مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (1) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (1) 2015

أنماط الصوت الصفري و طاقة هذه الأنماط من أجل : $(\ell \leq 1)$ في بلازما فيرمي الكمية

الدكتورة نجاح قبلان*
الدكتور محمود أحمد**
لما بلول***

(تاريخ الإيداع 10 / 11 / 2014. قُبِل للنشر في 10 / 2 /2015)

□ ملخّص □

تمَ من خلال هذا البحث حل المعادلة الحركية شبه الكلاسيكية في بلازما فيرمي الكمية، وتعد هذه المعادلة تعميماً لمعادلة لانداو الحركية؛ حيث تتضمن معلماً فيزيائياً إضافياً يسمى حد مادلونغ ناتج عن انعراج أمواج دو– بروي، وهذا الحد مسؤول عن إثارة الصوت الصفري في غاز فيرمي المثالي. كذلك عممنا عبارة تبدد الصوت الصفري لِ لانداو بوجود التصحيح الكمي. ولتحقيق ذلك قمنا بنشر تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات وفق التوافقيات الكروية في فراغ ثلاثي الأبعاد من أجل(ℓ =0 ,1). تسمى عوامل نشر هذا التابع (بارامترات لانداو)، بعد ذلك أوجدنا عبارة تبدد الصوت الصفري وقمنا بمقارنتها مع ماتوصل إليه آخرون في هذا المجال.

الكلمات المفتاحية: نظرية سائل فيرمي – بلازما فيرمي الكمية – تابع التأثير المتبادل– بارامترات لانداو.

* أستاذ مساعد – قسم الفيزياء – كلية العلوم– جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
** أستاذ مساعد – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
*** طالبة دراسات عليا (ماجستير) – اختصاص فيزياء نظرية – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

Finding Zero Sound Modes and Their Energies with ($\ell \leq 1$) in Quantum Fermi Plasmas

Dr. Najah Kabalan*
Dr. Mahmoud Ahmad**
Lama Balloul***

(Received 10 / 11 / 2014. Accepted 10 / 2 /2015)

□ ABSTRACT □

In this paper, quantum kinetic equation in Quantum Fermi Plasmas have been solved, which is considered a generalization of Landau Kinetic Equation. There is an additional physical feature included here; namely, the Madelung term is produced due to the diffraction of de-Broglie waves. This term is responsible for the excitation of zero sound even in an ideal Fermi gas. Thus, we have generalized Landau dispersion of zero sound including the quantum correction. To achieve that, we had expanded interaction function between quasi- particles by means of spherical functions in three-dimension space for (ℓ=0,1), these parameters are called (Landau parameters). After that, the dispersion relation of zero sound have been found and compared with other studies in the same domain.

Key Words: Fermi liquid theory, Quantum Fermi Plasma, Interaction Function, Landau's Parameters.

***Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.**
**** Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.**
***** Postgraduate Student, Theoretical Physics, Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

تهتم نظرية لانداو في السوائل الكمية بدراسة التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات المؤثرة على شبه الجسيم المدروس، إذ ترتبط طاقة شبه الجسيم بحالة أشباه الجسيمات الأخرى، وهي تتعلق بتابع توزع أشباه الجسيمات [1].

وضع لانداو فرضيات نظريته على الهيليوم (He^3) في عام 1956، وبين أن سبب بقاء الهيليوم سائلاً حتى الدرجة $1K^0$ يعود إلى القوى الضعيفة الناتجة عن التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات [2]. كما تنبأ لانداو بوجود نوع جديد من الأمواج في المادة تدعى بالأمواج البنيوية، والتي تختلف من حيث المنشأ عن بقية الأمواج باعتمادها على التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات، ولايمكن لهذا النوع من الأمواج أن ينتشر في جملة جسيمات حرة [3]. ومن هذه الأمواج الصوت الصفري: وهو عبارة عن نمط من الاهتزاز عالي التردد(من مرتبة MHZ)، والذي ينتشر في سائل فيرمي بإهمال التصادم بين أشباه جسيمات الوسط، عند الشرط الهيدروديناميكي $\tau\omega \gg 1$ [4] .

هذا ويختلف الصوت الصفري عن الصوت العادي من حيث الطبيعة والانتشار، ويرتبط انتشاره بالمتجه الموجي وفق الصيغة الآتية:

$$w(k) = \alpha k + \beta k^2 + \gamma k^3 + \cdots$$

علما" أن:γ, β, α مقادير تتعلق ببارامترات لانداو[5].

درس كل من (Klimontovich and Silin) التصادمات في غاز فيرمي المعتدل، وكذلك درسا خصائص السلوك الجماعي الخطي للبلازما الكمية باستخدام جملة من المعادلات الهيدروديناميكية التي عجزت عن الوصف الدقيق للجمل المدروسة [6]. قام كل من(Tsintsadse−N.L and Tsintsadse−L.N) بمعالجة هذا العجز وذلك باشتقاق نوع جديد من المعادلات الحركية الكمية لجسيمات فيرمي، واستخدمت هذه المعادلة لدراسة الاضطرابات الطولية الضعيفة في البلازما التصادمية(الكترون−أيون)، ثم تابعا عملهما من خلال دراستهما لآثار تكميم الحركة المدارية للإلكترونات وسببن هذه الإلكترونات على انتشار الأمواج الطولية في البلازما الكمية، وأوجدا عبارة التبدد التي تصف تفاعل حزمة إلكترونية ذات كثافة منخفضة مع البلازما الكمية الإلكترونية [8−7]. بعد ذلك عمما نظرية لانداو لسائل فيرمي بالأخذ بالحسبان لإنعراج أمواج دو−بروي انطلاقاً من معادلة بولتزمان الكمية وبذلك تم إيجاد حزمة جديدة من طيف الترددات تعود للتفاعل الضعيف [9].

تعد نظرية لانداو نظرية أساسية لكل من الاستخدامات النظرية والتطبيقية وعلى وجه الخصوص في السوائل الكمية: كالإلكترونات الموجودة في المعادن، الهيليوم السائل، وصولاً للنجوم النيوترونية والنيوكلونية، بالإضافة للتطبيقات المعاصرة: كالناقلية الفائقة والأفلام الرقيقة[10,11,12].

أهمية البحث وأهدافه:

تدل التجربة على أن التأثير المتبادل بين الجسيمات والذي عبر عنه لانداو بما يسمى (تابع التأثير المتبادل لأشباه الجسيمات) هو المسؤول عن ظهور أمواج بنيوية في الجملة البلازمية الكمية المدروسة[13]، و يمكن نشر تابع التأثير المتبادل وفق توابع كروية في فراغ ثلاثي الأبعاد، حيث سميت عوامل النشر هذه ببارامترات لانداو F_ℓ^S؛ إذ يمكن إيجاد هذه البارامترات تجريبياً حيث وجد مثلاً أن قيمة F_2^S موجبة وأصغر من 0.25 عند كل الضغوط التي قيمتها أصغر من 10 bar، وذلك في تجربة أجريت على الهيليوم (He^3) [16−14] ، وبمعرفة بارامترات لانداو نستطيع دراسة ومعرفة الكثير من الخواص الفيزيائية للجملة: كأمواج السبين(دراسة الخواص المغناطيسية للمادة)، وأمواج لانداو

الصوتية(دراسة الخواص الكهربائية والحرارية ومايتعلق بانتشار الصوت)، وبالتالي فإن لهذه الدراسة أهمية خاصة في الفيزياء المعاصرة لفهم أعمق للجمل الكمية قيد الدراسة.

ويهدف هذا البحث إلى:

1- حل المعادلة الحركية شبه الكلاسيكية بإدخال تابع التأثير المتبادل للانداو.

2- إيجاد عبارة تبدد الصوت الصفري بتابعية بارامترات لانداو من أجل(ℓ=0,m=0) في بلازما فيرمي الكمية عندما يكون تابع التأثير المتبادل ثابتاً، ومن ثم إيجاد عبارة التبدد باعتبار تابع التأثير المتبادل متغيراً.

3- إيجاد عبارة تبدد الصوت الصفري بتابعية بارامترات لانداو من أجل (ℓ=0,1 & m=0) في بلازما فيرمي الكمية عندما يكون تابع التأثير المتبادل ثابتاً ثم متغيراً.

4- مناقشة النتائج.

طرائق البحث ومواده:

لدراسة الصوت الصفري في بلازما فيرمي الكمية انطلقنا من معادلة بولتزمان الكمية والمعبر عنها بالعلاقة الآتية:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{\nabla})f + \frac{d\vec{p}}{dt}.\frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = I_{coll} \qquad (1)$$

علما" أن:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}} \;;\; \frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} + \frac{\hbar^2}{2m}.\vec{\nabla}.\frac{1}{\sqrt{n}}\Delta\sqrt{n} \qquad (2)$$

حيث: $\mathcal{E}$, $\vec{p}$ كمية حركة الجسيمات وطاقتها على الترتيب، I_{coll} تكامل التصادم، m كتلة الجسيمات و n كثافتها، f تابع توزع الجسيمات و$\vec{v}$ سرعتها.

ويفترض ضمن هذه الدراسة أن طول موجة دو-بروي أصغر بكثير من الطول المميز ويحقق العلاقة:

$$\lambda_D = \frac{\hbar}{P_F} \ll L \qquad (3)$$

p_F: تعبر عن كمية حركة الجسيم على سطح فيرمي.

وبالاعتماد على نظرية لانداو يمكننا أن نعبر عن تابع توزع أشباه الجسيمات وتغير طاقتها بالعلاقتين الآتيتين:

$$f(\vec{r},\vec{p},t) = f_0(\vec{p}) + \delta f(\vec{r},\vec{p},t) \qquad (4)$$

$$\delta\varepsilon = \int \varphi\left(\vec{p},\vec{p'}\right)\delta f(\vec{r},\vec{p},t).2.\frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \qquad (5)$$

حيث يظهر الثابت 2 في العلاقة السابقة بسبب السبين، وتعطى طاقة شبه الجسيم بالعلاقة:

$$\varepsilon = \varepsilon_0(\vec{p}) + \delta\varepsilon(\vec{r}',\vec{p},t) \qquad (6)$$

$\delta\varepsilon(\vec{r}',\vec{p},t)$ التغير في طاقة شبه الجسيم والناتج عن تأثير باقي الجسيمات عليه.

ε_0: طاقة شبه الجسيم في حالة التوازن، والتي يمكن نشرها وفق سلسلة تايلور بالقرب من سطح فيرمي أي في جوار p_F التي تعبر عن كمية حركة الجسيم على سطح فيرمي، فنحصل على:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_F + \left(\frac{\partial \varepsilon_F}{\partial p}\right)_{p=p_F}(P - P_F) \qquad (7)$$

ويعبر المقدار $\nu = (\frac{\partial \varepsilon_F}{\partial P})_{P=P_F}$ عن سرعة شبه الجسيم على سطح فيرمي وبالتبديل في عبارة الطاقة نحصل على:

$$\boldsymbol{\varepsilon = \varepsilon_F + v_F(p - p_F) + \int Q(\vec{p}, \vec{p}')\delta f(\vec{r}, \vec{p}', t).2.\frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3}} \quad (8)$$

ونعبر عن تابع التأثير المتبادل لأشباه الجسيمات بالعلاقة الآتية:

$$\boldsymbol{Q(\vec{p}, \vec{p'}) = \frac{\pi^2\hbar^3}{m^* p_F} Q(\theta)} \quad (9)$$

حيث θ:الزاوية الكائنة بين متجهي كمية الحركة لشبه جسيمين واقعين على سطح فيرمي.

و $m^* = \frac{P_F}{v_F}$ الكتلة الفعالة لشبه الجسيم.

$$\boldsymbol{\delta f \sim \delta(\varepsilon - \varepsilon_F)u(\overrightarrow{n'}, r, t)} \quad (10)$$

وبتبديل (2,7,8,9) في (1) تأخذ معادلة الحركة الشكل الآتي:

$$\boldsymbol{\frac{\partial \delta f}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{\nabla})\delta f - \nabla \delta\varepsilon(\frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}}) + \frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}.\Delta\frac{\delta n}{n_0}.\frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = I_{coll}} \quad (11)$$

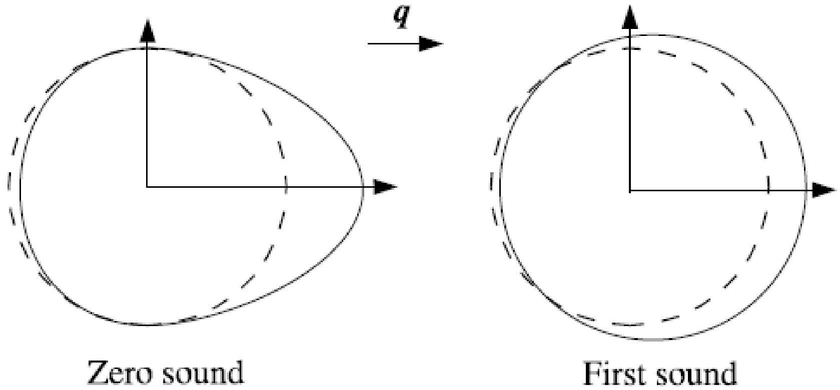
وبأخذ العبارتين(8) و (9) بالحسبان نحصل على:

$$\boldsymbol{\vec{\nabla}\delta\varepsilon = \sum_{p'} Q(\vec{P}, \vec{P'})\delta f_{p'}(\vec{r}, t)} \quad (12)$$

حيث: $Q(\vec{p}, \vec{p'})$ تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات والمتعلق باندفاعي الجسيمين المتفاعلين $\vec{p}, \vec{p'}$

$$\boldsymbol{\delta f_p = -\left(\frac{\delta n_p^0}{\partial \varepsilon_p}\right)u_p = \delta n_p} \quad (13)$$

ويعبر المقدار u_p عن الإزاحة في سوية فيرمي كما هو موضح في الشكل(1)، والمقدار n_p^0 عن حالة التوازن العام لتابع التوزع، و δn_p عن الانحراف عن حالة التوازن العام.



الشكل(1)التشوه في سطح فيرمي في حالة انتشار موجة الصوت الصفري والصوت الأول.

وتعطى عبارة تغير الكثافة بالعلاقة الآتية:

$$\boldsymbol{\delta n = n_0\left(\frac{3m}{p_F^2}\right)e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\sum \delta n_{\overrightarrow{p'}}} \qquad (14)$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = -\vec{v}\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)} \qquad (15)$$

للحصول على الحلول الموجية بتابعية الزمن والمكان للتابع$u(\overrightarrow{n'}, r, t)$ نفرض أنه متناسب مع: $e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$

وبالتالي بإمكاننا أن نطبق تحويل فورييه: $(\frac{\partial}{\partial t} \to -i\omega \quad \& \quad \nabla \to ik)$

$$\boldsymbol{\delta f_P = \delta n_p(\vec{r}, t) = \delta n_p(\vec{k}, \omega).\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}} \qquad (16)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon\delta = \sum_{P'} Q(\vec{p}, \overrightarrow{p'})\delta n_{p'}(\vec{k}, \omega)e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}} \qquad (17)$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial}{\partial t}\delta f_p = \frac{\partial}{\partial t}\delta n_p = -i\omega\delta n_p(\vec{k}, \omega).\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}} \qquad (18)$$

$$\boldsymbol{\nabla\Delta\left[\left(\frac{3m}{4p_F^2}\right).\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}\sum_{P'}\delta n_{p'}\right] = -(ik)\left(\frac{3mk^2}{4p_F^2}\right)\sum_{P'}\delta n_{p'}\, e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}} \qquad (19)$$

حيث يشير العدد *4* الموجود في المقام إلى الزاوية المجسمة على كامل الفراغ.

$$\boldsymbol{\vec{\nabla}\delta\varepsilon = (i\vec{k})\sum_{\overrightarrow{p'}} Q(\vec{p}, \overrightarrow{p'})\delta n_{p'}(\vec{k}, \omega)e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}} \qquad (20)$$

$$\boldsymbol{\delta f_{\overrightarrow{p'}} = \delta n_{\overrightarrow{p'}} = -\left(\frac{\partial n_p^0}{\partial \varepsilon_p}\right)u_{\overrightarrow{p'}} \; ; \; \left(\frac{\partial n_p^0}{\partial \varepsilon_p}\right) = -\vec{v}} \qquad (21)$$

وبتعويض المعادلات (**13–21**) في معادلة الحركة (11) نحصل على الشكل الآتي:

$$\boldsymbol{\delta n_{\vec{p}}} = \frac{\mathbf{cos\theta}}{(\lambda-\mathbf{cos\theta})}\left\{\sum\nolimits_{\boldsymbol{p'}}\left[\boldsymbol{Q}(\vec{\boldsymbol{p}},\overrightarrow{\boldsymbol{p'}}) + \left(\frac{\boldsymbol{3k^2\hbar^2}}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right)\right]\boldsymbol{\delta n_{\overrightarrow{p'}}}\right\} \qquad \mathbf{(22)}$$

حيث: $\lambda = \frac{\omega}{K v_F}$ الطول الموجي.

وبأخذ صيغة التأثير المتبادل كما في [13–17]:

$$Q(\vec{p},\overrightarrow{p'}) = \sum\nolimits_{\ell} f_{\ell}^{s(a)} . p_{\ell}\left(\theta_{\vec{p}\overrightarrow{p'}}\right) \qquad (23)$$

حيث s(a): حالتي التناظر واللاتناظر الموافقة لتوافقيات ليجندر الكروية p_ℓ على سطح فيرمي.

وكذلك:

$$\boldsymbol{\delta n_{\vec{p}}} = -\left(\frac{\boldsymbol{\partial n_p}}{\boldsymbol{\partial \varepsilon_p}}\right)\boldsymbol{u_{\vec{p}}} \quad \& \quad \boldsymbol{\delta n_{\overrightarrow{p'}}} = -\left(\frac{\boldsymbol{\partial n_p}}{\boldsymbol{\partial \varepsilon_p}}\right)\boldsymbol{u_{\overrightarrow{p'}}} \qquad (\mathbf{24})$$

وبنشر $\boldsymbol{u_{\overrightarrow{p'}}}$ و $\boldsymbol{u_{\vec{p}}}$ بتوابع كروية كالآتي [15]:

$$u_{\vec{p}} = \sum_{\ell}^{m} Y_{\ell}^{m} u_{\ell}^{m} \qquad \& \qquad u_{\overrightarrow{p'}} = \sum_{\ell'}^{m} Y_{\ell'}^{m} u_{\ell'}^{m} \qquad (25)$$

بأخذ (23,24,25) بالحسبان يمكن أن نعبر عن الحد الذي يحوي تابع التأثير المتبادل في العلاقة(22) بالصيغ الآتية:

$$\sum_{\ell'} Q(\vec{p},\overrightarrow{p'})\,\delta n_{\overrightarrow{p'}} = \sum_{p'} Q(\vec{p},\overrightarrow{p'})\left(-\frac{\boldsymbol{\partial n_p}}{\boldsymbol{\partial \varepsilon_p}}\right)\boldsymbol{u_{\overrightarrow{p'}}}$$

$$= -\sum_{\ell'}\left(\frac{F_{\ell'}^{S}}{2\ell'+1}\right)\left(\frac{\boldsymbol{\partial n_p}}{\boldsymbol{\partial \varepsilon_p}}\right)Y_{\ell'}^{m} u_{\ell'}^{m} \qquad (26)$$

حيث: $F_{\ell}^{s(a)} = NVf_{\ell}^{s(a)}$ بارامترات لانداو، وسنتعامل مع حالة التناظر فقط لشبه الجسيم لأنها تخص الصوت الصفري.

ونعبر عن الحد الآخر في العلاقة (22) بالشكل الآتي:

$$\sum_{p'}\left(\frac{\boldsymbol{3k^2\hbar^2}}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right)\boldsymbol{\delta n_{\overrightarrow{p'}}} = -\left(\frac{\boldsymbol{3k^2\hbar^2}}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right)\left(\frac{\boldsymbol{\partial n_p}}{\boldsymbol{\partial \varepsilon_p}}\right)\sum_{\ell',m} Y_{\ell'}^{m} u_{\ell'}^{m} \qquad (27)$$

وبتعويض(24,26,27) في (22) والإختصار على $\left(-\frac{\boldsymbol{\partial n_p}}{\boldsymbol{\partial \varepsilon_p}}\right)$ نحصل على العلاقة الآتية:

$$\sum_{\ell,m} u_{\ell}^{m} Y_{\ell}^{m} = \left(\frac{\cos\theta}{\lambda-\cos\theta}\right)\sum_{\ell',m}\left[C + \frac{F_{\ell'}}{2\ell'+1}\right] Y_{\ell'}^{m} u_{\ell'}^{m} \qquad (28)$$

حيث فرضنا: $C = \frac{\boldsymbol{3K^2\hbar^2}}{\boldsymbol{4p_F^2}}$

وسندرس الحالات الآتية التي نعتبر فيها$m = 0$ لأن دراستنا تخص الصوت الصفري أي الإهتزازات الطولية لسوية فيرمي:

أولاً: ننشر $Y(\cos\theta), u$ في العلاقة (22) من أجل:$(\ell = \ell' = 0, m = 0)$ حيث تابع التأثير المتبادل ثابت$Q(\vec{p}, \vec{p'}) = Q_0$ فنحصل على العلاقة:

$$u_0^0 Y_0^0 = \left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)(Q_0 + C) u_0^0 Y_0^0 \qquad (29)$$

وبضرب طرفي العلاقة(29) بِ Y_0^0 نحصل على:

$$u_0^0 {Y_0^0}^2 = \left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)(Q_0 + C) u_0^0 {Y_0^0}^2 \qquad (30)$$

وبمكاملة العلاقة الأخيرة على الزاوية المجسمة $d\Omega = \sin\theta . d\theta . d\varphi$ حيث يعبر عن هذا التكامل بالصيغة العامة الآتية:

$$\int_{4\pi} d^2\Omega\, R_\ell^m(\mathbf{\Omega})\, R_{\ell'}^{m'}(\mathbf{\Omega}) = \frac{4\pi}{2\ell + 1}\, \delta_{\ell,\ell'}\, \delta_{m,m'}$$

تصبح العلاقة (30) بالشكل الآتي:

$$\int u_0^0 . {Y_0^0}^2 d\Omega = (Q_0 + C) u_0^0 \left[\frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta\right]$$

أو بالشكل:

$$1 = (F_0^S + C) I_1 \qquad (31)$$

حيث: $I_1 = \frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta = \frac{1}{3\lambda^2} + \frac{1}{5\lambda^4} + \cdots$ وبالإكتفاء بالحد الأول من هذا التكامل وتبديل$\boldsymbol{\lambda}$ بقيمتها نحصل على عبارة تبدد الصوت الصفري الآتية :

$$\omega^2 = \left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left\{Q_0 + \frac{\boldsymbol{3K^2}\hbar^2}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right\} \qquad (32)$$

ثانياً: ننشر Y, u في العلاقة (28) من أجل:$(\ell = \ell' = 0, m = 0)$، وتابع التأثير المتبادل متغير فنجد:

$$u_0^0 Y_0^0 = \left[F_0^S . u_0^0 Y_0^0 + C . u_0^0 Y_0^0\right] . \left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)$$

وبضرب طرفي العلاقة الأخيرة بِY_0^0 والمكاملة على الزاوية المجسمة$d\Omega$ نحصل على:

$$\int u_0^0 . {Y_0^0}^2 d\Omega = (F_0^S + C) u_0^0 \left[\frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta\right]$$

كما يمكن أن نعبر عنها بالشكل:

$$1 = (F_0^S + C) I_1 \qquad (33)$$

والتي نحصل منها على عبارة التبدد الآتية:

$$\frac{\omega^2}{k^2 v_F^2} = \frac{1}{3}\left(F_0^S + \frac{3q^2\hbar^2}{4p_F^2}\right) \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left(F_0^S + \frac{3q^2\hbar^2}{4p_F^2}\right) \qquad (34)$$

ثالثاً: ننشر Y,u في العلاقة (22) من أجل:($\ell = 0,1 \;\&\; m = 0$) حيث تابع التأثير المتبادل ثابت $Q(\vec{p},\vec{p'}) = Q_0$ فنحصل على العلاقة:

$$u_0^0 Y_0^0 + u_1^0 Y_1^0 = \left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)\{Q_0 + C\}\{u_0^0 Y_0^0 + u_1^0 Y_1^0\} \qquad (35)$$

وبضرب طرفي العلاقة(35) بِ Y_0^0 والمكاملة على الزاوية المجسمة نجد:

$$u_0^0 = \{Q_0 + C\}u_0^0 I_1 + \sqrt{3}.\{Q_0 + C\}.u_1^0.I_2 \qquad (36)$$

حيث:

$$I_2 = \frac{1}{2}\int_{+1}^{-1}\frac{cos^2\theta}{cos\theta - \lambda}.dcos\theta = \lambda I_1$$

وبضرب طرفي العلاقة(35)بِ Y_1^0 والمكاملة على الزاوية المجسمة نحصل على:

$$u_1^0 = \sqrt{3}.\{Q_0 + C\}.u_0^0.I_2 + 3(Q_0 + C).u_1^0.I_3 \qquad (37)$$

حيث:

$$I_3 = \frac{1}{2}\int_{+1}^{-1}\frac{cos^3\theta}{cos\theta - \lambda}.dcos\theta = \lambda I_2 - \frac{1}{3}$$

وبالحل المشترك لجملة المعادلتين (36) و (37) نحصل على عبارة التبدد الآتية:

$$\omega^2 = \left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left\{(Q_0 + C)^2 + \frac{14}{5}(Q_0 + C)\right\}$$

والتي تكتب بعد تبديل الثابت C بقيمته بالشكل:

$$\omega^2 = \left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left\{\left(Q_0 + \frac{3k^2\hbar^2}{4p_F^2}\right)^2 + \frac{14}{5}\left(Q_0 + \frac{3k^2\hbar^2}{4p_F^2}\right)\right\} \qquad (37)$$

رابعاً: بالعودة للعلاقة (28) والنشر من أجل($\ell = 0,1 \;, m = 0$):

$$u_0^0 Y_0^0 + u_1^0 Y_1^0 = \left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)\left[(F_0^S + C)u_0^0 Y_0^0 + \left(\frac{F_1^S}{3} + C\right)u_1^0 Y_1^0\right] \qquad (38)$$

وبضرب طرفي (38) بِ Y_0^0 نحصل على:

$$u_0^0 {Y_0^0}^2 + u_1^0 Y_1^0 Y_0^0 = \left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)\left\{(F_0^S + C) u_0^0 {Y_0^0}^2 + \left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0 Y_1^0 Y_0^0\right\} \qquad (39)$$

وبتبديل: $Y_1^0 = \sqrt{3}\cos\theta . Y_0^0$ في العلاقة (39) نحصل على:

$$u_0^0 {Y_0^0}^2 + u_0^1 Y_0^1 Y_0^0 = \left\{(F_0^S + C) u_0^0 {Y_0^0}^2 + \sqrt{3}\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0 {Y_0^0}^2 \cos\theta\right\}$$

وبمكاملة طرفي العلاقة السابقة على الزاوية المجسمة $d\Omega = \sin\theta . d\theta . d\varphi$ نحصل على:

$$u_0^0 = (F_0^S + C) u_0^0 \left[\frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta\right] + \sqrt{3}\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0 \left[\frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta\right]$$

والتي يمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$u_0^0 = \left[(F_0^S + C) u_0^0\right] I_1 + \left[\sqrt{3}\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0\right] I_2 \quad , \quad I_2 = \lambda\, I_1 \qquad (40)$$

أو بالشكل:

$$u_0^0\left[1 - (F_0^S + C) I_1\right] = \left[\sqrt{3}\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) I_2\right] u_1^0 \qquad (41)$$

وبضرب طرفي (38) بِ Y_1^0 نحصل على:

$$u_0^0 Y_0^0 Y_1^0 = \left[\sqrt{3}(F_0^S + C) u_0^0 {Y_0^0}^2 . \cos\theta + 3\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0 {Y_0^0}^2 . \cos^2\theta\right]\left(\frac{\cos\theta}{\lambda - \cos\theta}\right)$$

وبمكاملة طرفي العلاقة السابقة على الزاوية المجسمة نحصل على:

$$u_1^0 = \sqrt{3}(F_0^S + C) u_0^0 \left[\frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta\right] + 3\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0 \left[\frac{1}{2}\int_{+1}^{-1} \frac{\cos^3\theta}{\cos\theta - \lambda} . d\cos\theta\right]$$

واتي تكتب بالصيغة الآتية:

$$u_1^0 = \sqrt{3}(F_0^S + C) u_0^0 . I_2 + 3\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) u_1^0 . I_3 \quad , \quad I_3 = \lambda^2 I_1 - \frac{1}{3}$$

أو بالصيغة:

$$\left[\sqrt{3}(F_0^S + C) . I_2\right] u_0^0 = \left[1 - 3\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) I_3\right] u_1^0 \qquad (42)$$

وبعزل u_0^0 من العلاقتين (41) و (42) والمساواة نجد:

$$\frac{\left[\sqrt{3}\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) I_2\right] u_1^0}{\left[1 - (F_0^S + C) I_1\right]} = \frac{\left[1 - 3\left(\frac{F_1^S}{3} + C\right) I_3\right]}{\left[\sqrt{3}(F_0^S + C) . I_2\right]} u_1^0$$

وبإصلاح العلاقة السابقة نحصل على:

$$3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)I_2^2=\left[1-3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)I_3\right]\left[1-\left(F_0^S+C\right)I_1\right]$$

$$3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)(\lambda^2 I_1^2)$$

$$=\left[1-\left(F_0^S+C\right)I_1-3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)I_3+3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)I_1I_3\right]$$

وبتبديل كل من I_1 و I_2 و I_3 بقيمتها في العلاقة السابقة نحصل على:

$$3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)(\lambda^2 I_1)I_1$$

$$=1-\left(F_0^S+C\right)I_1-3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)\left(\lambda^2 I_1-\frac{1}{3}\right)$$

$$+3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)\left(\lambda^2 I_1-\frac{1}{3}\right)I_1$$

وباختصار الحدود المتشابهة من الطرفين نحصل على:

$$1=\left(F_0^S+C\right)I_1+3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)\left(\lambda^2 I_1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)I_1$$

والتي تكافئ:

$$1=\left(F_0^S+C\right)\left(\frac{1}{3\lambda^2}+\frac{1}{5\lambda^4}\right)+3\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)\left(\lambda^2\left(\frac{1}{3\lambda^2}+\frac{1}{5\lambda^4}\right)-\frac{1}{3}\right)$$

$$+\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)(F_0^S+C)\left(\frac{1}{3\lambda^2}+\frac{1}{5\lambda^4}\right) \qquad (43)$$

ويمكن كتابة (43) بعد فك الأقواس والإختصار بالشكل:

$$1\cong(F_0^S+C)\left[1+\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)\right]\left(\frac{1}{3\lambda^2}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$$

أو بالشكل:

$$3\lambda^2=(F_0^S+C)\left[1+\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right)\right]+\left(\frac{9}{5}\right)\left(\frac{F_1^S}{3}+C\right) \qquad (44)$$

وبتبديل λ بقيمتها في العلاقة (44) نحصل على العبارة الآتية:

$$\omega^2=\left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left\{(F_0^S+C)\left[1+\left(\frac{F_1^S}{3}+\boldsymbol{C}\right)\right]+\left(\frac{9}{5}\right)\left(\frac{F_1^S}{3}+\boldsymbol{C}\right)\right\}$$

وبتبديل الثابت C بقيمته $\frac{\boldsymbol{3K^2\hbar^2}}{\boldsymbol{4p_F^2}}$ نحصل على عبارة تبدد الصوت الصفري في بلازما فيرمي الكمية:

$$\omega^2=\left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left\{\left(F_0^S+\frac{\mathbf{3}K^{\mathbf{2}}\hbar^{\mathbf{2}}}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right)\left[1+\left(\frac{F_1^S}{3}+\frac{\mathbf{3}K^{\mathbf{2}}\hbar^{\mathbf{2}}}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right)\right]+\left(\frac{9}{5}\right)\left(\frac{F_1^S}{3}+\frac{\mathbf{3}K^{\mathbf{2}}\hbar^{\mathbf{2}}}{\boldsymbol{4p_F^2}}\right)\right\} \qquad (45)$$

النتائج والمناقشة:

قمنا من خلال هذا البحث بدراسة عبارة التبدد للصوت الصفري في بلازما فيرمي الكمية بتابعية بارامترات لانداو وفق الشروط الآتية:

1. تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات عبارة عن مقدار ثابت من أجل معاملي النشر($\ell = 0$, m=0)، حيث حصلنا على عبارة التبدد(32) وهي نفس عبارة تبدد الصوت الصفري في بلازما فيرمي الكمية المستخرجة في المراجع [8,11,12] والمعطاة أيضاً بالعلاقة:

$$\omega^2 = \left(\frac{k^2 v_F^2}{3}\right)\left(Q_0 + \frac{3k^2\hbar^2}{4p_F^2}\right)$$

حيث تأكدنا من خلال هذه الخطوة من صحة الطريقة التي اتبعناها في الدراسة كمرحلة أولى .

2. تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات$Q(\overrightarrow{p},\overrightarrow{p'})$ عبارة عن مقدار متغير من أجل معاملي النشر ($\ell = 0$, m=0)، حيث حصلنا على عبارة تبدد الصوت الصفري (34) بتابعية بارامتر لانداو(F_0)، والتي قمنا بمقارنتها مع عبارة تبدد الصوت الصفري في بلازما فيرمي الكمية السابقة، وجدنا أن $Q_0 = F_0$ وبذلك نكون قد حددنا قيمة تابع التأثير المتبادل بتابعية بارامترات لانداو.

3. افترضنا أن تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات متغيراً ولكن من أجل ($\ell = 0,1$ وm=0) وتوصلنا إلى عبارة التبدد (45) التي تحوي البارامترين (F_0^s و F_1^s) ، إذ يمكن معرفة سرعة انتشار الصوت الصفري بمجرد معرفتنا لقيمة (F_0^s, F_1^s) بدقة .

مما تقدم أعلاه يمكننا القول أن جميع النتائج التي حصلنا عليها خلال مراحل عملنا لم يتم التطرق إليها في دراسات سابقة عنيت بنفس الموضوع في مجال بلازما فيرمي الكمية بحسب المراجع المتوفرة لدينا.

وبذلك يكون بحثنا قد أعطى إضافة جديدة لما سبقه من أبحاث في هذا المجال والتي لم تتضمن أياً من بارامترات لانداو، وبمعرفة هذه البارامترات يمكن الحصول على نتائج أكثر دقة في دراسة الأمواج الصوتية وبالتالي يمكن الحصول على نتائج أفضل في مجال دراسة الخواص الكهربائية والحرارية وكل ما يخص انتشار الصوت في بلازما فيرمي الكمية.

الاستنتاجات والتوصيات:

يمكن إعطاء معادلة الحركة الخاصة ببلازما فيرمي الكمية صيغاً جديدة من خلال حدود إضافية نحصل عليها عند إدخال تابع التأثير المتبادل إلى الحد الاضطرابي لطاقة أشباه الجسيمات، وبذلك تظهر بارامترات لانداو وخاصة عند دراسة طيف طاقة الصوت الصفري في بلازما فيرمي الكمية، ولحساب المقادير الفيزيائية المختلفة مثل: سرعة الصوت، النفوذية المغناطيسية، الحرارة النوعية....إلخ علينا إيجاد عبارة التبدد بتابعية بارامترات لانداو من مراتب عليا F_ℓ ولذلك نوصي بمتابعة هذه الدراسة من أجل :$(\ell \geq 3)$ ومعرفة ماإذا كان بالإمكان إهمال هذه البارامترات في الحسابات اللاحقة أم لا.

المراجـع:

[1].L.D.Landau, Sov.Sov.Phys.JETP 3, 920(1957)

[2].L.D.Landau.Zh.Eksp.Teor.Fiz.30.23,641(1952);ibid.27,269(1954).

[3].EGILSSON,E and PETHICK C.J.The Transition from First Sound to Zero Sound in a Normal Fermi Liquid.Denmark and Department of Physics.Champaign(1977).

[4].BEZUGLYI V. and BURMA G.Zero Sound in metals.Institute for Low Temperature Physics.SS.R(1991).

[5]. BAYM,G. and PETHICK,C.Concepts and Applications Landau Fermi-Liquid Theory,Germany, (2004).

[6].Yu.L.Klimontovich and V.P.Silin, Dok1.Akad. Nauk SSSR 82,361 (1952).

[7]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE.Excitations of Longitudinal Waves in a Degenerate Isotropic Quantum Plasma.Institute of Physics,Georgia(2009).

[8]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE.Some New Aspects of Degenerate Quantum Plasma.Salam Chair in Physics,Pakistan (2010).

[9]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE.Elementary Excitations in Quantum Fermi Liquid.Department of Plasma Physics, E.Andronikashvii Institute of Physics,Georgia, (2010).

[10]. TSINTSADZE,L,N and TSINTSADZE ,N,L.New Longitudinal Waves in Electron-Positron-Ion Quantum Plasmas.Department of physics,Georgia(2010)

[11].BROUDIN,G.Quantum,Spin and QED Effects in Plasmas.Department of Physics,Sweden(2008).

[12].DAVID,Z and MILLER,M.Competing solutions of Landau's kinetic equation for zero sound and first sound in thin arbitrary polarized Fermi-liquid theory.Department of Physics and Astronomy.U.S.A(2014)

[13].PLAZMANN,W.Supplement Solid State Physics.Academic Press,New York and London(1973).

[14].MATSUMOTO,T and OKUDA ,Y.Zero and First Sound Velosity and Fermi Liquid Parameter in Normal He^3.Department of Applied Physics,Japan(1995).

[15].SCHULTZ ,S and DUNIFER,G,Phys.Rev.Lett.18,283(1967)

[16]. DUNIFER,G,*Univ of California at San Diego, California*?(1969).,

[17] .YING,S,C and QUINN,J.J.Spin –independent oscillations of a degenerate electron liquid.Department of physics,Rhode Island.Vol.180,No.1,1968,29-91.