

## حساب التغير في كتلة أشباه الجسيمات تحت تأثير الحقل الذاتي للتأثير المتبادل بينها بتابعية معاملات لاندائو في السوائل الكوانتية.

الدكتور محمود أحمد\*

الدكتورة نجاح قبلاّن\*\*

(تاريخ الإيداع 9 / 7 / 2015. قُبل للنشر في 13 / 1 / 2016)

### □ ملخص □

تم في هذا البحث دراسة تغيرات كتلة شبه الجسيم تحت تأثير الحقل الذاتي الفعال لبقية الجسيمات المجاورة له بالقرب من سطح فيرمي. تحققنا من علاقة كتلة الجسيم الحر بكتلته الفعالة وذلك في إطار نظرية السوائل الكوانتية. حسبنا تغيرات الكتلة الفعالة باستخدام سلاسل فورييه المضاعفة لوسط كوانتي متجانس يحقق تحويلات غاليليه. توصلنا الى علاقة جديدة تنتج منها العلاقة المعروفة بتقريب ( $F_0^s = 0$ ). وجدنا إن الكتلة الفعالة تتعلق بمعاملات لاندائو  $F_0^s, F_1^s$ . تمت مقارنة النتائج مع ما توصل إليها آخرون في هذا المجال.

الكلمات المفتاحية: نظرية لاندائو في سائل فيرمي - معاملات لاندائو - الكتلة الفعالة - نظرية توحيد الزمر.

---

\* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.  
\*\* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

## Calculating The Variation of Effective Mass of Quasi-Particles due to Landau Self Interaction Function, Depending on Landau Parameters of quantum liquids.

Dr. Mahmoud Ahmad\*  
Dr. Najah Kabalan\*\*

(Received 9 / 7 / 2015. Accepted 13 / 1 / 2016)

### □ ABSTRACT □

In this research, It has been Studied the change of quasi-particle mass due to the self-effective field resulted from near other particles on the Fermi surface. First, the right relation between  $m$  and effective mass  $m^*$  has been checked. Using Galilean transformation in a homogeneous material with Fourier double. It is observed that, the dependence of the effective mass to bare mass belong on  $F_0^s, F_1^s$ . Finally the results have been compared to what have been concluded by others in this domain.

**Key word:** Landau Fermi Liquid Theory, Landau parameters, effective mass, renormalization group theory.

---

\* Assistant Prof At Physics Department –Faculty Of Sciences – Tishreen University – Lattalia – Syria.

\*\*Assistant Prof At Physics Department –Faculty Of Sciences – Tishreen University – Lattalia – Syria.

## مقدمة:

تشغل دراسة الجمل المتعددة الجسيمات حيزاً مهماً في الفيزياء النظرية حيث لا يمكن حل معادلة شرودينجر عملياً لجملة مؤلفة من عدد كبير من الجسيمات (جسيم:  $N = N_{Avogadro} \propto 10^{23}$ ). ظهرت نظرية لاندوا في سائل فيرمي (Landau Fermi liquid Theory) في خمسينيات القرن الماضي لحل مسائل الجمل المركبة من عدد هائل من الجسيمات (many body problem). تعد هذه النظرية واحدة من أهم النظريات التي حلت الكثير من المسائل العالقة في مجال الفيزياء النظرية والتطبيقية [6-1]. لقد فسرت هذه النظرية سلوك الهليوم ثلاثة  $He^3$  في درجات الحرارة المنخفضة [4,5]، وفي الجسم الصلب حلت نظرية سائل فيرمي مسألة وجود أمواج الصوت الصفري وأمواج السبين في المعادن [2,3]، إضافة لذلك تم حساب الكتلة الفعالة للجسيم المسمى من قبل لاندوا بشبه الجسيم بعد إعادة تنظيم كتلته (Renormalization of effective mass)، وذلك في المعادن والبلازما المكونة من كواركات وغلونونات [1,7]. وتوسعت دراسة النظرية لتشمل ليس فقط درجات الحرارة المنخفضة كما بين لاندوا سابقاً بل في درجات الحرارة التي يحصل عندها تغيير في الطور إلى فرط السيولة وفي طور الناقلية الفائقة كما بينت الدراسات مؤخراً [7,8]. أستاذ لاندوا في فرضياته على نظرية الغاز الحر لفيرمي وذلك بفتح التأثير المتبادل بين الجسيمات بشكل كظوم وسمى الإثارات العنصرية الناتجة عن هذا التأثير بـ أشباه الجسيمات (quasi-particles)، كما افترض أن دفع شبه الجسيم وشحنه لا تتغيران في حين أن خواصه الأخرى مثل كتلته وعزمه المغناطيسي وطاقته لا تبقى هي نفسها كما كانت قبل فتح التأثير بين الجسيمات. تصبح طاقة شبه الجسيم وفق فرضية لاندوا تابعة لكثافة أشباه الجسيمات المثارة بالقرب من سطح فيرمي، ويتبع توزيع أشباه الجسيمات تابع التوزيع لفيرمي-ديراك ولكن بعد استبدال طاقة الجسيم الحر بطاقته التي تتبع الكثافة، وتغيير الكتلة إلى الكتلة الفعالة وتعطى هذه العلاقة حسب صيغة لاندوا كما يلي:

$$\delta E = \sum_k \frac{k^2}{2m^*} \delta n_{\bar{k}} + \frac{1}{2V} \sum_{\bar{k}, \bar{k}'} f_{\bar{k}, \bar{k}'} \delta n_{\bar{k}} \delta n_{\bar{k}'} + (O^3) \dots \dots \dots (1)$$

يتبع حساب التغيير في كتلة الفرميون في جملة فرميونات متفاعلة بصورة مباشرة لنظرية المعايرة حيث لم تعد كتلة شبه الجسيم مساوية لكتلة الجسيم في الجملة الحرة. حيث توجهت الأنظار في الآونة الأخيرة لدراسة نظرية السوائل الكوانتية بطريقة إعادة التوحيد للمقادير الفيزيائية في بعدين وثلاثة أبعاد [10-7] وتبين من هذه الدراسة إن المقادير الفيزيائية تتغير حسب المقاييس المأخوذة وتتبع التحويلات من فراغ لآخر أيضاً. لقد حسبت الكتلة الفعالة لشبه الجسيم في إطار نظرية لاندوا ولكن في التقريب الغاليلي اللامتغير لجمالتي المقارنة المخبرية وجملة المراقبة المتحركة بسرعة ثابتة بالنسبة لها. تبين بنتيجة هذه البحوث إن الكتلة الفعالة  $m^*$  لشبه الجسيم تتعلق بمعامل لاندوا  $F_1^s$  فقط وكتلة الجسيم الحر وفق العلاقة التالية [9,8,3]:

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{F_1}{3} \dots \dots \dots (2)$$

حيث  $F_1$  بارامتر لاندوا من المرتبة الأولى وهو يمثل شدة التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات. نلاحظ هنا عدم ظهور معامل لاندوا الصفري  $F_0$  وهذا ناتج عن اقتصار الدراسة على الجمل المتجانسة في التحويل الغاليلي اللامتغير. إن هذه المسألة تعود في الأساس لما يسمى مبدأ إعادة تنظيم الزمر (Renormalization Group) للمقادير الفيزيائية أثناء تغيير المؤثرات الخارجية أو المفاعيل الداخلية للجملة في درجات حرية مختلفة. وجملة مقارنة تتحرك بالنسبة لبعضها بسرعات مختلفة. بينت نظرية إعادة التوحيد على أنه يمكن حساب أثر الدوران والانسحاب في الجمل العطالية المختلفة بتابعية بارامترات لاندوا  $F_1^s$  و  $F_1^a$  كما يظهر في العلاقة (2)[8].

## أهمية البحث وأهدافه:

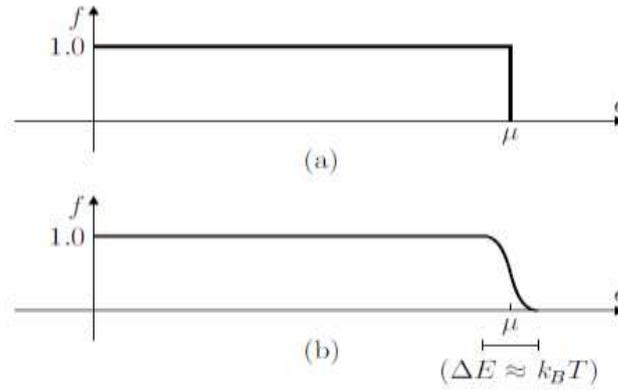
يهدف البحث إلى دراسة أثر الكمون الذاتي الفعال (self effective potential) لـ لانداو على كتلة الجسيم الحر  $m$  عند الانتقال من جملة فيرميونات حرة (غاز فيرمي) إلى جملة أشباه جسيمات متفاعلة فيما بينها (سائل فيرمي).

## طرائق البحث ومواده:

تتأثر كتلة الجسيم في جملة فيرميونات متفاعلة (many body interaction fermions) بشدة بمجموعة عوامل داخلية أهمها شكل سطح فيرمي، وعوامل خارجية مثل الحقل الكهربائي، والحقل المغناطيسي، ودرجة الحرارة وغيرها. ويوجد دراسة مسهبة لتأثير هذه العوامل على الكتلة الفعالة في العديد من المراجع المختصة بالجسم الصلب يمكن العودة إليها زيادة في التوضيح [3,5,8].

يمكن وصف جملة أشباه الجسيمات بواسطة متجه الموجة  $\vec{k}$  والسبين حيث سنعرّف تابع التوزع لأشباه الجسيمات كتابع لهذين المتحولين  $n_{\sigma}(\vec{k})$  بحيث يتحقق الشرط الآتي:  $N = \sum_{k\sigma} n_{\sigma}(\vec{k})$ ، تمثل  $N$  المجموع الكلي لأشباه الجسيمات .

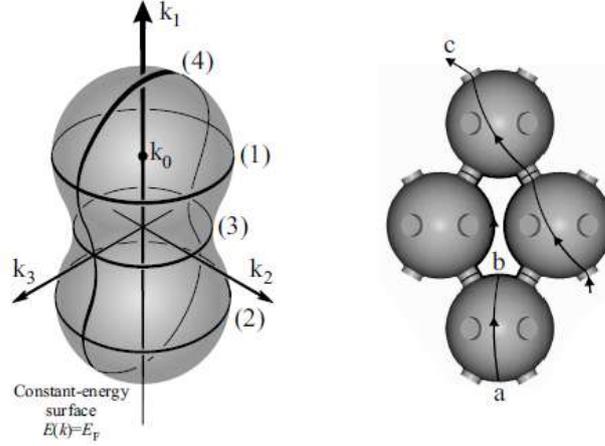
يتطابق تابع التوزع لـ فيرمي - ديراك لجملة فيرميونات حرة في السوية الدنيا مع تابع توزع أشباه الجسيمات في درجات الحرارة المنخفضة ويصبح تابعاً درجياً حاداً (step function)  $n_{\sigma}(\vec{k}) = \theta(k_F - |\vec{k}|)$  حيث  $k_F$  يمثل المتجه الموجي على سطح فيرمي الشكل (1).



الشكل(1):تابع توزع فيرمي ديراك بدلالة الطاقة  $\mu = \epsilon_F = K_B T_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$  الكمون الكيميائي .

من أجل جملة فيرمي ونات تملك تناظراً كروياً، يكون سطح فيرمي لأشباه الجسيمات كروياً له نفس القطر كما هو الحال لجملة الفيرميونات الحرة ذات الكثافة الواحدة. في التناظر الكروي هذا يمكن أن يتغير شكل سطح فيرمي دون كسر التناظر لأن الحجم الذي يحدده سطح فيرمي في الفراغ الطوري يحقق قوانين الإنحفاظ، وهذا جوهر نظرية لاتينجر [10] . تشكل جملة فيرميونات في بعد واحد ما يسمى سائل لاتينجر (Luttinger Liquid) أ

سائل فيرمي في بعد واحد . يمكن دراسة هذا السائل بعدة طرق منها طريقة السلك الكمي ( quantum wires ) أو الأقبية النانوية الكربونية ( Carbon Nano- Tube ) وذلك وفق نموذج توموناكو-لائينجر ( Tomonako- Lattiger Model ) الذي يصف الحالات الطاقية الدنيا المثارة حول سطح فيرمي في بعد واحد. يمثل الشكل (2) حركة شبه الجسيم أو المدار على سطح فيرمي.



الشكل (2) : تظهر مسارات شبه الجسيم حول سطح فيرمي.

يبين الشكل الأيسر المسارات المختلفة حول اتجاهات المحاور الإحداثية كما يبين الشكل الأيمن نوعين من المسارات وجميعها توصف بسلاسل فورييه المضاعفة.

يمكننا التعبير عن إزاحة صغيرة في تابع التوزع عن حالة الاستقرار بالعلاقة الآتية:

$\delta n_{\sigma}(\vec{k}) = n_{\sigma}(\vec{k}) - n_{\sigma}^{\circ}(\vec{k})$  تحتوي هذه الإزاحة على المعلومات الضرورية التي تقيد في دراسة ومعرفة المقادير الفيزيائية للجملة في الطاقات الدنيا. يكون تابع التوزع لإشبه الجسيمات معرّفاً بصورة شبه دقيقة فقط بالقرب من سطح فيرمي ، وذلك لكون شبه الجسيم يملك زمن حياة طويل على هذا السطح حسب فرضيات نظرية لاندوا ويكون التغير في تابع التوزيع  $\delta n_{\sigma}(\vec{k})$  في جوار سطح فيرمي معرّفاً وتصبح طاقة شبه الجسيم تابعة لتابع التوزع وهي تعطى حسب فرضيات لاندوا في سائل فيرمي وفق العلاقة الآتية [4,5]:

$$E = E_0 + \sum_{k\sigma} \varepsilon_{\sigma}(\vec{k}) \delta n_{\sigma}(\vec{k}) + \frac{1}{\Omega} \sum_{kk'} \sum_{\sigma\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\sigma}(\vec{k}) \delta n_{\sigma'}(\vec{k}') + O(\delta n^3) \dots \dots \dots (3)$$

حيث  $E_0$  الطاقة الدنيا للجملة و  $\varepsilon_{\sigma}(\vec{k})$  طاقة الجملة في الحالة  $(\vec{k}, \sigma)$ ، أما  $f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}')$  فهو تابع لاندوا للكومون الذاتي لأشبه الجسيمات،  $O(\delta n^3)$  انحراف الكثافة من المرتبة الثالثة عن وضع التوازن وهو مهمل في هذه الدراسة.

تقع المتجهات الموجية  $\vec{k}, \vec{k}'$  على سطح فيرمي الكروي لذلك فإن تابعة الطاقة لمتجهات الموجة تختزل إلى تابعة الطاقة فقط للزاوية بينهما في هذه الحالة يمكن كتابة تابع التأثير المتبادل لاندوا ( Landau Interaction function ) على الشكل الآتي:

$$f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} f_{\ell}^{s,a} P_{\ell}(\cos \theta_{\vec{k}\vec{k}'}). \dots \dots \dots (4)$$

حيث  $P_\ell(\cos \theta)$  كثير حدود ليجندر و  $\hat{k} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$  أما الرموز  $s, a$  فتمثل الحد التناظري (symmetric)

واللاتناظري (antisymmetric) لتابع التأثير المتبادل والذي يكتب حسب بلاتزمان- وولف [3] كما يلي:

$$f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') = f^s(\vec{k}, \vec{k}') + \sigma\sigma' f^a(\vec{k}, \vec{k}') \dots (5)$$

$\sigma, \sigma'$  مصفوفات باولي السبينية.

إن هذه الصيغة الرياضية لتابع التأثير المتبادل لاندوا هي صيغة كان قد اقترحها بلاتزمان- وولف لحل المسائل المتعلقة بكل من اهتزاز الكثافة المعبر عنها بالحد الأول من العلاقة (5) والكثافة السبينية المعبر عنها بالحد الثاني من نفس العلاقة. يتضمن تابع التأثير المتبادل أيضا كافة المعلومات عن الكمون الذاتي الفعال بين أشباه الجسيمات بالقرب من سطح فيرمي [3].

يمكن جعل حدي لاندوا في العلاقة (3) بدون أبعاد بأخذ الكثافة على سطح فيرمي ووضعها في العلاقات

$$N(\varepsilon_F) f_\ell^s = F_\ell^s, N(\varepsilon_F) f_\ell^a = F_\ell^a \text{ حيث } N(\varepsilon_F) = \frac{m^* k_F}{\hbar^2 \pi^2}$$

الآتية: نستطيع تعريف العلاقات التي نحسب منها التغير في الكتلة نتيجة وجود الجسيم في حقل كمون بقية الجسيمات بالانطلاق من المجموع إلى التكامل كما يلي:

$$\sum_{\vec{p}} \rightarrow V \int \frac{d3p}{(2\pi\hbar)^3} \dots (6)$$

$$\text{حيث } \vec{P}_{qp} = 2V \int \frac{d3p}{(2\pi\hbar)^3} \vec{p} n_{\vec{p}} \text{ محصلة الدفع (كمية الحركة) لأشباه الجسيمات في الحجم } V \text{ والذي بدوره}$$

يساوي الدفع لسائل فيرمي نفسه. من جهة ثانية يكون عدد الجسيمات مساو لعدد أشباه الجسيمات وبالتالي يكون التيار لأشباه الجسيمات مساو لتيار الجسيمات ويعط بالعلاقة الآتية:

$$J_{qp} = J_p = 2V \int \frac{d3p}{(2\pi\hbar)^3} v_p n_p \text{ حيث } v_p = \nabla_p \varepsilon_p \text{ سرعة شبه الجسيم.} \dots (7)$$

من علاقة التيار بالكتلة نكتب كمية الحركة الكلية على الشكل التالي:

$$\int \frac{d3p}{(2\pi\hbar)^3} \vec{p} n_p = m \int \frac{d3p}{(2\pi\hbar)^3} \nabla_p \varepsilon_p n_p \dots (8)$$

بتعويض العلاقة (3) في عبارة السرعة العلاقة (7) نحصل على علاقة سرعة شبه الجسيم التالية:

$$v_p = \frac{1}{\hbar} \nabla_p \varepsilon_p = \frac{1}{\hbar} (\nabla_p \varepsilon_p + \frac{1}{V} \sum_{p', \sigma'} \nabla_p f_{\sigma\sigma'}(k, k') \delta n_{\sigma'}(k')) \dots (9)$$

حيث:  $\delta n_{\vec{k}, \sigma}$  تعبر عن الفرق بين كثافة انشغال السويات للغاز الفيرميوني الأصلية والمثارة أي بعد إزاحة

صغيرة في سطح فيرمي نتيجة التأثير المتبادل بالقرب من سطح فيرمي. إذا كانت الإزاحة صغيرة في فراغ

الطور تساوي  $\bar{q}$  فإن الحد الأول من تابع التأثير المتبادل يعطي مساهمة تتعلق بالكثافة تساوي  $\rho \frac{q^2}{2m^*}$

كما يعطي الحد الثاني مساهمة تساوي  $\rho \frac{q^2}{2m^*} \frac{F_1}{3}$  حيث  $\rho$  تمثل كثافة أشباه الجسيمات بجوار سطح فيرمي [8,9].

بتعويض (9) في العلاقة (7) نحصل على عبارة كثافة التيار التالية:

$$J_{pq} = \frac{1}{V} \sum_{p,\sigma} \frac{\hbar \vec{k}}{m^*} \delta n_{\sigma}(\vec{k}) + \frac{1}{V^2} \sum_{\vec{k},\sigma} \sum_{\vec{k}',\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k},\vec{k}') \delta(\varepsilon_{\sigma}(\vec{k}') - \varepsilon_F) \frac{\hbar \vec{k}'}{m^*} \delta n_{\sigma}(\vec{k}) + 0(q^2) = j_1 + j_2 \dots (10)$$

للوصول إلى هذه العلاقة قمنا بالتحويلات الآتية:

$$\nabla_p n_{\sigma}^0(\vec{k}) = \frac{\partial n_{\sigma}^0(\vec{k})}{\partial \varepsilon_{\sigma}(\vec{k})} \nabla_p \varepsilon_{\sigma}(\vec{k}) = -\delta(\varepsilon_{\sigma}(\vec{k}) - \varepsilon_F) \nabla_p \varepsilon_{\sigma}(\vec{k}) = -\delta(\varepsilon_{\sigma}(\vec{k}) - \varepsilon_F) \frac{\hbar^2 \vec{k}}{m^*} \dots (11)$$

الحد الأول في العلاقة (10) يمثل تيار أشباه الجسيمات  $j_1$  في حين يمثل الحد الثاني التيار المتخلف (drag current) وهو ناتج عن حركة شبه الجسيم تحت تأثير بقية أشباه الجسيمات (backflow due to)

(interaction)  $j_2$ . بفرض أن الجملة الفيرميونية تتحرك في جملة عطالية بسرعة  $\vec{v} = \frac{\hbar \vec{k}}{m}$  عندئذ تكون كثافة التيار:

$$j_{\vec{k}} = \frac{N}{V} \frac{\hbar \vec{k}}{m} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k},\sigma} \frac{\hbar \vec{k}}{m} n_{\sigma}(\vec{k}) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k},\sigma} \frac{\hbar \vec{k}}{m} \delta n_{\sigma}(\vec{k}) \dots (12)$$

بمقارنة العلاقتين (10) و (12) نحصل على العلاقة الآتية:

$$\frac{\hbar \vec{k}}{m} = \frac{\hbar \vec{k}}{m^*} + \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}',\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k},\vec{k}') \delta(\varepsilon_{\sigma}(\vec{k}') - \varepsilon_F) \frac{\hbar \vec{k}'}{m^*} \dots (13)$$

نستخرج من العلاقة (13) مباشرة بعد الاختصار على  $\hbar \vec{k}$  واستبدال المجموع بالتكامل العلاقة الآتية:

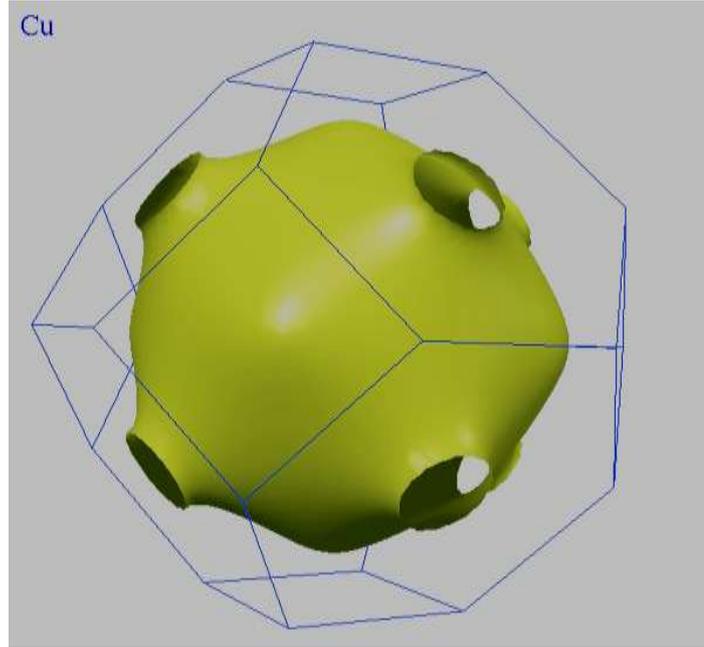
$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m^*} + N(\varepsilon_F) \int \frac{d\Omega_{k'}}{4\pi} f^s(\vec{k},\vec{k}') \frac{\hat{k} \cdot \hat{k}'}{m^*} \dots (14)$$

حيث  $\hat{k}, \hat{k}'$  متجهات واحدة

أستخدم هذه العلاقة كل من سيلين، أبريكوسوف، دوبيس وغيرهم [6,8,9] لحساب الكتلة الفعالة لشبه الجسيم بتابعة معلم واحد من معالم لاندوا هو  $F_1^s$  كما هو مبين في العلاقة (2) وهي أبسط علاقة للكتلة الفعالة في نظرية السوائل الكوانتية لاندوا تم استنتاجها استناداً إلى العلاقة (14).

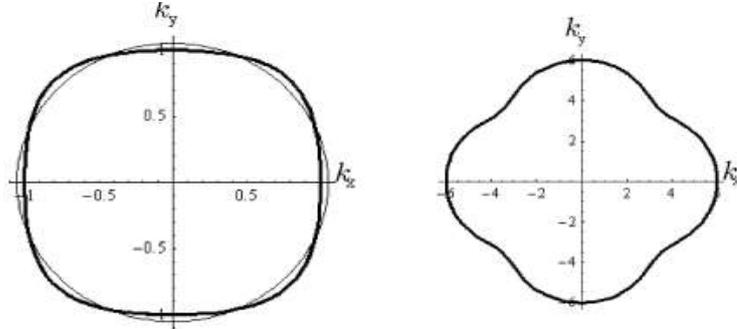
### النتائج والمناقشة:

إن النتيجة التي توصل إليها كثيرون أي العلاقة (2) تأخذ بعين الاعتبار جملة فيرميونات متجانسة تحقق شرط التحول الغاليلي اللامتغير. وبما أن سطح فيرمي يتغير مع تغير التأثير المتبادل بين الجسيمات وأكثر من ذلك فإن التأثير المتبادل بين الجسيمات هو الذي يحدد شكل هذا السطح ينتج من هذا أن كسر التماثل الغاليلي في الجملة المدروسة سيؤدي إلى تغير سطح فيرمي من الشكل الكروي في المعادن إلى الشكل التموجي التالي الشكل (3):



الشكل (3)

الشكل (3) يوضح شكل المسارات لإشباه الجسيمات على سطح فيرمي. كما يبين الشكل (4) التَمَوِّج الدوري في سطح فيرمي في فراغ ذو بعدين (مقطع عرضي لكرة فيرمي) مما يسمح لنا باستخدام سلاسل فورييه المضاعفة لتمثيل أثر التفاعل بين أشباه الجسيمات خارج سطح فيرمي الكروي.



الشكل (4) الاضطراب في سطح فيرمي في المستوي (x, Y).

لتطوير دراسة الكتلة الفعالة لشبه الجسيم ، أي تطوير العلاقة ( 14 ) لتشمل حالة التغير الغاليلي في شكل سطح فيرمي ( breaking Galilean symmetry) قمنا باستخدام طريقة سلاسل فورييه المضاعفة ( Double Fourier Series )، وهي تصف سلوك المسارات الأهليلية في الشكلين ( 2،3،4). تأخذ سلاسل فورييه في هذه الحالة الشكل الآتي[11]:

$$\begin{aligned}
 x(\theta, \varphi) &= [a_x + b_x \cos(\ell_x \cdot \theta) \cdot \cos(m_x \cdot \varphi)] \sin \theta \cdot \cos \varphi \\
 y(\theta, \varphi) &= [a_y + b_y \cos(\ell_y \cdot \theta) \cos(m_y \cdot \varphi)] \sin \theta \cdot \sin \varphi \dots \dots \dots (15) \\
 z(\theta, \varphi) &= [a_z + b_z \cos(\ell_z \cdot \theta) \cos(m_z \cdot \varphi)] \cos \theta
 \end{aligned}$$

يمثل السطح المتموج (metasphere) تابع من الشكل  
 $X = (x(\theta, \phi), y(\theta, \phi), z(\theta, \phi))$ ، نصف قطر كرة فيرمي ،  $(a_x, a_y, a_z)$  سعة الموجة  
 (ripple amplitude) فوق سطح فيرمي .  $(m_x, m_y, m_z)$  و  $(n_x, n_y, n_z)$  تمثل تردد الموجات (ripple  
 frequencies).

كما سنأخذ الزاوية المجسمة على كامل الفراغ كما يلي:

$$d\Omega = R^2 \sin \theta . d\theta . d\phi \dots \dots \dots (16)$$

في تحويلات فورييه السابقة لدينا :

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \\ a_x &= a_y = a_z = R \dots \dots \dots (17) \\ b_x &= b_y = b_z = b \end{aligned}$$

من العلاقات (15-17) نستطيع التعبير عن نصف القطر  $r$  على الشكل الآتي:

$$r^2 = R^2 [1 + \frac{b}{R^2} \cos(\ell.\theta) \cos(m.\phi)]^2 \dots \dots \dots (18)$$

نعوض العلاقة (16) في (14) ونأخذ نصف القطر هو الواحدة عندئذ نكتب الزاوية المجسمة في التحويل  
 الجديد على الشكل الآتي:

$$d\Omega' = [1 + 2b \cos(\ell.\theta) \cos(m.\phi)]. \sin \theta . d\theta . d\phi \dots \dots \dots (19)$$

باستخدام العلاقة (17) في العلاقة (12) وكتابة تابع التأثير المتبادل لـ لانداو على شكل سلسلة توابع كروية  
 من الشكل:

$$f(\vec{p}, \vec{p}') = f(\cos \theta) = m \frac{4\pi}{m^* p_F} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{F_{\ell}}{2\ell+1} Y_{\ell_1}^{m_1} Y_{\ell_2}^{m_2} \dots \dots \dots (20)$$

نحصل على العلاقة التالية:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m^*} + \frac{1}{2m^*} [\Psi] \dots \dots \dots (21)$$

$$\Psi = \iint [\sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} (\frac{f_{\ell}}{2\ell+1}) Y_{\ell_1}^{m_1} Y_{\ell_2}^{m_2} . \cos \theta] . d\Omega \dots \dots \dots (22)$$

حيث :  $F_{\ell}^s = \frac{k_F m^*}{\pi^2} f_{\ell}$  و  $f_{\ell}$  يعطى بمعاملات نشر توابع ليجندر لسعة تابع التأثير المتبادل لـ لانداو وقد

سميت هذه المعاملات من قبل لانداو نفسه (parameters Landau of Fermi liquids) ونكتب كما يلي:

$$f_{\vec{k}, \vec{k}'}^s = f(\cos \theta) - \sum_{\ell=0}^{\infty} f_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) \dots \dots \dots (23)$$

متجهات الواحدة وفق  $\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  وتقع نهاية هذه الأشعة على سطح فيرمي.

هنا نستطيع مناقشة حالتين تخصان صيغ التوابع الكروية على سطح فيرمي.

**الحالة الأولى :**  $\ell = 0, m = 0$  : في هذه الحالة تكامل العلاقة (21) على الزاوية المجسمة  $d\Omega$  من أجل

الصيغ  $\ell = 0, m = 0$  نحصل على العلاقة :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m^*} \Rightarrow m = m^* \dots\dots\dots(24)$$

وهي الحالة الموافقة للحد الأضطرابي من المرتبة الصفرية وفي هذه الحالة تبقى كتلة الفيرميون مساوية

لكنتته الحرة [4,12-15].

**الحالة الثانية:** من أجل الصيغ الأعلى أي  $\ell = 1, m = -1, 0, 1$  نكامل العلاقة (21) مرة ثانية على الزاوية المجسمة ، نحصل على العلاقة التالية:

$$\frac{m^*}{m} = 1 + F_0^s + \frac{F_1^s}{3} \left(1 + \frac{113b}{15}\right) \dots\dots\dots(25)$$

وهي كما نلاحظ تعميم للعلاقة السابقة (2) التي أثبتتها الدراسات السابقة وأكدها التجربة وذلك بأخذ النهايات  $b \rightarrow 0, F_0^s \rightarrow 0$  في العلاقة (25) نحصل مباشرة على العلاقة (2).

يمثل تغير كتلة الجسيم الحر عندما نفتح التفاعل بين الجسيمات بشكل كظوم (تدرجي) إحدى الركائز الأساسية في نظرية لانداو أو كما تسمى نظرية سائل فيرمي. تدل التجارب على المواد الكثيفة (condensed Matter) إن الزيادة في قيمة الكتلة الحرة  $m$  عند التحول من جملة جسيمات حرة إلى جملة جسيمات متفاعلة تتعلق بمجموعة عوامل يمكن تحديدها وحسابها بتابعية معاملات لانداو  $F_\ell^s$  حيث يرمز الحرف s إلى القسم التناظري من تابع التأثير المتبادل لـ لانداو [16-25]. يلعب التفاعل إلكترون - إلكترون دوراً رئيساً حيث تكون مساهمة هذا التفاعل هي الغالبة في حالة المواد الكثيفة أو المواد شديدة الترابط (strong correlated materials) [8,9].

### الاستنتاجات والتوصيات:

تبين العلاقة (2) المحسوبة للكتلة الفعالة في حالة الجمل المتجانسة تحت التحول الغاليلي اللامتغير والعلاقة المستنتجة من قبلنا (25) في حالة الجمل الغير متجانسة مع كسر التحول الغاليلي ارتباط الكتلة الحرة بالكتلة الفعالة بمعاملات لانداو  $F_0^s, F_1^s$  هذا يعني إن الكتلة الفعالة تمثل نقطة وصل بين الحل الكوانتي للمعادلة الحركية والحل الكلاسيكي. إن الاضطراب الذي يسببه التغير في تابع التوزع بالقرب من سطح فيرمي على شكل هذا السطح هو الذي يحدد عدد البارامترات الداخلة في علاقة الكتلة الفعالة لشبه الجسيم. يعاني تابع التوزع  $\delta n_\sigma(\vec{k}, \vec{k}')$  تشوهاً متزايداً كلما كان التأثير المتبادل بين الجسيمات شديداً ، وهذا بدوره يؤدي إلى ظهور معاملات لانداو جديدة ، يظهر ذلك من التحولات المختلفة التي يمكن نشر تابع التأثير المتبادل بواسطتها على سطح فيرمي.

نأمل في الاستمرار في دراسة التغيرات على الكتلة الفعالة في المستقبل وفق نظرية إعادة التوحيد مع كسر التناظر الغاليلي باستخدام توابع ليجندر للحصول على صيغ أخرى للكتلة الفعالة بتابعية درجة الحرارة أو الحقلين الكهربائي والمغناطيسي . كما نأمل أن تتوفر الظروف والأدوات التجريبية لدراسة أثر التشوهات اللاخطية في سطح فيرمي على القيم المحسوبة حالياً للكتلة الفعالة.

**ملحق:** استخدمنا في حساب التكاملات في العلاقة (14) منشور تابع التأثير المتبادل لـ لانداو على سطح

فيرمي من الشكل التالي:

$$f_{\vec{k}, \vec{k}'}^s = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_{\ell}^m(\cos \theta) Y_{\ell}^{m*}(\cos \theta) \dots\dots\dots(A1)$$

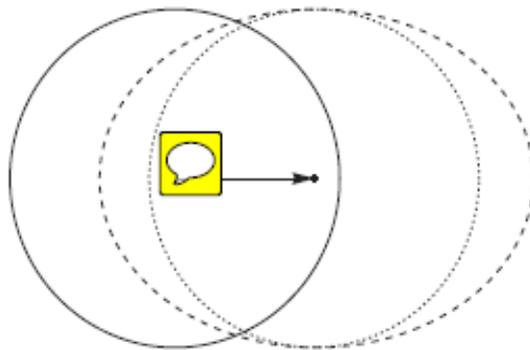
العلاقة الرياضية بين التوابع الكروية وتوابع ليجنندر المستخدمة لحل معادلة لانداو - سيلين الحركية تسمح بسبب التناظر الكروي لسطح فيرمي بنشر التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات بسلسلة توابع كروية من الشكل :

$$f_{\vec{k},\vec{k}'}^s(\cos \theta) = Y_\ell^m(\cos \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} \cdot P_\ell^m(\cos \theta) \cdot e^{im\varphi} \dots\dots\dots(A2)$$

حيث  $-\ell \leq m \leq \ell$  وهي تمثل درجة الاستقطاب أو رتبة الموجة المنتشرة على سطح فيرمي الممثلة بأحد التوافقيات من المنشور (A2) ،  $P_\ell^m(\cos \theta)$  توابع ليجنندر المرافقة ، أما الحد تحت الجذر فهو حد توحيد التوابع الكروية إلى الواحدة. تشكل هذه التوابع حلاً للمعادلة الحركية في نظرية السوائل الكوانتية عندما يكون سطح فيرمي ذو تناظر كروي. كما استخدمنا لإجراء التكاملات في كل حد من حدود منشور التوابع الكروية في العلاقة (14) التكاملات الآتية:

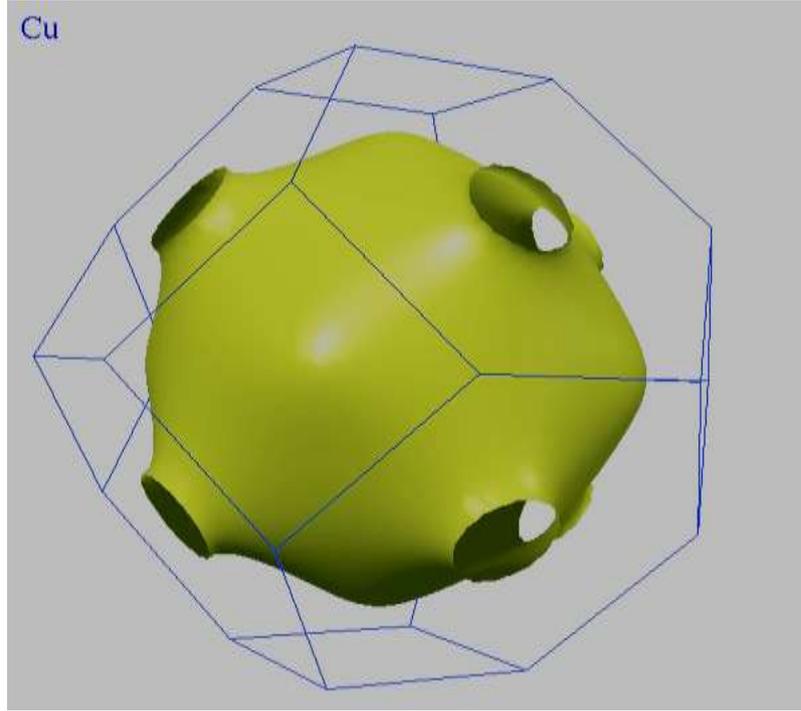
$$\int \sin^n ax \cdot \cos^m ax \cdot dx = -\left[ \frac{\sin^{n-1} ax \cdot \cos^{m+1} ax}{a(n+m)} \right] + \frac{n-1}{n+m} \int \sin^{n-2} ax \cdot \cos^m ax \cdot dx \dots\dots\dots(A3)$$

هذا التكامل خاص بتحويلات فورييه المضاعفة التي استخدمناها في عملية إزالة عدم التغير الغاليلي للجملة المدروسة. يبين الشكل (A1) تحويلات غاليليه وتحويلات لورنتز لسطح فيرمي. الخط المستمر يمثل سطح فيرمي الكروي. الخط النقطي يمثل الإزاحة في سطح فيرمي الناتجة عن تحويلات غاليلية . أما الخط (شحطة) فيمثل تحويلات لورنتز لسطح فيرمي.



الشكل (A1)

في الشكل (A2) يظهر سطح فيرمي شبه الكروي ، توصف المسارات والمنحنيات على سطح فيرمي بتوابع كروية تتبع الزاوية بين  $\vec{k}, \vec{k}'$  أنصاف أقطار نقطتين مختلفتين على السطح. أما التعرجات على السطح أي الزيادة عن الشكل الكروي يمكن التعبير عنها بسلسلة فورييه المضاعفة ، العلاقات (15).



الشكل (A2)

### المراجع:

- 1 – Christopher M, *Lecture note on field theory in condensed matter physics* .E-mail :christoer.mudry@psi.ch.PaulScherrerInstitut ,Switzrland,Chapter7(2013).
- 2 – Gerald L.Dinifer.DanielPinkel And Sheldon Schultz,in, *Experimental Determnation of Landau Fermi-Liquid parameters: spin wave in sodium and potassium*,phys.rev,B,V10,N8,p3159(1974).
- 3– Platzman P. and Walsh L.J., *Degenerate electron liquid*,phys.rev.B,V189,p680(1969).
- 4 – Landau L.D.,*J.Exp.Theo.Phys.*,V30,p.1058(1956.Landau L.D.V35,p97(1958).
- 5 -Gordon Baym and ChistopherPethick , *Landau Fermi- Liquid Theory, Concepts and Applications* .  
Willey – VCH Verlag&Co.KGaA. Wenheim ( Germany ) ,Chapter[1-5](2004).
- 6 - Silin,V.P.,*Fiz.Metall.and Metallowed.* 29,681 (1970).
- 7 – Shankar, R., *The Renormalization Group and Fermi liquid*. Sloane Physics Lab Yale University ,New Haven CTo6020 ,Chapter 1(1994).
- 8 – Ying ,S.C. and Quinn, J.J. *Spin Wave in a Degenerate Electron Lquid*.phys.rev.V180,N1,P218(1969).
- 9 – Negele, J.W. and Orland, H., *Quantum Many – Particle System*. Westview ,ISBN 07382-0052-2,P296(1998).
- 10 – Hansson, T.H.,*Fermi and LuttingerLiquids*.Fisi;um Stockholm Univrsity.<WWW.Fysik.su.se/hansson/cmft/notes/LN8>.pdf.
- 11 – BaJpani ,S.D..*Double Fourier Cosine – Jacobi Series. Note di Matematica* .VX111 – n.1,p.143-147(1993).

- 12– Dupuis, N. *Fermi Liquid Theory*.chapter4p270-318(2011).<WWW.lptmc.jussiu.fr/chapfl.pdf>.
- 13 – Abrikosov, A.A.,*Fundamentals of The Theory of Metals*. North-Holland NH,chapters 2,13(1988).
- 14 – Egilsson ,E. and Pethick,C.J..*Transition from First sound to Zero Sound in Normal Fermi Liquid*. Jour.of Low Temp. Phys.,V29,p12(1977).
- 15 – Nettleton, R.E..*Transverse zero sound and the Landau  $F_2$  parameter in liquid  $^3He$* . Jour.of Low Temp. Phys.,V24,p275(1976).
- 16 - Ji-Shng ,Chen.*Determination of Landau Fermi-Liquid parameters of strongly interacting fermions by means of a nonlinear scaling transformation*.Jou.of Statis. Mecha.,Theory and Exper.<(China),online at stacks.jop.org/JSTAT/2009/08002L>.
- 17 - K.Matsumoto,T.Ikegami,S.Ito,M.Kirigaya,andY.Okuda. *Zero and First Sound Velocity and Fermi Liquid Parameter in Normal Helium Three*> Jou. of Low Temp.Phys. Vol102,Nos1/2 ,p. 227 (1996).
- 18 – Saraga ,D.S. and Danel, Loss. *Fermi Liquid parameters in 2D with spin- orbit interaction*. <arXiv:cond-nat/050466172 .(13 Jul 2005)>.
- 19 - Friman ,B.L. and E.Krotscheck. *Zero Sound Spin Fluctuations and Effective Mass in Liquid  $^3He$* . Phys.Rev.Lett.Vol49 N23,p.1705 -1711 (1982).
- 20 – Andreev, A.F.andP,V.Shevchenko,*Nonlinear zero sound in normal Fermi liquid*.Zh.Eksp.Terr. Fizi.VO107 .p.1587 -1595.(May1995).
- 21 - Ying ,S.C. and J.J.Quinn . *degenerate electron liquid*, Phys.Reviwe, V180,N1,5 April,p5 (1969).
- 22- Piers, C. *Introduction to Many Body Physics* . <WWW.amazon.com,052186488,chapter 7(2011)>.
- 23 – Abrikosv,A.A.,and Gorkov, L.P. and Dzyaloshinsk, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*. Dver,New York ,p329(1964).
- 24 – Platzman ,P. and Walsh, L.J., *Degenerate electron liquid*. Phys.Rev.B,V189,p680(1969).
- 25 – Honerkamp ,C., *Fermi Liquid and the Renormalization* <[Group.honerkamp@physik.rwth](mailto:Group.honerkamp@physik.rwth)> – Aachen . de,p68(2011).