مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (6) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (6) 2015

انتشار الأمواج البنيوية (الصوت الأول) في بلازما فيرمي الكمية

الدكتورة نجاح قبلان*

(تاريخ الإيداع 9 / 7 / 2015. قُبِل للنشر في 1 / 12 /2015)

□ ملخّص □

تم في هذه الدراسة إدخال تابع التأثير المتبادل لأشباه الجسيمات إلى صيغة الطاقة في المعادلة الحركية للبلازما الكمية، إذ يمكن استخدام نموذج جديد كهذا لدراسة أشباه الجسيمات في بلازما فيرمي الكمية التي تحتوي بالأساس على حد كمي والموافقة لجهد بوم، عندما يكون متوسط المسافة الفاصلة بين أشباه جسيمات السائل البلازمي من مرتبة طول الموجة الحرارية لـ دوبروي. تم التعبير عن تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات، باستخدام توابع كروية في فراغ ثلاثي الأبعاد بمعاملات النشر للانداو من أجل $(\ell = 0,1,2)$، وباستخدام هكذا تمثيل تم الحصول على عبارات التبدد للأمواج البنيوية وطيف طاقتها في حالة التوازن الموضعي.

يعد استخدام بارامترات لانداو في هذه الدراسة جديداً مقارنة مع الدراسات الأخرى في هذا المجالالذي يمكن من خلاله الحصول على عبارات تبدد أكثر شمولية ودقة مع طيف طاقة جديد غير معروف من قبل في بلازما فيرمي الكمية.

الكلمات المفتاحية: نظرية سائل فرمي – أشباه الجسيمات – تابع التأثير المتبادل – بارامترات لانداو – ب لازما فرمي الكمية – جهد بوم .

*أستاذ مساعد– قسم الفيزياء– كلية العلوم – جامعة تشرين– اللاذقية – سورية

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية - سلسلة العلوم الأساسية المجلد (37) العدد (6) 2015
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (37) No. (6) 2015

Propagation of structural Waves (First Sound) in Quantum Fermi Plasmas

Dr. Najah Kabalan*

(Received 9 / 7 / 2015. Accepted 1 / 12 /2015)

□ ABSTRACT □

In this study, an Interaction Function between quasi particles has been introduced into an energy formula in Kinetic Equation of Quantum Plasmas. Such new type can be used to study quasi Particles of Quantum Fermi Plasmas, since it contains quantum term that is correlated with Bohm Potential, when the mean inter-particle distance is of the same order as the de-Broglie thermal wavelength. An interaction function between quasi particles has been expressed using spherical Functions in three-dimensional space with Landau's spread coefficients for($\ell = 0 , 1 , 2$). Using such representation led to obtaining the dispersion relation of the structural waves and its energy Spectrum in balanced local condition. The use of Landau parameters in this study isconsidered new comparing to other studies in this field. It allows us to get more generic and more precise dispersion relations with new previously unknown spectrum energy in Quantum Fermi Plasmas.

Key Words: Fermi Liquid Theory – quasi Particles – Interaction Function – Landau Parameters – Quantum Fermi Plasmas – Bohm Potential.

* **Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia Syria .**

مقدمة:

يؤدّي التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات في السوائل الكوانتية دوراً حاسماً في تحديد التغيرات التي تطرأ على كثافتها، ومن ثمّ ؛على طاقتها التي تنتفي عنها الصفة الجمعية، نظراً لكونها تابعاً لتابع التوزع لأشباه الجسيمات$\epsilon(\delta n)$، إذ ترتبط طاقة شبه الجسيم بطاقةبقية أشباه جسيمات الوسط. انطلاقاً من هذه الخاصية اقترح لانداو نظرية ظاهراتية$[1,2]$، والتي يمكن مقارنتها مع النظرية الخاصة بغاز فيرمي المثالي في درجات الحرارة المنخفضة .

لاقت نظرية لانداو في حينها صداً كبيراً من قبل المهتمين في هذا المجال، وتجلى ذلك من خلال الأبحاث التي قامبها عدد لا بأس به من الباحثين نذكر بعضاً من أبحاثهم على سبيل المثال لا الحصر $[13 - 3]$.قام كل من سيلين وكليمنتوفيتش$[3]$$(Silin - Klimontovich)$بإيجاد خواص الاهتزازات الخطية لبلازما الإلكترون في بلازما فيرمي الكثيفة، وفي خطوة لاحقة قام سيلين$(Silin)$بمتابعة هذه الدراسة لتشتمل على الحقل الكهرطيسي، إضافة لتابع توزع السبين على أساس نظرية لانداو $[4,10]$، في حين ؛ قام كلٍ من بوم $(Bohm)$ وبينس$[6]$$(Pinse)$ بدراسة خواص الاهتزازات الخطية للإلكترون في بلازما فيرمي الكثيفة، مع التركيز على العلاقة بين شبه الجسيم المفرد والسلوك الجماعي وأوجد طيف الإثارة للبلازما الكمية، التي تبحث في خواص التبدد لاهتزازات بلازما الإلكترون.

يعد كلٌ من $(Abrikosov)$ و $(Pethick)$ و $(Baym)$ من أهم الباحثين الذين تبنوا نظرية سائل فيرمي وعملوا على تطويرها$[5 , 8 , 12 , 13]$،إذ تمكنوا من تقديم دراسة وافية في حينه حول خصائص سائل فيرمي، إضافة لدراسة انتشار الأمواج البنيوية في أوساط كهذه، وفي خطوة لافتة أثبت Platzmann[7]تجريبياً أنَ تابع التأثير المتبادل لأشباه الجسيمات هو المسؤول عن ظهور أمواج بنيوية في الجمل البلازمية الكمية التي تصنف ضمن سائل فيرمي الكمي، كما أوجد كلٍ من $(Ying)$ و $[9]$$(Quinn)$نموذجاً محدداً لتابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات في سائل فيرمي، وافترضا أنَ هذا التابع يأخذ قيمة ثابتة.

أضحت نظرية لانداو مؤخراً محط اهتمام عدد كبير من الباحثين المهتمين بدراسة فيزياء البلازما $[20 - 14]$، نظراً للجوانب التطبيقية المتنوعة في المجال النانوي $[16 - 14]$ كالنقط الكمية والأسلاك الكمية والبصريات الكمية واللاخطية والبلازما الميكروية والبلازما الفائقة البرودة وبلازما الحالة الصلبة، إضافة لأهميتها في فيزياء البعد الواحد وفي التطبيقات الفضائية المختلفة وفي مجال علم الفلك الفيزيائي داخل النجوم العملاقة والأقزام البيض والنجوم النيوترونية .. الخ، والتي لها كثافات هائلة وحقول مغناطيسية قوية $[16 - 14]$، والتأثيرات العالية الشدة اللازمة للزيادة المستمرة للقدرة الليزرية، إضافة لأهمية التأثيرات الإحصائية الكمية في البلازما الكثيفة$[19 - 17]$.

ظهرت في الآونة الأخيرة عدة أبحاث، والتي تتناول السلوك الجماعي للبلازما الكمية باستخدام جملة من المعادلات الهيدروديناميكية $[25 - 20]$، التي أظهرت أهمية إدخال جهد بوم $(BohmPotential)$إلى هذه المعادلات، والذي يضفي البعد الكمي لهذا النوع من الدراسات، إضافة لارتباطه بتدرج كثافة أشباه الجسيمات وتناسبه مع كتلتها الفعالة التي يمكنها أن تأخذ قيماً أكبرأو أصغر من القيمةالحقيقية للكتلة، والذي يؤثر بدوره على انتشار الأمواج البنيوية.

أمكن من خلال الأبحاث$[20, 23 ,24]$الحصول على نتائج جديدة فيما يتعلق بكلٍ من عبارات التبدد الموافقة لانتشارالأمواج البنيوية وسرعة طورها وإمكانية نقلها للمعلومة، والحصول علىنوع جديد من الأمواج يختلف من حيث المنشأ عن الأمواج المعروفة في البلازما، ولمعرفة ماهية الأمواج البنيوية المنتشرة في السوائل الكوانتية تمت من خلال

الأبحاث $\left[11 \text{ و } 28 - 26\right]$ دراسة آلية الانتقال من الصوت الأول إلى الصوت الصفري في سائل فرمي باتباع طرق وتقنيات مختلفة .

أهمية البحث وأهدافه :

تكمن أهميةهذا البحث من خلالإمكانية إجراء تعديل جوهري على المعادلة الحركية للبلازما الكمية التييمكن استخدامهاللحصول على معطيات جديدة يمكن من خلالها الدمج بين سائل فيرمي والبلازما الكمية، ضمن مفهوم بلازما فيرمي الكمية، والحصول على عبارات تبدد تحتوي على بارامترات لانداو، والتي تفتقر إليها عبارات التبدد التي تصف انتشار الأمواج البنيوية في بلازما فيرمي الكمية، والتي تقود بدورها إلى تحقيق جملة من الأهداف من أهمها:

1 -الحصول على صيغة جديدة لمعادلة الحركةيدخل فيها تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات في بلازما فيرمي الكمية.

2 -نشر المعادلة الناتجة وفق توابع كروية بتابعية بارامترات النشر للانداو (F_ℓ^s) من أجل $(\ell = 0\,,1\,,2)$

3 -إيجاد عبارات التبدد للأمواج البنيوية بتابعية بارامترات النشر للانداو.

4 -إيجاد كلٍ من سرعة الطور وسرعة المجموعة للمويجات المنتشرة والناتجة عن ظهور اضطرابات متعددة تتعلق سعاتها ببارامترات النشر للاندار وتختلف قيمة كل سعة من هذه السعات باختلاف قيم هذه البارامترات .

5 -تسليط الضوء على النتائج الجديدة المنجزة من خلال هذا البحث وإمكانية الاستفادة منها في متابعة هكذا نوع من الأبحاث .

طرائق البحث ومواده :

تتلخص طريقة العمل المتبعة لإنجاز هذا البحث كالآتي:

1 -استخدام معادلة الحركة المستخرجة حديثاً من قبل [24 , 23 , 20].

2 -تطوير هذه المعادلة بإدخال حد اضطرابي للطاقة من المرتبة الثانية.

3 -استخدام تابع التأثير المتبادل والمستخرج سابقاً بعد[9] إجراء تعديل جوهري عليه في سياق هذا البحث.

4 -إيجاد المعادلة الحركية بصيغة جديدة بعد إدخال التعديلات السالفة الذكر.

5 -نشر المعادلة الحركية الناتجة بتوابع كروية.

6 -إيجاد عبارات التبدد الموافقة لانتشار الأمواج البنيوية وسرعة انتشار هذه الأمواج في بلازما فيرمي الكمية.

انطلقنا في عملنا هذا من معادلة الحركة المستخرجة حديثاً من قبل $(Tsintsandze)$ وزملاءه [24 , 23 , 20] ، لما لها من أهمية بالغة في مجال دراسة طيف الطاقة في بلازما فيرمي الكمية وعلى وجه الخصوص طيف الطاقة لبوغوليوبوف $(Bogolyubov)$[25]، إذ يمكن من خلال هذه المعادلة إيجاد عبارات التبدد للأمواج البنيوية وعلى وجه الخصوص كلٍ من الصوت الصفري والصوت الأول والثاني والثالث والرابع ... الخ .

تعطى معادلة الحركة المذكورة أعلاه[23] بالعلاقة الآتية:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left(\vec{\vartheta}\vec{\nabla}\right)f - \vec{\nabla}\delta\epsilon\left(\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}\right) + \frac{\hbar^2}{2M^*}\vec{\nabla}\Delta\frac{\delta n}{n_0}\left(\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}\right) = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{coll} \quad (1)$$

تشير الرموز f و $\vec{\vartheta}$ و ϵ و $\vec{p}$ و n_0 و δn و $\left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{coll}$و $M^* = M(1 + F_1^s/3)$إلى كلٍ من تابع التوزع لأشباه الجسيمات وسرعتها والطاقة وكمية الحركةوكثافة أشباه الجسيمات في وضع التوازن وتغير الكثافة وحد تكامل التصادم، إضافة للعلاقة بين الكتلة الفعالة لشبه الجسيم M^* من جهة وكلٍ من كتلته M وبارامتر لانداو F_1^s من جهة أخرى.

لإيجاد الحلول الخطية لهذه المعادلة نفرض أنَالتغير (δf) في تابع التوزع أصغر بكثير من هذا التابع أي أنَ: $(\delta f \ll f)$،حيث ينتشر الصوت الأول في الأوساط الهيدروديناميكية في حالة التوازن الموضعي عند تحقق الشرط االهيدروديناميكي $(\omega\tau \ll 1)$. تشير (ω) إلى تواتر الموجةكما ويعطى تغيركلٍ من تابع التوزع بالنسبة لكلٍ من كميتي الحركة $\left(\vec{p}\,\text{و}\,\acute{\vec{p}}\right)$الموافقين لشبهي جسيمين متفاعلين،والتدرج المكاني لتغير طاقة شبه الجسيم المدروس (ϵ) على التوالي كالآتي :

$$\left.\begin{aligned} \delta f_{\vec{p}} = \delta n_{\vec{p}} = -\left(\frac{\delta n_{\vec{p}}^{0}}{\delta \epsilon_{\vec{p}}}\right) u_{\vec{p}}\ ;\ \frac{\delta n}{n_0} = \left(\frac{3M^*}{p_F^2}\right) e^{-(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \textstyle\sum_{\vec{p}} \delta n_{\acute{\vec{p}}} \\ Q\left(\vec{p},\acute{\vec{p}}\right) = \textstyle\sum_{\ell} f_{\ell}^{s(a)} p_{\ell}\left(\theta_{\vec{p}\acute{\vec{p}}}\right) \\ \vec{\nabla}\delta\epsilon = \left(i\vec{k}\right) \textstyle\sum_{\acute{\vec{p}}} Q\left(\vec{p},\acute{\vec{p}}\right) \delta n_{\acute{\vec{p}}}\left(\vec{k},\omega\right) e^{-(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \end{aligned}\right\} (2)$$

$\vartheta_F = \left(\frac{\delta \epsilon_{p\sigma}^{0}}{\delta \mathrm{p}}\right)_{p=p_F}$: سرعة أشباه الجسيمات على سطح فرمي و ϵ_F: طاقة فيرمي

$u_{\vec{p}}$ و $u_{\acute{\vec{p}}}$:سعتي الاضطراب على سطح فيرمي والموافقين لشبهي جسيمين متفاعلين على هذا السطح

$Q\left(\vec{p},\acute{\vec{p}}\right)$: تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات والمتعلق بكمية حركة شبهي الجسيمين المتفاعلين $\left(\vec{p},\acute{\vec{p}}\right)$،

ويتألف هذا التابع في الحالة العامة من حدين جسيمي وسبيني يعودان بالأساس إلى حالتي التناظر واللاتناظر $s(a)$ لتوافقيات ليجندر $p_{\ell}\left(\theta_{\vec{p}\acute{\vec{p}}}\right)$ على سطح فيرمي على التوالي.

هذا ويعبر عن كلٍ من $\delta f_{\vec{p}}$ و $\delta\epsilon$ بتابعية كلٍ من التردد (ω) والعدد الموجي $\left(\vec{k}\right)$ بالعلاقتين الآتيتين على التوالي:

$$\delta f_{\vec{p}} = \delta n_{\vec{p}}(\vec{r},t) = \delta n_{\vec{p}}\left(\vec{k},\omega\right) e^{-(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (3)$$

$$\delta\epsilon = \textstyle\sum_{\acute{p}} Q\left(\vec{p},\acute{\vec{p}}\right) \delta n_{\acute{\vec{p}}} e^{-(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (4)$$

ومن ثم ، فإنَ:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\delta f_{\vec{p}} = \frac{\partial}{\partial t}\delta n_{\vec{p}} = -i\omega\delta n_{\vec{p}} \\ \delta n_{\vec{p}} = -\left(\frac{\partial n_p}{\partial \epsilon_p}\right) u_{\vec{p}}\ ;\quad \delta n_{\acute{\vec{p}}} = -\left(\frac{\partial n_p}{\partial \epsilon_p}\right) u_{\acute{\vec{p}}} \\ \vec{\nabla}\Delta\left[\left(\frac{3\hbar^2}{4p_F^2}\right) e^{-i(\omega t - kr)} \textstyle\sum_{\acute{\vec{p}}} \delta n_{\acute{\vec{p}}}\right] = -ik\left(\frac{3k^2\hbar^2}{4p_F^2}\right) \textstyle\sum_{\acute{\vec{\mathrm{p}}}} \delta n_{\acute{\vec{p}}} e^{-i(\omega t - kr)} \end{aligned}\right\} (5)$$

من جهة أخرى يمكن نشر كلٍ منتابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات $Q\left(\vec{p},\acute{\vec{p}}\right)$ والاضطرابين $\left(u_{\vec{p}}\,\text{و}\,u_{\acute{\vec{p}}}\right)$ على سطح فيرمي بتوابع كروية بالشكل الآتي:

$$\left.\begin{array}{c}\sum_{\vec{p}} Q(\vec{p},\vec{p})u_{\vec{p}} = \sum_{\ell,|m|\leq\ell} A_\ell u_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta,\varphi) \\ u_{\vec{p}} = \sum_{\ell,|m|\leq\ell} u_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta,\varphi) \\ u_{\acute{\vec{p}}} = \sum_{\acute{\ell},|\acute{m}|\leq\acute{\ell}} u_{\acute{\ell} m} Y_{\acute{\ell}\acute{m}}(\theta,\varphi)\end{array}\right\} (6)$$

$u_{\ell m}$: سعة الاضطرابالموافقة لبارامتري النشر $(\ell\ ,m)$.

في دراستنا هذه يأخذ حد تكامل التصادم الشكل الآتي:

$$\left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{coll} = \sum_\ell \frac{(1+A_\ell)}{\tau_\ell} u_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta,\varphi) (7)$$

و $A_\ell = \left(\frac{F_\ell^s}{2\ell+1}\right)$ و F_ℓ^s : بارامترات لانداو في حالة التناظر (s) و ℓ : بارامتر النشر من أجل $\ell|m| \geq$

و τ_ℓ : زمن الاسترخاء المرتبط بالتصادم بين أشباه الجسيمات و $Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$: تابع كروي.

بتعويض العبارات أعلاه في معادلة الحركة (1) نحصل بعد سلسلة من العمليات الرياضية والاختصارات اللازمة لهذا الغرض على المعادلة التحليليةالآتية :

$$\sum_\ell u_{\ell m} Y_{\ell m}\left[\lambda - \frac{(1+A_\ell)}{\tau_\ell}\right] - \sum_\ell \cos\theta(1 + A_\ell + \delta)\sum_{\ell,m} u_{\ell \mathrm{m}} Y_{\ell \mathrm{m}} = 0 \qquad (8)$$

$\delta = \left(\frac{3k^2\hbar^2}{4p_F^2}\right)$: الحد الكمي في معادلة الحركة والناتج عن جهد بوم الكمي.

θ : الزاوية المحصورة بين كلٍ من$(\acute{\vec{p}}\ \text{و}\ \vec{p})$ الممتدين من مركز كرة فرمي إلى سطحها.

$\lambda = \frac{\omega}{k.\vartheta_F}$ و (ω): التواتر الزاوي و (k): العدد الموجي.

انطلاقاً من المعادلة (8)تم القيام بما تبقى من حسابات على مرحلتين كالآتي:

المرحلة الأولى :

بنشر المعادلة (8) من أجل بارامتر النشر$(\ell = 0\ ;1)$تم الحصول على المنشور الأتي :

$$\left\{\left[\lambda - \frac{(1+\mathrm{F}_0^s)}{\tau_0}\right] - \cos\theta[(1+\mathrm{F}_0^s)+\delta]\right\} u_{0,0}Y_{00} + \left\{\left[\lambda - \frac{\left(1+\frac{\mathrm{F}_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\right] - \cos\theta\left[\left(1+\frac{\mathrm{F}_1^s}{3}\right)+\right.\right.$$

λ−1+F 1s3 τ1−cosθ1+F 1s3+δu1,−1 Y1,−1+λδu1,0 Y1,0+
−1+F 1s3 τ1−cosθ1+F 1s3+δu1,1 Y1,1=0 9

علماً أنَ:

$$\left.\begin{array}{ccc}Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} & ; & Y_{1,0} = (\sqrt{3})Y_0^0\cos\theta \\ Y_{1,1} = -\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)Y_0^0 \sin\theta\, e^{i\varphi} & ; & Y_{1,-1} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)Y_0^0 \sin\theta\, e^{-i\varphi}\end{array}\right\} (10)$$

لإيجاد طيف الطاقة الخاص بانتشار الصوت الأول في بلازما فرمي الكمية أنجزتالمرحلة الأولى وذلك بضرب طرفي المعادلة(9) بكلٍ من $(Y_{0,0})$ و $(Y_{1,0})$ و $(Y_{1,-1})$ و $(Y_{1,1})$ على التوالي مما أدى إلى الحصول على أربع معادلات منفصلة، وبمكاملة طرفي كل معادلة من المعادلات الناتجة، على الزاوية المجسمة $d\Omega =$ ${Y_{0,0}}^2 \sin\theta d\theta d\varphi$

والقيام بالحسابات الرياضية اللازمة تم الحصول على المعادلات الآتية:

$$\left[\lambda-\frac{(1+F_0^s)}{\tau_0}\right]u_{0,0}-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]u_{1,0}=0 \qquad (11)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\right]u_{1,0}-\frac{1}{\sqrt{3}}[(1+F_0^s)+\delta]u_{0,0}=0 \qquad (12)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\right]u_{1,1}=\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\right]u_{1,-1}=0 \qquad (13)$$

تحتوي هذه المعادلات على كلٍ من بارامترات لانداو والحد الكمي لبوم $\delta=\left(\frac{3k^2\hbar^2}{4p_F^2}\right)$

لإيجاد عبارات التبدد الموافقة لانتشار الأمواج البنيوية في بلازما فيرمي الكمية تم حذف كلٍ من $\left(u_{0,0}\right.$ و $u_{1,0}$ و $u_{1,1}$ و $\left.u_{1,-1}\right)$ من المعادلات$(11-13)$للحصول على الطيف الطاقي الآتي :

$$\omega_{1,1}=\omega_{1,-1}=(k\vartheta_F)\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1} \qquad (14)$$

$$\left.\begin{array}{c}\omega_{0,0}=\omega_{1,0}=\left(\frac{k\vartheta_F}{2}\right)\left\{\left[\left(\frac{1+F_0^s}{\tau_0}\right)+\left(\frac{1+\frac{F_1^s}{3}}{\tau_1}\right)\right]\pm\right.\\ \sqrt{\left[\left(\frac{1+F_0^s}{\tau_0}\right)-\left(\frac{1+\frac{F_1^s}{3}}{\tau_1}\right)\right]^2+\frac{4}{3}\left[(1+F_0^s)+\frac{3\hbar^2k^2}{4p_F^2}\right]\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\frac{3\hbar^2k^2}{4p_F^2}\right]}\end{array}\right\} \qquad (15)$$

المرحلة الثانية:

بنشر المعادلة(8) من أجل بارامتر النشر $(\ell=0\,;1;2)$يتم الحصول على منشور مشابه لما هو وارد في العلاقة (9)، إلا أنَ المنشور الجديد يحتوي على حدود إضافية ناتجة عن توسيع دائرة النشر.

بالقيام بإجراءات رياضية مماثلة لتلك التي أجريت في المرحلة الأول، وذلك بضرب المنشور الناتج بكلٍ من $(Y_{0,0})$ و $(Y_{1,0})$ و $(Y_{1,-1})$ و $(Y_{1,1})$ و $(Y_{2,0})$ و $(Y_{2,1})$و$(Y_{2,-1})$ و $(Y_{2,-2})$و $(Y_{2,2})$على التوالي تنتج جملة من المعادلات علماً أنَ :

$$\left.\begin{array}{c}Y_{2,1}=-\sqrt{\frac{15}{2}}Y_0^0\sin\theta\cos\theta e^{i\varphi}\;;\;Y_{2,-1}=\sqrt{\frac{15}{2}}Y_0^0\sin\theta\cos\theta e^{-i\varphi}\\ Y_{2,2}=\sqrt{\frac{15}{8}}Y_0^0 sin\theta^2e^{i2\varphi}\quad;\quad Y_{2,-2}=\sqrt{\frac{15}{8}}Y_0^0 sin\theta^2e^{-i2\varphi}\\ Y_{2,0}=\frac{\sqrt{5}}{2}Y_0^0(3cos\theta^2-1)\end{array}\right\} \qquad (16)$$

بمكاملة طرفي كل معادلة من المعادلات الناتجة، على الزاوية المجسمة $d\Omega={Y_{0,0}}^2 sin\theta d\theta d\varphi$

والقيام بالحسابات الرياضية اللازمة يتم الحصول على جملة المعادلات الآتية:

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]u_{2,-2}-\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]u_{2,2}=0 \qquad (17)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]u_{2,-1}-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]u_{1,-1}=0 \qquad (18)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]u_{2,1}-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]u_{1,1}=0 \qquad (19)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_2}\right]u_{1,-1}-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]u_{2,-1}=0 \qquad (20)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_2}\right]u_{1,1}-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]u_{2,1}=0 \qquad (21)$$

$$\left[\lambda-\frac{(1+F_0^s)}{\tau_0}\right]u_{0,0}-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]\right]u_{1,0}-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]u_{2,0}=0 \qquad (22)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\right]u_{1,0}-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[(1+F_0^s)+\delta\right]u_{0,0}-\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]u_{2,0}=0 \qquad (23)$$

$$\left[\lambda-\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]u_{2,0}-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left[(1+F_0^s)+\delta\right]u_{0,0}-\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]u_{1,0}=0 \qquad (24)$$

للحصول على عبارات التبدد، وبالتالي طيف الطاقة الموافق لانتشار الأمواج البنيوية في بلازما فيرمي الكمية، تم حذف سعات الاضطراب $(u_{\ell,m})$ من جملة المعادلات $[17-24]$، وبما أنَ سعتي الاضطراب $(u_{2,2})$ و $(u_{2,-2})$ غير معدومتين حسب معطيات البحث، يكون للمعادلة (17) الحلين المتطابقين الآتيين :

$$\omega_{2,2}=\omega_{2,-2}=(k\vartheta_F)\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2} \qquad (25)$$

تكون سرعة انتشار الموجة البنيوية الناتجة عبارة عن:

$$\vartheta_{ph}=\vartheta_F\left[\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right] \qquad (26)$$

بحذف $(u_{1,-1})$ و $(u_{2,-1})$ من جملة المعادلتين (18) و (20)و $(u_{1,1})$ و $(u_{2,1})$ من المعادلتين (19) و (21) تنتج معادلتين من الدرجة الثانية بالنسبة للتردد (ω)متطابقتين، ويعبر عنهما وفق عبارة التبدد الآتية:

$$\left(\frac{\omega}{k\vartheta_F}\right)^2-\left(\vartheta_F{}^2\right)\left[\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}+\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]\left(\frac{\omega}{k\vartheta_F}\right)+\left[\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\cdot\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]-\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}=0 \qquad (27)$$

لهذه المعادلة حلولاً متطابقة من الشكل:

$$\omega_{1,-1}=\omega_{2,-1}=\omega_{1,1}=\ \omega_{2,1}=$$

$$=\left(\frac{k\vartheta_F}{2}\right)\left[\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}+\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]\left\{1\pm\left[1-\left(\frac{4}{5}\right)\frac{\left[5\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\cdot\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}-\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]\cdot\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]\right]}{\left[\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}+\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]^2}\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \qquad (28)$$

وتعطى سرعة انتشار الموجة البنيوية الناتجة بالعلاقة الآتية:

$$\vartheta_{ph} = \left(\frac{\vartheta_F}{2}\right)\left[\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}+\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]\left\{1 \pm \left[1-\left(\frac{4}{5}\right)\frac{\left[5\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\cdot\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}-\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]\cdot\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]\right]}{\left[\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}+\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right]^2}\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad (29)$$

بمعالجة مماثلة لما هو وارد أعلاه يمكن حذف سعات الاضطراب $(u_{0,0})$ و$(u_{1,0})$ و $(u_{2,0})$ من المعادلات $(22-24)$ والحصول على معادلة من الدرجة الثالثة بالنسبة لـ(ω) تعطى بالعلاقة الأتية:

$$\left(\frac{\omega}{k\vartheta_F}\right)^3+\alpha\left(\frac{\omega}{k\vartheta_F}\right)^2+\beta\left(\frac{\omega}{k\vartheta_F}\right)+\gamma=0 \quad (30)$$

علماً أن:

$$\alpha=\left[\frac{(1+F_0^s)}{\tau_0}+\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}+\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}\right] \quad (31)$$

$$\beta = \left[\frac{(1+F_0^s)}{\tau_0}+\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}\right]\cdot\frac{\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)}{\tau_2}+\frac{(1+F_0^s)}{\tau_0}\cdot\frac{\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)}{\tau_1}-\left(\frac{1}{15}\right)\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\right.$$

δ−541+F0s+δ1+F2s5+δ−131+F0s+δ1+F1s3+δ32

$$\gamma = \left\{\left(\frac{1}{15}\right)\left[\left(1+\frac{F_1^s}{3}\right)+\delta\right]\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\delta\right]\left(\frac{(1+F_0^s)}{\tau_0}\right)+\left(\frac{5}{4}\right)\left[1+F_0^s+\delta\right]\left[\left(1+\frac{F_2^s}{5}\right)+\right.\right.$$

δ1+F1s3τ1+131+F0s+δ1+F1s3+δ1+F2s5τ2−1+F0sτ01+F1s3τ11+F2s5τ2−131
+F0s+δ1+F1s3+δ1+F2s5+δ33

للمعادلة (30)حلولاً من الشكل:

$$\omega=(k\vartheta_F)\left\{\sqrt[3]{-\frac{A}{2}+\sqrt{\frac{A^2}{4}+\frac{\sigma^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{A}{2}-\sqrt{\frac{A^2}{4}+\frac{\sigma^3}{27}}}-\frac{\alpha}{3}\right\} \quad (34)$$

علماً أنَ:

$$A=\left(\gamma-\frac{\alpha\beta}{3}+\frac{2\alpha^3}{27}\right) \qquad ; \qquad \sigma=\left(\beta-\frac{\alpha^2}{3}\right)\} \quad (35)$$

النتائج والمناقشة:

تمكنا من خلال هذا البحث من تطوير المعادلة الحركية والمعروفة جيداً في فيزياء البلازما، بإدخال تابع التأثير المتبادل إلى عبارة الطاقة، ومن ثم نشر المعادلة الناتجة بتوابع كروية بتابعية بارامترات لانداو، إذ أمكن من خلالها الحصول على جملة من عبارات التبدد، والتي تفيد في تطوير دراسة انتشار الأمواج البنيوية في بلازما فيرمي الكمية

بتابعية بارامترات لانداو ،ففي الحالة الخاصة والموافقة لإهمال كلٍ من حد تكامل التصادم والحد الكمي تختصر العلاقة(15)إلى الصيغة المبسطة الآتية:

$$\omega_{0,0} = \omega_{1,0} = \left(\frac{k\vartheta_F}{\sqrt{3}}\right) \quad (36)$$

تتطابق هذه العلاقة مع عبارة التبدد، و من ثم ؛ مع سرعة انتشار الصوت الأول في سائل فيرمي، التي تم التوصل إليها في العديد من الأبحاث نذكر منها $\left[13 \text{ و } 5\right]$،وهذا ما يؤكد صحة النتائج التي تم التوصل إليها من خلال هذا البحث في مجال بلازما فيرمي الكمية،وإلى إمكانية الحصول على انتشار الأمواج البنيوية في السوائل الكوانتية انطلاقاً من البنى الرياضية المعتمدة لدراسة هكذا نوع من المواضيع في بلازما فيرمي الكمية، وبناءً عليهتعد نتائج هذا البحث أشمل من سابقاتها في مجال سائل فيرمي، والتي لا تتضمن المويجات الثانوية،إذ يلاحظ ظهور المويجات الثانوية$\left(\omega_{1,-1} \text{ و } \omega_{1,1}\right)$في العلاقة (14) و $\left(\omega_{2,2} = \omega_{2,-2}\right)$ في العلاقة (25) و$\left(\omega_{1,-1}, \omega_{2,-1} \text{و} \omega_{1,1} \text{و} \omega_{2,1}\right)$ في العلاقة (28) وهذا يشير بدوره إلى أهمية إدخال حد تكامل التصادم في هذه الدراسة نظراً لقدرته على إظهار المويجات الثانوية كتابع لكلٍ من أزمنة الاسترخاء وبارامترات لانداو في الحالة الموافقة لكون بارامتر النشر $(m \neq 0)$.

تعد هذه النتيجة جديدة كل الجدة بالنسبة لانتشار الأمواج البنيوية في بلازما فيرمي الكمية، إذ تبين الدراسات السابقة في هذا المجال إمكانية انتشار أمواج بنيوية في بلازما فيرمي الكمية، إلا أنها لم تتناول ارتباط عبارات التبدد المستخرجة ببارامترات لانداو، ومن ثمّ ؛صلة الوصل بين سرعة انتشار هذه الأمواج وبارامترات لانداو. بإلقاء نظرة متأنية على عبارات التبدد التي حصلنا عليها من خلال هذا العمل، نلاحظ وجود ثلاث حزم من الأمواج لكلٍ منها سلوكاً مغايراً عن الأخرى. تتمثل الحزمة الأولى من خلال عبارتي التبدد (14) و (25)، التي لا تتأثر بإشارة البارامتر (m)، و الموافقة لكون $(|m| = \ell)$، الذي يؤكد مرة أخرى أنَ تابع التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات يتعلق بالحد المداري لتابع التأثير المتبادل،كما أنَ سرعة طور الموجة البنيوية المنتشرة تتناسب طرداً مع سرعة فيرمي وعكساً مع زمن الاسترخاء (τ_ℓ) وبارامتر لانداو $\left(F_\ell^S\right)$ فقط، ومستقلة عن بقية بارامترات لانداو، هذا ويتميز هذا النوع من الأمواج بعدم قدرته على نقل الطاقة، وبالتالي عدم نقل أية معلومة تتعلق بهذه الموجة، وعلى العكس من ذلك فإنَ الحزمة الثانية تتميز بكون طيف الطاقة الموافق لبارامتر النشر $(|m| \neq \ell)$، يتعلق بجميع بارامترات لانداو ذات الصلة، إضافة لارتباطه بزمن الاسترخاء (τ_ℓ) من أجل $(|m| \neq \ell)$ ، كما هو موضح في العلاقتين (15) و (30)وبقدرة الأمواج البنيوية الموصوفة من خلال عبارتي التبدد هاتين بنقل الطاقة، وعليه ؛ المعلومة عبر البلازما الكمية نظراً لكون سرعة المجموعة غير معدومة.

تتجسد الحزمة الثالثة من الأمواج من خلال عبارة التبدد (30)، والموافقة لكون $(\ell = 0\,,1,2)$ و $(m = 0)$، التي لها ثلاثة حلول متمايزة . يلاحظ من خلال عبارة التبدد هذه، أنَ سرعة انتشار الموجة البنيوية ترتبط بجميع بارامترت لانداو $\left(F_\ell^s\right)$ وبأزمنة الاسترخاء (τ_ℓ) من أجل $(\ell = 0\,;1\,;2)$كما هو واضح من خلال العلاقات $(31 - 29)$.

يلاحظ من خلال العلاقة (34) أنَ للتردد (ω) حدين حقيقي وعقدي في الحالة العامة ، وهذا يدل على فقد الموجة للطاقة أثناء انتشارها عبر الوسط البلازمي، كما أمكن من خلال هذه العبارة الحصول على ثلاثة حلول ترتبط جميعها بكلٍ من بارامترات لانداو $\left(F_\ell^s\right)$ وأزمنة الاسترخاء (τ_ℓ) من أجل $(\ell = 0\,,1\,,2)$ بصورة أشمل وأكثر تعقيداً، مقارنة ببقية النتائج المتحصل عليها من خلال هذا العمل، والذي يساهم بدوره في الحصول على نتائج يمكن

من خلالها فهم آلية التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات في بلازما فيرمي الكمية من خلال التداخل الحاصل بين المويجات البنيوية المنتشرة، وعلاقتها بفقد الطاقة بصورة أعمق من ذي قبل.

الاستنتاجات والتوصيات:

بإدخال تابع التأثير المتبادل إلى حد الطاقة في معادلة الحركة لبلازما فيرمي الكمية، تم الحصول بعد نشرها بتوابع كروية على صيغة جديدة لهذه المعادلة، والتي أمكن من خلالها إيجاد كلٍ من طيف الطاقة وسرعة انتشار الأمواج البنيوية ضمن الشرط الهيدروديناميكي $(\omega\tau_\ell \ll 1)$في بلازما فيرمي الكمية، كما تم التوصل إلى نتيجة مفادها أنَ طيف الطاقة الناتج، متنوع وغني بالمعاني الفيزيائية، ويرتبط بكلٍ من زمن الاسترخاء وبارامترات لانداو وفقاً لقيم البارامتر (m)، كما لوحظ استقلالية طيف الطاقة، ومن ثم ؛ سرعة الطور عن إشارة (m)، من أجل $(|m| = \ell)$، يعود السبب في ذلك إلى كون بارامترات لانداو المستخدمة تحقق حالة التناظر لتابع التأثير المتبادل، إضافة لذلك تم الحصول على باقة من أطياف الطاقة، يسلك بعضاً منها سلوكاً مستقلاً عن بقية الأطياف ويسلك البعض الآخر سلوكاً جماعياً من أجل $(|m| \neq \ell)$، وبناءً عليه يمكن القول : إن الاستمرار في هذا المجال يفتح آفاقاً واسعة حول سلوك هكذا نوع من السوائل الكوانتية والتعرف على خواصها الفيزيائية والجوانب التطبيقية المحتملة، بناءً على النتائج السابقة يقدم هذا البحث معلومات جديدة يمكن الاستفادة منها في دراسة الخواص الكهربائية والحرارية للوسط البلازمي في الحالة المستقرة كالحرارة النوعية والطواعية المغناطيسية، والأفلام الرقيقة لـ $\left({}^3H_e\right)$ من خلال العلاقة بين سرعة انتشار هذه الأمواج والاستقطاب وفي الحالة الانتقالية والموافقة لأية جملة مكونة من جسيمات فيرمي بصرف النظر عن شدة تأثيرها، طالما أنَ أشباه الجسيمات تخضع لإحصاء فيرمي.كما يساهم انتشار الأمواج البنيوية في بلازما فيرمي الكمية في تشخيص البلازما بصورة أكثر دقة، مع أنَ هنالك جوانب كثيرة وهامة لم نتطرق إليها من خلال هذا البحث .

نظراً لأنَ هذا البحث يركز على مسألة نظرية بحتة تختص فقط بالبحث عن صيغة رياضية يمكن من خلالها الحصول على نتائج ذات معنى في مجال الأمواج البنيوية، والذي تطلب الكثير من الوقت والجهد، وعليه ؛ نوصي

1 - متابعة هذا البحث لدراسة تأثير الكتلة الفعالة على انتشار الأمواج البنيوية، التي لها دور كبير في مختلف التطبيقات الفيزيائية.

2 - الاستفادة من هذه النتائج وتحليلها بيانياً باستخدام برامج خاصة لهذا الغرض.

المراجع :

[1] LANDAU, L. D. Soviet J. Phys. JETP 8, p70, (1959) .

[2] LANDAU, L. D. *The Theory of Fermi Liquid*. Zh. EkSP. Teor. Fiz. 30, 1058 ,1956[Engl. TranslSoviet J. Phys. JETP V3 p. 920, (1957)] .

[3] KLIMONTOVICH, Yu. L. ; SILIN, V. P. , Zh. EKSP. Teor. Fiz. 23, 1952, 151 .

[4] SILIN, V. P. ;Zh. EXSP. Teor. Fiz. 33, 1957, 1227 (Sov. Phys.- JETP 6 1958, 945 .

[5] ABRIKOSOV, A. A. ; KHALATNIKOV, I. M. , Rept. Progr. Phys. 22, 1959, 329 .

[6]BOHN, D. ;PINES, D.*in Plasma physics*. edited by Drummond, J. E. New York ; McGraw- Hill, 1961 .

[7] PLATZMANN, W. ; Wollff, P. A.*Supplement 13 Solid State Physics*,New York Academic Press Chpters 2,6, 1973, 220 .

[8]PETHECK, G. J., Phys. Rev. 185, 1969 , 384 .

[9] YING, S. C. ; QUEEN, J.J.*Degenerate Electron Liquid*. Phys. Rev. Vol. 180, No. 1, 1969,456 .

[10]SILIN, V. P. *FizMetall and Metalloned, Spin Wave*,Soviet. Phys. JETP 29, 1970 , 681

[11]EGILSSON, E, ; PETHECK, G. J.,*The Transition from First Sound to Zero Sound In a normal Fermi Liquid, Journal of Low Tempratur*. Phys. Vol. 29 , No s 1/ 2, *A* 1977.

[12] BAYM, G. ; PETHECK, G. J. , *The Theory of Liquid and solid Helium*. ENNEMAN & KETTERSON, eds. Wiley, New York, 1978, P 1.

[13]BAYM, G. ;PETHECK, G. J. *Landau Fermi Liquid Theory* ; *Concepts and A* a*pplications*New York, Wiley, 1992, 60 – 127 .

[14]BRODIN, G.; MARKLUND, M.*Quantum, Spin and QED Effects in Plasmas* ,<arXiv : 0804.0335vl. [Physics. Plasma- ph] 2 Apr 2008> .

[15] BORDIN, G. and MARKLUND, M. ; ELIASSON, B. and SHUKLA, P. K. Phys. Rev. Lett. 98, 125001 (2007) .

[16] BORING, M. G. ; HARDING, Astrophys. J. 547, 2001, 929 .

[17] BESKIN, V. S ; GUREVICH, A. V. ; ISTOMIN, YA. N. *Physics of The polars Magnetosphere.* University, Cam bridge, University, Cam bridge, 1993 .

[18] LUNDSTRM et al, Physics , Rev. Lett. 96, 083602, 2006 .

[19] MARKLUND, M. ;HUKLA, P. K. Rev. Mod. Phys. 78, 2006, 591 .

[20] TSINTSADZE, N. L. and TSINTSADZE, N. L. , Europhys. Lett. 88, 3500 , 2009 .

[21] TSINTSADZE, N. L. and TSINTSADZE, N. , 403 L. , J. Plasm PHYS. 76,2010.

[22] SHUKLA, P. K. and ELIASSON, B. Phys. USP 53, 51, 2010, and references therein .

[23] TSINTSADZE, L.N. and TSINTSADZE, N.L., J. Plasma phys., 76, 403 (2010) .>< e-Print arxiv : Physics / 0911 . 4788 v1.

[24] NODAR, L. TSINTSADZE ; LEVEN, N. TSINTSADZE ; REHMAN, G.MURTAZ, *New Longetudenal Wave in Electron – Positron – Ion Quantum Plasmas*.Vl.1 B,1008.2258 (2010) .

[25] NODAR, L. TSINTSADZE ; LEVEN, N. TSINTSADZE, *New Kinetic Equation and Bogolyubov Spectrum in a Fermi Quantum Plasmas*, <arXiv: 0903.5368 ,v1. [Physics. Plasm-Ph], 31 Mar2013>.

[26] SHOHEI, W., AIKO, O., TETSURA, N., *Zero Sound and First Sound in normal Fermi Systems*,<arXiv: 0910.3283 v1. [Cond-mat.Quant- gas] 170 ct 2009 > .

[27] ANDERSON, R.H., LI, D.Z., MILLER, M.D., J. Low Temp. Phys. 169, 291 (2012)

[28] DAVID, Z., LI, R. H., ANDERSON, R.H., MILLER, M.D., ETHAN, C., Competing *Solutions of Landau's Kinetic equation for Zero Sound and First Sound in thin Arbitrarily Polarized Fermi – Liquid films,*<arXiv : 1403.o643 v1. [Cond- Other] 4 Mar 2014 > .