

دراسة الاستجابة العرضية لسائل كوانتي تحت تأثير كمون شعاعي خارجي

الدكتور محمود أحمد*

الدكتورة نجاح قبلان**

علي بشير عباس***

(تاريخ الإيداع 27 / 5 / 2015. قُبِلَ للنشر في 6 / 12 / 2015)

□ ملخص □

تم في هذا البحث حساب المركبة العرضية للتشوهات الطاقية في الصيغ الموجية المرونية لسائل كوانتي وذلك في إطار نظرية لاندوا في سائل فيرمي، آخذين بعين الاعتبار تأثير المركبة العرضية للاضطراب الخارجي المطبق على الجملة، حيث تم حساب كثافة التيار المرتبطة بهذه المركبة إضافة إلى حساب تنسور الضغط في هذه الحالة. أثناء دراستنا تماعنا درجة الحرارة منخفضة بشكل كبير بحيث تتحقق من أجلها المتراجحة $(T \ll T_F)$ حيث T_F تمثل درجة حرارة فيرمي (Fermi Temperature).

تم مقارنة استجابة السائل للمركبة العرضية للكمن الخارجي المطبق، مع استجابته للمركبة الطولية لهذا الاضطراب عند نفس الشروط، من خلال دراسة تابعة أنماط القص العرضية والطولية (التي تعبر عن هاتين الاستجابتين) لتردد (ω) ومنجهة الموجة (q) للاضطراب المطبق. تبين لنا أن هاتين الاستجابتين مختلفتان في الحالة العامة ولكنهما تصبحان متساويتين في الحالة الخاصة $(\omega/qv_F \gg 1)$ ، حيث (v_F) تمثل السرعة على سطح فيرمي. والتي من أجلها تصبح فرضيات النموذج اللزوجي صحيحة.

الكلمات المفتاحية: نظرية سائل فيرمي - نظرية المرونة - معاملات لاندوا - تنسور الإجهاد - معاملات اللزوجة.

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

*** طالب دراسات عليا (ماجستير) - اختصاص فيزياء نظرية - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Studying of the transverse response of quantum liquid affect by an external vector potential

Dr. Mhmoud Ahmad*
Dr. Najah Kabalan**
Ali Bashere Abbas***

(Received 27 / 5 / 2015. Accepted 6 / 12 / 2015)

□ ABSTRACT □

In this search, we have calculated the transverse component of energy distortion in elasticity wave modes of quantum liquid, by using Landau's theory in Fermi liquid taken in consideration the effect of transverse component of an external disturbance on the liquid. We calculated the current density related to this component, and the stress tensor component according with this state. In our search we have been considered the temperature is low enough since the relation ($T \ll T_F$) is true, where T_F is the Fermi temperature.

We have compared the response of the liquid, for transverse component of the external disturbance, with its response for longitudinal one in same conditions, by studying the transverse and longitudinal shear modulus (which equivalent these responses) as functions of the frequency (ω) and wave vector (q) of the external disturbance. We have found in general that these responses are different, but they become equal in particular case ($\omega/qv_F \gg 1$), where v_F the velocity on Fermi surface, and in this case the viscoelastic model hypotheses become true.

keys Words: Fermi liquid theory – Elasticity theory – Landau parameters – stress tensor – Viscoelastic modulus.

* Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

** Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

*** Postgraduate Student, theoretical Physics, Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

تعدّ نظرية المرونة الأساس الذي يبني عليه الوصف الكامل للاستجابة الجهرية التي تبديها الأجسام الصلبة عند تعرضها لتأثير قوى خارجية مطبقة عليها، يمكن التعبير عن هذه الاستجابة من خلال حساب أنماط المرونة الحجمية (K) التي تعبر عن التغير الحاصل في حجم هذه الأجسام بتابعة الضغط المطبق، بينما يمكننا التعبير عن هذه الاستجابة عند حصول تغير في شكل هذه الأجسام مع بقاء حجمها ثابت، من خلال حساب أنماط القص لهذه الأجسام (μ) التي تسمى أحياناً بمعاملات الصلابة، أما بالنسبة للاستجابة الجهرية التي تبديها السوائل والموائع للقوى الخارجية المطبقة عليها فتتم دراستها باستخدام معادلة (Navier–Stoke) [1] التي يدخل في حساباتها للزوج الأولى (η) وللزوج الثانية (ζ).

في حالة عدم حدوث تشوهات ضمن الجسم فإن ترتيب جزيئاته وتنسيقها يتوافق مع حالة التوازن الحراري لهذه الجسم، بمعنى آخر أن مكونات الجسم تكون في حالة توازن ميكانيكي، بحيث أنه بالنسبة لجزء صغير منه فإن محصلة القوى المؤثرة عليه تكون معدومة، في حالة حدوث تشوهات فإن ترتيب وتنسيق هذه الجزيئات يتغير ومن ثم ؛ فإن الجسم لم يعد في حالة التوازن الحراري، في هذه الحالة يظهر في الجسم مجموعة من القوى تسعى لإعادته إلى حالة التوازن الحراري السابقة تعرف هذه القوى بقوى الضغط الداخلي، إن مصدر هذه القوى ناتج عن قوى التأثير المتبادل بين جزيئات الجسم، ومن المعروف في نظرية المرونة أن هذه القوى تكون قصيرة المدى، بحيث أن مدى التأثير لها من رتبة المسافة ما بين الجزيئات [2].

توصف استجابة كل من الأجسام الصلبة والسائلة بمجموعة من المعادلات الرياضية التي تسمى بمعادلات المرونة، هذه المعادلات تحدد آلية الفرق ما بين الاستجابة التي يبديها كل نوع من هذه الأجسام وذلك تبعاً للمنطقة التي يتم دراسة الاضطراب فيها، و تعطى هذه المعادلات بالصيغ الآتية [3]:

$$\tilde{\mu}(\omega) = \mu(\omega) - i\omega\eta(\omega) \quad (1)$$

$$\tilde{K}(\omega) = K(\omega) - i\omega\zeta(\omega) \quad (2)$$

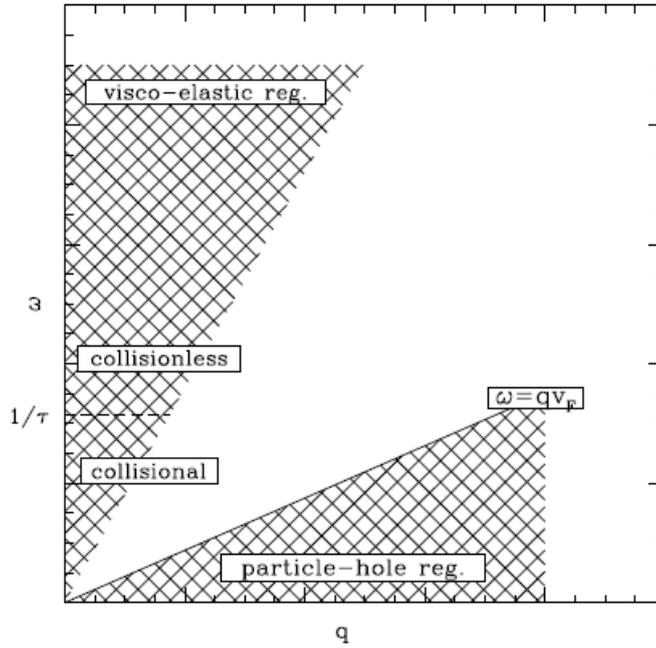
$\tilde{\mu}(\omega)$ تمثل مجموع المركبتين الحقيقية والعقدية لأنماط القص، في حين تمثل $\tilde{K}(\omega)$ مجموع المركبتين الحقيقية والعقدية لأنماط المرونة الحجمية.

إن الشروط الحدية التي تتحكم بسلوك انتشار الاضطراب في الجملة عبارة عن الجداء $(\omega\tau)$ معدل التواتر بالنسبة إلى معكوس زمن التخادم (τ) وهو الزمن الذي تحتاجه الجملة للعودة إلى حالة التوازن بعد حدوث الاضطراب، وعليه ؛ وفقاً لهذا المعدل ينتج لدينا منطقتين تنتج الأولى من أجل المتراجحة:

$$\omega\tau \ll 1 \quad (3)$$

التي تسمى بالمنطقة التصادمية (COLLISION REGIME) حيث يكون في هذه المنطقة $\mu(\omega)$ ذات قيمة مهمة في حين يكون لكل من $\zeta(\omega)$ ، $\eta(\omega)$ قيم محدودة ومقبولة، وتوافق المنطقة الثانية تحقق المتراجحة :

$$\omega\tau \gg 1 \quad (4)$$



الشكل رقم 1- حدود المنطقة التصادمية واللاتصادمية إضافة إلى منطقة ثقب-جسيم في سائل كوانتي

التي تسمى بالمنطقة عديمة التصادم (COLLISION LESS REGIME)، حيث يكون في هذه المنطقة $\mu(\omega)$ ذات قيم مقبولة بينما يكون لكل من $\eta(\omega)$ ، $\zeta(\omega)$ قيمة صغيرة ومهملية، أما بالنسبة للأنماط (K) فقد وجد أنها لا تبدي تغيراً ملموساً في كلتا المنطقتين. [4, 5] تم رسم هاتين المنطقتين في سائل كوانتي إضافة إلى منطقة تأثير (جسيم- ثقب) في الشكل رقم (1)

سنقوم من خلال هذا البحث بدراسة الاستجابة الخطية لسائل فيرميوني في المنطقة عديمة التصادم، وذلك عند درجات الحرارة المنخفضة، على اعتبار أن الاضطراب الخارجي المؤثر على هذا السائل عبارة عن كمون شعاعي خارجي $\mathbf{A}_{ext}(\mathbf{q}, \omega)$ يتحقق فيه الشرط الآتي :

$$q \ll q_F, \omega \ll \varepsilon_F \quad (5)$$

حيث إن (q_F, ε_F) عبارة عن طاقة ومتجهة الموجة على سطح فيرمي على التوالي. إن هذا الشرط يضمن لنا تحقق شروط السائل الكوانتي وفق فرضيات لانداو [6, 7]، حيث أن هذا الشرط بين لنا أن الكمون يتغير بشكل بطيء في فضاء الموضع والزمن، حيث إن تأثيره يكون محصور في هذه الحالة على أشباه-الجسيمات القريبة من سطح فيرمي. إذا ما تم خرق هذا الشرط فإن سلوك الاستجابة الجهرية للسائل تتغير بشكل كبير عند الانتقال من المنطقة $(\omega/v_F \gg q)$ إلى المنطقة $(\omega/v_F \ll q)$ حتى مع بقاء (ω, q) صغيرة مقارنة مع (ε_F, q_F) على التوالي، إن التفسير الفيزيائي لذلك يعود إلى كون الاستجابة في المنطقة الثانية تكون محكومة بالإثارات الطاقية (جسيم- ثقب) والتي تكون غائبة في المنطقة الأولى، حيث إن كثافة التيار في المنطقة الثانية لا تتحقق من أجلها معادلات الوصف المرنة.

أهمية البحث وأهدافه:

- تتم أهمية البحث في استخدام مبادئ نظرية سائل فيرمي لحساب:
1. أنماط القص العرضية لسائل فيرمي، مع دراسة تابعة هذه الأنماط لتردد ومتجهة الموجة للاضطراب المطبق على السائل، حيث يمكننا حساب هذه الأنماط استناداً إلى التجارب الصوتية في هذا السائل.
 2. المركبة العرضية لكثافة التيار في سائل فيرمي، الناتجة عن المركبة العرضية للكمون الخارجي المطبق إضافة إلى حساب تنسور الضغط الموافق لهذه المركبة.
 3. الربط ما بين كثافة التيار والتشوهات الطاقية لسطح فيرمي عن طريق حل المعادلة الحركية للكثافة الجسيمية في حالة عدم تناظر هذه التشوهات حول المحور السمتي.

طرائق البحث ومواده:

لدراسة التشوهات الطاقية الناتجة عن تطبيق كمون شعاعي خارجي على جملة متفاعلة من الفيرميونات (interacting fermions) عند درجات الحرارة المنخفضة، وذلك من أجل حساب استجابة (رد فعل) الجملة لهذه التشوهات نحتاج للقيام بمجموعة من الخطوات المتتالية تبدأ بحساب مركبة تنسور الإجهاد المتناسبة مع هذه التشوهات بعد ذلك الربط ما بين هذه التشوهات وكثافة التيار الموافقة لها، وذلك عن طريق حل معادلة لانداو الحركية، بعدها نستخدم العلاقة التي تعبر عن كثافة التيار بتابعة التغير في شعاع لإزاحة. يعتبر تنسور الإجهاد أحد الركائز الأساسية في دراسة التشوهات الحاصلة في مختلف أنواع الأجسام (الصلبة- السائلة-الغازية)، يربط تنسور الإجهاد ما بين التشوهات الحاصلة في حجم هذه الأجسام أو شكلها من جهة، وما بين استجابتها لهذه التشوهات من جهة أخرى. بين لانداو [2] أن الصيغة التي يأخذها تنسور الإجهاد من أجل سائل كوانتي، هي نفسها التي يأخذها من أجل جسم صلب مرن وتعطى هذه الصيغة بالعلاقة الآتية:

$$-\prod_{ij} = Ku_{ij}\delta_{ij} + 2\mu\left(u_{ij} - \frac{1}{3}u_{ii}\delta_{ij}\right) \quad (6)$$

حيث إن u_{ij} يمثل تنسور التشوهات، $(i, j = x, y, z)$ والذي يأخذ الشكل الآتي من أجل إزاحة u_i صغيرة:

$$u_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (7)$$

في حين يمثل المقدار u_{ii} التغير النسبي في حجم الجسم الذي تعرض للإجهاد، حيث إن المفهوم الفيزيائي للإشارة السالبة هو أن الضغط الناظمي على سطح الجسم يتسبب بتناقص في حجم هذا الجسم.

δ_{ij} يمثل دلتا كرونكر ويساوي إلى:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (8)$$

من جهة أخرى يمكننا كتابة تنسور الإجهاد كمجموع حدين وفق الصيغة الآتية:

$$\prod_{ij} = \prod_{ij}^{L,s} - \sigma_{ij} = P\delta_{ij} - \sigma_{ij} \quad (9)$$

حيث إن P يمثل الضغط الموضعي (LOCAL PRSSURE)، بينما σ_{ij} يمثل انحراف تنسور الإجهاد عن حالة التوازن الموضعي (L.e).

لنفترض لدينا إزاحة عرضية لكرة فيرمي من الشكل $u_x = u_0 e^{i(qz - \omega t)}$ تنتج عن المركبة العرضية للكمون الخارجي المطبق، إذا عوضنا هذه الإزاحة في تنسور الإجهاد العلاقة (6) نحصل على العلاقة الآتية:

$$\begin{aligned} -\prod_{xz} &= K u_{xz} \delta_{xz} + 2\mu_{\perp} \left(u_{xz} - \frac{1}{3} u_{xz} \delta_{xz} \right) \\ &= 0 + 2\mu_{\perp} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) - 0 \\ &= \mu_{\perp} \frac{\partial u_x}{\partial z} = \sigma_{xz} \quad (10) \end{aligned}$$

μ_{\perp} تمثل أنماط القص العرضية، نلاحظ من العلاقة رقم (10) أن الحد المعبر عن الضغط الموضعي قد تناهى إلى الصفر، مما يدل على أن الضغط لم يعد ناظمي على السطح، بينما لم ينعدم الحد الثاني مما يدل على أن الضغط في هذه الحالة عبارة عن ضغط قصّ يسعى لزلق طبقات أشباه-الجسيمات بالنسبة لبعضها البعض، (حيث إن مفهوم شبه-الجسيم قد تم طرحه من قبل لاندائو للتعبير عن حالة الجسيم المتفاعل مع باقي الجسيمات المجاورة له) وهذا الحد يعبر عن انحراف تنسور الإجهاد عن حالة التوازن الموضعي، وهو يساوي إلى المقدار (σ_{xz}) .

استناداً إلى نظرية لاندائو فإن انحراف تنسور الإجهاد عن حالة التوازن الموضعي ينتج عن تغيرات في الكثافة الموضعية لأشباه-الجسيمات حيث يعبر عن ذلك وفق الصيغة الآتية [8]:

$$\sigma_{ij} = - \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p}_i (v_{\mathbf{p}})_j \delta \bar{n}_{\mathbf{p}} \quad (11)$$

\mathbf{p}_i ، $(v_{\mathbf{p}})_j$ مركبة الدفع والسرعة لشبه-الجسيم على التوالي، في حين يمثل المقدار $\delta \bar{n}_{\mathbf{p}}$ الانحراف عن حالة التوازن الموضعي لتابع توزع أشباه-الجسيمات، والذي يرتبط بالانحراف عن حالة التوازن العام $\delta n_{\mathbf{p}}$ لهذا التابع وفق الصيغة الآتية:

$$\delta \bar{n}_{\mathbf{p}} = \delta n_{\mathbf{p}} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s \delta n_{\mathbf{p}'} \quad (12)$$

$n_{\mathbf{p}}^0$ يعبر عن حالة التوازن العام لتابع التوزع الذي يأخذ شكل تابع توزع فيرمي-ديراك. $f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^s$ يمثل الجزء المتناظر لتابع التأثير المتبادل ما بين شبه-الجسيمتين \mathbf{p}, \mathbf{p}' بالقرب من سطح فيرمي، استناداً إلى نظرية لاندائو [9] نستطيع كتابة التغير في تابع التوزع وفق الصيغة الآتية:

$$\delta n_{\mathbf{p}} = - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} \gamma_{\mathbf{p}}$$

$\gamma_{\mathbf{p}}$ يعبر عن التشوهات الطاقية لكرة فيرمي، من أجل الاهتزازات العرضية لكرة فيرمي تكون هذه التشوهات غير متناظرة حول المحور السمتي في هذه الحالة نستطيع إيجاد منشور $(\gamma_{\mathbf{p}}, f_{\mathbf{p},\mathbf{p}'})$ وفق توافقيات كروية $(Y_{\ell}^m(\hat{\mathbf{p}}))$ ،

بعد ذلك نقوم باستبدال المجموع على الدفع بالتكامل على الزاوية المجسمة $(d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi)$ مضروباً بكثافة الحالات على سطح فيرمي، في العلاقة (12) فنحصل على العلاقة الآتية:

$$\delta \bar{n}_{\mathbf{p}} = -\frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}} \sum_{\ell, m} \left(1 + \frac{F_{\ell}^s}{2\ell + 1} \right) \gamma_{\ell m} Y_{\ell}^m(\hat{\mathbf{p}}) \quad (13)$$

F_{ℓ}^s : بارامترات لانداو المتناظرة (Landau symmetric parameters).

بتعويض هذه العلاقة في العلاقة (11) وإجراء التكامل نفسه يمكننا الحصول على مركبة انحراف تتسور الإجهاد σ_{xz} الآتية:

$$\sigma_{xz} = \frac{1}{(120\pi)^{1/2}} N(0) p_F v_F \left(1 + \frac{F_2^s}{5} \right) \gamma_{21} \quad (14)$$

يمثل المقدار (γ_{21}) المركبة العرضية لتشوّهات رباعيات الأقطاب لسطح فيرمي، $N(0) = m^* p_F / \pi^2 \hbar^3$ ، كثافة الحالات على سطح فيرمي، حيث أن m^* : تمثل الكتلة الفعالة للفيرميون، $\hbar = 1,054 \times 10^{-34} \text{Joule.s}$: ثابت بلانك، p_F : كمية الحركة على سطح فيرمي. للحصول على المركبة العرضية لأنماط القص نحتاج بداية لإيجاد العلاقة ما بين (γ_{21}) و $\partial u_x / \partial z$ وللوصول لهذه العلاقة نحتاج لربط ما بين (γ_{21}) وكثافة التيار وفق المحور (x) ويتم ذلك بحلّ معادلة لانداو الحركية، بعد ذلك نستخدم العلاقة الآتية لكثافة التيار:

$$j_x = n \frac{\partial u_x}{\partial t} = -n s v_F \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (15)$$

حيث $s = \omega / q v_F$ ، n يمثل تعداد أشباه-الجسيمات.

يمكننا الحصول على معادلة لانداو من معادلة بولتزمان بعد إدخال طاقة التفاعل ما بين أشباه-الجسيمات ضمن عبارة الهاملتوني، حيث تأخذ معادلة لانداو في المنطقة اللاتصادمية الصيغة الآتية [10]:

$$\frac{\partial \delta n_{\mathbf{p}}(r, t)}{\partial t} + v_{\mathbf{p}} \frac{\partial \delta n_{\mathbf{p}}(r, t)}{\partial r} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial \mathbf{p}} v_{\mathbf{p}} \frac{\partial \delta \epsilon_{\mathbf{p}}(r, t)}{\partial r} = 0 \quad (16)$$

ويكون التغير في طاقة أشباه-الجسيمات معطى بالصيغة الآتية:

$$\delta \epsilon_{\mathbf{p}}(r, t) = \Phi_{\mathbf{p}}(r, t) + \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta n_{\mathbf{p}'}(r, t)$$

يمثل المجموع $\sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta n_{\mathbf{p}'}(r, t)$ طاقة شبه-الجسيمة \mathbf{p} نتيجة التأثير المتبادل مع باقي أشباه-الجسيمات لأخرى المجاورة لها.

بتطبيق كمون شعاعي $A_{ext}(\mathbf{q}, \omega)$ ، على سائل فيرمي، فإن المركبة العرضية لهذا الكمون تؤدي إلى اضطراب في طاقة شبه-الجسيمة مقداره:

$$\Phi_{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{m} A_{ext} = \frac{p_F}{m} A_{ext} Y_1^1(\hat{\mathbf{p}}) = \Phi_{11} \left(-\frac{3}{8\pi} \right)^{1/2} \sin \theta \cos \varphi \quad (17)$$

تمثل m في هذه العلاقة كتلة شبه-الجسيمة الحرة، بفرض أن كلاً من الكمون الشعاعي والانحراف عن حالة التوازن لتابع التوزع يتغيران بشكل دوري في فضاء الموضع و الزمن وفق الصيغ الآتية :

$$\Phi_p(r, t) = \Phi_p(q, \omega) e^{i(qr - \omega t)} \quad (18)$$

$$\delta n_p(r, t) = \delta n_p(q, \omega) e^{i(qr - \omega t)}$$

بتعويض العلاقتين (17,18) إضافة إلى التغير في طاقة أشباه-الجسيمات في المعادلة (16) ومن ثم أخذ تحويل فورييه لها، تصبح معادلة لاندאו (16) على الشكل الآتي:

$$(\omega - qv_p) \delta n_p + \frac{\partial n_p^0}{\partial \epsilon_p} qv_p \left(\Phi_p(r, t) + \sum_p f_{p,p} \delta n_p(r, t) \right) = 0 \quad (19)$$

بتقسيم هذه المعادلة على $(\omega - qv_p)$ ، ومنثم نشر كلٍ من تابع التأثير المتبادل والانحراف عن حالة التوازن العام لتابع التوزع وفق توافقيات كروية، بعدها نضرب الطرفين بالمقدار $Y_\ell^1(\hat{p})$ و من ثم نكامل على الزاوية المجسمة، لتصبح معادلة لاندאו (19) الحركية على الشكل الآتي:

$$\gamma_{\ell 1} + \sum_{\ell'} B_{\ell \ell'}^1(s) \frac{F_{\ell'}^s}{2\ell' + 1} \gamma_{\ell' 1} = -\Phi_{11} B_{\ell 1}^1(s) \quad \ell'$$

$$\leq \ell \quad (20)$$

يعبر المقدار $B_{\ell \ell}^1(s)$ عن الاستجابة العرضية للسائل، ويعطى بالعلاقة الآتية [8]:

$$B_{\ell \ell}^1(s) = \int Y_\ell^{1*}(\hat{p}) \frac{\cos \theta}{\cos \theta - s} Y_\ell^1(\hat{p}) d\Omega \quad (21)$$

بأخذ منشور المعادلة (20) من أجل $(\ell = 1, 2, 3)$ نحصل على المعادلات الثلاث الآتية:

$$\gamma_{11} + \gamma_{11} \frac{F_1^s}{3} B_{11}^1(s) = -\Phi_{11} B_{11}^1(s)$$

$$\gamma_{21} + \gamma_{11} \frac{F_1^s}{3} B_{21}^1(s) + \gamma_{21} \frac{F_2^s}{5} B_{22}^1(s) = -\Phi_{11} B_{21}^1(s) \quad (22)$$

$$\gamma_{31} + \gamma_{11} \frac{F_1^s}{3} B_{31}^1(s) + \gamma_{21} \frac{F_2^s}{5} B_{32}^1(s) + \gamma_{31} \frac{F_3^s}{7} B_{33}^1(s) = -\Phi_{11} B_{31}^1(s)$$

$(\gamma_{31}, \gamma_{11})$ المركبة العرضية لتشوهات ثنائية القطب ومتعددة الأقطاب لسطح فيرمي على التوالي.

إن التشوهات الطاقية ذات المراتب المختلفة ترتبط فيما بينها بالعلاقة **[11]** $(\gamma_{\ell+1,1} \sim s^{-1} \gamma_{\ell,1})$ ، وعليه استناداً إلى هذه العلاقة يمكننا التعويض عن (γ_{31}) في المعادلة الثالثة لجملة المعادلات (22) بالمقدار $\left(\frac{\gamma_{21}}{s}\right)$ بعد ذلك من المعادلة الناتجة والمعادلة الثانية في جملة المعادلات (22) يمكننا الحصول على معادلة تربط γ_{11}, γ_{21} تكتب على الشكل الآتي:

$$X(s)\gamma_{21} = -B_{21}^1(s) \left[\left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right) \frac{\gamma_{11}}{3} + \frac{\Phi_{11}}{3} \right] \quad (23)$$

إن $X(s)$ الموجود في هذه المعادلة يكتب بالشكل الآتي:

$$X(s) = (\Gamma(s) + \Theta(s))$$

حيث إن كل من $(\Theta(s), \Gamma(s))$ توابع للمتحول (s) وتعطى بالصيغ الآتية:

$$\Theta(s) = \left[\frac{F_3^s}{8} (5s^2 (B_{11}^1(s) - 1) + B_{11}^1(s)) - \frac{2}{3} \right] \quad (24)$$

$$\Gamma(s) = 1 + \frac{F_2^s}{5} + \left[F_2^s s^2 - \left(1 + \frac{F_2^s}{5}\right) \right] B_{11}^1(s) \quad (25)$$

يمكننا ربط الطرف الأيمن من العلاقة (23) بكثافة التيار العرضية (j_x) ، التي يمكن حسابها انطلاقاً من

العلاقة الآتية [12]:

$$j_x = \sum_p (v_p)_x \left[\delta \bar{n}_p - \frac{\partial n_p^0}{\partial \epsilon_p} \Phi_p \right] \quad (26)$$

$(v_p)_x$ مركبة السرعة لشبه-الجسيمة وفق المحور (x) وتعطى بالعلاقة الآتية:

$$(v_p)_x = v_F \sin \theta \cos \varphi$$

بتعويض هذه العلاقة، إضافةً إلى العلاقتين (13)، (17) في العلاقة (26) ومن ثم استبدال المجموع على

الدفع بالتكامل على الزاوية المجسمة مضروباً بكثافة الحالات على سطح فيرمي نصل للعلاقة الآتية:

$$j_x = -\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2} v_F N(0) \left[\left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right) \frac{\gamma_{11}}{3} + \frac{\Phi_{11}}{3} \right] \quad (27)$$

بمقارنة العلاقتين (15)، (27) نستطيع حساب كثافة الحالات وفق العلاقة الآتية:

$$N(0) = \frac{n_s}{\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2} \left[\left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right) \frac{\gamma_{11}}{3} + \frac{\Phi_{11}}{3} \right]} \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (28)$$

ومن العلاقة (23) نستطيع حساب (γ_{21}) وفق العلاقة الآتية:

$$\gamma_{21} = -\frac{B_{21}^1(s)}{X(s)} \left[\left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right) \frac{\gamma_{11}}{3} + \frac{\Phi_{11}}{3} \right] \quad (29)$$

من العلاقتين (28)، (29) نحصل على:

$$\gamma_{21} N(0) = -\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{1/2} \frac{n_s B_{21}^1(s)}{X(s)} \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (30)$$

بتعويض هذه العلاقة في العلاقة (14) واستخدام العلاقة (10) نحصل على ما يلي:

$$\sigma_{xz} = \mu_{\perp} \frac{\partial u_x}{\partial z} = -p_F v_F \left(1 + \frac{F_2^s}{5}\right) \frac{n_s B_{21}^1(s)}{X(s) 3\sqrt{5}} \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (31)$$

بمقارنة طرفي العلاقة (31) نجد أن أنماط القَصّ العرضية تعطى بالصيغة الآتية:

$$\mu_{\perp} = -nm \frac{m^*}{m} v_F^2 \left(1 + \frac{F_2^s}{5}\right) \frac{s B_{21}^1(s)}{X(s) 3\sqrt{5}} \quad (32)$$

استبدلنا (p_F) بقيمته على سطح فيرمي، حيث يرتبط بالكتلة الفعالة (m^*) بدلاً من الكتلة الحرة (m) للفيرميون، وذلك لأن الكتلة الفعالة تمثل كتل الفيرميون المدروس في نظرية لاندوا، إذ تعطي العلاقة ما بين الكتلة الحرة والكتلة الفعالة بالصيغة الآتية [13]:

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{F_1^s}{3} \quad (33)$$

بتعويض العلاقة السابقة في العلاقة (32) تصبح هذه الأخيرة بالشكل الآتي:

$$\mu_{\perp} = -\frac{1}{3}\rho v_F^2 s^2 \left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right) \left(1 + \frac{F_2^s}{5}\right) \frac{B_{11}^1(s)}{X(s)} \quad (34)$$

استبدلنا $(B_{21}^1(s))$ بالقيمة $(s \sqrt{5} B_{11}^1(s))$ المقابلة لها.

النتائج والمناقشة

نلاحظ من العلاقة (34) أن أنماط القص العرضية المستنتجة تتغير بتأثير من تردد ومتجهة الموجة للاضطراب الخارجي المطبق وذلك من خلال تابعيتها للمقدار (s) ، ولمعرفة آلية تغير هذه الأنماط عندما تصبح قيمة هذا المتحول كبيرة للغاية نقوم بدراستها في الحالة الخاصة التي يكون فيها $(s \gg 1)$ ، في هذه الحالة يمكن إهمال التشوهات الطاقية من المراتب العليا لسطح فيرمي في حالة سائل فيرمي النظامية، وذلك نظراً لكون ساعات هذه التشوهات تتناقص بشكل سريع مع ازدياد قيمة (s) وفقاً للعلاقة $\gamma_{\ell+1,m} \sim s^{-1} \gamma_{\ell,m}$ ، عندئذ تكون التشوهات رباعية الأقطاب في هذه الحالة متناسبة مع الإجهاد المطبق على السائل وتتحول العلاقة (30) من أجل $s \rightarrow \infty$ إلى الشكل الآتي:

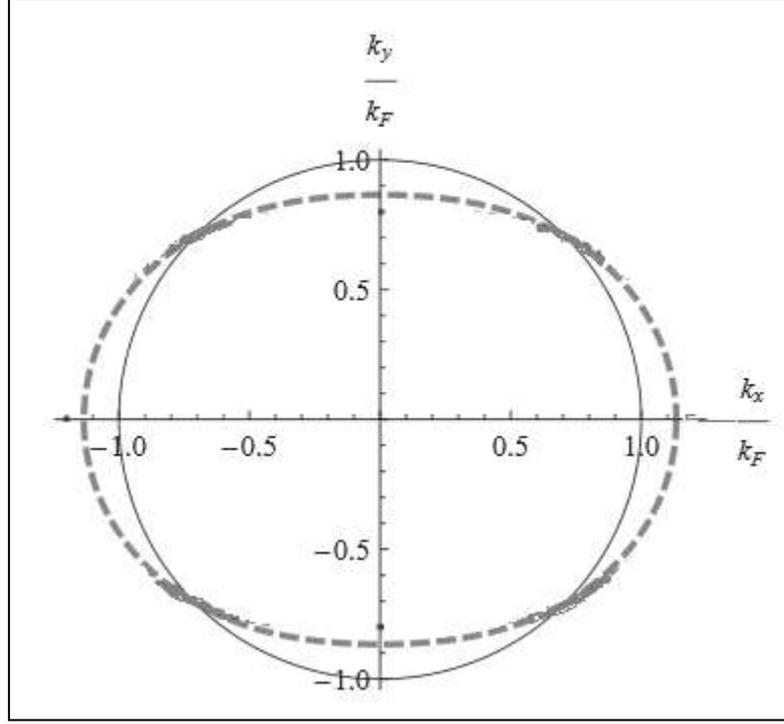
$$N(0)\gamma_{21} \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{(120\pi)^{1/2}}{5} n \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (35)$$

وكما هو واضح من هذه العلاقة فإن هذه التشوهات تكون مستقلة عن المقدار (s) ، بتعويض العلاقة (35) في العلاقة (14) واستخدام العلاقة (10) تصبح عبارة أنماط القص العرضية بالشكل الآتي:

$$\mu_{\perp} = \mu_{\infty} = \frac{1}{5}\rho v_F^2 \left(1 + \frac{F_1^s}{3}\right) \left(1 + \frac{F_2^s}{5}\right) \quad (36)$$

إن هذه العلاقة هي نفسها العلاقة المعبرة عن أنماط القص الطولية [11] في الحالة الخاصة نفسها $(s \gg 1)$ ، بمعنى آخر أن كل من أنماط القص الطولية والعرضية تنتهي إلى نمط قص واحد في هذه الحالة، وكما يتبين لنا من العلاقة السابقة أنها مستقلة عن المقدار (s) أي أن أنماط القص في هذه الحالة تكون مستقلة عن متجهة الموجة وتواتر الاضطراب المطبق على السائل، في هذه الحالة الخاصة تصبح نتائجنا متوافقة مع فرضية النموذج اللزجي [11] والذي يفترض وجود نمط قص واحد يميز السائل الكوانتي عند درجات الحرارة المنخفضة وهذا النمط يكون مستقل عن التردد ومتجهة الموجة للاضطراب المطبق على السائل.

يمكننا التعبير عن التغير الحاصل في شكل سطح فيرمي نتيجة التشوهات العرضية لكرة فيرمي في فراغ ذو بعدين وذلك في الشكل رقم (2)، حيث نلاحظ من هذا الشكل أن شكل كرة فيرمي يصبح بيضوي وفق اتجاه الانتشار (وفق اتجاه مركبة كثافة التيار لأشباه-الجسيمات)، أو بمعنى آخر أن زيادة في الطاقة لأشباه-الجسيمات قد حدثت وفق هذا المنحى من الفراغ.

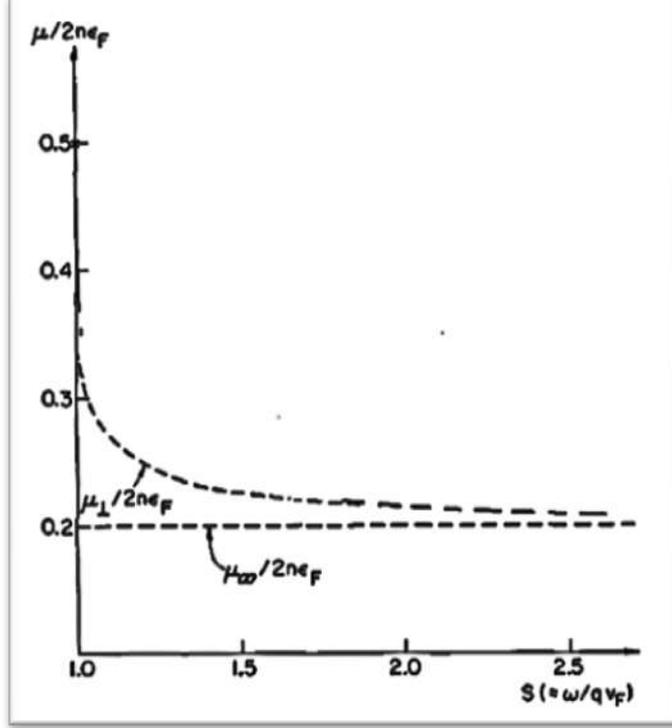


الشكل رقم-2- شكل سطح فيرمي في حالة الإجهاد العرضي

ولتوضيح تابعة أنماط القص العرضية للمتغير (S)، قمنا برسم هذه الأنماط كتابع لهذا المتغير، حيث أجرينا بعض التعديلات على العبارة المستنتجة ضمن العلاقة (34) وذلك لتبسيط المسألة، أولى هذه التعديلات تتمثل بإهمال بارامترات لانداو ذات المرتبة $(\ell > 2)$ ، بعد ذلك نقسم (μ_{\perp}) على المقدار $(2n\varepsilon_F)$ ، إن هذا الإجراء يضمن لنا مصداقية نتائجنا بغض النظر عن قيمة الضغط، حيث حصلنا على الرسم البياني الموضح في الشكل رقم (3). كما قمنا برسم أنماط القص (μ_{∞}) وذلك بعد القيام بنفس التعديلات السابقة على العلاقة (35)، كما هو واضح على نفس الشكل، من الملاحظ من الشكل رقم (3) أن أنماط القص العرضية المستنتجة في العلاقة (34)، عبارة عن تابع متناقص للمقدار (S). حيث أن قيم أنماط القص العرضية في الحالتين العامة والخاصة من أجل بعض قيم (S) موضحة في الجدول رقم (1).

الجدول رقم -1-

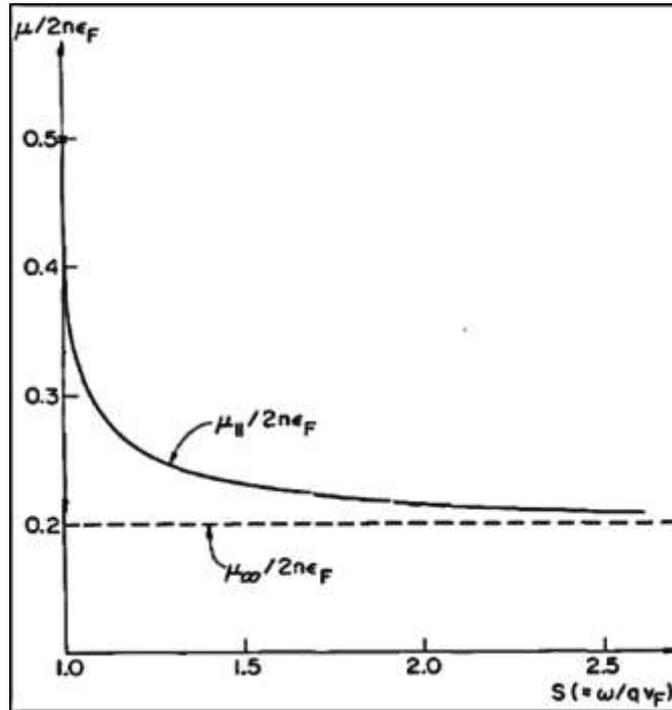
$s = \frac{\omega}{qv_F}$	1	1.5	2	∞
$\frac{\mu_{\perp}}{2n\varepsilon_F}$	0.3	0.226	0.212	0.2
μ_{∞}	0.2	0.2	0.2	0.2



الشكل رقم-3- التمثيل البياني لتحولات أنماط القص العرضية في الحالتين العامة والخاصة وذلك بتابعة (s)

الآن من أجل المقارنة ما بين تابعة أنماط القص الطولية (μ_{\parallel}) والتي تم استنتاجها سابقاً [11]، مع قيمة أنماط القص العرضية والتي تم استنتاجها في هذا البحث، قمنا بدايةً برسم تغيرات أنماط القص الطولية في الحالة

العامة ومن أجل الحالة الخاصة، متبعين نفس التعديلات السابقة على العلاقات المعبرة عن هذه الأنماط في الشكل (4)

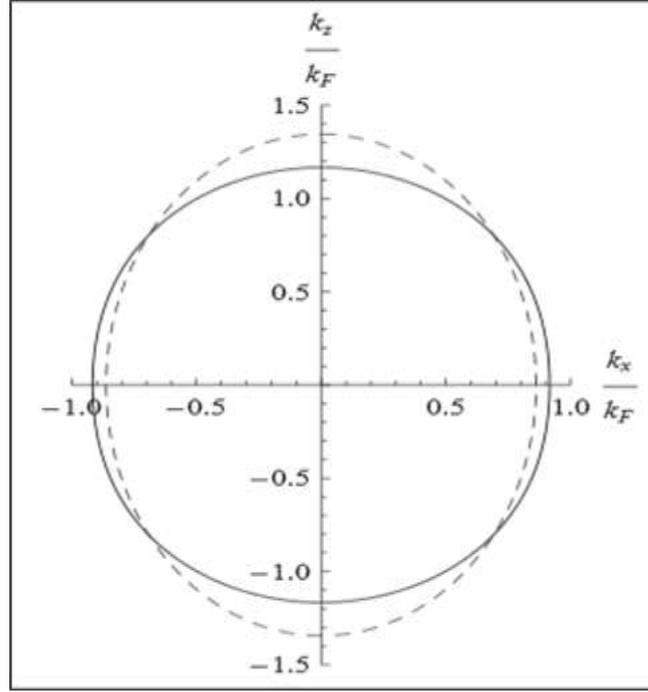


الشكل رقم 4- التمثيل البياني لتحويلات أنماط القص الطولية في الحالتين العامة والخاصة وذلك بتابعة (s)

من الملاحظ من الشكل رقم (4) أن أنماط القص الطولية تتناقص قيمتها أيضاً، بازدياد (s) حيث أن بعض القيم التي تأخذها كل من $(\mu_{\infty}, \mu_{||})$ موضحة في الجدول رقم (2).

الجدول رقم 2-2

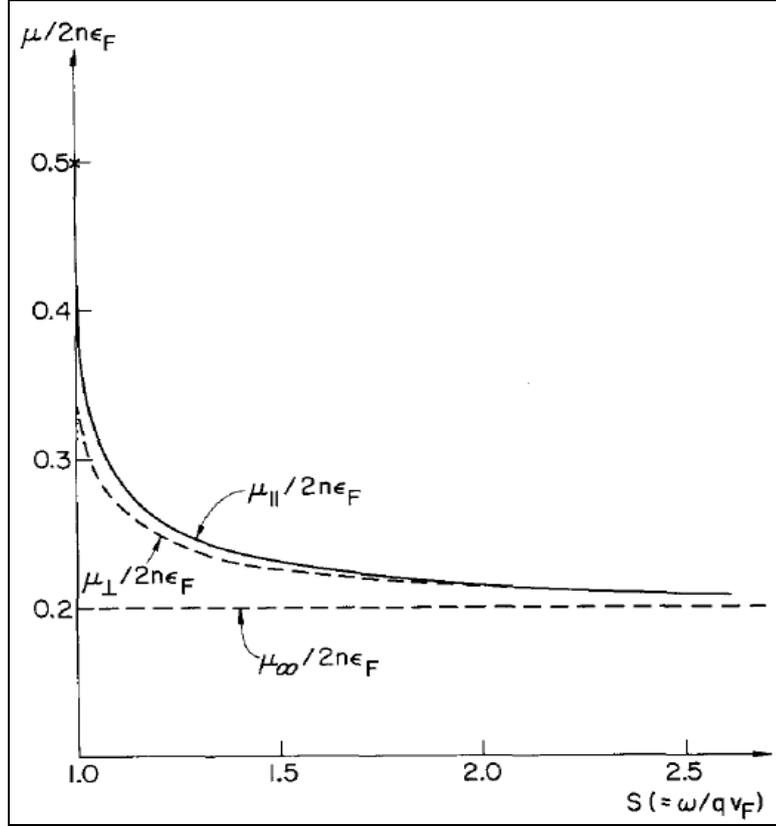
$s = \frac{\omega}{qv_F}$	1	1.5	2	∞
$\frac{\mu_{ }}{2n\varepsilon_F}$	0.5	0.223	0.214	0.2
μ_{∞}	0.2	0.2	0.2	0.2



الشكل رقم-5- شكل سطح فيرمي في حالة الإجهاد الطولي

يمكننا التعبير عن التغير الحاصل في شكل سطح فيرمي نتيجة التشوهات الطولية لكرة فيرمي في فراغ ذي بعدين وذلك في الشكل رقم (5)، حيث نلاحظ من هذا الشكل أن شكل كرة فيرمي يصبح بيضوي وفق اتجاه الانتشار المطابق في هذه الحالة لجهة الإزاحة لسطح فيرمي (الاستقطاب) حيث تكون هذه الإزاحة وفق المحور z . نلاحظ من الشكلين (3,4) أن تغير أنماط القص الطولية والعرضية في الحالة العامة، كتابع لتردد و متجهة الموجة للاضطراب المطبق على السائل تكون مختلفة، حتى عندما قمنا بأخذ قيمة ثابتة للمتغير (s) وجدنا أن هذه الأنماط تأخذ قيم مختلفة عن بعضها (كما هو واضح في الجدولين 1-2)، ولتوضيح هذا الاختلاف فيتابيعيتها لهذا المتغير قمنا برسم كلاً من هذين النمطين بتابعية هذا المتغير وذلك في الحالتين العامة والخاصة، كما هو واضح في الشكل رقم (6).

كما يبدو لنا من هذا الرسم البياني أن أنماط القص تكون مختلفة عن بعضها البعض حتى من أجل قيمة ثابتة للمتغير (s) ، ولا يتساويان إلا من أجل الحالة الخاصة $1 \gg s$ التي قمنا بمناقشتها سابقاً.



الشكل رقم-6- التمثيل البياني لتحويلات أنماط القص العرضية والطولية في الحالتين العامة والخاصة وذلك بتابعة (s)

حتى الآن لم نناقش سبب أخذنا لقيمة المتغير (s) بدءاً من الواحد في رسمنا للخطوط البيانية السابقة، إن السبب الفيزيائي لذلك يعود إلى كون التشوهات الطاقية في كرة فيرمي تتخامد بشكل سريع من أجل قيمة أقل من الواحد (ما يعرف بتخامد لاندوا [14])، حيث أننا نجد من العلاقة (21) أن $B_{FF}^1(s)$ يكون عقدياً من أجل قيم (s) أصغر من الواحد، بينما عندما تزداد قيمة s من $(1 \rightarrow \infty)$ فإن قيمته تصبح حقيقية ويزداد من $(-\infty \rightarrow 0)$. في حال غياب الاضطراب الخارجي نلاحظ من العلاقة (20) أن توابع الاستجابة تتناسب مع $(-1/F_2^s)$ ومنه نجد أن بارامترات لاندوا تنعدم من أجل قيمة $(s=1)$ ، أو بمعنى آخر أن التأثيرات المتبادلة ما بين أشباه-الجسيمات تختفي في هذه الحالة، وهذه الحالة توافق غاز فيرمي الحر [15].

دراسة تأثير بارمتر لاندوا (F_2^s) على قيم أنماط القص:

في مناقشتنا السابقة أهملنا تأثير بارمتر لاندوا من المرتبة الثانية أما الآن فسوف نأخذ بعين الاعتبار قيمة هذا البارمتر والتي تساوي إلى (0.4) وذلك استناداً إلى المرجع [8]. بتعويض هذه القيمة في العلاقتين (34)، (36) نجد أن القيم التي تأخذها الأنماط (μ_1) ، (μ_∞) تعطى وفق الجدول الآتي:

الجدول رقم -3-

$s = \frac{\omega}{qv_F}$	1	1.5	2	∞
$\frac{\mu_{\perp}}{2n\varepsilon_F}$	0.38	0.238	0.231	0.2
μ_{∞}	0.2	0.2	0.2	0.2

نلاحظ من القيم المعطاة ضمن الجدول رقم (3) أن قيمة أنماط القص العرضية قد ازدادت حوالي (10%)، أيضاً إذا ما قمنا بتعويض قيمة بارمتر لانداو من المرتبة الثانية في العلاقة المعبرة عن أنماط القص الطولية [11]، فنحصل على بعض قيم هذه الأنماط ضمن الجدول الآتي:

الجدول رقم -4-

$s = \frac{\omega}{qv_F}$	1	1.5	2	∞
$\frac{\mu_{\parallel}}{2n\varepsilon_F}$	0.61	0.392	0.234	0.2
μ_{∞}	0.2	0.2	0.2	0.2

وكما هو ملاحظ أيضاً من القيم المعطاة في الجدول رقم (4) أن قيمة أنماط القص الطولية قد ازدادت حوالي (10%) بعد إدخال قيمة بارمتر لانداو من المرتبة الثانية. إن قيمة (s) والتي تدخل ضمن العلاقات المعبرة عن أنماط القص الطولية والعرضية في الحالة العامة، يتم الحصول عليها من عبارات التبديد للأنماط الصوتية المرتبطة بكل نمط قص معين، وهذه الأنماط هي الصوت الصفري الطولي من أجل (μ_{\parallel}) والصوت الصفري المستعرض من أجل (μ_{\perp}) ، وطالما أن عبارات التبديد للصوت الصفري المستعرض والصوت الصفري الطولي مختلفتان [11]، فإن أنماط القص الطولية والعرضية تبقى مختلفة عن بعضها بعضاً في الحالة العامة.

الاستنتاجات والتوصيات:

تبين لنا من دراستنا هذه أن السبب الرئيس في ظهور نمطي قصّ مختلفين لسائل فيرمي، يعود لاختلاف استجابة السائل لتشوهات الطولية عن تلك العرضية منها لكثرة فيرمي، حيث تكون هذه التشوهات في الحالة الطولية متناظرة حول المحور السمتي في حين ؛ تكون في الحالة العرضية غير متناظرة حول هذا المحور، يعود السبب الفيزيائي لكون هذه التشوهات متناسبة مع الإجهاد المطبق في الحالة الخاصة $s \gg 1$ إلى كون الطاقة الكامنة التي تكتسبها الشحنات (أشباه-الجسيمات) على سطح فيرمي أكبر بكثير من تلك الطاقة التي تكتسبها هذه الشحنات من التأثير المتبادل فيما بينها، حيث لاحظنا أن جميع التشوهات الطاقية ذات المراتب العليا تم إهمالها، في حين لم يبقَ إلا التشوهات رباعية الأقطاب وثنائية الأقطاب. قد يكون السبب الفيزيائي في ذلك لكون التأثير المتبادل والذي يتم أخذه بعين الاعتبار في سائل فيرمي النظامية عبارة عن تأثير كولون قصير المدى (Coulomb interaction) [8]، وطالما أن هذا التأثير يتناسب عكساً مع البعد ما بين الشحنات (r) فإن التشوهات الناتجة عن التأثير المتبادل ما بين أشباه الجسيمات والتي تفصل بينها مسافات كبيرة يتم إهمال تأثيرها على الاستجابة التي يبديها هذا السائل.

وفي نهاية هذا البحث لا بد لنا من التأكيد على أهمية دراسة خصائص المرونة للسوائل الكوانتية، حيث تمكننا هذه الدراسة من معرفة الخصائص الفيزيائية لهذه السوائل، وذلك من خلال حساب أنماط المرونة لها، حيث تمثل هذه الأنماط عوامل التناسب ما بين القوى الخارجية المطبقة على السائل وما بين التشوهات الحاصلة سواء في حجم السائل أو في شكله، وبالتالي من خلال معرفتنا لهذه الأنماط يمكننا دراسة الاستجابة التي تبديها هذه السوائل لمختلف الاضطرابات الخارجية سواء الكهربائية منها أو المغناطيسية، وجدنا من خلال دراستنا للسائل الفيرميوني أن السبب الرئيس في ظهور هذه الأنماط يعود إلى مقاومة كرة فيرمي للتشوهات الطاقية التي تتعرض لها من جراء تطبيق الكمون الخارجي عليها، حيث تسعى للعودة إلى الشكل الكروي المتوازن ومقاومة هذا التغيير.

نوصي بمتابعة هذه الدراسة لتشمل المنطقة التصادمية في سائل فيرمي، وذلك لمعرفة آلية تحول أنماط القص إلى أنماط اللزوجة في السائل، إضافة إلى معرفة تأثير التصادمات ما بين أشباه الجسيمات على الاستجابة التي يبديها هذا السائل عند تعرضه للاضطرابات الخارجية.

المراجع:

- [1] LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. *Mechanics of Fluids*, Vol. 6 of Course of theoretical physics, Pergamon Press, Oxford, 1987, 343.
- [2] LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. *Theory Of elasticity*, Vol.7 of theoretical physics Pergamon Press, 1959, 141.
- [3] CONTI, S.; VIGNALE, G. *Elasticity of an electron liquid*, Phys. Rev B. V60, 1999, 7966-7971.
- [4] Ceperley. D. M.; Alder, B. J, Phys. Rev. Lett. V45, 1980, 566.
- [5] Nettleton, R. E. Jour. Of. Low Temp. Phys. V22, 1976, 407 .
- [6] THOMAS, P.; *Landau's Fermi Liquid Concept To Extreme: The physics of heavy fermions*. Salerno, Fall, 2011, 52.
- [7] SOOD, A. *Landau's theory of Ferm liquids*. Oldenburg, Federal Republic of Germany, June, 1993, 58.
- [8] BAYME, G.; PETHICK, C. *Landau Fermi Liquid Theory concept and application*. Pergamon press, New York, 1992, 212.
- [9] LANDAU, L.D. *The theory of a Fermi liquid*, JETP 3, Sov. phys. 1957, 7.
- [10] LANDAU, L.D. *oscillation in a Fermi liquid*, JETP 5, Sov. phys. 1957, 8.
- [11] BEDELL, K.; PETHICK, C. *Viscoelastic Behavior in a Normal Fermi Liquid*, Jour. Of. Low Tempe. Phys. V49, N3-4, 1982, 213-220.
- [12] BAYM, G.; PETHICK, C. *In the physics of liquid and solid* , Vol2, Wiley ,NEW YORK, chapter 1, 1978, 121.
- [13] LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. ; *Physical kinetics*, Vol.10 of theoretical physics, Pergamon press, Oxford, 1978, 462.
- [14] LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. ; *statistical physics* , Vol.9 of theoretical physics, Pergamon press, Oxford, 1980, 397.
- [15] A.A. ABREKOSOV; I.M. KHALATINKOV. ; *Theory of a Fermi liquid*. institute of physical problems, Moscow, 1959, 37.