

A Study of Using Stable Alpha Distributions to Denoising Images (Stable Gaussian Distribution for $\alpha = 2$)

Dr. Ahmad Alwasof*
Dr. Wafaa Kanaan**
Haya Ismail***

(Received 3 / 9 / 2023. Accepted 25 / 3 / 2024)

□ ABSTRACT □

In this work, we study the stable Alpha distributions, which are a rich class of probability distributions and for their importance entered into denoising images with the Daul-tree complex Wavelet Transform DT_CWT.

We present the wavelet transform method of characteristic functions of stable distributions for $\alpha=2$ (Gaussian distribution) and moreover the maximum a posteriori estimator(MAP)method applied to estimate the parameters resulting of the Wavelet Transform of the characteristic function.

The function resulting from the wavelet transform to program mathematical parameters and images were added to the noise which were implemented in MATLAB using the Peak Signal to Noise Ratio(PSNR). The test showed the effectiveness of our method by denoising of the resulting images, and the results of numerical comparisons with Cauchy distribution[9] and Bivariate distribution by Sendur and selesnick [11] and BM3D to the importance of our results in terms of their approach to the results of BM3D.

Keywords: stable - α - distributions, denoising image , DT – CWTWavelet Transform, Maximum a posteriori estimator MAP.

Copyright



:Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Professor, Department of Mathematical statistics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria. Email :Dr.ahmadalwasouf@tishreen.edu.sy
Ph.D., Department of Mathematical statistics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria. Email wafaakanaan9@gamil.com
Master student, Department of Mathematical statistics, Faculty of sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria. Email :hsv8390@gmail.com

دراسة استخدام توزيعات ألفا المستقرة لتقليل تشويش الصور (التوزيع الغاوسي المستقر من أجل $\alpha = 2$)

د. أحمد الوسوف*

د. وفاء كنعان**

هيا محمد اسماعيل***

(تاريخ الإيداع 3 / 9 / 2023. قُبِلَ للنشر في 25 / 3 / 2024)

□ ملخص □

تم في هذا العمل دراسة عن توزيعات ألفا المستقرة التي هي صف غني من التوزيعات الاحتمالية و لأهميتها دخلت في تقليل تشويش الصور مع التحويل الموجي ثنائي الشجرة المعقد DT_CWT .
نقدم طريقة التحويل الموجي للتتابع المميزة للتوزيعات المستقرة من أجل $\alpha = 2$ (التوزيع الغاوسي) و طريقة مقدر الحد الأقصى MAP لتقدير المعلمات الناتجة عن التحويل الموجي للتتابع المميز .
تم ادخال التابع الناتج عن التحويل الموجي ببرنامج الـ mathematical للحصول على تابع الكثافة وادخاله مع معلمات التوزيع والصور المضاف لها التشويش وتنفيذها بالماتلاب باستخدام معيار ذروة الإشارة الى الضوضاء (PSNR). بين الاختبار فعالية طريقتنا من خلال تقليل تشويش الصور الناتجة، حيث تشير نتائج المقارنات العددية مع توزيع كوشي من أجل $\alpha = 1$ [9] و توزيع ثنائي المتغير من قبل [11] Sendur and selesnick إلى أهمية النتائج التي توصلنا إليها من حيث مقارنتها لنتائج (BM3D).

الكلمات المفتاحية: توزيعات α المستقرة ، تقليل التشويش ، تحويل الموجات DT_CWT ، مقدر الحد الأقصى MAP.

حقوق النشر : مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص



CC BY-NC-SA 04

*أستاذ- قسم الإحصاء الرياضي - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية. البريد الإلكتروني:

Email : Dr.ahmadalwasouf@tishreen.edu.sy

**دكتورة - قسم الإحصاء الرياضي - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية. البريد الإلكتروني:

Email : wafaakaan9@gamil.com

***طالبة دراسات عليا (ماجستير) - قسم الإحصاء الرياضي - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية. البريد الإلكتروني:

Email : hsv8390@gmail.com

مقدمة:

تطورت التقنيات على مدار العشرين عامًا الماضية لتقليل الضوضاء/التشويش/ في مجال الصور الرقمية ، حيث حقق تحويل الموجات نتائج جيدة في العقود الأخيرة ، فكان أول من عمل عليها [3] Donoho، بالإضافة إلى ذلك فإن العديد من الخوارزميات تم تطويرها مؤخرًا بحيث يستغل الترابط بين معاملات داخل تحويل الموجة و قام كل من Sendur و Selesnick [11] بتطوير مقدر الحد الأقصى (MAP) maximum a posteriori على أساس تقنية الموجات التي تقدر المتغير الثنائي المعامل و أصله كنموذج لابلاس المتماثل . أدت النماذج الإحصائية المطورة حديثاً لمعاملات الموجات إلى تحسين أداء تقليل الضوضاء، و استخدموا التوزيعات المستقرة في توصيف معاملات الموجات باستخدام الذبول الثقيلة[1]. و توزيعات ألفا المستقرة هي عائلة ذات كثافة ذيلها ثقيل لذلك توفر القدرة على النمذجة الموجية [2]، حيث قام *Kwilt et al* [10] باستخدام أشكال مختلفة من توابع الكثافة مثل توزيع رايلي على الرغم من أنهم استخدموا هذا فقط للتوصيف والاسترجاع ، أما بورتيلا وآخرون [7] فاستخدموا مزيج من توزيع غاوس و توزيع كوشي مستخدمين مقياس غاوسي (GSMS) لإنتاج تقليل الضوضاء القائم على الموجة *DWT* و تم تمديده بشكل أكبر باستخدام *DT - CWT* ، و اعتمد *Hill et al* [9] على تحويل الموجي ثنائي الشجرة المعقد لحساسيتها للحجم و الشكل على عكس المرشحات مع توزيعات ألفا المستقرة (توزيع كوشي $\alpha = 1$) .

أهمية البحث وأهدافه :

تكمن أهمية البحث في كونه يدخل في كل المجالات التي تتعامل مع الصور منها الطبية والعسكرية وتحليل الصور العامة ، حيث يقدم دراسة عن توزيعات ألفا المستقرة مع نوع من الموجات ، واستخدام تلك التوزيعات المستقرة في ميدان الضوضاء لوصف الضوضاء المحيطة أو الموجودة في الصور (حيث قدمت من أجل $\alpha = 1$ نتائج جيدة ساعدت في تقليل الضوضاء/التشويش/).

ويهدف هذا البحث إلى:

تقليل التشويش من خلال تقدير معاملات التوزيع ثنائي المتغير مع مقدر الحد الأقصى maximum a posteriori (MAP) وسنعمد في ذلك على :

1. تقدير المعاملات باستخدام توزيعات ألفا ثنائية المتغير وذلك لتوفير تحسن كمي في تقليل تشويش الصورة .
2. اختيار نوع من الموجات مع التابع المميز حسب قيم ألفا و اعتماد التقنية الأفضل لنمذجة المعاملات و العمل على استعادة وضوح الصورة و دقتها باستخدام التوزيعات المستقرة .

طرائق البحث و موادہ:

تنتقل فكرة تقليل التشويش من خلال الخوارزميات القائمة على تحويل الموجات وصولاً للتوزيعات الثنائية إلى التوزيعات المستقرة و ذلك لجعل الصورة واضحة ، حيث ظهرت الصور في منتصف القرن العشرين معتمدة على علاقات رياضية و بدأت عمليات المعالجة فيما بعد، و استخدم توزيعات ألفا مستقرة من أجل $\alpha = 1$ فأعطت نتائج

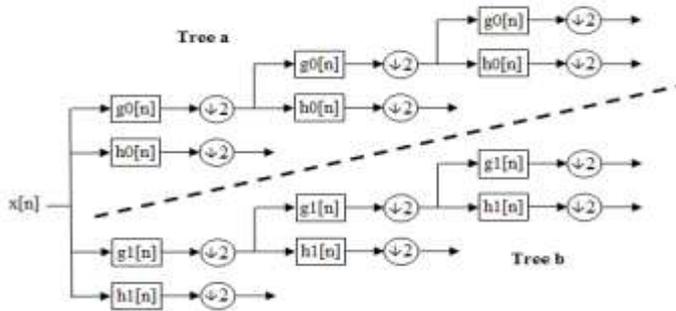
جيدة ، عملنا في هذا الورقة على استخدام التوزيعات ألفا المستقرة من أجل $\alpha = 2$ و ذلك باستخدام التابع المميز لها و تمت عملية عرض النتائج ببرنامج *matlab* .

تعريف ومفاهيم أساسية :

تعريف الموجة [8] : هي إشارة محدودة الاستمرارية معدلها صفر لها بداية و لها نهاية على عكس الإشارة الجيبية التي تمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$.

تعريف تحويل الموجات [8]:

هو تطوير لتحويل فورييه وهو منحنيات جيبية ليس لها مدة محدودة. وحيث تكون المنحنيات الجيبية سلسلة ويمكن التنبؤ بها، تميل الموجات إلى أن تكون غير منتظمة وغير متماثلة. حيث يساعد التحويل الموجي بتقليل الضوضاء بطريقة فعالة وذلك بتطبيقه على البيانات المشوشة لتنقية الإشارة الاصلية /الصورة الأصلية/ و له أنواع عدة سنذكر فقط - *DT-CWT* التي سنتمدها في البحث.



الشكل(1):التحويل الموجي ثنائي الشجرة المعقد DT-CWT

$$f(x_{\mathcal{R}}, x_{\mathcal{I}}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \varphi(t) \times \exp(-2\pi j(x_{\mathcal{R}}t_{\mathcal{R}} + x_{\mathcal{I}}t_{\mathcal{I}})) dt_{\mathcal{R}} dt_{\mathcal{I}} \dots\dots\dots(1)$$

تعريف ضوضاء (Noise) الصور [13] : تعرف الضوضاء الموجودة في الصور بشكل عام بأنها معلومات غير مرغوب فيها تؤدي الى تشويه الصورة وإضعاف وضوحها ، و أول عملية تؤدي الى ظهور الضوضاء هي عملية اكتساب أو تسجيل الصورة الرقمية Digital Image Acquisition التي يتم فيها تحويل الصورة المرئية الى إشارة كهربائية.

أقسام الضوضاء نذكر منها :

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| Additive Noise | 1.الضوضاء الجمعية |
| Uniform Noise | 2.الضوضاء المنتظمة |
| Replacement Noise | 3.الضوضاء الاستبدالية |
| Gaussian Noise | 4.الضوضاء الغاوسية |

تحدث هذه الضوضاء غالباً بسبب تشتت الموجات وذلك لوجود جسيمات أو دقائق أو شوائب موجودة في محيط وأجهزة نظام التصوير نفسه ، وتمثل هذه الضوضاء عادة بالتوزيع الطبيعي، الذي يتخذ شكل الجرس ويدعى بالتوزيع الغاوسي، وقد اشتقت معادلة المنحني الطبيعي أو الغاوسي من قبل (غاوس-لابلاس) عند دراسة الخطأ في القياسات المتكررة ويوصف التوزيع باقتران دالة كثافة الاحتمالية Probability Density Function (PDF) بالمعادلة التالية [14] :

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} e^{-\frac{(X-\mu_N)^2}{2\sigma_N^2}} \dots\dots\dots(2)$$

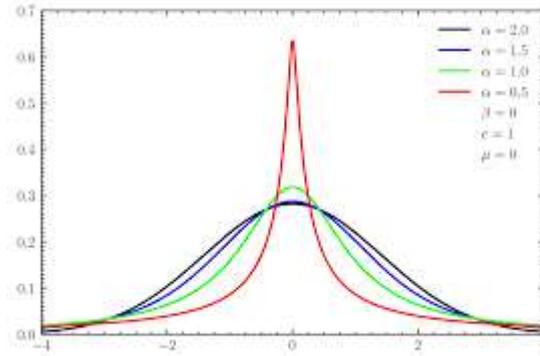
حيث إن: X : يمثل المتغير العشوائي الذي يتوزع توزيعاً طبيعياً، μ_N : يمثل المتوسط الحسابي/المعدل/ للمتغيرات العشوائية (المعدل) و σ_N : يمثل الانحراف المعياري للمتغيرات العشوائية حول المعدل μ_N ، π : النسبة الثابتة . هذه الضوضاء المستخدمة في بحثنا .

تعريف التابع المميز للتوزيعات المستقرة [4] :

نقول عن X أنه متغير عشوائي ذو توزيع مستقر إذا و فقط إذا كتب تابعه المميز على النحو التالي :

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp\left(-\gamma|t|^\alpha \left[1 - i\beta \tan\frac{\pi\alpha}{2}(\text{sign } t)\right] + i\delta t\right) & \alpha \neq 1 \\ \exp\left(-\gamma|t|^\alpha \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi}(\text{sign } t)\text{Ln}(t)\right] + i\delta t\right) & \alpha = 1 \end{cases} \dots\dots(3)$$

حيث أن معامل الاستقرار $\alpha \in (0,2]$ ، و معلمة التفرطح $\beta \in [-1, 1]$ معلمة الانحراف γ ، ومعلمة التوقع δ و الشكل يوضح توزع المعلمات :



الشكل (1) يمثل توزيع ألفا المستقر حسب $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$

تعريف المعادلة الأساسية في الصور :

هي علاقة خطية تربط بين الصورة المشوشة من عنصر الصورة الأصلية مضافاً إليها الضوضاء و التي تعتمد على النموذج الرياضي الآتي [15] :

$$Y = X + N \dots\dots\dots(4)$$

حيث Y : تمثل الصورة المشوشة .

X : تمثل الصورة الأصلية .

N : تمثل ضوضاء الصورة

تعريف معيار ذروة الإشارة إلى الضوضاء [12] (PSNR) Peak Signal to Noise :

وهو مصطلح هندسي للنسبة بين أقصى قدرة ممكنة للإشارة وقوة الضوضاء التي تؤثر على دقة تمثيلها. يمتاز بأنه جيد في معالجة الصور و يساعد في تقليل الضوضاء منها يتم التعبير عن المعيار على شكل لوغاريتم من خلال المعادلة التالي:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{MN} \sum_{i,j} (r_{ij} - x_{ij})^2} \dots\dots\dots(5)$$

حيث r_{ij} و x_{ij} تمثل قيم العناصر لكلا الصورتين الاصلية والمعالجة ، و (MN) يمثل حجم الصورة. وهذا المقياس سنستخدمه لقياس جودة الصورة .

تعريف مطابقة الكتلة والترشيح ثلاثي الأبعاد (BM3D) Block-matching and 3D filtering [6]:

هي من الوسائل غير المحلية وهناك سلسلتان في BM3D: مرحلة العتبة الصلبة ومرحلة مرشح Wiener، وكلاهما يتضمن الأجزاء التالية: التجميع، والتصفية التعاونية، والتجميع.

النتائج و المناقشة:

النتائج والمناقشة التطبيقية للعمل:

سنعتمد في المعالجة على التابع المميز لتوزيعات ألفا المستقرة في تقليل تشويش الصور، حيث أننا قمنا باستخدام التحويل الموجي ثنائي الشجرة المعقد لتوزيعات ألفا المستقرة و الذي يحافظ على الاتجاه عكس التحويلات الاخرى و، ذلك للحصول على تابع كثافة يساعد في تقليل التشويش .

1.1 لدينا التابع المميز الذي سنجري عليه التحويلات الموجية من أجل متغير أحادي و ثنائي / حيث لكل متغير

قيمتين حقيقية و تخيلية / من العلاقة 3 نجد :

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp(-\gamma|t|^\alpha [1 - i\beta \tan \frac{\pi\alpha}{2} (\text{sign } t)] + i\delta t) & \alpha \neq 1 \\ \exp(-\gamma|t|^\alpha [1 + i\beta \frac{2}{\pi} (\text{sign } t) \text{Ln}(t)] + i\delta t) & \alpha = 1 \end{cases}$$

بالتعويض $\alpha = 2$ و $\beta = 0$ و باستخدام توزيع ألفا المستقر المشترك بتوقع يساوي الصفر تنتج العلاقة :

$$\exp(-\gamma|t|^\alpha) \dots \dots \dots (6)$$

سنقوم بداية باجراء التحويل الموجي DT - CWT لتابع المميز من أجل متغير أحادي (حقيقي و تخيلي):

$$\varphi(t_{\mathcal{R}}, t_{\mathcal{I}}) = \exp(-\gamma|t|^\alpha) \dots \dots \dots (7)$$

حيث كل من $t_{\mathcal{R}}, t_{\mathcal{I}}$ هي معاملات المتجة t الحقيقية و التخيلية و يتم تعريف $|t|$ بالشكل

$$|t| = \sqrt{t_{\mathcal{R}}^2 + t_{\mathcal{I}}^2}$$

بأخذ تحويل فورييه /تحويل موجي من النوع DT - CWT / للمعادلة :

$$f(x_{\mathcal{R}}, x_{\mathcal{I}}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\gamma|t|^\alpha) \times \exp(-2\pi j(x_{\mathcal{R}}t_{\mathcal{R}} + x_{\mathcal{I}}t_{\mathcal{I}})) dt_{\mathcal{R}} dt_{\mathcal{I}} \dots \dots \dots (8)$$

$$f(x_{\mathcal{R}}, x_{\mathcal{I}}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{t_{\mathcal{R}}} \int_{t_{\mathcal{I}}} \exp(-\gamma|t|^\alpha) \times \exp(-2\pi j(x_{\mathcal{R}}t_{\mathcal{R}} + x_{\mathcal{I}}t_{\mathcal{I}})) dt_{\mathcal{R}} dt_{\mathcal{I}}$$

لإنجاز التكامل من أجل $\theta \in [0, 2\pi]$ وباستخدام التحويلات

و بتعريف $s = |t| = \sqrt{t_{\mathcal{R}}^2 + t_{\mathcal{I}}^2}$ و $r = |x| = \sqrt{x_{\mathcal{R}}^2 + x_{\mathcal{I}}^2}$ فنحصل على التابع التالي :

$$p(r_1, r_2) = r \int_0^\infty s \exp(-\gamma s^2) J_0(sr) ds \dots \dots \dots (9)$$

و هو تابع الكثافة المستقر الناتج عن التحويل الموجي ، و بإدخاله على برنامج ال mathematical يعطى الحل

/تابع الكثافة أحادي المتغير / :

$$\frac{e^{-\frac{r^2}{4\gamma^2}}}{2\gamma^2} \dots \dots \dots (10)$$

إن عملنا الاساسي هو اجراء تحويل موجي DT - CWT لتابع المميز من أجل متغيرين (متغيرين حقيقي و تخيلي):

$$\varphi(t_{1\Re}, t_{1\Im}, t_{2\Re}, t_{2\Im}) = \exp(-\gamma|t|^\alpha) \dots \dots (11)$$

حيث كل من $t_{1\Re}, t_{2\Re}, t_{1\Im}, t_{2\Im}$ معاملات المتجة t الحقيقية و التخيلية و يمكن تعريف $|t|$ بالشكل

$$|t| = \sqrt{t_{1\Re}^2 + t_{1\Im}^2 + t_{2\Re}^2 + t_{2\Im}^2}$$

بأخذ تحويل فورييه /تحويل موجي من النوع $CWT - DT /$ للتابع (11) نجد :

$$f(x_{1\Re}, x_{1\Im}, x_{2\Re}, x_{2\Im}) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{t_{1\Re}} \int_{t_{1\Im}} \int_{t_{2\Re}} \int_{t_{2\Im}} \exp(-\gamma|t|^\alpha) \times \exp(-2\pi j(x_{1\Re}t_{1\Re} + x_{1\Im}t_{1\Im} + x_{2\Re}t_{2\Re} + x_{2\Im}t_{2\Im})) dt_{1\Re} dt_{1\Im} dt_{2\Re} dt_{2\Im}$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty s_1 s_2 \varphi J_0(s_1|x_1|) J_0(s_2|x_2|) ds_1 d\theta_1 ds_2 d\theta_2$$

لإنجاز التكامل من أجل $\theta \in [0, 2\pi]$ و باستخدام التحويلات

$$s_2 = |t_2| = \sqrt{t_{2\Re}^2 + t_{2\Im}^2} \text{ و } s_1 = |t_1| = \sqrt{t_{1\Re}^2 + t_{1\Im}^2}$$

$$\text{و } r_2 = |x_2| = \sqrt{x_{2\Re}^2 + x_{2\Im}^2} \text{ و } r_1 = |x_1| = \sqrt{x_{1\Re}^2 + x_{1\Im}^2}$$

$$p(r_1, r_2) = r_1 r_2 \int_0^\infty \int_0^\infty s_1 s_2 \varphi J_0(s_1 r_1) J_0(s_2 r_2) ds_1 ds_2$$

$$= r_1 r_2 \int_0^\infty s_2 J_0(s_2 r_2) \left(\int_0^\infty s_1 \exp(-\gamma(s_1^2 + s_2^2)) J_0(s_2 r_2) ds_1 \right) ds_2$$

و هو تابع كثافة لتوزيع مستقر عامل استقراره $\alpha = 2$ المستقر الناتج عن التحويل الموجي و بإدخاله على برنامج

ال mathematical أعطانا الحل الاتي / تابع الكثافة ثنائي المتغير / :

$$\frac{r_1^2 r_2^2}{2\gamma^2} e^{-\frac{r_1^2 r_2^2}{4\gamma^2}} \dots \dots \dots (12)$$

1. 2 تقدير معاملات التوزيع (معلمة الانحراف الموجي σ و معلمة انحراف التوزيع γ) :

تم تقدير معاملات توزيع داخل كل نطاق $CWT - DT$ التي تعتمد على تقليل التشويش للموجات ذات القيم الحقيقية و التخيلية .

1. **تقدير معلمة الانحراف σ :** اقترح دونوهو وجونسون [5] طريقة تقدير المعلمة حيث حصل عليه بأخذ متوسط

الانحراف المطلق (MAD) للمعاملات في المستوى الأول y_1 من $DT-CWT$

$$\hat{\sigma}_n = \frac{MAD(y_1)}{0.645} \dots \dots \dots (13)$$

2. **معلمة انحراف التوزيع γ :**

قمنا بتقدير المعلمة من التابع المميز المعطى في العلاقة (11) مضافا لها التابع الغاوسي (تابع الضوضاء) حيث

يعطى التقدير بالعلاقة :

$$\varphi_y(\omega) = \exp(-\gamma_x |\omega|^2) \cdot \exp\left(\frac{\sigma_n^2}{2} |\omega|^2\right)$$

$$\gamma_x = -\frac{\log(\varphi_y^2(\omega)) - \sigma_n^2 \cdot |\omega|^2}{2|\omega|^2} \dots \dots \dots (14)$$

3.1 استخدام مقدر الحد الأقصى (MAP) للنموذج ثنائي المتغير (توزيع المستقر) :

يمكن التعبير عن مشكلة تقليل الضوضاء على أساس الموجات كتقدير معاملات خالية من التشويش من البيانات المشوشة بتقنيات تقدير بايز مع التوزيعات ألفا المستقرة . و ذلك بالعلاقة بين معامل X و Y تشويش N على النحو التالي:

$$Y = X + N$$

في كل من المستويين لهما سويتين .
 $Y = (Y_1, Y_2)$, $X = (X_1, X_2)$, $N = (N_1, N_2)$
 و يتم تعريف MAP [1] بالعلاقة (15) $\hat{x}(y) = \arg \max p_{x/y}(x/y)$ و من نظرية بايري الشرطية يعطى
 تعبير تابع الكثافة ل x و الإشارة y بالعلاقة الشرطية:

حيث نعمل على تقليل الضوضاء بتقدير الإشارة الحقيقية من التشويش، حيث افتراضنا أن الضوضاء /التشويش / N
 ينتمي إلى التوزيع الغاوسي $N(0, \sigma^2)$ بمتوسط صفر وتباين σ^2

$$p_{x/y}(x/y) = \frac{p_{y/x}(y/x) p_x(x)}{p_y(y)} \dots\dots (16)$$

بدمج العلاقتين نجد أن (15) و(16):

$$\begin{aligned} \hat{X}(Y) &= \arg_X \max P_{Y/X}(Y/X) \cdot P_X(X) \dots\dots\dots (17) \\ &= \arg_X \max P_{Y/X}(Y - X) \cdot P_X(X) \\ &= \arg_X \max P_N(N) \cdot P_X(X) \end{aligned}$$

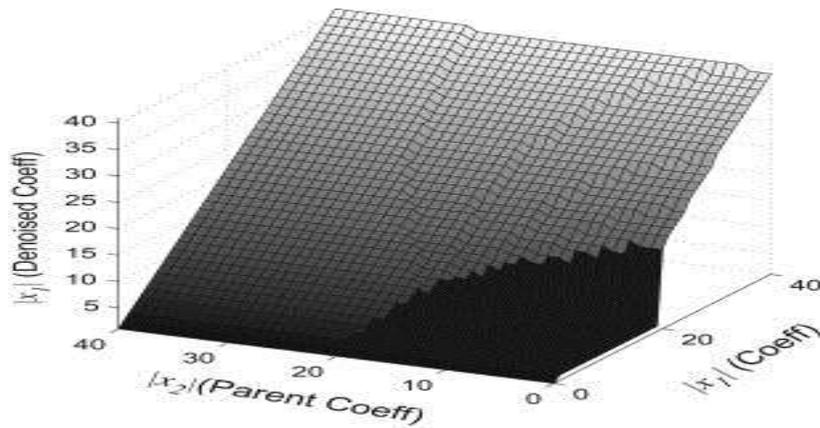
حيث أننا عملنا على تطبيق الحد الأقصى الخلفي MAP على تابع الكثافة الذي اجرينا له تحويل موجي المعروف
 بالعلاقة 11 مع تابع الضوضاء /الضوضاء الغاوسية/:

$$P_N(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\varepsilon} \exp\left(-\frac{N_1^2 + N_2^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)$$

مع تابع الكثافة الناتج عن التحويل الموجي:

$$P(r_1, r_2) = \frac{e^{-\frac{r_1^2 r_2^2}{4\gamma^2}} r_1 r_2}{2\gamma^2}$$

و بإدخال العلاقة (16) والتي تضم $P_N(N)$ و $P(r_1, r_2)$ على برنامج الماتلاب حيث ندرج في الجدول (1) مقارنات
 النتائج التي توصلنا إليها مع نتائج الطرق أخرى في [9,11] و هذا رسم بياني للصورة التي تم تقليل التشويش فيها.



الشكل (2): توزيع ثنائي المتغير لـ MAP و الضجيج الغاوسي

الجدول (1) : نتائج PSNR للطريقة المقترحة مع الطرق السابقة مع قيمة البكسل (128,256) :

الصورة	σ_n	BM3D	Sendur and selesnick[11]	كوشي رابلي [9]	المقترحة
lena 128	10	33.8031	32.5875	33.5021	33.71
	15	31.3817	30.2828	30.8151	31.86
	20	29.8407	28.7011	28.9347	29.74
	25	28.6557	27.6005	27.5855	28.55
lena 256	10	35.4998	34.5330	35.0189	35.49
	15	33.2124	32.2488	32.4581	33.31
	20	31.7402	30.5059	30.5158	30.72
	25	28.6557	29.5444	29.1275	29.64

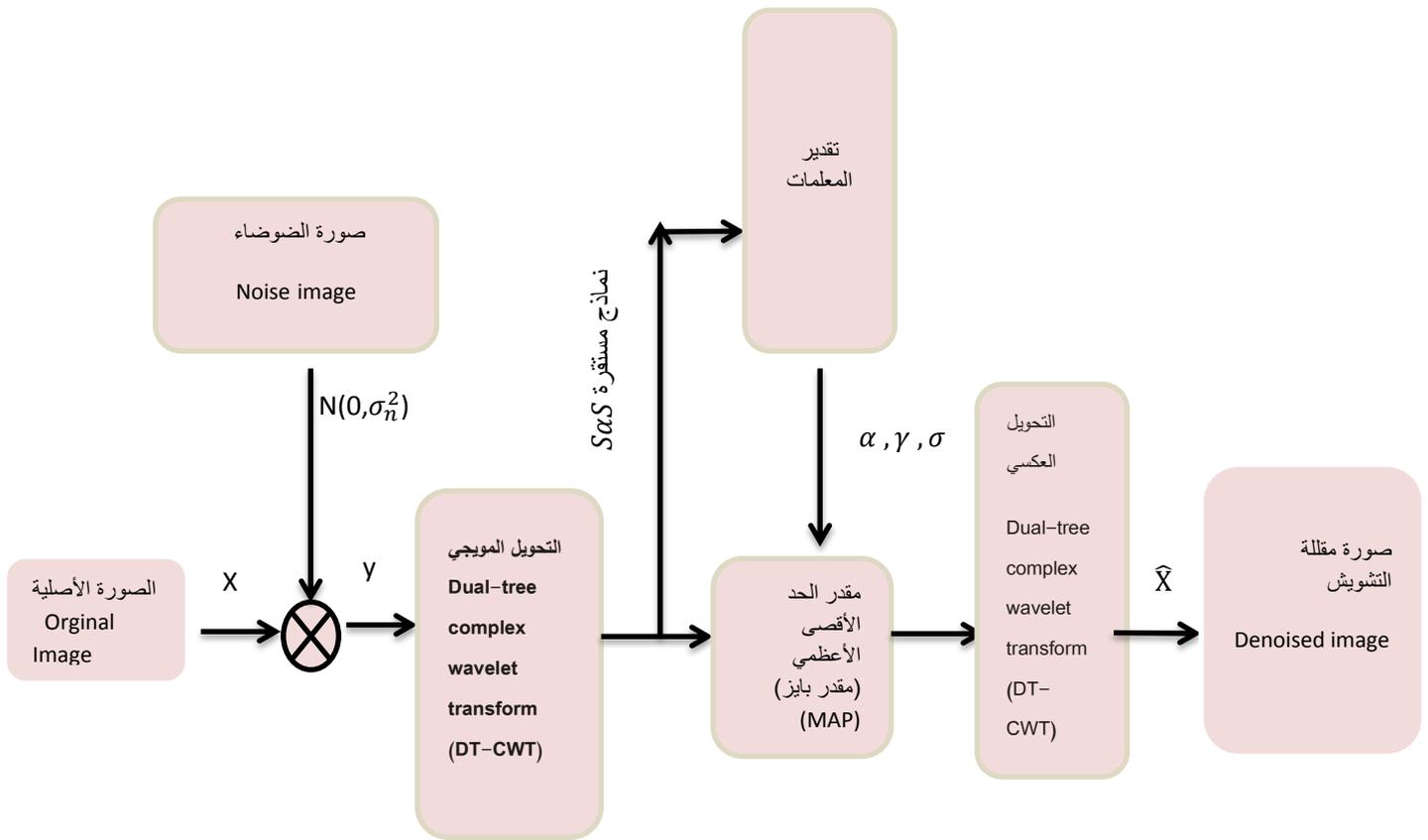
أظهرت نتائج الطريقة المقترحة أن التوزيع الغاوسي من أجل $\alpha = 2$ بمعلمة انحراف $\hat{\sigma}_n = 10$ أن نسبة الضوضاء PSNR = 33.71 وهي تعتبر نتيجة جيدة لوضوح الصورة وهو كما موضحا في الصور التالية :



الشكل (3): نتائج تقليل الضوضاء (lena 256 × 256) الصورة الأصلية و مضافة ضوضاء غاوسية (الأصلية + ضوضاء)

النتائج:

تظهر نتائج الطريقة المقترحة من حيث فعاليتها في تقليل ضوضاء صورة الاختبار القياسية في وجود ضوضاء غاوسية مضافة ، و تم اختيار نفس الصور ليتم اختبارها. تم مقارنة الطريقة المقترحة لتقليل الضوضاء بنظام MAP باستخدام DT-CWT لتوزيع الغاوسي ثقيل الذيل مع الطريقة BM3D الموضحة في الجدول 1 أن الطريقة المقترحة قدمت نتائج جيدة مقارنة مع توزيع كوشي وأقل من طريقة BM3D لجميع الاختبارات المدروسة (من حيث PSNR). هذا المخطط يعبر عن الخوارزمية (الطريقة المقترحة):



الشكل (4) : مخطط يعبر عن الخوارزمية / الطريقة المقترحة /

الاستنتاجات والتوصيات:

- ❖ حققت توزيعات ألفا المستقرة من أجل $\alpha = 1,2$ و $\beta = 0$ نتائج جيدة حيث ساعدت في تقليل التشويش الصور.
- ❖ اعتماد قيم ألفا اخرى كسرية و استخدامها بتقليل التشويش باعتماد على توزيعات ثنائية المتغير و تعميم النتائج لمتغيرات متعددة .
- ❖ نوصى بالعمل على ايجاد توابع كثافة مستقرة ، لأن التوزيعات المستقرة ليس لها صيغ مغلقة لتوابع الكثافة حيث كامل اعتمادها على التوابع المميزة .

References:

- [1] A. Achim , P. Tsakalides , A. Bezerianos , SAR image denoising via Bayesian wavelet shrinkage based on heavy-tailed modelling , IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 41 (2003)
- [2] C.L. Nikias , M. Shao, Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications ,Wiley, New York, 1995.
- [3] D.L. Donoho , De-noising by soft thresholding , IEEE Trans. Inf. Theory 43 (1993)
- [4] Dharmadhikari , S.W., and M. Sreehari. 1976. A note on stable characteristic Sankhyā Series A 38 (2): 179–185
- [5] D.L. Donoho, I.M. Johnstone, Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage, Biometrika (1994) 425–455.
- [6] Dabov, Kostadin; Foi, Alessandro; Katkovnik, Vladimir; Egiazarian, Karen (16 July 2007 "Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering". IEEE Transaction on Image Processing. 16 (8): 2080–2095
- [7] J. Portilla, V. Strela, M. Wainwright, E.P. Simoncelli, Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain, IEEE Trans. Image Process. 12 (2003)
- [8] LIN, PAO-YEN .An Introduction to Wavelet Transform. Engineering National Taiwan University,: Taipei, Taiwan, E-Mail: R97942117@Ntu.Edu
- [9] P.R. Hill, A. Achim, D.R. Bull, The undecimated dual tree complex wavelet transform and its application to bivariate image denoising using a Cauchy model, in: IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2012, pp. 1–4
- [10] R. Kwitt, A. Uhl, Lightweight probabilistic texture retrieval, IEEE Trans. Image Process. 19 (2010) 241–253.
- [11] Sendur, I.W. Selesnick, Bivariate shrinkage functions for wavelet based denoising exploiting interscale dependency, IEEE Trans. Signal Process. 11 (2002) 2744–2756..
- [12] Stearns D., 2003, "Digital Signal Processing With Examples inmatlab",CRC . Press.
- [13] Umbaugh, S.E., 1998, "Computer vision and image processing", prentice Hall PTR, Upper Saddle River, USA.
- [14] Velho L., Frery A., J. Gomes & T. S. Levy 2009, " Image Processing for Computer Graphic and Vision ", 2nd edition , Springer
- [15] Huda, S., 2001"Quantum analysis of noise in photonic system", M.Sc. thesis, physics Dept., College of Education for Women, Baghdad University.