi(t), \varphi_2(t) = \psi'(t)$ $\Im = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ وبالتالي من التعريف3 نجد ان رتبة العملية $\tilde{Y}(t)$ لا تفوق 2 أي أن $\tilde{Y}(t)$ هي عملية غير مستقرة.

ولتبيان حالة الاستقرار للعملية $Y_0(t)$ في الحالتين سنتناول بدايةً البند الآول:

نجد أن لتابع الارتباط الشكل الآتي $K_{Y_0}(t\,,s\,) = \sum_{k=0}^{n} \xi_k \theta_k(t)\overline{\theta_k(s)}$ ونشتق هذا التابع بالنسبة للمؤثر B يكون:

$$W_{Y_0}(t,s) = \sum_{\alpha,\beta=1}^{2n} \varphi_\alpha(t).\Im_{\alpha\beta}.\overline{\varphi_\beta(s)} \qquad (10)$$

حيث $\varphi_{2k}(t) = \sqrt{\xi_k}\theta_k'(t)$ ، و $\varphi_{2k-1}(t) = \sqrt{\xi_k}\theta_k(t)$ حيث k= 1,2,….,n و $\Im_{\alpha\beta}$ هي عناصر المصفوفة

$$\Im = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \cdots & & 0 & \\ -1 & 0 & & & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ & 0 & \cdots & 0 & & -1 \\ & & & -1 & & 0 \end{bmatrix}$$

هي من القياس *2nX2n* أي أن $Y_0(t)$ عملية غير مستقرة لا تفوق رتبتها *2n* ، وبالتالي من العلاقتين (9) و (10) نجد أن رتبة $Y(t)$ لا تفوق *2(n+1)* .

برهان البند ب) من المبرهنة 2:

أن مشتق تابع الارتباط للعملية $Y_0(t)$ له الشكل الآتي:

$$W_0(t\,,s) = \sum_{k=1}^{n} a_{kk}\left[\theta_k'(t)\overline{\theta_k(s)} + \theta_k(t)\overline{\theta_k'(s)}\right] -$$
$$- \sum_{k\neq l=1}^{n} a_{kl}\left[\theta_k'(t)\overline{\theta_l(s)} + \theta_k(t)\overline{\theta_l'(s)}\right] =$$
$$= W_{Y_0}^{(1)}(t\,,s) + W_{Y_0}^{(2)}(t\,,s)$$

يمكن كتابة الحد الأول من هذه العلاقة على الشكل:

$$W_{Y_0}^{(1)}(t\,,s) = -\sum_{k=1}^{n} a_{kk}[\sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \varphi_k^{(\alpha)}(t).\Im_{\alpha\beta}^{(k)}\overline{\varphi_k^{(\beta)}(s)} \qquad (11)$$

حيث $\varphi_1^{(k)}(t) = \theta_k(t)$ و $\varphi_2^{(k)}(t) = \theta_k'(t)$ و $\Im^{)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

من هنا نجد أن رتبة $Y_0^{(1)}$ تساوي 2.

أما الحد الثاني $W_{Y_0}^{(2)}(t\,,s)$ فيعطى بالعلاقة

$$W_{Y_0}^{(2)}(t\,,s) = -\sum_{k\neq l=1}^{n} a_{kl}\left[\theta_k'(t)\overline{\theta_l(s)} + \theta_k(t)\overline{\theta_l'(s)}\right] =$$

$$= \sum_{k\neq l=1}^{n} a_{kl}[\sum_{\alpha,\beta=1}^{4} \varphi_k^{(\alpha)}(t).\mathfrak{I}_{\alpha\beta}^{(k)}\overline{\varphi_l^{(\beta)}(s)} \qquad (12)$$

حيث التوابع $\varphi_k^{(1)}(t) = \theta_k(t)$ و $\varphi_k^{(2)}(t) = \theta_k'(t)$ و $\varphi_l^{(3)}(t) = \theta_l(t)$ و $\varphi_l^{(4)}(t) = \theta_l'(t)$

والمصفوفة $\mathfrak{I}$ من الشكل $\mathfrak{I} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -a_{kl} \\ 0 & 0 & -a_{kl} & 0 \\ 0 & -a_{kl} & 0 & 0 \\ -a_{kl} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

من العلاقتين (10) و (11) نستنتج أن رتبة العملية العشوائية $Y_0^{(2)}$ هي $2(n^2-n)$ وبالتالي ستكون رتبة $Y_0(t)$ لا تفوق $2(n^2-n+1)$.

II − لتابع ارتباط $X(t)$ الشكل التالي:

$$K_{XX}(t-s) = \sum_{l=1}^{m} \emptyset_l(t).\overline{\emptyset_l(s)} \qquad (12)$$

عندئذ فإن عامل الاستقرار تعطيه المبرهنة التالية:

مبرهنة 3.

لتكن $X(t)$ عملية مستقرة تابع ارتباطها في لحظتين مختلفتين معطى بالعلاقة (12)، عندئذ الحل $Y(t)$ المحقق للمعادلة (1) ضمن الشروط $E\, X(t).\overline{Y_0(t)} = 0$ و $E\, \overline{X(t)}Y_0(t) = 0$ هي عملية عشوائية غير مستقرة وعامل استقرارها لا يفوق $2(n+m)$ عندما $a_{kl} = \delta_{kl}.\xi_k$ و $2(n^2-n+m)$ عندما $a_{kl} = \overline{a_{lk}}$ حيث $a_{kl} = EC_k\overline{C_l}$.

البرهان:

من العلاقة (6) نجد أن :

$$K_{\tilde{Y}}(t,s) = \int_0^t\int_0^s \sum_{l=1}^{m} \emptyset_l(\sigma_1).\overline{\emptyset_l(\sigma_2)}\, G(t,\sigma_1)\overline{G(\sigma_2,s)}\, d\sigma_1 d\sigma_2$$

$$= \sum_{l=1}^{m}(\int_0^t \emptyset_l(\sigma_1)\, G(t,\sigma_1)\, d\sigma_1)\, \overline{(\int_0^s \emptyset_l(\sigma_2).G(s,\sigma_2)d\sigma_2}$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \psi_l(t).\overline{\psi_l(s)}$$

حيث $\psi_l(t) = \int_0^t \emptyset_l(\sigma_1)\, G(t,\sigma_1)\, d\sigma_1$

وبالتالي فإن لمشتق تابع الارتباط بالنسبة *للمؤثر* $B=-\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial s}\right)$ الشكل الآتي:

$$W_{\tilde{Y}}(t,s) = -\sum_{l=1}^{m}[\psi_l'(t).\overline{\psi_l(s)} + \psi_l(t).\overline{\psi_l'(s)} =$$

$$= -\sum_{l=1}^{m}\sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \varphi_l^{(\alpha)}(t).\mathfrak{I}_{\alpha,\beta}^{(l)}.\overline{\varphi_l^{(\beta)}(s)}$$

و $\mathfrak{I}^{(l)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ حيث $\varphi_1^{(\alpha)}(t) = \psi_l(t)$ و $\varphi_2^{(\alpha)}(t) = \psi_l'(t)$ أي أن رتبة $\tilde{Y}(t)$ لا *تفوق* 2m *وبالتالي يكون عامل الاستقرار للعملية* Y(t) *لا يفوق* 2(m+n) في الحالة الأولى و

$2(n^2-n+m)$ في الحالة الثانية.

مثال:

لتكن $Y(t)$ عملية عشوائية تحقق المعادلة $\frac{dY(t)}{dt}=X(t)$

مع شرط كوشي $Y(t)=Y_0+\int_0^t X(s)ds$

1- إذا تحققت الشروط $E\,X(t)=a_0=const$ و $EY_0.\overline{X(t)}=0$ و X(t) عملية مستقرة ، عندئذ مشتق تابع الارتباط W(t , s) يعطى بالعلاقة :

$$W_Y(t,s)=-\frac{\partial}{\partial\tau}K_Y(t+\tau,s+\tau)|_{\tau=0}=-\frac{\partial}{\partial\tau}\int_0^{t+\tau}\int_0^{s+\tau}K_{XX}(\sigma_1-\sigma_2)\,d\sigma_1 d\sigma_2 \mathrm{I}_{\tau=0}=$$

$$=-\int_0^s K_X(t-\sigma_2)d\sigma_2-\int_0^t K_X(\sigma_1-s)\,d\sigma_1$$

نغير متغير التكامل في التكاملين $t-\sigma_2=\vartheta_1$ و $\sigma_1-s=\vartheta_2$ فيكون

$$W_Y(t,s)=\int_t^{t-s}K_{XX}(\vartheta_1)d\vartheta_1$$

$$-\int_{-s}^{t-s}K_{XX}(\vartheta_2)\,d\vartheta_2=\int_t^0 K_{XX}(\vartheta_1)d\vartheta_1-\int_{-s}^0 K_{XX}(\vartheta_2)\,d\vartheta_2==\emptyset(t)\,.\emptyset(-s)$$

عندئذ يمكن كتابة هذه العلاقة على النحو التالي :

$$W_Y(t,s)=\sum_{\alpha,\beta=1}^4\varphi_\alpha(t).\mathfrak{I}_{\alpha,\beta}^{(l)}.\overline{\varphi_\beta(s)}$$

حيث

$$\varphi_1(t)=1\ ,\ \varphi_2=\emptyset(t)\ ,\ \varphi_3=-\emptyset(t)\ ,\ \varphi_4(t)=1$$

والمصفوفة

$$\mathfrak{I}=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix}$$

أي أن رتبة Y(t) لا تفوق الـ 4 .

2- أما إذا تحققت الشروط $E\,Y_0\neq 0$ و $E\,X(t)\neq 0$ و $E\,Y_0.\overline{X(t)}\neq 0$

نجد أن تابع الارتباط يعطى بالعلاقة التالية:

$$K_Y(t+\tau,s+\tau)E|Y_0|^2+\int_0^s E(Y_0\,\overline{X}\,(\sigma_2))\,\,d\sigma_2$$

$$+\int_0^t E\,(\,X(\sigma_1)\,.\overline{Y_0})\,d\sigma_1\,+\,+\int_0^t\int_0^s K_X(\sigma_1-\sigma_2)\quad d\sigma_1\,\,d\sigma_2$$

ومنه نجد أن

$$W_Y(t\,,s) = Z_1(t) - \; Z_2(t) \;= \sum_{\alpha,\beta=1}^{4} \varphi_1(t)\mathfrak{I}_{\alpha\,\beta}\overline{\varphi_\beta}(s)$$

حيث

$$\varphi_3(t) = Z_2(t)\;, \quad \varphi_1(t) = Z_1(t)\quad, \qquad \varphi_2(t) = \varphi_4(t) = 1$$

$$Z_1(t) = E\;X(t).\overline{Y_0} + \int_t^0 K_X(u)\,du\;,$$

$$Z_2(t) = EY_0.\overline{X(t)} + \int_{-t}^0 K_X(u)\,du$$

ولدينا

$$.\mathfrak{I} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

الاستنتاجات والتوصيات:

1- إن معيار الاستقرار لإشارة الخرج العشوائية يتعلق بتابع الارتباط بين اشارة الدخل العشوائية والخرج لمصفي تفاضلي خطي.

2- حساب معامل الاستقرار سهل من أجل عمليات عشوائية متخامدة تقع على مدخل النظام.

3- نوصي بحساب عامل الاستقرار لصفوف أخرى من العمليات العشوائية غير المستقرة المتخامدة.

References*:*

1- LIVSIC M. S. , IANCEWICH A. A. *Theory of operator colligation in Hilbert Space* , J. Wiley N.Y, 1979 .

2- NIEMI N. *On the linear pre diction problem of certain non-stationary Scand.* 1976. 39 p 146-160.

3- RAZANOV, J. A., *Stationary Random processes*. Femmagist, Moscow
1963 ; English Transl., Holden-Day , Sanfracisco, California,1967.
MR28. N2580, N 4985.

4- KAMENSKI, M.; PERGAMECHTCHIKOV, S.; QUINCAMPO, M. *Second-order differential equation with random perturbations and small parameters*, CUP, 2017, 147, pp.763-779.

5- WIJEWARDENA, K; GAMALATH, L. *Introduction to green functions in physics*, Alpha Science ,2019.

6- -Jouja Ghada - About Unstoppable Sequences in Hilbert Space - Indicator of Unstoppable Limits - Jamia Journal - Al al-Bayt University - Amman - Jordan for the year 2004.

7- Корен Г. ,курен Т. ;справочник по математике издание пятое москква «Наука» 1984.