مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية - سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (2) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (2) 2015

حساب أنماط القصّ الطولية لسائل فيرمي بتابعية بارامترات لانداو حتى المرتبة $\ell \leq 3$

الدكتور محمود أحمد*
الدكتورة نجاح قبلان**
علي عباس***

(تاريخ الإيداع 6 / 11 / 2014. قُبِل للنشر في 27 / 4 /2015)

□ ملخّص □

اعتماداً على نظرية سائل فيرمي (FERMI LIQUID THEORY)، تمّ حساب أنماط القصّ الطولية لسائل فيرميوني متفاعل، السويات الطاقية الدنيا لجسيماته في حالة مقاربة مع السويات الطاقية لجسيمات الغازالفيرميوني الحرّ، أو ما يعرف بسوائل فيرمي النظامية، وذلك بتابعية معاملات (بارامترات)لانداو حتى المرتبة $(\ell \leq 3)$ في منشور تابع التأثير المتبادل ما بين أشباه الجسيمات.

لقد عددنا في أثناء الدراسة أنّ درجة الحرارة من رتبة $(1\,K^{\circ})$، بحيث تتحقق من أجلها العلاقة الآتية $(T \ll T_F)$ ،حيث إنّ T_F تمثل درجة الحرارة على سطح فيرمي (FERMI SURFACE)، وتكون هذه الدرجة من رتبة 10^5 كلفن في معظم المعادن. بفرض أنّ الاضطراب الذي يؤدي إلى انحراف السائل عن حالة التوازن عبارة عن كمون شعاعي $A(\boldsymbol{q},\omega)$ يتحقق فيه الشرط الآتي:

$$\boldsymbol{q} \ll \boldsymbol{q}_F \qquad \omega \ll E_F$$

علماً أنّ $(\boldsymbol{q}_F, E_F)$ عبارة عن طاقة ومتجهة الموجة على سطح فيرمي على التوالي، بينما $(\boldsymbol{q},\omega)$متجهة الموجة والتواتر للكمون الخارجي المطبق. تبين لنا أنّ هذه الأنماط الطولية تكون تابعة للمقدار $(\omega/\boldsymbol{q}\boldsymbol{\nu}_F)$ ، حيث $\boldsymbol{\nu}_F$ عبارة عن سرعة أشباه الجسيمات على سطح فيرمي.

الكلمات مفتاحية: نظرية سائل فيرمي– معادلة لانداو الحركية– أنماط القص لسائل فيرميوني–تنسور الضغط .

*أستاذ مساعد – قسم الفيزياء – كلية العلوم– جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
**أستاذ مساعد – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.
***طالب دراسات عليا (ماجستير) – قسم الفيزياء – كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (2) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (2) 2015

Calculating longitudinal shears modulus of Fermi liquid depending on Landau parameters with $(\boldsymbol{\ell} \leq \mathbf{3})$

Dr. Mahmod Ahmad*
Dr. Najah Kablan**
Ali Basher Abbas***

(Received 6 / 11 / 2014. Accepted 27 / 4 /2015)

□ ABSTRACT □

Depending on Fermi liquid theory we calculated the longitudinal shears modulus of interacting fermions liquid. Its low energy levels in corresponding with that one in free fermion gas which we call normal Fermi liquids. The expression of the longitudinal shears was calculated in terms of Landau parameters with $(\ell \leq 3)$ in the expansion of the interacting function between quasi particles.

In our search we have been considered the temperature from order $(1\ K^{\circ})$ since the relation $(T \ll T_F)$ is true, where T_F is the temperature on Fermi surface and it is from order (10^5)kelvinin most metals. The external potential which causes the liquid to deviate from its equilibrium state was considered a vector potential $A(\boldsymbol{q}, \omega)$ such that:

$$(\omega \ll E_F, \boldsymbol{q} \ll \boldsymbol{q}_F)$$

Where $E_F, \boldsymbol{q}_F$ are the energy and vector wave on Fermi surface consequently, while $(\omega, \boldsymbol{q})$ are the frequency and wave vector of the vector potential. We have found that this longitudinal shears modulus is a function to the quantity$(\omega/\boldsymbol{q}\boldsymbol{v}_F)$ where $\boldsymbol{v}_F$ is the velocity of quasi particles on Fermi surface.

Keywords: Fermi liquid theory, Landau kinetic equation, shears modulus of fermions liquid, stress tensor.

*Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.
**Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.
***Postgraduate Student, Theoretical Physics, Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدّمة:

إنّ الهدف الرئيس لنظرية الجمل متعددة الجسيمات، هو حساب المقادير الفيزيائية الجهرية لهذه الجمل مثل: الطواعية المغناطيسية، سرعة الصوت، الناقلية الكهربائية، الناقلية الحرارية، الانضغاطية ،ثابت المرونة .....إلخ، وذلك بالاعتماد على قوى التأثير المتبادل ما بين جسيمات الجملة المدروسة إضافة إلى استجابة هذه الجمل للاضطرابات الخارجية المطبقة عليها، وبما أنّ عدد الجسيمات في الجملة كبير من مرتبة عدد أفوكادرو (10^{23})جسيمة في المول الواحد، لذلك تحكم القوانين الإحصائية والنظريات التقريبية طرائق دراسة الخصائص الفيزيائية لهذا النوع من الجمل.ظهرت في القرن الماضي عدة نظريات لدراسة الجمل المؤلفة من عدد كبير من الجسيمات منها النظرية الحركية في الغازاتو نظرية الاضطراب، إضافة" إلى نظرية سائل فيرمي (FERMI LIQUID THEORY)،والتي اكتشفها العالم الروسي لانداو في خمسينيات القرن الماضي[1, 2].

إنّ نظرية لانداو في حقيقتها نظرية ظاهراتية(PHENOMENOLGICALTHEORY)، تفترض أنّه بالإمكان الانتقال من السويات المثارة للجملة الحرّة إلى السويات المثارة للجملة المتفاعلة بعملية كظومة(ADIABATIC)،حيث تشبه الجسيمات المثارة في الجملة المتفاعلة تلك الحالات المقابلة في الجملة الحرّة، يمكن وصف هذه الحالات من خلال مجموعة متكاملة من الانتقالات العنصرية ذات السبين المساوي إلى عدد صحيح من أنصاف ($\hbar$) (فيرميونات)، وقد أطلق لانداو على هذه الانتقالات مفهوم أشباه الجسيمات، تتطور أشباه- الجسيمات هذه بشكل بطئ ومستمر ، كما أنها في حالة مقاربة مع الجسيمات في الجملة الحرّة أو بمعنى آخر أن كل جسيمة سوف تتطور لتصبح شبه-جسيمة، إلا أنها تختلف عن الجسيمات في الجملة الحرّة بالخصائص الديناميكية (الحركية)،حيث تكون هذه الخصائص مستنظمة في الجملة المتفاعلة بحدود من مجموعة معاملات (وسائط) تسمى معاملات لانداو التي تُعبّر عن قوة التفاعل ما بين أشباه-الجسيمات[3, 5, 6].

لقد بيَّنت التجارب التي أجريت على سوائل فيرمي عند درجات الحرارة المنخفضة[4] أنّ استجابة هذه السوائل لاضطرابات خارجية مكافئة لاستجابة وسط مرن مستمر مع أنماط قص غير معدومة، إذ تبين وجود ثلاثة أنماط للمرونة في هذا السائل، يعرف النمط الأول بمعامل المرونة الحجمي(K) (BULK MODULUS)، يعبر هذا النمط عن تغير حجم السائل بتابعية ضغطه، أمّا النمطان الآخران فيعرفان بمعاملي القصّ الطولي والعرضي(SHEARE MODULUS)($\mu_{\perp}, \mu_{\parallel}$) للسائل الفيرميوني على التوالي،ويعبّر هذا النوع من الأنماط عن التغير الناتج في شكل سطح فيرمي لسائل ، وذلك نتيجة تعرضه لاضطراب خارجي.

ويخصّ معاملات المرونة الحجمية فقد تمّ حسابها والتأكد من صحة الحسابات نظرياً وتجريبياً[10, 11]، أمّا أنماط القصّ فهي جديدة بالنسبة لنا، ولذلك قمنا من خلال هذا البحث بحساب أنماط القصّ الطولية بتابعية معاملات لانداو من مراتب عليا في منشور تابع التأثير المتبادل مُتبعين في ذلك الطريقة التي استخدمها الفيزيائي[12].(C.J.Pethic)

أهميّة البحث وأهدافه:

1. دراسة أنماط لقصّ الطولية لجملة فيرميونات متفاعلة في إطار نظرية لانداو، حيث يتمّ الأخذ بعين الاعتبار تابع التأثير المتبادل لأشباه الجسيمات، الذي يؤدي بدوره إلى إدخال تصحيح من المرتبة الثانية على طاقة الجملة، حيث إنّ التصحيح من المرتبة الأولى يمثل مجموع الطاقات الحرّة لأشباه-الجسيمات.

2. حلّ المعادلة الحركية للكثافة الجسيمية باستخدام تابع التأثير المتبادل، ثمّ حساب أنماط القصّ الطولية لسائل فيرمي بتابعية معاملات لانداو من المرتبة $3 \gg \ell$، حيث (ℓ) يعبّر عن رتبة النشر للتشوه في سطح فيرمي في توابع ليجندر الكروية.

3. دراسة ردود الأفعال (الاستجابة) التي تبديها سوائل فيرمي عند تطبيق اضطرابات خارجية عليها، كالحقول الكهربائية أو المغناطيسية، وذلك من خلال حساب أنماط القصّ الطولية لهذه السوائل بدقة أكبر نتيجة إدخال حدود جديدة في منشور تابع لاضطراب، وذلك استنادا" إلى نظرية سائل فيرمي،مع مقارنة النتائج التي سنتوصل إليها مع نتائج الدراسات المرجعية الأخرى في هذا المجال.

طرائق البحث وموادّه:

يعدّ تنسور الضغط إحدى الركائز الأساسية في دراسة التشوهات الحاصلة في مختلف أنواع الأجسام (الصلبة–السائلة–الغازية)، هذا التنسور يربط ما بين التشوهات الحاصلة في حجم هذه الأجسام أو شكلها من جهة، وما بين استجابتها لهذه التشوهات من جهةً أخرى، بين لانداو**[9]** أنّ الصيغة التي يأخذها هذا التنسور من أجل سائل فيرمي، هي نفسها التي يأخذها من أجل جسم صلب مرن ، وتعطى هذه الصيغة بالعلاقة الآتية:

$$-\prod_{ij} = K u_{ll}\delta_{ij} + 2\mu\left(u_{ij} - \frac{1}{3}u_{ll}\delta_{ij}\right) \quad (1)$$

$\delta_{ij}(i,j = x,y,z)$: دلتا كرونيكر بينما يمثلu_{ij}: تنسور الإجهاد الذي يعبر عن التشوهات الحاصلة نتيجة لتطبيق اضطراب خارجي على هذه الأجسام، حيث يأخذ من أجل إزاحات صغيرةالصيغة الآتية:

$$u_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

من جهة أخرى يمكننا التعبير عنتنسور الضغط وفق الصيغة الآتية:

$$\prod_{ij} = \prod_{ij}^{L.e} - \sigma_{ij} = P\delta_{ij} - \sigma_{ij}$$

$(i,j = x,y,z)$، حيث إن P يمثل الضغط الموضعي، بينما σ_{ij} يمثل انحراف تنسور الضغط عن حالة التوازن الموضعي.

بفرض أنّه لدينا إزاحة طولية لسطح فيرمي من الشكل $u_z = u_o e^{i(qz-\omega t)}$، نتجت عن اضطراب خارجي ما (يتم تحديد نوعه لا حقاً)، نحصل بتعويض هذه الإزاحة في تنسور الضغط ضمن العلاقة (1) على ما يأتي:

$$\begin{aligned} -\prod_{zz} &= K u_{zz} + 2\mu_{\parallel}\left(u_{zz} - \frac{1}{3}u_{zz}\right) \\ &= K\frac{\partial u_z}{\partial z} + 2\mu_{\parallel}\left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{1}{3}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \\ &= K\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{4}{3}\mu_{\parallel}\frac{\partial u_z}{\partial z} \end{aligned}$$

حيث يمثل الحدّ الأول من الطرف الأيمن للعلاقة السابقة الضغط الموضعي، بينما يمثل الحدّ الثاني σ_{zz}.من جهة أخرى، ويمكننا كتابة التغير في تنسور الضغط وفق الصيغة الآتية**[8]**:

$$\sigma_{ij} = -\sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p}_i(\boldsymbol{v}_{\mathrm{p}})_j \delta\bar{n}_{\mathbf{p}} (2)$$

$\mathbf{p}_i , (\boldsymbol{\nu}_{\mathrm{p}})_j$مركبة الدفع والسرعة لشبه–الجسيمة على التوالي، بينما يمثل المقدار $\delta\bar{n}_{\mathbf{p}}$ الانحراف عن حالة التوازن الموضعي لتابع التوزع الذي ينتج عن التغيرات الحاصلة في توزع أشباه–الجسيمات نتيجة التأثيرات المتبادلة فيما بينها إضافةً إلى التغير الحاصل في طاقتها نتيجة الاضطراب الخارجي المطبق على السائل، استناداً إلى نظرية سائل فيرمي يمكننا الربط ما بين هذا الانحراف و الانحراف عن حالة التوازن العام لتابع التوزع **[1]** $\delta n_{\mathbf{p}}$ وفق الصيغة الآتية:

$$\delta\bar{n}_{\mathbf{p}} = \delta n_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \, \delta n_{\mathbf{p}'} \quad (3)$$

$n_{\mathbf{p}}^0$ يعّبر عن حالة التوازن العام لتابع التوزع الذي يأخذ شكل تابع توزع فيرمي– ديراك وفق الصيغة الآتية:

$$n_{\mathbf{p}}^0 = \frac{1}{e^{(\epsilon_{\mathbf{p}} - \epsilon_F)/k_B T} + 1} \quad (4)$$

T:يمثل درجة الحرارة، $k_B = 1.38 \times 10^{-23} Joule/Kelvin$: ثابت بولتزمان، ϵ_F: الطاقة على سطح فيرمي تكون مكافئة للكمون الكيميائي عند درجات الحرارة المنخفضة، ϵ_{p}: طاقة شبه–الجسيمة.

$f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s$ يمثل الجزء المتناظر لتابع التأثير المتبادل ما بين شبه–الجسيمتين $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$ بالقرب من سطح فيرمي ،حيث أخذنا بعين الاعتبار التأثير الجسيمي ما بين أشباه–الجسيمات و أهملنا الجزء غير المتناظر من تابع التأثير الذي يعبّر عن التأثيرات المغناطيسية ما بين أشباه–الجسيمات، ونتيجة لذلك لم نأخذ بعين الاعتبار المجموع على الحالات السبينية.

تمّ اعتبار سطح فيرمي قريباً من الشكل الكروي، بحيث نتمكّن من أجل الحالات القريبة من سطح فيرمي من إيجاد منشور $\left(\delta n_{\mathbf{p}}, f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s\right)$ وفق كثيرات حدود ليجندر**[2]**، تبعاً لزاوية ما بين $\mathbf{p}'$ و $\mathbf{p}$كمايأتي:

$$\delta\bar{n}_{\mathbf{p}} = -\frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} \sum_{\ell} \left(1 + \frac{F_\ell^s}{2\ell + 1}\right) \gamma_\ell \, P_\ell(\cos\theta) \quad (5)$$

F_ℓ^s: عبارة عن معاملات لانداو، γ_ℓ: يعبّر عن التشوهات الطاقية لسطح فيرمي،$P_\ell(\cos\theta)$: كثيرات حدود ليجندر من المرتبة (ℓ).

بتعويض العلاقة (5)في العلاقة (2)، يمكننا الحصول على المركبة الطولية لتنسور الضغط بعد استبدال المجموع على الدفع بالتكامل على الزاوية المجسمة مضروباً بكثافة الحالات على سطح فيرمي $N(0) = \mathrm{m}^* \mathrm{p}_F / \pi^2 \hbar^3$،حيث إنّ m^*: تمثل الكتلة الفعالة لشبه–الجسيمة ، p_F: كمية الحركة على سطح فيرمي، $\hbar = 1{,}054 \times 10^{-34} Joule.s$: ثابت بلانك،فنحصل بعد ذلك على العلاقة الأتية:

$$\sigma_{zz} = -\frac{2}{3} N(0) p_F v_F \left(1 + \frac{F_\ell^s}{2}\right) \frac{\gamma_2}{5} \quad (6)$$

حيث يمثل المقدار (γ_2) تشوهات رباعية الأقطاب لسطح فيرمي.

للحصول على أنماط القص الطولية نحتاج للربط ما بين (γ_2) و $\partial u_z/\partial z$وهذا يتم بداية بالربط ما بين (γ_2) وكثافة التيار وفق المحور **(z)**، وذلك بعد الاستفادة من معادلة لانداو الحركية**[2]**، نقوم بعد ذلك باستخدام العلاقة الآتية:

$$j_z = n\,{}^{\partial u_z}\!/_{\partial t} = -nsv_F\,{}^{\partial u_z}\!/_{\partial z} \quad (7)$$

حيث $s = \omega/qv_F$ و n يمثل تعداد أشباه الجسيمات.

يمكننا الحصول على معادلة لانداو من معادلة بولتزمان بعدا إدخال طاقة التفاعل ما بين أشباه–الجسيمات ضمن عبارة الهاملتوني، لتصبح هذه المعادلة في المنطقة عديمة التصادم وفق الصيغة الآتية:

$$\frac{\partial\delta n_{\mathbf{p}}(r,t)}{\partial t} + \nu_{\mathbf{p}}\frac{\partial\delta n_{\mathbf{p}}(r,t)}{\partial r} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \mathrm{p}}\frac{\partial\delta\epsilon_{\mathbf{p}}(r,t)}{\partial r} = 0 \quad (8)$$

حيث إنّ التغير في طاقة أشباه–الجسيمات يعطى بالعبارة الآتية:

$$\delta\epsilon_{\mathbf{p}}(r,t) = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{p}}(r,t) + \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}\,\delta n_{\mathbf{p}'}(r,t)$$

يمثل المجموع $\sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}\delta n_{\mathbf{p}'}(r,t)$ طاقة شبه– الجسيمة نتيجة التأثير المتبادل مع باقي أشباه–الجسيمات لأخرى المجاورة لها.

بتطبيق كمون شعاعي $\boldsymbol{A}_{ext}(\boldsymbol{q},\omega)$، على سائل فيرمي، تكون المركبة الطولية لهذا الكمون عبارة عن حقل كهربائي، يتسبب في استقطاب طولي لكرة فيرمي (إزاحة) ، وفق اتجاه هذا الحقل الذي قمنا بافتراضه على أنه وفق المحور (z)، حيث إنّ هذه المركبة الطولية تؤدي إلى اضطراب في طاقة شبه–الجسيمة مقداره:

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{m}\boldsymbol{A}_{ext} = \frac{\mathrm{p}_F}{m}\cos\theta\boldsymbol{A}_{ext} = \Phi_1\cos\theta \quad (9)$$

بفرض أن كلاً من الكمون الشعاعي والانحراف عن حالة التوازن لتابع التوزع يتغيران بشكلٍ دوري في فضاء الموضع و الزمن وفق الصيغ الآتية:

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{p}}(r,t) = \mathbf{\Phi}_{\mathrm{p}}(q,\omega)e^{i(qr-\omega t)}$$

$$\delta n_{\mathbf{p}}(r,t) = \delta n_{\mathrm{p}}(q,\omega)e^{i(qr-\omega t)}$$

بتعويض العلاقتين السابقتين إضافةً إلى التغير في طاقة أشباه–الجسيمات ضمن المعادلة(8) ، ومن ثم أخذ تحويل فوريه لها، تصبح معادلة لانداو الحركية بوجود هذا الاضطراب معطاة بالصيغة الآتية:

$$(\omega - \vec{q}\vec{v}_{\mathbf{p}})\delta n_{\mathbf{p}} + \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial\epsilon_{\mathbf{p}}}\vec{q}\vec{v}_{\mathbf{p}}\left(\mathbf{\Phi}_{\mathbf{p}}(r,t) + \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}\,\delta n_{\mathbf{p}'}(r,t)\right) = 0$$

حيث تمّ لأخذ بعين الاعتبار المركبة الطولية للكمون، بعد ذلك نقسم على$(\omega - \vec{q}\vec{v}_p)$ ومن ثّم الضرب بـ$P_\ell(\cos\theta)$، نقوم بعدها بالمكاملة على الزاوية المجسمة لتصبح معادلة لانداو الحركية بالشكل الآتي:

$$\frac{\gamma_\ell}{2\ell+1} + \sum_{\ell}\Omega_{\ell\ell'}\frac{F_{\ell'}^s}{2\ell'+1}\gamma_{\ell'} = -\Omega_{\ell 1}\Phi_1 \quad (10)$$

$\Omega_{\ell\ell'}$ يمثل توابع الاستجابة(RESPONSE FUNCTIONS) للسائل، ويعطى بالعلاقة الآتية:

$$\Omega_{\ell\ell'} = \int_{-1}^{+1} \frac{d(\cos\theta)}{2} \mathrm{p}_{\ell}(\cos\theta) \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \mathrm{s}} \mathrm{p}_{\ell'}(\cos\theta)$$

بنشر المعادلة (10) من أجل $(\ell = 0,1,2,3)$ نحصل على جملة المعادلات الآتية:

$$\begin{aligned}
&\gamma_0 + F_0\Omega_{00}\gamma_0 = -\Omega_{01}\Phi_1 && \ell = 0\\
&\frac{\gamma_1}{3} + F_0\Omega_{10}\gamma_0 + \frac{F_1}{3}\Omega_{11}\gamma_1 = -\Omega_{11}\Phi_1 && \ell = 1\\
&\frac{\gamma_2}{5} + F_0\Omega_{20}\gamma_0 + \frac{F_1}{3}\Omega_{21}\gamma_1 + \frac{F_2}{5}\Omega_{22}\gamma_2 = -\Omega_{21}\Phi_1 && \ell = 2 \quad (11)\\
&\frac{\gamma_3}{7} + F_0\Omega_{30}\gamma_0 + \frac{F_1}{3}\Omega_{31}\gamma_1 + \frac{F_2}{5}\Omega_{32}\gamma_2 + \frac{F_3}{7}\Omega_{33}\gamma_3 = -\Omega_{31}\Phi_1 && \ell = 3
\end{aligned}$$

γ_0 تمثل الاهتزازات في الكثافة الجسيمية، بينما γ_1،γ_3 تشوهات متعددة الأقطاب، وثنائية الأقطاب لسطح فيرمي على التوالي. من جملة المعادلات (11)،والموافقة لكون$(\ell = 1,2,3)$نلاحظ أنّ γ_0 عامل مشترك، و يمكننا اختزالγ_0 من هذه المعادلات عن طريق الحذف بالتعويض، من خلال تعويض قيمتها من المعادلة $(\ell = 3)$ ضمن المعادلتين $(\ell = 1,2)$ومن المعادلتين الناتجتين يمكننا اختزالγ_3 فنحصل على معادلة تربط γ_1, γ_2 تكتب على الشكل الآتي:

$$\frac{s}{\Omega_{20}(s)}\Lambda(s)\frac{\gamma_2}{5} = -\left[\left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right)\frac{\gamma_1}{3} + \frac{\Phi_1}{3}\right] \quad (12)$$

يعطى$\Lambda(s)$ الموجود في هذه المعادلة بالصيغة الآتية:

$$\Lambda(s) = [\Omega_{00} + F_2^s(\Omega_{00}\Omega_{22} - \Omega_{20}^2)]\left[\frac{\Omega_{oo} + F_3^s\left(\Omega_{00}\Omega_{33} - \Omega_{30}^2 + \frac{5}{6}\Omega_{31}P_2(s)\right)}{1 + F_3^s\Omega_{33}}\right] \quad (13)$$

يرتبط الطرف الأيمن من العلاقة(12) مع كثافة التيار ، وفق المحور **(z)**، الذي يمكن حسابه انطلاقاً من معادلة لانداو الحركية بعد مقارنتها بمعادلة الاستمرارية، لتنتج لدينا العلاقة الآتية:

$$J_Z = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}}(\mathrm{v}_{\mathbf{p}})_{\mathrm{Z}}\left[\delta n_{\mathbf{p}}\left(1 + \sum_{\ell}\frac{F_\ell^s}{2\ell + 1}\right) - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{p}}\right] \quad (14)$$

علماً أنّ:

$$\delta n_{\mathbf{p}} = -\frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}\gamma_{\mathbf{p}}$$

$$(\mathrm{v}_{\mathbf{p}})_Z = \mathrm{v}_{\mathrm{F}}\cos\theta$$

بالاستفادة من العلاقتين السابقتين تصبح العلاقة (14) على الشكل الآتي :

$$J_Z = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}} v_F \cos\theta \left[-\frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}\gamma_{\mathbf{p}}\left(1+\sum_{\ell}\frac{F_\ell^S}{2\ell+1}\right) - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}\Phi_1\cos\theta\right] \quad (15)$$

استناداً إلى نظرية سائل فيرمي يكون تغير تابع التوزع في جوار سطح فيرمي، عند درجات الحرارة المنخفضة ممثلاً بتابع دلتا–ديراك، وفق الصيغة الآتية:

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} = \frac{\partial f(\epsilon_{\boldsymbol{p}} - \epsilon_F)}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} \approx -\delta(\epsilon_{\mathbf{p}} - \epsilon_F)$$

حيث إنّ المفهوم الفيزيائي للإشارة السالبة دليل على تناقص أشباه–الجسيمات على سطح فيرمي، وفق الاتجاه $(\epsilon > \epsilon_F)$. بالاستفادة من الخاصية الموافقة لاستبدال المجموع على الدفع بالتكامل على الزاوية المجسّمة مضروباً بـ N(0) كثافة الحالات على سطح فيرمي[**6**] تصبح العلاقة (15) بالشكل الآتي:

$$J_Z = \frac{1}{2}v_F N(0)\sum_{\mathbf{p}} \cos\theta \int \left[\gamma_{\mathbf{P}}\left(1+\sum_{\ell}\frac{F_\ell^S}{2\ell+1}\right) + \Phi_1\cos\theta\right]\frac{d\Omega}{4\pi} \quad (16)$$

بنشر $(\gamma_{\mathbf{p}})$ وفق كثيرات حدود ليجندر، على فرض أنّها تتعلق فقط بالمتجه **p** كالآتي :

$$\gamma_{\mathbf{p}} = \sum_{\ell} \gamma_\ell P_\ell(\cos\theta)$$

والاستفادة من نتائج التكاملات الآتية[**15**]:

$$\int \cos\theta\, P_\ell(\cos\theta)\frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{1} P_\ell(\cos\theta)\, d\cos\theta$$
$$= \frac{1}{2}\frac{2\delta_{\ell 1}}{2\ell+1} = \frac{1}{3}$$

$$\int \cos\theta\cos\theta\frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{\delta_{11}}{2+1} = \frac{1}{3}$$

تصبح العلاقة (16)، وفق الصيغة الآتية :

$$J_Z = v_F N(0)\left[\left(1+\frac{F_1^S}{3}\right)\frac{\gamma_1}{3} + \frac{\Phi_1}{3}\right] \quad (17)$$

من العلاقتين (7)،(12)، و العلاقة (17)نحصل على العلاقة الآتية:

$$N(0)\frac{\gamma_2}{5} = -\frac{\Omega_{20}(s)}{\Lambda(s)} n \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (18)$$

نعوض عن المقدار $\left(\sigma_{zz} = \frac{4}{3}\mu_{\parallel}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)$ في العلاقة (6)، فنحصل من العلاقتين(6)،(18)بعد مقارنة الطرفين على العبارة الخاصة بأنماط القصّ الطولية، وفق الصيغة الآتية:

$$\mu_{\parallel} = \frac{1}{2}\rho v_F^2\left(1+\frac{F_1^S}{3}\right)\left(1+\frac{F_2^S}{5}\right)\frac{\Omega_{20}(s)}{\Lambda(s)} \quad (19)$$

استخدمنا في العلاقة (19) الكتلة الفعالة (m^*) بدلاً من الكتلة الحرة (m) للفيرميون، وذلك لأن الكتلة الفعالة تمثل كتلة الفيرميون المدروس في نظرية لانداو، إذ تعطى العلاقة ما بين الكتلة الحرّة والكتلة الفعالة، وفق هذه النظرية بالصيغة الآتية **[7]** :

$$\frac{m^*}{m}=1+\frac{F_1^s}{3}\quad(20)$$

النتائج والمناقشة:

نلاحظ من العلاقة (19) أنّ أنماط القصّ الطولية المستنتجة تتغير بتابعية كلٍّ من تواتر ومتجهة الموجة للاضطراب الخارجي المطبق ، وذلك من خلال تابعيتها للمقدار (s) ،وأنّ هذه النتيجة تتعارض مع فرضية الأنموذج اللزوجي[9] الذي يفترض أنّه عند درجات الحرارة المنخفضة ، فإن هنالك نمط قصّ يميز السائل الفيرميوني، وهذا النمط يكون مستقلاً عن تواتر ومتجهة الموجة للاضطراب المطبق، بمعنى آخر أن هذا النمط يكون ثابتاً عند درجات الحرارة المنخفضة .

في الحالة الخاصة التي يكون فيها ($s \ll 1$)، يمكن إهمال التشوهات الطاقية ذات المراتب العليا على سطح فيرمي في حالة سوائل فيرمي النظامية، وذلك نظراً لكون سعات هذه التشوهات تتناقص بشكل سريع مع ازدياد قيمة (s) ، وفق العلاقة **[9]** $\gamma_{\ell+1}\sim s^{-1}\gamma_\ell$، حيث إنّ التشوهات رباعية الأقطاب في هذه الحالة تكون متناسبة مع الإجهاد المطبق على السائل ، وتتحول العلاقة(18) من أجل $s\to\infty$ إلى الشكل الآتي:

$$N(0)\gamma_2 \xrightarrow[s\to\infty]{} -2n\frac{\partial u_z}{\partial z}\quad(21)$$

و كما هو واضح من هذه العلاقة ، فإن هذه التشوهات تكون مستقلة عن المقدار (s)، بتعويض العلاقة (21) في العلاقة (6) تصبح عبارة أنماط القصّ الطولية بالشكل الآتي:

$$\mu_{\parallel}=\mu_\infty=\frac{1}{5}\rho v_F^2\left(1+\frac{F_1^3}{3}\right)\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)\quad(22)$$

وبناءً عليه نجد أنّ النمط المعبر عنه، وفق العلاقة(22)مستقل عن المقدار (s) ،أي أنّه لا يتغير بتغير متجهة الموجة وتواتر الاضطراب المطبق على السائل، في هذه الحالة الخاصة تصبح نتائجنا متوافقة مع فرضية الأنموذج اللزوجي، كذلك إذا ما جعلنا $(F_3^s=0)$في تعبير $\Lambda(s)$ ضمن العلاقة (19) سوف نحصل على علاقة تتوافق مع النتيجة المستنتجة ضمن المرجع **[12]**،أما لنتيجة المستنتجة في المرجع **[13]** فقد تمّ من خلالها استخدام طريقة (S.Conti–G.Vignale)لحساب أنماط القصّ لسائل فيرمي، وفق الصيغة الآتية:

$$\mu=\frac{2n\epsilon_F}{5}\frac{1+\frac{F_2}{5}}{1+\frac{F_1}{3}}\quad(23)$$

نلاحظ من هذا التعبير لأنماط القصّ أنّه يختلف عمّا توصلنا إليه، وفق العلاقة (19) بالمقدار $\frac{\Omega_{20}(s)}{5\Lambda(s)}$ إلا أنّ هذا التعبير يتوافق مع التعبير الذي حصلنا عليه ضمن العلاقة(22)، وذلك إذا ما استبدلنا طاقة فيرمي بالقيمة $\left(\frac{1}{2}m^*v_F^2\right)$ ضمن المعادلة (23)، بعد ذلك نستخدم العلاقة (20) التي تربط الكتلة الفعالة للفيرميون مع كتلته الحرّة.

الاستنتاجات والتوصيات:

تمكننا دراسة ظاهرة المرونة للسوائل الكوانتية من معرفة الخواص الفيزيائية لهذه السوائل، وذلك من خلال دراسة أنماط المرونة لها، حيث تمثل هذه الأنماط عوامل التناسب ما بين القوى الخارجية المطبقة على السائل، وما بين التشوهات الحاصلة سواء في حجم كرة فيرمي (المعبرة عن هذا السائل)أو في شكلها، و من خلال معرفتنا لهذه الأنماط، يمكننا دراسة الاستجابة التي تبديها هذه السوائل لمختلف الاضطرابات الخارجية سواء الكهربائية منها أو المغناطيسية.

تبين لنا من خلال دراستنا للسائل الفيرميوني أنّ السبب الرئيس في ظهور هذه الأنماط يعود إلى استقطاب كرة فيرمي وفق منحى اتجاه حقل الاضطراب المطبق عليها حيث إنّ هذه الكرة تقاوم التشوهات الطاقية التي تتعرض لها من جراء تطبيق الكمون الخارجي عليها، حيث تسعى للعودة إلى الشكل الكروي المتوازن ومقاومة هذا التغير.

كما أنّ هذه الدراسة تقدم لنا طريقة لحساب أنماط القصّ الطولية لسائل كوانتي بتابعية بارامترات لانداو من مراتب عليا في منشور تابع التأثير المتبادل لأشباه-الجسيمات ، لكننا لم نتمكن حتى الآن من معرفة طبيعة هذه الأنماط في الحالة العرضية ، وكيف تتبع أنماط القصّ العرضية لبارامترات لانداو(F_ℓ^s)، ربما يعود السبب في ذلك لوجود ترابط ما بين أنماط القصّ العرضية والطولية لسائل فيرمي، قد يكون ناتجاً عن الترابط ما بين القسم التناظري واللاتناظري لتابع التأثير المتبادل.

لذلك نوصي بمتابعة هذه الدراسة لتشمل المركبة العرضية لأنماط القصّ لسائل فيرمي $(\mu_\perp)$ ،ومن ثم مقارنة القيمة التي سوف يتم استنتاجها مع قيمة $(\mu_\parallel)$ التي تم حسابها في هذا البحث، وكذلك مع قيمة هذا النمط المحسوبة ضمن المرجع **[14]** ،وذلك لمعرفة آلية تغير هذه الأنماط بتغير تواتر ومتجهة موجة حقل الاضطراب المطبق على السائل.

المراجــع:

[1] LANDAU, L.D. *The theory of a Fermi liquid*, JETP 3,920. Sov. phys.1957.
[2] LANDAU, L.D. *oscillation in a Fermi liquid*, JETP 5,101. Sov. phys .1957.
[3] THOMAS, P.; *Landau's Fermi Liquid Concept To Extreme: The physics of heavyfermions*.Salerno,Fall,2011.
[4] Nettleton, R. E.Jour.Of. Low Temp. Phys. 22, 407, 1976; 24, 275 ,1976; 26, 277, 1977.
[5]SOOD,A. *Landau's theory of Ferm liquids.* Oldenburg, Federal Republic of Germany, June, 1993.
[6]LIFISHITZ, E.M ; PITAEVSKI, L.P. ;*Statistical physics*.Pergamon perss,Oxford,1980.
[7] BAYM, G.; PETHICK, C. *In the physics of liquid and solid* ,Vol2, Wiley ,NEW YORK, 1978.
[8] BAYME, G.; PETHICK, C. *Landau Fermi Liquid Theory concept and application*. Pergamon press, New York ,1992 .
[9] LANDAU, L.D.; LIFISHITZ,E.M. *Theory Of elasticity*, Pergamon Press, 1959.
[10] Pines. D.; Noziers P. *The Theory of Quantum Liquids* ,Benjamin, New York,1966.
[11]Ceperley. D. M. ; Alder, B. J, Phys. Rev. Lett. 45, 566,1980.
[12] BEDELL, K.; PETHICK, C. *Viscoelastic Behavior in a Normal Fermi Liquid*, Jour. Of. Low Tempe. Phys.V49, N3-4, 1982.213-220.
[13] CONTI, S.; VIGNALE, G. *Elasticity of an electron liquid*,university of Missouri, Columbia April, 1999.
[14]RUDNICK, I.; RUDNICK, J. *Viscoelasticity in normal Fermiliquid as consequence ofFermi liquid theory* , CaliforniaUniversity , February , 2008.
[15]GRADSHTEYN, I.S. ; RYZHIK,I.M. *Tables of integrals, series, and products,* Academic Press, New York,1965.