مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (1) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (1) 2015

دراسة تحليلية لتطور الزمن الحقيقي في ميكانيك الكم الإحصائي لنظرية المعايرة (الكواركات والغليونات) مع منشور الكمون حتى الدرجة السادسة

الدكتور سلمان الشاتوري*
سيلفا الخصي**

(تاريخ الإيداع 28 / 12 / 2014. قُبِل للنشر في 23 / 2 /2015)

ملخّص

أخذنا مؤثر الهاملتوني الفعال حتى الدرجة السادسة [18] وهذا المؤثر مكّننا من الانتقال من نظرية المعايرة مع الزمرة SU(2) إلى دراسة ميكانيك الكم الإحصائي مع الزمرة SU(2) وهذا يعني فيزيائيا" أننا انتقلنا من دراسة عدد لا نهائي من الجسيمات ودرجات الحرية (بلازما الكواركات والغليونات) إلى دراسة ثلاثة جسيمات مستقلة عن المكان (غلو بال) أي تسع درجات حرية وبالتحديد تسع هزازات لا توافقية وبعدها قمنا بتطبيق صيغة فغنر[16] على الصيغ المتجانسة المتبقية بعد تكميم الصيغ غير المتجانسة واستنتجنا علاقة تطور الزمن الحقيقي للطاقة المغناطيسية الملونة $\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a$ وللطاقة الكهربائية الملونة $\hat{\Pi}_i^a \hat{\Pi}_i^a$.

الكلمات المفتاحية:

1-الأزمنة الحقيقية في حالات عدم التوازن.
2-الانتقال الطوري لبلازما الكواركات والغليونات.
3-عدم التوازن في نظرية الحقل الكمي.
4-نشر شبه تقليدي لحالة عدم التوازن.

*أستاذ مساعد– قسم الفيزياء– كلية العلوم– جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.
**طالبة دراسات عليا (ماجستير)– قسم الفيزياء– كلية العلوم– جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (1) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (1) 2015

An analytical study of the Evolution of the Real time in statistical Quantum mechanics of the Gauge theory (Quarks and Gluons') with the potential expansion until the sixth degree

Dr. Salman Al-chatouri*
Silva Al-khassi**

(Received 28 / 12 / 2014. Accepted 23 / 2 /2015)

□ ABSTRACT □

We take the effective Hamiltonian operator until the sixth degree [18] and this operator has enabled us to convert from gauge theory with group SU(2) into the study of statistical quantum mechanics with the group SU(2) and this mean physically we have converted from the study of an infinite number of particles and of freedom degrees (quarks- gluons-plasma) into study of three particles (Global) independed of space that mains nine of freedom degrees and specifically nine anharmonic oscillators and after that we apply Wigner's mode [16] on homogenous modes remaining after quantization of the inhomogenous modes and we have concluded the relation of real-time evolution of the color magnetic energy $\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a$ and the color electric energy $\hat{\Pi}_i^a \hat{\Pi}_i^a$.

Key words:
1-Real time in non-equilibrium.
2-phase transition to quark-gluon-plasma.
3-non-equilibrium in the quantum field theory.
4-semi-classical expansion for non-equilibrium state.

*Associate Professor-Department of physics-Faculty Sciences-Tishreen University-Lattakia-Syria.
**Postgraduate Student-Department of physics-Faculty Sciences-Tishreen University-Lattakia-Syria.

مقدمة:

– يقوم تصورنا للمادة على وجود فئتين رئيسيتين من الجسيمات الأولية : الكواركات و الليبتونات[1] ومعها ثلاث قوى من القوى الأربع الأساسية : الكهرطيسية والتفاعلات الضعيفة و الشديدة أما الثقالة فستترك جانباً الآن. تولد الكواركات (وهي التي تتكون منها البروتونات والنيترونات) هذه القوى الثلاثة و تتأثر بها. أما الليبتونات كالإلكترون وهو الأشهر فيها فلا يتأثر بالقوة الشديدة. إن الخاصية التي تميز بين هاتين الفئتين والتي تماثل الشحنة الكهربائية هي كون للكواركات ألوان أما الليبتونات لا لون لها و للكواركات ألوان واصطلاحا"هي: أحمر–أخضر–أزرق.

تنتج القوة النووية الشديدة من ضرورة كون المعادلات التي توصف الكواركات لا تتعلق بالكيفية التي يتم فيها تعريف ألوان الكواركات وتحمل القوى الشديدة ثمانية جسيمات أولية هي الغليونات أما القوتان المتبقيتان الكهرومغناطيسية و النووية الضعيفة و المسماتان معاً القوى الكهرضعيفة فتعتمدان على تناظر مختلف. وتحمل القوى الكهرضعيفة أربعة جسيمات : الفوتون و البوزونZ^0 و البوزون W^+ و البوزون W^- .

– تحريك الجسيمات الأولية الملونة (الكواركات و الغليونات) (QCD) هي نظرية التأثير المتبادل القوي التي تصف الأسر (الحجز المستقر) للكواركات والغليونات عند درجة الحرارة المنخفضة و تنتقل الجملة إلى طور بلازما الكواركات و الغليونات عند درجة حرارة عالية بشكل كافٍ.

–لقد قام العديد من الباحثين بدراسة بلازما الكواركات و الغليونات [2-13] و كلها أبحاث تعتمد على نظرية QCD و ميكانيك الكم.

وهناك أبحاث تعتمد على نظرية $(QCD)_{T}$ أي عند درجات الحرارة العالية أو درجات الحرارة المغايرة للصفر (T≠0) و تعتمد أيضا" على ميكانيك الكم الإحصائي [13-17].

في [13] نجد أنه بعد تكميم الصيغ غير المتجانسة لحقل المعايرة بتقريب اللفة الواحدة و الذي كان نتائجه ثوابت عددية أن الدراسة انتقلت من نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة SU(2) أي من تكميم حقول المعايرة النسبية إلى دراسة ميكانيك كم إحصائي مع الزمرة SU(2) و هذا يعني فيزيائيا" أننا انتقلنا من دراسة عدد لا نهائي من الجسيمات و درجات الحرية (المرافق لحالة بلازما الكواركات و الغليونات) إلى دراسة ثلاثة جسيمات (غلو بال) أي تسع درجات حرية و بالتحديد تسع هزازات لا توافقية.

و في [14-15] تم دراسة تطور الأزمنة الحقيقية لبلازما الكواركات و الغليونات من أجل نظرية المعايرة الصافية مع الزمرتين SU(2) وSU(3) و قد استخدمت نظرية الاضطراب بالاعتماد على مؤثر البناء $\widehat{D}^+$ و مؤثر الهدم $\widehat{D}$.

ولكن أخذ منشور مؤثر الهاملتوني الفعال حتى الدرجة الرابعة فقط.

أما في [16-17] فقد تم دراسة تطور الأزمنة الحقيقية لبلازما الكواركات و الغليونات من أجل نظرية المعايرة الصافية أو نظرية المعايرة مع الزمرتين SU(2) وSU(3) وقد استخدمت طريقة النشر شبه التقليدي بالاعتماد على تطبيق صيغة فغنر و لكن أخذ منشور مؤثر الهاملتوني الفعال حتى الدرجة الرابعة فقط.

أما في بحثنا سنأخذ منشور مؤثر الهاملتوني الفعال حتى الدرجة السادسة [18] و سنعتمد على طريقة النشر شبه التقليدي بتطبيق صيغة فغنر[16] و يكون عملنا ضمن مجال ميكانيك الكم الإحصائي مع الزمرة SU(2) . حيث تحولت الدراسة من جملة عدد لا نهائي من الجسيمات (بلازما الكواركات و الغليونات) في نظرية المعايرة مع الزمرة SU(2) إلى دراسة جملة مؤلفة من ثلاث جسيمات أي تسع درجات حرية (ذات تأثير متبادل) وبالتحديد تسع هزازات

لا توافقية. و قمنا بحساب كل التصحيحات الكمومية أي أننا حصلنا على الحل الكمومي الكامل من النشر شبه التقليدي. و قد أخذنا منشور مؤثر الهاملتوني حتى الدرجة السادسة لأن منشور الكمون حتى الدرجة الرابعة لا يصف الكمون على كامل المجال و نشاهد ذلك في الشكل (1) حيث لا يوجد نهاية حدية. أما منشور الكمون حتى الدرجة السادسة فيصف الكمون على كامل المجال و نشاهد ذلك في الشكل (2) حيث يوجد نهاية حدية صغرى. و بالتالي فإن الكواركات و الغليونات توجد في القاع و هذا ما نستطيع أن نسميه الأسر ضمن الهادرونات و بالتالي تحتاج الكواركات و الغليونات إلى طاقة عالية حتى تتحرر من الأسر و تصبح حرة.

أهمية البحث وأهدافه:

* **أهمية البحث:** إن ما سنقوم به في هذا العمل هو بمثابة تطوير طريقة رياضية لدراسة تطور الزمن الحقيقي في حالات عدم التوازن في نظرية المعايرة [18-2] و تكمن أهميته بكونه يشكل خطوة كبيرة في سبيل دراسة هذه الحالات و التحري عن سلوكها و تغير أطوارها مع الزمن بهدف التنبؤ بالانتقال إلى طور بلازما الكواركات و الغليونات. وتقوم هذه الطريقة على تركيب من عمليتين: العملية الأولى: استخدام طريقة الحقل الخلفي و تقريب اللفة الواحدة. العملية الثانية: النشر شبه التقليدي بطريقة فغنر عندما لا يمكن تطبيق نظرية الاضطراب.

***أهداف البحث:** – إيجاد تطور الزمن الحقيقي في ميكانيك الكم الإحصائي لنظرية المعايرة مع الزمرة SU(2) مع منشور الكمون حتى الدرجة السادسة.

طرائق البحث و مواده:

1–مؤثر هاملتون:

يعطى منشور الكمون الفعال $V_{\mathrm{eff}(1)}$ حتى الدرجة السادسة لتقريب اللفة الواحدة و في حال وجود الكواركات وفق المرجع [18] بالعلاقة التالية :

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{eff}(1)} &= \tilde{\alpha}_1 B_i^a B_i^a + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \tilde{\alpha}_2\right) F_{ij}^a(B) F_{ij}^a(B) \\ &+ \tilde{\alpha}_3 B_i^a B_i^a B_j^b B_j^b + \tilde{\alpha}_4 B_i^a B_i^a B_i^b B_i^b + \tilde{\alpha}_5 \sum_i (B_i^a B_i^a)^3 \\ &+ \tilde{\alpha}_6 \sum_{i \neq j} (B_i^a B_i^a)^2 B_j^b B_j^b + \tilde{\alpha}_7 B_1^a B_1^a B_2^a B_2^a B_3^a B_3^a + \tilde{\alpha}_8 F_{ij}^a(B) F_{ij}^a(B) B_k^b B_k^b \\ &+ \tilde{\alpha}_9 F_{ij}^a(B) F_{ij}^a(B) B_j^b B_j^b + \tilde{\alpha}_{10} (B_1^a B_2^a B_3^a)^2 + 0(B^8) \end{aligned}$$

الدليل 1في $eff_{(1)}$ يرمز لتقريب اللفة الواحدة.

I,j,K=1,2,3 دليل الإحداثيات المكانية.

a,b =1,2,3 أدلة مولدات الزمرة SU(2) .

يكون مؤثر هاملتون للجملة حسب المرجع [18] بالشكل التالي:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \tilde{\alpha}_0\right)^{-1} \hat{\Pi}_i^a \hat{\Pi}_i^a + \tilde{\alpha}_1 \hat{B}_i^a \hat{B}_i^a + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \tilde{\alpha}_2\right) \hat{F}_{ij}^a(B) \hat{F}_{ij}^a(B)$$

$$+\tilde{\alpha}_3\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+\tilde{\alpha}_4\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\hat{B}_i^b\hat{B}_i^b+\tilde{\alpha}_5\sum_i\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)^3$$

$$+\tilde{\alpha}_6\sum_{i\neq j}\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)^2\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+\tilde{\alpha}_7\hat{B}_1^a\hat{B}_1^a\hat{B}_2^a\hat{B}_2^a\hat{B}_3^a\hat{B}_3^a+\tilde{\alpha}_8\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{B}_k^b\hat{B}_k^b$$

$$+\tilde{\alpha}_9\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+\tilde{\alpha}_{10}\left(\hat{B}_1^a\hat{B}_2^a\hat{B}_3^a\right)^2+0\left(\hat{B}^8\right) \quad (*)$$

و بالاعتماد على العلاقة : $\tilde{\alpha}_m=\alpha_m+n_f f_m$ علما" أن m تأخذ من 0 وحتى 10 فتصبح العلاقة (*) بالشكل التالي:

$$\hat{H}_{\text{eff}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_0+n_f f_0\right)^{-1}\hat{\Pi}_i^a\hat{\Pi}_i^a+(\alpha_1+n_f f_1)\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a$$
$$+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2+n_f f_2\right)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{F}_{ij}^a(B)$$
$$+(\alpha_3+n_f f_3)\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+(\alpha_4+n_f f_4)\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\hat{B}_i^b\hat{B}_i^b+(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)^3$$
$$+(\alpha_6+n_f f_6)\sum_{i\neq j}\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)^2\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+(\alpha_7+n_f f_7)\hat{B}_1^a\hat{B}_1^a\hat{B}_2^a\hat{B}_2^a\hat{B}_3^a\hat{B}_3^a$$
$$+(\alpha_8+n_f f_8)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{B}_k^b\hat{B}_k^b$$
$$+(\alpha_9+n_f f_9)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\left(\hat{B}_1^a\hat{B}_2^a\hat{B}_3^a\right)^2+0\left(\hat{B}^8\right) \quad (1)$$

$n_f=3$ عدد أنواع الكواركات بالنسبة للزمرة(2)SU.

$0\left(\hat{B}^8\right)$تعني أننا أهملنا الحدود التي ذات مرتبة أعلى من B^6

بهذا نكون قد نقلنا الدراسة من نظرية المعايرة مع الزمرة SU(2) أي من تكميم حقول المعايرة النسبية إلى دراسة ميكانيك الكم إحصائي مع الزمرة SU(2) .

$\alpha_1,\dots,\alpha_{10}$ [18] ثوابت عددية ناتجة عن تكميم حقول الغليونات غير المتجانسة بطريقة تكامل المسارات أي أنها تمثل مساهمة هذه الحقول غير المتجانسة في الطاقة الكامنة (الطاقة المغناطيسية الملونة) .

$f_1,\dots,f_{10}$ [18] ثوابت عددية ناتجة عن تكميم حقول الكواركات غير المتجانسة بطريقة تكامل المسارات أي أنها تمثل مساهمة هذه الحقول غير المتجانسة في الطاقة الكامنة (الطاقة المغناطيسية الملونة) .

α_0 [18] ثابتة عددية ناتجة عن تكميم المشتق الزمني لحقول الغليونات غير المتجانسة بطريقة تكامل المسارات أي أنها تمثل مساهمة المشتقات الزمنية لهذه الحقول في الطاقة الحركية (الطاقة الكهربائية الملونة) .

f_0 [18] ثابتة عددية ناتجة عن تكميم المشتق الزمني لحقول الكواركات غير المتجانسة بطريقة تكامل المسارات أي أنها تمثل مساهمة المشتقات الزمنية لهذه الحقول في الطاقة الحركية (الطاقة الكهربائية الملونة) .

ولها القيم التالية [18] :

$$\alpha_0=0.021810429,\alpha_1=-0.30104661,\alpha_2=0.0075714590$$
$$\alpha_3=0.00639504288,\alpha_4=-0.0078439275,\alpha_5=0.000049676959$$
$$\alpha_6=-0.000055172502,\alpha_7=-0.0012423581,\alpha_8=-0.00011130266$$
$$\alpha_9=-0.00021475176,\alpha_{10}=-0.0012775652$$

$$f_0=-0.00006196422, f_1=0.042544024, f_2=-0.0034423844$$
$$f_3=0.000739942998, f_4=-0.001585048, f_5=0.0000057319312$$
$$f_6=-0.000023157326, f_7=0.000158894984, f_8=-0.000060357572$$
$$f_9=-0.000064313046, f_{10}=0.000064543472$$

نلاحظ أن قيم بعض الثوابت α_m تختلف عما هي عليه في حالة المعايرة الصافية و ذلك بسبب التأثير المتبادل بين الكواركات و الغليونات .

$$F_{ij}^a=\varepsilon^{abc}B_i^bB_j^c \text{(أ)}$$

$\widehat{B}_i^a$مؤثر الحقل المغناطيسي المتجانس$\widehat{\Pi}_i^a$ مؤثر الأندفاع.

$$\varepsilon^{abc}=\begin{cases}\text{عند التبديل المباشر } 1\\ \text{عندما يتساوى الدليلان } 0\\ \text{عند التبديل غير المباشر } -1\end{cases}$$

g ثابتة الأرتباط التي تحدد التأثير المتبادل بين الغليونات و تعطى بالعلاقة:

$$g^{-2}(L)=-2b_0\ln(L\Lambda_{ms})+\frac{b_1\ln[-2\ln(L\Lambda_{ms})]}{2b_0^2}$$

$$b_0=\frac{1}{(4\pi)^2}\left(\frac{\pi}{3}N-\frac{2}{3}n_f\right)$$

$$b_1=\frac{1}{(4\pi)^4}\left(-\frac{34}{3}N^2+\frac{10}{3}Nn_f+(N^2-1)n_f/N\right)$$

$\Lambda_{ms}=74.1705MeV$ثابتة معرفة من خلال الطرح الأصغري لتنظيم الأبعاد.

N=2 عدد أبعاد الزمرة SU(2) .

2-النشر شبه الكلاسيكي:

بالاعتماد على العلاقة (أ) و تطبيق صيغة فغنر[16] على العلاقة (1) نحصل على مكافئ فغنر لمؤثر الهاملتوني الفعال حتى الدرجة السادسة وهو:

$$H_{eff}^w=$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_0+n_ff_0\right)^{-1}\Pi_i^a\Pi_i^a+(\alpha_1+n_ff_1)B_i^aB_i^a$$
$$+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2+n_ff_2\right)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^aB_j^cB_i^dB_j^e$$
$$+(\alpha_3+n_ff_3)B_i^aB_i^aB_j^bB_j^b+(\alpha_4+n_ff_4)B_i^aB_i^aB_i^bB_i^b+(\alpha_5+n_ff_5)\sum_i(B_i^aB_i^a)^3$$
$$+(\alpha_6+n_ff_6)\sum_{i\neq j}(B_i^aB_i^a)^2B_j^bB_j^b+(\alpha_7+n_ff_7)B_1^aB_1^aB_2^aB_2^aB_3^aB_3^a$$
$$+(\alpha_8+n_ff_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^aB_j^cB_i^dB_j^eB_k^bB_k^b+(\alpha_9+n_ff_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^aB_j^cB_i^dB_j^eB_j^bB_j^b$$
$$+(\alpha_{10}+n_ff_{10})(B_1^aB_2^aB_3^a)(B_1^aB_2^aB_3^a)+0(B^8)$$

(2)

ووجدنا مشتق هايزنبرغ بالنسبة للزمن لمكافئ فغنر:

(3)

$$\frac{\partial \mathcal{O}_w(B,\Pi,t)}{\partial t} = \frac{2}{\hbar} H_w \sin\left(\frac{\hbar\Lambda}{2}\right) \mathcal{O}_w(B,\Pi,t)$$

بنشر $\sin\left(\frac{\hbar\Lambda}{2}\right)$ و الأكتفاء بالحدود الثلاثة الأولى (لأنه من الحد الرابع تصبح المشتقات لمكافئ فغنر لمؤثر الهاملتوني الفعال مساوية للصفر) تصبح العلاقة (3):

$$\frac{\partial \mathcal{O}_w(B,\Pi,t)}{\partial t} = \frac{2}{\hbar} H_w \left(\frac{\hbar\Lambda}{2} - \frac{\hbar^3\Lambda^3}{2^3 3!} + \frac{\hbar^5\Lambda^5}{2^5 5!}\right) \mathcal{O}_w(B,\Pi,t)$$

(4)

$$= \left[H_w(B,\Pi,t)\Lambda - \frac{\hbar^2}{24} H_w(B,\Pi,t)\Lambda^3 + \frac{\hbar^4}{1920} H_w(B,\Pi,t)\Lambda^5\right] \mathcal{O}_w(B,\Pi,t)$$

حيث $\hat{\Lambda}$ هو مؤثر قوس بواسون و يعطى بالعلاقة:

(5)

$$\hat{\Lambda} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{a=1}^{3} \left[\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial \Pi_i^a} \frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial B_i^a} - \frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial B_i^a} \frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial \Pi_i^a}\right]$$

سنقوم بحساب مكونات العلاقة (4):

$$1)\ H_w(B,\Pi,t)\Lambda = \left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0 + n_f f_0\right)^{-1} \Pi_i^a \frac{\partial}{\partial B_i^a}$$

$$-\Big[2(\alpha_1 + n_f f_1)B_i^a + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 + n_f f_2\right)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\left(B_j^c B_j^e B_i^d - B_j^c B_j^d B_i^e\right)$$

$$+4(\alpha_3 + n_f f_3)B_i^a B_j^b B_j^b + 4(\alpha_4 + n_f f_4)B_i^a B_i^b B_i^b + 6(\alpha_5 + n_f f_5)\sum_i B_i^a (B_i^a B_i^a)^2$$

$$+4(\alpha_6 + n_f f_6)\sum_{i\neq j} B_i^a B_i^a B_i^a B_j^b B_j^b + (\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\left(B_j^c B_j^e B_i^d - B_j^c B_j^d B_i^e\right)B_k^b B_k^b$$

$$+(\alpha_9 + n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\left(B_j^c B_j^e B_i^d - B_j^c B_j^d B_i^e\right)B_j^b B_j^b\Big]\frac{\partial}{\partial \Pi_i^a}$$

$$-2(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_i^d B_j^e B_k^b B_k^b \frac{\partial}{\partial \Pi_j^c} - 2(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_j^c B_i^d B_j^e B_k^b \frac{\partial}{\partial \Pi_k^b}$$

$$-4(\alpha_9 + n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_i^d B_j^e B_j^b B_j^b \frac{\partial}{\partial \Pi_j^c}$$

$$-2\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right) B_1^a B_2^a B_2^a B_3^a B_3^a \frac{\partial}{\partial \Pi_1^a}$$

$$-2\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right) B_1^a B_1^a B_2^a B_3^a B_3^a \frac{\partial}{\partial \Pi_2^a}$$

$$-2\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right) B_1^a B_1^a B_2^a B_2^a B_3^a \frac{\partial}{\partial \Pi_3^a} \qquad (6)$$

$$2)\ -\frac{\hbar^2}{24} H_w(B,\Pi,t)\Lambda^3$$

$$
\begin{aligned}
&= \hbar^2 \Bigg[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 + n_f f_2\right) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^c \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^d \partial \Pi_j^e} \\
&+(\alpha_3 + n_f f_3) B_i^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_j^b \partial \Pi_j^b} + (\alpha_4 + n_f f_4) B_i^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^b \partial \Pi_i^b} \\
&+5(\alpha_5 + n_f f_5) \sum_i B_i^a B_i^a B_i^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^a} + (\alpha_6 + n_f f_6) \sum_{i \neq j} B_i^a B_j^b B_j^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^a} \\
&+\frac{1}{2}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_2^a B_3^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_1^a \partial \Pi_1^a \partial \Pi_2^a} \\
&+\frac{1}{2}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_2^a B_2^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_1^a \partial \Pi_1^a \partial \Pi_3^a} \\
&+\frac{1}{2}\Big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\Big) B_1^a B_3^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_1^a \partial \Pi_2^a \partial \Pi_2^a} \\
&+2\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_1^a B_2^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_1^a \partial \Pi_2^a \partial \Pi_3^a} \\
&+\frac{1}{2}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_1^a B_2^a B_2^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_1^a \partial \Pi_3^a \partial \Pi_3^a} \\
&+\frac{1}{2}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_1^a B_1^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_2^a \partial \Pi_2^a \partial \Pi_3^a} \\
&+\frac{1}{2}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_1^a B_1^a B_2^a \frac{\partial^3}{\partial \Pi_2^a \partial \Pi_3^a \partial \Pi_3^a} \\
&+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^d B_k^b B_k^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_j^c \partial \Pi_j^e} \\
&+ 2(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^d B_j^e B_k^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_j^c \partial \Pi_k^b} \\
&+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^c B_j^e B_k^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_i^d \partial \Pi_k^b} \\
&+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^c B_i^d B_j^e \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_k^b \partial \Pi_k^b} \\
&+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_i^d B_k^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_j^c \partial \Pi_j^e \partial \Pi_k^b} \\
&+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_i^d B_j^e \frac{\partial^3}{\partial \Pi_j^c \partial \Pi_k^b \partial \Pi_k^b} \\
&+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^e B_k^b B_k^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_j^c \partial \Pi_i^d} + (\alpha_9 + n_f f_9) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_i^d B_j^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_j^c \partial \Pi_j^e \partial \Pi_j^b} \\
&+(\alpha_9 + n_f f_9) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^e B_j^b B_j^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_j^c \partial \Pi_i^d} + 3(\alpha_9 + n_f f_9) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^d B_j^b B_j^b \frac{\partial^3}{\partial \Pi_i^a \partial \Pi_j^c \partial \Pi_j^e}\Bigg]
\end{aligned}
$$

(7)

$$3) + \frac{\hbar^4}{1920} H_w(B,\Pi,t)\Lambda^5 =$$

$$\hbar^4 \left[-\frac{3}{8}(\alpha_5 + n_f f_5) \sum_i B_i^a \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_i^a \partial\Pi_i^a \partial\Pi_i^a \partial\Pi_i^a} \right.$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_k^b \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_j^c \partial\Pi_i^d \partial\Pi_j^e \partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^e \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_j^c \partial\Pi_i^d \partial\Pi_k^b \partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^d \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_j^c \partial\Pi_j^e \partial\Pi_k^b \partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{4}(\alpha_9 + n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_j^b \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_j^c \partial\Pi_i^d \partial\Pi_j^e \partial\Pi_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_9 + n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^d \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_j^c \partial\Pi_j^e \partial\Pi_j^b \partial\Pi_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}\Big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\Big) B_3^a \frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a \partial\Pi_1^a \partial\Pi_2^a \partial\Pi_2^a \partial\Pi_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_2^a \frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a \partial\Pi_1^a \partial\Pi_2^a \partial\Pi_3^a \partial\Pi_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}\big((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\big) B_1^a \left. \frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a \partial\Pi_2^a \partial\Pi_2^a \partial\Pi_3^a \partial\Pi_3^a} \right] \qquad (8)$$

نعوض (6)و(7)و(8) في (4) فنجد:

$$\frac{\partial \mathcal{O}_w}{\partial t} = \left\{ \left[\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0 + n_f f_0 \right)^{-1} \Pi_i^a \frac{\partial}{\partial B_i^a} \right. \right.$$

$$-\left[2(\alpha_1 + n_f f_1) B_i^a + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 + n_f f_2 \right) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} (B_j^c B_j^e B_i^d - B_j^c B_j^d B_i^e) \right.$$

$$+4(\alpha_3 + n_f f_3) B_i^a B_j^b B_j^b + 4(\alpha_4 + n_f f_4) B_i^a B_i^b B_i^b + 6(\alpha_5 + n_f f_5) \sum_i B_i^a (B_i^a B_i^a)^2$$

$$+4(\alpha_6 + n_f f_6) \sum_{i \neq j} B_i^a B_i^a B_i^a B_j^b B_j^b + (\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} (B_j^c B_j^e B_i^d - B_j^c B_j^d B_i^e) B_k^b B_k^b$$

$$\left. +(\alpha_9 + n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} (B_j^c B_j^e B_i^d - B_j^c B_j^d B_i^e) B_j^b B_j^b \right] \frac{\partial}{\partial\Pi_i^a}$$

$$-2(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_i^d B_j^e B_k^b B_k^b \frac{\partial}{\partial\Pi_j^c} - 2(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde} B_i^a B_j^c B_i^d B_j^e B_k^b \frac{\partial}{\partial\Pi_k^b}$$

$$-4(\alpha_9 + n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^aB_i^dB_j^eB_j^bB_j^b\frac{\partial}{\partial\Pi_j^c}$$

$$-2((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_1^aB_2^aB_2^aB_3^aB_3^a\frac{\partial}{\partial\Pi_1^a}$$

$$-2\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right)B_1^aB_1^aB_2^aB_3^aB_3^a\frac{\partial}{\partial\Pi_2^a}$$

$$-2\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right)B_1^aB_1^aB_2^aB_2^aB_3^a\frac{\partial}{\partial\Pi_3^a}\Bigg]$$

$$+\hbar^2\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 + n_f f_2\right)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^c\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^d\partial\Pi_j^e}\right. \tag{9}$$

$$+(\alpha_3 + n_f f_3)B_i^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_j^b\partial\Pi_j^b} + (\alpha_4 + n_f f_4)B_i^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^b\partial\Pi_i^b}$$

$$+5(\alpha_5 + n_f f_5)\sum_i B_i^aB_i^aB_i^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a} + (\alpha_6 + n_f f_6)\sum_{i\neq j} B_i^aB_j^bB_j^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a}$$

$$+\frac{1}{2}((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_2^aB_3^aB_3^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_1^a\partial\Pi_2^a}$$

$$+\frac{1}{2}((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_2^aB_2^aB_3^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_1^a\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right)B_1^aB_3^aB_3^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_2^a\partial\Pi_2^a}$$

$$+2((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_1^aB_2^aB_3^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_2^a\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_1^aB_2^aB_2^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_3^a\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_1^aB_1^aB_3^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_2^a\partial\Pi_2^a\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10}))B_1^aB_1^aB_2^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_2^a\partial\Pi_3^a\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d\,B_k^bB_k^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_j^c\partial\Pi_j^e}$$

$$+2(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^dB_j^eB_k^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_j^c\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^cB_j^eB_k^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^d\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8 + n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^cB_i^dB_j^e\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_k^b\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_k^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_j^e\frac{\partial^3}{\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^e B_k^b B_k^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d}+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_j^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_j^b}$$

$$+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^e B_j^b B_j^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d}+3(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d B_j^b B_j^b\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e}\Bigg]$$

$$+\hbar^4\Bigg[-\frac{3}{8}(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i B_i^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_k^b\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^e\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{4}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^b\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_j^b\,\partial\Pi_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}\Big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\Big)B_3^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10}))B_2^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a\partial\Pi_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10}))B_1^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a\partial\Pi_3^a}\Bigg]\Bigg\}\mathcal{O}_w(B,\Pi,t)+0(\hbar^6)$$

حيث: $0(\hbar^6)$ تعني أن التصحيحات الكمومية التي من مرتبة $\hbar^6$ و ما فوق تساوي الصفر.

نكتب الحل إرجاعيا" بشكل معادلة تفاضلية– تكاملية:

$$\mathcal{O}_w(B,\Pi,t)=\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)+\Bigg\{\hbar^2\int_0^t dt'\exp\big[(t-t')\tilde{H}_1\big]$$

$$\Bigg[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2+n_f f_2\right)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^c\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_j^e}$$

$$+(\alpha_3+n_f f_3)B_i^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\partial\Pi_j^b\partial\Pi_j^b}+(\alpha_4+n_f f_4)B_i^a\frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^b\,\partial\Pi_i^b}$$

$$+5(\alpha_5+n_f f_5)\sum_{i} B_i^a B_i^a B_i^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a}+(\alpha_6+n_f f_6)\sum_{i\neq j} B_i^a B_j^b B_j^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_2^a B_3^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_2^a B_2^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\Big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\Big)B_1^a B_3^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_2^a}$$

$$+2\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_1^a B_2^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_1^a B_2^a B_2^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_3^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_1^a B_1^a B_3^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_1^a B_1^a B_2^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d\,B_k^b B_k^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e}$$

$$+2(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d B_j^e B_k^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^c B_j^e B_k^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^c B_i^d B_j^e \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_k^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_j^e \frac{\partial^3}{\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^e B_k^b B_k^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d}+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_j^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_j^b}$$

$$+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^e B_j^b B_j^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d}+3(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d B_j^b B_j^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e}\Bigg]$$

$$+\hbar^4\int_0^t dt'\,\exp\big[(t-t')\widehat{H}_1\big]$$

$$\Big[-\frac{3}{8}(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i B_i^a \frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_k^b\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^e\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_k^b\,\partial\Pi_k^b}$$

$$-\frac{1}{4}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_j^b\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^d\frac{\partial^5}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_j^c\,\partial\Pi_j^e\,\partial\Pi_j^b\,\partial\Pi_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}\Big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\Big)B_3^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_2^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a\,\partial\Pi_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_1^a\frac{\partial^5}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_2^a\,\partial\Pi_3^a\,\partial\Pi_3^a}\Big]\Big\}\mathcal{O}_w(B,\Pi,t') \qquad (9)$$

حيث:

$$\hat{H}_1=\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_0+n_f f_0\right)^{-1}\Pi_i^a\frac{\partial}{\partial B_i^a}$$

$$-\Big[2(\alpha_1+n_f f_1)B_i^a+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2+n_f f_2\right)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\left(B_j^c B_j^e B_i^d-B_j^c B_j^d B_i^e\right)$$

$$+4(\alpha_3+n_f f_3)B_i^a B_j^b B_j^b+4(\alpha_4+n_f f_4)B_i^a B_i^b B_i^b+6(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i B_i^a(B_i^a B_i^a)^2$$

$$+4(\alpha_6+n_f f_6)\sum_{i\neq j}B_i^a B_i^a B_i^a B_j^b B_j^b B_j^b+(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\left(B_j^c B_j^e B_i^d-B_j^c B_j^d B_i^e\right)B_k^b B_k^b$$

$$+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\left(B_j^c B_j^e B_i^d-B_j^c B_j^d B_i^e\right)B_j^b B_j^b\Big]\frac{\partial}{\partial\Pi_i^a}$$

$$-2(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_j^e B_k^b B_k^b\frac{\partial}{\partial\Pi_j^c}-2(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_j^c B_i^d B_j^e B_k^b\frac{\partial}{\partial\Pi_k^b}$$

$$-4(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}B_i^a B_i^d B_j^e B_j^b B_j^b\frac{\partial}{\partial\Pi_j^c}$$

$$-2\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)B_1^a B_2^a B_2^a B_3^a B_3^a\frac{\partial}{\partial\Pi_1^a}$$

$$-2\left(\left(\alpha_7+n_f f_7\right)+\left(\alpha_{10}+n_f f_{10}\right)\right) B_1^a B_1^a B_2^a B_3^a B_3^a \frac{\partial}{\partial \Pi_2^a}$$

$$-2\left(\left(\alpha_7+n_f f_7\right)+\left(\alpha_{10}+n_f f_{10}\right)\right) B_1^a B_1^a B_2^a B_2^a B_3^a \frac{\partial}{\partial \Pi_3^a}$$

ويولد المؤثر $exp\left(t\widetilde{H}_1\right)$ الحركة التقليدية:

$$exp\left(t\widetilde{H}_1\right)\mathfrak{f}(B,\Pi)=\mathfrak{f}\left(B_{cl}(B,\Pi,t),\Pi_{cl}(B,\Pi,t)\right)$$

وتصبح المعادلة (9) بوجود هذا المؤثر:

$$\mathcal{O}_w(B,\Pi,t)=\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)+\left\{\hbar^2\int_0^t dt'\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2+n_f f_2\right)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\overline{B}_j^c\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^d\partial\overline{\Pi}_j^e}\right.\right.$$

$$+(\alpha_3+n_f f_3)\overline{B}_i^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_j^b\partial\overline{\Pi}_j^b}+(\alpha_4+n_f f_4)\overline{B}_i^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^b\partial\overline{\Pi}_i^b}$$

$$+5(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i\overline{B}_i^a\overline{B}_i^a\overline{B}_i^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^a}+(\alpha_6+n_f f_6)\sum_{i\neq j}\overline{B}_i^a\overline{B}_j^b\overline{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_2^a\overline{B}_3^a\overline{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_2^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_2^a\overline{B}_2^a\overline{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_1^a\overline{B}_3^a\overline{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_2^a\partial\overline{\Pi}_2^a}$$

$$+2\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_1^a\overline{B}_2^a\overline{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_2^a\partial\overline{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_1^a\overline{B}_2^a\overline{B}_2^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_1^a\partial\overline{\Pi}_3^a\partial\overline{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_1^a\overline{B}_1^a\overline{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_2^a\partial\overline{\Pi}_2^a\partial\overline{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\left((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\right)\overline{B}_1^a\overline{B}_1^a\overline{B}_2^a\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_2^a\partial\overline{\Pi}_3^a\partial\overline{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\overline{B}_i^d\,\overline{B}_k^b\overline{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_j^c\partial\overline{\Pi}_j^e}$$

$$+2(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\overline{B}_i^d\overline{B}_j^e\overline{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_j^c\partial\overline{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\overline{B}_j^c\overline{B}_j^e\overline{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_i^d\partial\overline{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\overline{B}_j^c\overline{B}_i^d\overline{B}_j^e\frac{\partial^3}{\partial\overline{\Pi}_i^a\partial\overline{\Pi}_k^b\partial\overline{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^a\bar{B}_i^d\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^a\bar{B}_i^d\bar{B}_j^e\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_k^b\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^e\bar{B}_k^b\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d}+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^a\bar{B}_i^d\bar{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_j^b}$$

$$+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^e\bar{B}_j^b\bar{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d}+3(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\bar{B}_j^b\bar{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e}\Bigg]$$

$$+\hbar^4\int_0^t dt'\Bigg[-\frac{3}{8}(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i\bar{B}_i^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_k^b\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^e\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d\,\partial\bar{\Pi}_k^b\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_k^b\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$-\frac{1}{4}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^b\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_j^b\,\partial\bar{\Pi}_j^b}$$

$$-\frac{1}{8}\Big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\Big)\bar{B}_3^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10}))\bar{B}_2^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$-\frac{1}{8}((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10}))\bar{B}_1^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}\Bigg]\Bigg\}\mathcal{O}_{cl}(\bar{B},\bar{\Pi},t') \qquad (10)$$

حيث إن:

$$\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)=\mathcal{O}(B_{cl}(B,\Pi,t),\Pi_{cl}(B,\Pi,t))$$

$$\bar{B}_i^e=B_{i\,cl}^e(B,\Pi,t-t')$$

$$\bar{\Pi}_i^e=\Pi_{i\,cl}^e(B,\Pi,t-t')$$

و نستطيع الآن أن نحسب القيمة الوسطى للمؤثر $\tilde{\mathcal{O}}(t)$:

$$\langle\tilde{\mathcal{O}}\rangle = \int dB\, d\Pi\, \mathcal{O}_w(B,\Pi,t)\, \rho_w(B,\Pi) \tag{11}$$

نأخذ مؤثر الكثافة في اللحظة t=0 بالشكل:

$$\hat{\rho}(B,\Pi) = \frac{1}{z} exp[-\beta\hat{H}^0] \tag{12}$$

يمكن تعين الشكل البسيط لمكافئ فغنر لمؤثر الكثافة ρ_w بدلالة H_w^0 عندما نأخذ من $\hat{H}^0$ الجزء التوافقي لمؤثر هاملتون وهذا يعني:

$$\hat{H}^0 = \frac{1}{2}\tilde{\alpha}_0 \hat{\Pi}_i^a \hat{\Pi}_i^a + \frac{1}{2}\tilde{\alpha}_1 \hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \tag{13}$$

$$H_w^0 = \frac{1}{2}\tilde{\alpha}_0 \Pi_i^a \Pi_i^a + \frac{1}{2}\tilde{\alpha}_1 B_i^a B_i^a \tag{13a}$$

ويصبح لدينا:

$$\rho_w(B,\Pi) = \frac{1}{z} exp[-\bar{\beta} H_w^0] \tag{14}$$

حيث إن:

$$\tilde{\alpha}_0 = \left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0 + n_f f_0\right)^{-1}, \tilde{\alpha}_1 = 2(\alpha_1 + n_f f_1)$$

$$\bar{\beta} = \frac{2}{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1}} \tanh\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1}\beta}{2}\right)$$

ننشر ρ_w في (14) بالنسبة ل $\hbar$ فنجد:

$$\rho_w(B,\Pi) \approx \frac{\exp(-\beta H_w^0)\left[1+\frac{\hbar^2}{12}\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1\beta^3 H_w^0\right]}{T_r\left\{\exp(-\beta H_w^0)\left[1+\frac{\hbar^2}{12}\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1\beta^3 H_w^0\right]\right\}} \tag{15}$$

نعوض (10)و(15) في (11) فنحصل على $\langle\tilde{\mathcal{O}}(t)\rangle$:

$$\begin{aligned}\langle\tilde{\mathcal{O}}(t)\rangle = \langle\mathcal{O}_{cl,w}(B,\Pi,t)\rangle + \hbar^2 \langle \int_0^t dt' \Bigg[& \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 + n_f f_2\right) \varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^c \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^d\,\partial\Pi_j^e} \\ & + (\alpha_3 + n_f f_3)\bar{B}_i^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a \partial\Pi_j^b \partial\Pi_j^b} + (\alpha_4 + n_f f_4)\bar{B}_i^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^b\,\partial\Pi_i^b} \\ & + 5(\alpha_5 + n_f f_5)\sum_i \bar{B}_i^a\bar{B}_i^a\bar{B}_i^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a} + (\alpha_6 + n_f f_6)\sum_{i\neq j} \bar{B}_i^a\bar{B}_j^b\bar{B}_j^b \frac{\partial^3}{\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a\,\partial\Pi_i^a} \\ & + \frac{1}{2}\left((\alpha_7 + n_f f_7) + (\alpha_{10} + n_f f_{10})\right)\bar{B}_2^a\bar{B}_3^a\bar{B}_3^a \frac{\partial^3}{\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_1^a\,\partial\Pi_2^a}\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_2^a\bar{B}_2^a\bar{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\Big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\Big)\bar{B}_1^a\bar{B}_3^a\bar{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a}$$

$$+2\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_1^a\bar{B}_2^a\bar{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_1^a\bar{B}_2^a\bar{B}_2^a\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_1^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_1^a\bar{B}_1^a\bar{B}_3^a\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_1^a\bar{B}_1^a\bar{B}_2^a\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_2^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a\,\partial\bar{\Pi}_3^a}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\,\bar{B}_k^b\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e}$$

$$+2(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\bar{B}_j^e\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^c\bar{B}_j^e\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^d\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^c\bar{B}_i^d\bar{B}_j^e\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_k^b\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^a\bar{B}_i^d\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^a\bar{B}_i^d\bar{B}_j^e\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_k^b\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$+\frac{1}{2}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^e\bar{B}_k^b\bar{B}_k^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d}+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^a\bar{B}_i^d\bar{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_j^b}$$

$$+(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^e\bar{B}_j^b\bar{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d}$$

$$+3(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\bar{B}_j^b\bar{B}_j^b\frac{\partial^3}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_j^e}\Bigg]\mathcal{O}_{cl,w}(\bar{B},\bar{\Pi},t')\rangle$$

$$+\hbar^4\langle\int_0^t dt'\Bigg[-\frac{3}{8}(\alpha_5+n_f f_5)\sum_i\bar{B}_i^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_i^a}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_k^b\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\,\partial\bar{\Pi}_j^c\,\partial\bar{\Pi}_i^d\,\partial\bar{\Pi}_j^e\,\partial\bar{\Pi}_k^b}$$

$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^e\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\partial\bar{\Pi}_j^c\partial\bar{\Pi}_i^d\partial\bar{\Pi}_k^b\partial\bar{\Pi}_k^b}$$
$$-\frac{1}{8}(\alpha_8+n_f f_8)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\partial\bar{\Pi}_j^c\partial\bar{\Pi}_j^e\partial\bar{\Pi}_k^b\partial\bar{\Pi}_k^b}$$
$$-\frac{1}{4}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_j^b\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\partial\bar{\Pi}_j^c\partial\bar{\Pi}_i^d\partial\bar{\Pi}_j^e\partial\bar{\Pi}_j^b}$$
$$-\frac{1}{8}(\alpha_9+n_f f_9)\varepsilon^{fac}\varepsilon^{fde}\bar{B}_i^d\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_i^a\partial\bar{\Pi}_j^c\partial\bar{\Pi}_j^e\partial\bar{\Pi}_j^b\partial\bar{\Pi}_j^b}$$
$$-\frac{1}{8}\Big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\Big)\bar{B}_3^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_2^a\partial\bar{\Pi}_2^a\partial\bar{\Pi}_3^a}$$
$$-\frac{1}{8}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_2^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_2^a\partial\bar{\Pi}_3^a\partial\bar{\Pi}_3^a}$$
$$-\frac{1}{8}\big((\alpha_7+n_f f_7)+(\alpha_{10}+n_f f_{10})\big)\bar{B}_1^a\frac{\partial^5}{\partial\bar{\Pi}_1^a\partial\bar{\Pi}_2^a\partial\bar{\Pi}_2^a\partial\bar{\Pi}_3^a\partial\bar{\Pi}_3^a}\Bigg]\mathcal{O}_{cl,w}(\bar{B},\bar{\Pi},t')\rangle \qquad (16)$$

يمثل الحد الأول من العلاقة (16) القيمة الوسطى الكلاسيكية مضافا" إليها كل التصحيحات الكمومية التي تأتي من ρ_w

لأننا نجد من العلاقات (10) و (11) و (15) أن:

$$\int dB\, d\Pi\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)\rho_w(B,\Pi)=\langle\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)\rangle+\frac{1}{12}\hbar^2\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1\beta^3[\langle\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)H_w^0(0)\rangle$$
$$-\langle\mathcal{O}_{cl}(B,\Pi,t)\rangle\langle H_w^0\rangle]+\cdots\hbar^4\ldots+\cdots$$

أي أننا بهذه الطريقة نكون قد حصلنا على الحل الكمومي الكامل $\langle\tilde{\mathcal{O}}(t)\rangle$ لأنه عندما نشرنا مكافئ فغنر $\mathcal{O}_w(B,\Pi,t)$ وجدنا أنه يوجد تصحيحات كموميات من مرتبة $\hbar^2$ و $\hbar^4$ علما" أن $\hbar$ تقاس بجملة الواحدات الطبيعية $(\hbar=1)$ أما باقي الحدود التي من مراتب أعلى ل $\hbar$ فهي تساوي الصفر.

و يمكن اختيار $\tilde{\mathcal{O}}$ ليكون أي مؤثر و على الأخص مؤثر الطاقة المغناطيسية الملونة $\tilde{B}_i^a\tilde{B}_i^a$ أو الطاقة الكهربائية الملونة $\tilde{\Pi}_i^a\tilde{\Pi}_i^a$.

وتمثل المعادلة (16) التطور الزمني للقيمة الوسطى للمؤثر $\tilde{\mathcal{O}}(t)$ في نظرية المعايرة (الكواركات و الغليونات) والتي تخص التفاعلات القوية و فيها بلازما الكواركات و الغليونات و من خلال حل هذه المعادلة عدديا" عند درجات الحرارة المختلفة وملاحظة سلوك هذا المؤثر مع الزمن يمكن استنتاج درجة الحرارة الحرجة التي يحصل عندها الانتقال إلى طور بلازما الكواركات و الغليونات. كما يمكن تعين المدة الزمنية التي تعيشها هذه البلازما.

النتائج والمناقشة:

a-يمكن حل المعادلة (16) عدديا" بوضع برنامج بلغة الفورتران يحسب بالاعتماد على طريقة مونت كارلو التطور الزمني للقيمة الوسطى للطاقة المغناطيسية الملونة $\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a$ والطاقة الكهربائية الملونة $\hat{\Pi}_i^a\hat{\Pi}_i^a$ وستختلف هذه القيم عن القيم المحسوبة في المرجع [17] لأن مؤثر الهاملتون يحوي على حدود ذات مرتبة أعلى و يمكن مقارنة هذه القيم مع النتائج التجريبية التي يمكن الحصول عليها بعد تقدم التكنولوجيا و الحصول على آلة تصوير بقدرة فاصلة أكبر من $10^{-23}\mathrm{sec}$ لتسجيل طيف الطاقة المغناطيسية الملونة و الطاقة الكهربائية الملونة .

b-عندما يكون المقدار $g^2(L)$ صغيرا" بشكل كاف يصبح المقدار $\frac{1}{g^2(L)}$ كبيرا" بحيث لا يمكن تطبيق نظرية الاضطراب لدراسة التطور الزمني للطاقة المغناطيسية الملونة أو الطاقة الكهربائية الملونة لذلك من الأفضل اللجوء إلى النشر شبه التقليدي بطريقة فغنر الذي قمنا به في عملنا هذا.

c- تمكننا هذه الطريقة وبالاعتماد على طريقة مونت كارلو من حساب عددي لتطور الزمن الحقيقي للقيمة الوسطى لكل من الطاقة المغناطيسية الملونة والطاقة الكهربائية الملونة و بعد الحصول على القيم العددية للقيمة الوسطى نستطيع رسم الخطوط البيانية لهذه القيمة بدلالة الزمن t و التحري عن سلوكها حسب قيم كل من درجة الحرارة T و ثابتة الارتباط g(L).

3-توضيح الشكلين (1) و(2):

3-1-توضيح الشكل (1):

تقبل النهاية الصغرى للكمون الكلاسيكي عندما تكون حقول المعايرة الثلاثة B_i^a متوازية في العدد الكمومي اللون . ويسمى الإنسان هذا وادي تورون .

قمنا بمجموعة من التعديلات و هي : $B_i^a = B_i n^a$ حيث: $n^a n^a = 1$ و أنه عندما $i \neq j$ فإن هذه الحدود تكون معدومة ومنها حصلنا على الكمون الفعال للتورون (التورون يعني الحقل عندما يكون تنسور شدة الحقل المغناطيسي يساوي الصفر أي: $(F_{ij}^a(B) = 0$ حتى الدرجة الرابعة بالعلاقة التالية [17] :

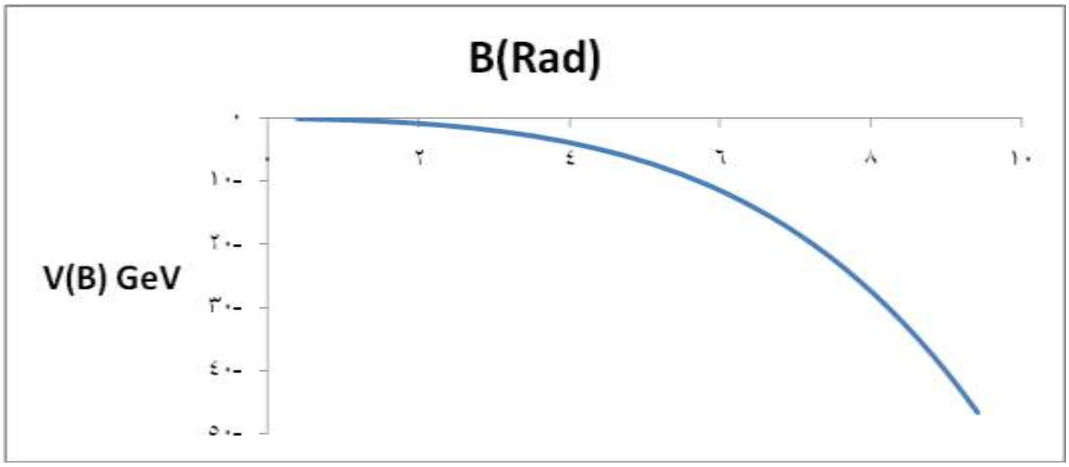
$$V_{\mathrm{eff}(1)}^{\mathrm{Torr}}(B_1) = (\alpha_1 + n_f f_1)(B_1)^2 + (\alpha_3 + n_f f_3)(B_1)^4 + (\alpha_4 + n_f f_4)(B_1)^4 \qquad (17)$$

حيث أخذنا قيم B_1 من $\frac{\pi}{8}$ و حتى $\frac{24\,\pi}{8}$ و عوضنهم في (17) فحصلنا على القيم التالية:

الجدول (1): يبين قيم الحقل و الكمون الكلاسيكي لتورون .

$B_1(\mathrm{Rad})$	$V(B_1)\ (GeV)$
$\frac{\pi}{8}$	−0.027
$\frac{2\pi}{8}$	−0.11
$\frac{3\pi}{8}$	−0.25
$\frac{4\pi}{8}$	−0.45
$\frac{5\pi}{8}$	−0.72

$\frac{6\pi}{8}$	−1.08
$\frac{7\pi}{8}$	−1.54
$\frac{8\pi}{8}$	−2.10
$\frac{9\pi}{8}$	−2.78
$\frac{10\pi}{8}$	−3.62
$\frac{11\pi}{8}$	−4.62
$\frac{12\pi}{8}$	−5.81
$\frac{13\pi}{8}$	−7.22
$\frac{14\pi}{8}$	−8.87
$\frac{15\pi}{8}$	−10.80
$\frac{16\pi}{8}$	−13.04
$\frac{17\pi}{8}$	−15.62
$\frac{18\pi}{8}$	−18.58
$\frac{19\pi}{8}$	−21.97
$\frac{20\pi}{8}$	−25.82
$\frac{21\pi}{8}$	−30.17
$\frac{22\pi}{8}$	−35.08
$\frac{23\pi}{8}$	−40.59
$\frac{24\pi}{8}$	−46.76



الشكل (*1*) : يمثل منشور الكمون الكلاسيكي لتورون حتى الدرجة الرابعة بتابعية الحقل .

3–2–توضيح الشكل (2):

اعتمادا" على التوضيح في الشكل (1) نحصل على الكمون الفعال للتورون حتى الدرجة السادسة من العلاقة (1) بالشكل [18]:

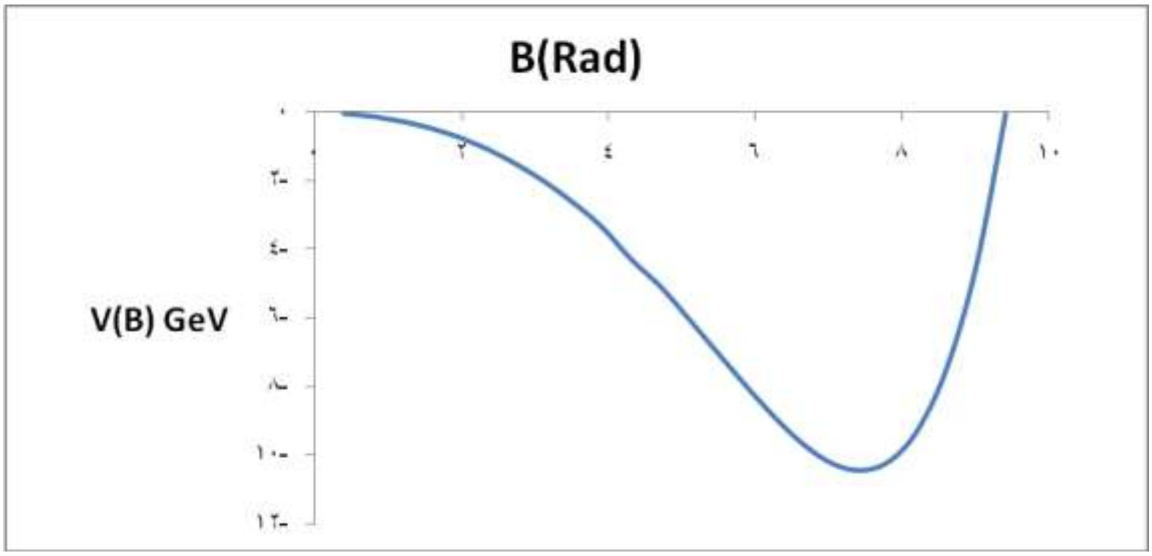
$$V^{Torr}_{eff(1)}(B_1) = (\alpha_1 + n_f f_1)(B_1)^2 + (\alpha_3 + n_f f_3)(B_1)^4 + (\alpha_4 + n_f f_4)(B_1)^4 + (\alpha_5 + n_f f_5)(B_1)^6 \qquad (18)$$

أخذنا قيم B_1 من $\frac{\pi}{8}$ و حتى $\frac{24\pi}{8}$ و عوضنهم في العلاقة (18) فوجدنا القيم التالية:

الجدول (2): يبين قيم الحقل و الكمون الكلاسيكي لتورون.

B_1 (Rad)	$V(B_1)$ (GeV)
$\frac{\pi}{8}$	−0.027
$\frac{2\pi}{8}$	−0.11
$\frac{3\pi}{8}$	−0.25
$\frac{4\pi}{8}$	−0.45
$\frac{5\pi}{8}$	−0.72
$\frac{6\pi}{8}$	−1.07
$\frac{7\pi}{8}$	−1.51
$\frac{8\pi}{8}$	−2.03

$\frac{9\pi}{8}$	−2.65
$\frac{10\pi}{8}$	−3.37
$\frac{11\pi}{8}$	−4.81
$\frac{12\pi}{8}$	−5.08
$\frac{13\pi}{8}$	−6.04
$\frac{14\pi}{8}$	−7.03
$\frac{15\pi}{8}$	−8.01
$\frac{16\pi}{8}$	−8.93
$\frac{17\pi}{8}$	−9.72
$\frac{18\pi}{8}$	−10.27
$\frac{19\pi}{8}$	−10.46
$\frac{20\pi}{8}$	−10.17
$\frac{21\pi}{8}$	−9.20
$\frac{22\pi}{8}$	−7.36
$\frac{23\pi}{8}$	−4.40
$\frac{24\pi}{8}$	−0.035



الشكل (2) : يمثل منشور الكمون الكلاسيكي لتورون حتى الدرجة السادسة بتابعية الحقل.

المراجع:

1-د. جناد، هزاع – الفيزياء النووية – جامعة تشرين 1991.

2- LUSCHER, M.Mass Spectrum of YM Gauge Theories On a Torus. Nucl . Physics B North-Holland vol. 219,N^0 . 1, 1983,pp. 233-261.

3- LUSCHER, M. and MUNSTER, G.Weak-coupling expansion of the low-lying Energy values in the SU(2) gauge theory on a torus. Nucl . Phys. B North-Holland Vol. 232,N^0.3, 1984,PP. 445-472.

4- KOLLER,J. and VANBAAL, P.-SU(2) Spectroscopy Intermediate Volumes Phys. Rev Lett. U.S.A. vol. 58,N^0.24, 1987,PP. 2511-2514.

5- VAN BAAL, P .and KOLLER, J.QCD on a Torus, and Electric Flux Energies From Tunneling Ann. Phys . U.S.A. VOL. 174,N^0.2, 1987 ,299-371.

6-KRIPFGANZ , J. and MICHAEL, C.- Fermionic Contributions to The Glueball Spectrum In a Small Volume Phys. Lett.B North-Holland vol. 209,N^0.1, 1988. 77-79.

7-FRAGA , E.S ; KODAMA , T. ; KREIN , G. ; MIZHER , J. and PALHARES , L.F.-Dissipotion and Memory Effects in Pure Glue deconfinement. Nuclear Physics A-North Holland vol. 785,N^0.1-2, 2007, 138-141.

8- ALEXEI BAZAVOV , A. ; BERND BERG, and VERLYTSKY ,A-Non-equilibrium Signals of The SU(3) Deconfining Phase Transition Pos U.S.A. vol 127. 2006, 1-7.

FRAMPTON, P, H. Gauge Field Theories 1976. 9-

10- JACKIW,R.Mean Field Theory For Non-equilibrium Quantum Fields. Physics A U.S.A vol. 158,N^0.1 ,1989,PP.269-290.

11- BERGES, J. and BORSANYI, SZ.-Progress In Non-equilibrium Quantum Field Theory III Nuclear Physics A , North-Holland vol. 785,N^0.1-2,2007, 58-67.

12- Jeffrey KOLLER and Pierre van BAAL.A non-perturbative analysis in finite Volume gauge theory –Nuclear physics B302 (1988) 1-64,North-Holland,Amsterdam

13-AL-CHATOURI, S.-Untersushungen zum realzeit-verhlten Quantenfeldtheoritische modelle Dissertation, Leipzig uni.-1991 -, 101p.

14- د. الشاتوري ، سلمان- تطور الأزمنة الحقيقية في مسائل عدم التوازن من أجل نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة SU(2) بالاعتماد على مؤثري البناء و الهدم. مجلة جامعة تشرين-المجلد(30) العدد(1) 2008،23-45 .

15- د. الشاتوري ، سلمان- تطور الأزمنة الحقيقية في مسائل عدم التوازن من أجل نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة SU(3) بالاعتماد على مؤثري البناء و الهدم. مجلة جامعة تشرين-المجلد(30) العدد (3) 2008 ،41-61

16-د. الشاتوري، سلمان؛ د. نظام، محي الدين؛ أحمد، عدنان؛ دراسة تحليلية لتطور الزمن الحقيقي في نظرية المعايرة. مجلة جامعة تشرين-المجلد(30) العدد(4).2008 , 173-183

17- د. الشاتوري، سلمان؛ د. نظام، محي الدين؛ بشير، علي؛ دراسة تحليلية لتطور الأزمنة الحقيقة في ميكانيك الكم الإحصائي لنظرية المعايرة لبلازما الكواركات و الغليونات قبل للنشر برقم /849/ ص م.ح تاريخ 2013./8/5

18-Van Baal ,P. the small volume expansion of gauge theories coupled to Massless fermions. Nuclear Physics B-North-Holland Vol 307,1988,274-290.