

دراسة مفعول كوريوليس في بعض النوى الفردية

الدكتور أمير درويش تفيحة*

(تاريخ الإيداع 16 / 1 / 2017. قُبِلَ للنشر في 2 / 7 / 2017)

□ ملخص □

درسنا في هذا البحث نموذج النكليون المفرد مع النموذج الدوراني من أجل النظائر $^{161}_{69}Tm$, $^{159}_{69}Tm$, $^{163}_{69}Tm$ ، حيث تتعلق الطاقة الدورانية باتجاه النواة، ويدرس هذا النموذج النواة على أنها مؤلفة من قسمين لب يتحرك حركة جماعية مضافاً إليه حركة النكليون المفرد خارج هذا اللب. أظهرت الحسابات أن إدخال مفعول كوريوليس في الحسابات يؤدي إلى الحصول على قيم أفضل للطاقة لهذه الأنوية عنه عندما تتم الحسابات بدون إدخال هذه الطاقات. ويقترح هذا البحث إضافة مساهمة طاقة الحركة الاهتزازية التي ربما تساهم في حركة اللب النووي.

الكلمات المفتاحية: الجماعية، الدورانية، النووية، اللب.

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية .

Studying Coriolis Effect for some odd nuclei

Dr. Amir Drwish Tfiha *

(Received 16 / 1 / 2017. Accepted 2 / 7 / 2017)

□ ABSTRACT □

In this research we study the single-particle with particle-rotor model of the $^{161}_{69}\text{Tm}$, $^{159}_{69}\text{Tm}$, $^{163}_{69}\text{Tm}$ isotopes. The rotational energy of the nucleus related to its orientation .

This model study the nucleus as a tow parts ; one of them is the core which is moving in a collective motion, in addition of the other part of motion which is the single particle motion outside the core.

The calculation shows that adding the coriolis effect make a better agreement to the experimental values of the energy than the calculation without the coriolis effect the research suggestion adding the vibration motion which contributes in the core vibration.

Keywords: collective, rotational, nuclear, core.

* Associate Professor-Department of physics-Faculty Sciences-Tishreen University-Lattakia-Syria.

مقدمة:

يعد نموذج نكليون-دوار من أكثر النماذج ملائمة لدراسة الأنوية الفردية، حيث يربط الحركة الجماعية بحركة النكليون المفرد، عادة ما يحتوي طيف النوى الفردية - فردية على العديد من مستويات الطاقة الدورانية التي نصفها بإثارات النكليون المفرد، وعادة ما نصف الهاملتوني بفصل الحركة النووية الجماعية باعتبارها تصف الاهتزاز البطيء للسطح النووي عن حركة النكليون المفرد الذي يتحرك بسرعة في كمون متوسط مشوه [1,2]، يكتب مثل هذا الهاملتوني بالشكل:

$$H = H_c + H_p \quad (1)$$

حيث H_p هاملتوني النكليون المفرد، H_c هاملتوني الحركة الجماعية. يكتب H_p بالعلاقة [3]:

$$H_p = \sum_{i=1}^k T_i + V_h(\beta, \gamma, r_i, \ell_i, s_i) \quad (2)$$

V_h الكمون المتوسط المشوه، γ, β وسائط تصف اهتزاز السطح النووي، k عدد النكليونات. تعامل γ, β على أنها وسائط تأخذ قيمةً متوسطة وليست متغيرة حيث أن التغيير في شكل النواة في هذا النموذج يكون صغيراً مقارنةً بسرعة النكليون المفرد.

يؤدي استخدام هاملتوني النكليون المفرد إلى الحصول على النموذج الطبقي :

$$H_p \psi_\alpha = e_\alpha \psi_\alpha \quad (3)$$

تتعلق الطاقة الدورانية باتجاه النواة حيث تظهر هذه الطاقة كهاملتوني الحركة النووية الجماعية H_c ، حيث أن الاتجاه النووي يتغير بسرعة أكثر من تغير شكل النواة، وهكذا فإن معادلة شرودنغر المعبرة بدلالة التابع الموجي الكلي تكون [4]:

$$(T_{rot} + \sum_p H_p) \phi = E \phi \quad (4)$$

$$T_{rot} = \sum_{k=1}^3 \frac{R_k^2}{2\mathfrak{I}_k} \quad T_{rot} \text{ الطاقة الدورانية:}$$

\mathfrak{I} عزم العطالة، R العزم الزاوي الكلي لللب.

نحن نفترض أن النواة مؤلفة من لب تتحرك النكليونات التي تؤلفه معاً بحركة جماعية ونكليون مفرد أو عدة نكليونات تتحرك خارج هذا اللب، فإذا كان I العزم الزاوي الكلي، J العزم الزاوي للنكليون المفرد، يمكننا أن نكتب:

$$R_k = I_k - j_k$$

وتصبح عبارة طاقة الدوران:

$$T_{rot} = \sum_{k=1}^3 \frac{(I_k - j_k)^2}{2\mathfrak{I}_k} \quad (5)$$

إذا فرضنا أن النواة متناظرة محورياً [4,5,6]:

$$T_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [(I - j)^2 - (I_3 - j_3)^2] + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_3} (I_3 - j_3)^2$$

الطاقة والتابع الموجي:

حين يكون تردد الدوران صغيراً مقارنة مع ترددات المدارات المثارة تكون الحركة الدورانية مقترنة بشكل قوي مع حركة النكليون المفرد بالعلاقة (3) وبإضافة H_c تصيح المعادلة (3) بالشكل:

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - k^2 - \Omega^2] + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_3} (K - \Omega)^2 + H_0 + RPC \right\} \phi = E\phi \quad (8)$$

حيث:

$$RPC = -\frac{K^2}{2\mathfrak{I}} [I_+ j_- + I_- j_+] \quad (9)$$

$$H_0 = H_p + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} j^2 \quad (10)$$

لإيجاد التابع الموجي للمعادلة (8) نبحث أولاً عن الحل بدون الحد RPC والذي يتم التعامل معه كاضطراب في الحالة $K = \Omega$ وحيث أن علاقة الاضطراب تعطى بالعلاقة:

$$\psi_n = C_n \psi_n^0 + \sum_{\hat{n}} C_{\hat{n}} \psi_n^0 \quad (11)$$

$$\hat{V}_{\hat{n}\hat{n}} = \langle \hat{n} | V | \hat{n} \rangle \quad \text{و} \quad C_{\hat{n}} = \frac{\hat{V}_{\hat{n}\hat{n}}}{E_n^0 - E_{\hat{n}}^0} \quad (12)$$

نلاحظ أن الثابت في المقام في علاقة الاضطراب (12) فيه المقام عبارة عن الفرق الطاقى بين الحالتين، وحيث أنه في النواة المتناظرة محورياً $K = \Omega$ فتكون السويات التي تختلف بـ K هي سويات مختلفة ، وبما أن العناصر المصفوفية لقوى كوريوليس RPC لها نفس مرتبة السويات الدورانية وهما تتناسبان مع $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}$ وتكون طاقة السويات الدورانية صغيرة مقارنة مع طاقة سويات النكليون المفرد المثارة ، لكن عندما تكون السويات لها I نفسه والنوعية نفسها لكنها تختلف بـ K فتكون ذات طاقات متقاربة وبالتالي فإن البسط في العلاقة (12) التي تعبر عن الحد الاضطرابي سيكون صغيراً وهذا يعني أن الاضطراب سيكون غير مهمل.

يوصف التابع الموجي χ_Ω الذي هو حل للمعادلة التالية [3]:

$$H_0 \chi_\Omega = e_\Omega \chi_\Omega \quad (13)$$

حيث يمكن تحديد Ω فقط هنا، ويكون حل المعادلة (8) مع تجاهل حد كوريوليس هو $\chi_\Omega D_{MK}^I(\theta_i)$ ، لكن هذا الحل ليس ثابتاً بعملية الدوران بزواوية π حول محور التناظر النووي والذي نرسم له بـ $R_1^{(K)}$ حيث:

$$R_1^{(K)} D_{MK}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = D_{MK}^I(\pi + \theta_1, \pi - \theta_2, 2\pi - \theta_3) \exp [iM(\pi + \theta_1)] d_{MK}^I(\pi - \theta_2) \exp (-iK\theta_3) \quad (14)$$

حيث

$$D_{MM}^I(\theta_i) = \exp (i\theta_1 M) d_{MM}^I(\theta_2) \exp (i\theta_3 M) \quad (15)$$

$$D_{MM}^I(\theta_i) = \exp (iM\theta_1) (-I) d_{M,-K}^I(\theta_2) \exp (-iK\theta_3) = (-)^I D_{M,-K}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (16)$$

ويكون الحل الملائم للمعادلة (8) هو [7]:

$$\Phi(IMK\Omega) = \left(\frac{2I+1}{16\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}} [\chi_{\Omega} D_{MK}^I(\theta_i) + (-I) D_{M,-K}^I R_1^{(1)} \chi_{\Omega}] \quad (17)$$

يكتب التابع χ_{Ω} بوجود السبين والعزم الزاوي المداري ℓ بالعلاقة [7]:

$$\chi_{\Omega} = \sum_{\ell, \Lambda} a_{\ell\Lambda\Omega} \chi_{\ell\Lambda\Omega} \quad (18)$$

Λ هي مسقط ℓ على محور التناظر

Σ مسقط السبين على محور التناظر، $\Sigma = \Omega - \Lambda$

ترتبط ثوابت الاضطراب $C_{j\Omega}$ بثوابت $a_{\ell\Lambda\Omega}$ عبر العلاقة [7]:

$$C_{j\Omega} = \sum_{\ell, \Lambda} \left(\ell \frac{1}{2} \Lambda \Sigma |j\Omega\right) a_{\ell\Lambda} \quad (19)$$

النتائج والمناقشة:

يحسب β معامل التشوه انطلاقاً من القيمة التجريبية لعزم رباعي القطب الكهربائي بمقارنته مع قيمته المحسوبة

من العلاقة [8]:

$$Q = \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0 \quad (20)$$

ويحسب Q_0 من العلاقة [8,9] :

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} ZR_0^2 \beta \left(1 + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta\right) \quad (21)$$

جدول (1) يوضح قيمة معامل التشوه

النواة	قيمة Q_0 التجريبية [10] Barn	قيمة β من العلاقة (21)
${}_{69}^{159}Tm_{90}$	1.93	-0.3
${}_{69}^{161}Tm_{92}$	2.9	-0.39
${}_{69}^{163}Tm_{94}$	1.24	-0.27

بحل المعادلة (3) نحصل على قيمة طاقة النكليون المفرد في كمون مشوه من أجل قيم معامل التشوه المناسب

لكل نواة انطلاقاً من هاملتوني النكليون المفرد في كمون مشوه وهو هاملتوني نموذج نلسون [11] :

$$H_p = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla'^2 + \frac{m}{2} (\omega_x^2 x'^2 + \omega_y^2 y'^2 + \omega_z^2 z'^2) + Cl.s + D\ell^2 \quad (22)$$

$$\chi, \mu \text{ حيث } \chi = -\frac{C}{2\hbar\omega_0^0} \text{ و } \mu = \frac{2D}{C} \quad [11]$$

جدول (2) قيمة طاقة النكليون المفرد في كمون مشوه $\mu = 0.45$ و $\chi = 0.0613$

n	Ω	$\frac{E}{\hbar\omega_0}$ $\beta = -0.3$	$\frac{E}{\hbar\omega_0}$ $39\beta = -0.$	$\frac{E}{\hbar\omega_0}$ $\beta = -0.27$
1	$\frac{3}{2}$	2.35	2.32	2.35
	$\frac{1}{2}$	2.72	2.77	2.70
		2.44	2.42	2.44
2	$\frac{5}{2}$	3.19	3.13	3.21
	$\frac{3}{2}$	3.61	3.62	3.61
		3.35	3.32	3.36
	$\frac{1}{2}$	3.93	4.03	3.90
		3.62	3.66	3.61
3.29	3.24	3.31		
3	$\frac{7}{2}$	3.78	3.70	3.81
	$\frac{5}{2}$	4.28	4.25	4.30
		3.99	3.94	4.00
	$\frac{3}{2}$	4.63	4.69	4.61
		4.31	4.32	4.31
		4.01	3.95	4.03
	$\frac{1}{2}$	5.01	5.17	4.95
		4.65	4.73	4.62
		4.37	4.35	4.37
4.08		4.03	4.09	
4	$\frac{9}{2}$	4.34	4.23	4.37
	$\frac{7}{2}$	4.94	4.86	4.96
		4.57	4.52	4.58
	$\frac{5}{2}$	5.28	5.30	5.27
		4.97	4.94	4.99
		4.66	4.59	4.68
	$\frac{3}{2}$	5.69	5.81	5.65
		5.32	5.37	5.31
		5.13	5.07	5.15
		4.76	4.72	4.76
	$\frac{1}{2}$	6.13	6.34	6.05
		5.66	5.79	5.62
		5.34	5.39	5.32
5.13		5.08	5.16	
4.78		4.74	4.79	
5	$\frac{11}{2}$	5.03	4.90	5.08
	$\frac{9}{2}$	5.62	5.50	5.66
		5.15	5.09	5.18
	$\frac{7}{2}$	5.92	5.90	5.93
		5.63	5.56	5.65
		5.25	5.17	5.27
	$\frac{5}{2}$	6.37	6.44	6.35

		5.99	6.01	5.98
		5.89	5.80	5.92
		5.40	5.37	5.41
	$\frac{3}{2}$	6.82	6.99	6.76
		6.40	6.50	6.37
		6.11	6.12	6.11
		5.90	5.82	5.92
		5.47	5.44	5.47
	$\frac{1}{2}$	7.29	7.56	7.20
		6.82	7.00	6.76
		6.44	6.53	6.41
		6.12	6.13	6.12
		5.92	5.84	5.95
		5.50	5.47	5.50
6	$\frac{13}{2}$	5.43		5.48
			5.28	
	$\frac{11}{2}$	6.25	6.10	6.30
		5.68	5.60	5.71
	$\frac{9}{2}$	6.76	6.76	6.76
		6.26	6.20	6.30
		5.88	5.80	5.90
	$\frac{7}{2}$	7.04	7.08	7.03
		6.66	6.65	6.69
		6.58	6.49	6.60
		6.00	5.97	6.01
	$\frac{5}{2}$	7.63	7.70	7.61
		7.19	7.27	7.16
		6.87	6.87	6.87
		6.58	6.49	6.61
		6.09	6.06	6.09
	$\frac{3}{2}$	8.01	8.23	7.93
		7.62	7.81	7.56
		7.20	7.26	7.18
		6.82	6.82	6.83
		6.59	6.47	6.63
		6.11	6.05	6.12
	$\frac{1}{2}$	8.45	8.78	8.35
		7.96	8.20	7.89
		7.55	7.69	7.51
		7.19	7.24	7.18
		6.88	6.88	6.89
		6.77	6.67	6.79
6.17		6.16	6.16	

نحصل على العناصر القطرية للهاملتوني (8) بالعلاقة [12,13]:

$$H_{K\alpha, K\alpha}^1 = E_{K\alpha} + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_\alpha} [I(I+1) - K^2] + \frac{K^2}{2\mathfrak{I}_\alpha} \sum_{\alpha_i} \langle \varphi_K^\alpha | j_+ | \varphi_K^\alpha \rangle \quad (23)$$

أما العناصر غير القطرية فهي تحسب بالعلاقة [12,13]:

$$H_{K_1\alpha_1, K_2\alpha_2}^I = -\frac{1}{2} \left(\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_1} + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_2} \right) \left\{ \sqrt{(I+K_2)(I-K_2+I)} \times \delta_{K_1, K_2-1} \langle \varphi_{K_2}^{\alpha_2} | j_+ | \varphi_{K_2}^{\alpha_2} \rangle \right. \\ \left. + \sqrt{(I-K_2)(I+K_2+1)} \times \delta_{K_1, K_2+1} \langle \varphi_{K_1}^{\alpha_1} | j_+ | \varphi_{K_2}^{\alpha_2} \rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{I(I+1)} \right. \\ \left. \times \delta_{K_1, 0} \delta_{K_2, 1} (1 + (-1)^I \gamma_{\alpha_1})^2 \times \langle \varphi_{K_2}^{\alpha_2} | j_+ | \varphi_{K_1}^{\alpha_1} \rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{I(I+1)} \right. \\ \left. \times \delta_{K_1, 1} \delta_{K_2, 0} (1 + (-1)^I \gamma_{\alpha_2})^2 \times \langle \varphi_{K_1}^{\alpha_1} | j_+ | \varphi_{K_2}^{\alpha_2} \rangle \right\} \quad (24)$$

حيث تشير $\alpha \equiv (\rho_n, \rho_p)$ إلى الأعداد الكوانتية والتي مع المسقط K تحدد سوية النواة المدروسة. γ_{α_2} و γ_{α_1}

وبما أننا بصدد دراسة النواة المتناظرة محورياً فيكون:

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_3} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_1} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_2}$$

$$\langle \varphi_{K_1}^{\alpha_1} | j_+ | \varphi_{K_2}^{\alpha_2} \rangle = \delta_{\Omega_{p_1}, \Omega_{p_2}} \left\langle \varphi_{\Omega_{n_1}}^{\rho_{n_1}} | j_+^n | \varphi_{\Omega_{n_2}}^{\rho_{n_2}} \right\rangle \beta_{\rho_{n_1} \rho_{n_2}} \\ + \delta_{\Omega_{n_1}, \Omega_{n_2}} \left\langle \varphi_{\Omega_{p_1}}^{\rho_{p_1}} | j_+^p | \varphi_{\Omega_{p_2}}^{\rho_{p_2}} \right\rangle \beta_{\rho_{p_1} \rho_{p_2}} \quad (25)$$

معاملات لا يوجد طريقة لتحديدها بل تختار بحيث تعطي أفضل قيمة للطاقة.

نحسب $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}$ للأنوية قيد الدراسة باستخدام العلاقة :

$$E_{\text{rot}}(I) = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} I(I+1) - 4 \left(\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \right) \langle K+1 | j_+ | K \rangle I \quad (26)$$

حيث $E_{\text{rot}}(I)$ قيم الطاقة التجريبية للسويات الدورانية للأنوية المدروسة [14].

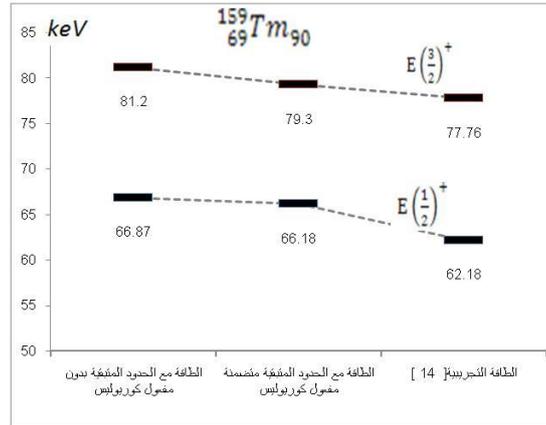
$$\langle K+1 | j_+ | K \rangle = -0.23$$

جدول (3) قيم عزم العطالة محسوب من العلاقة (26)

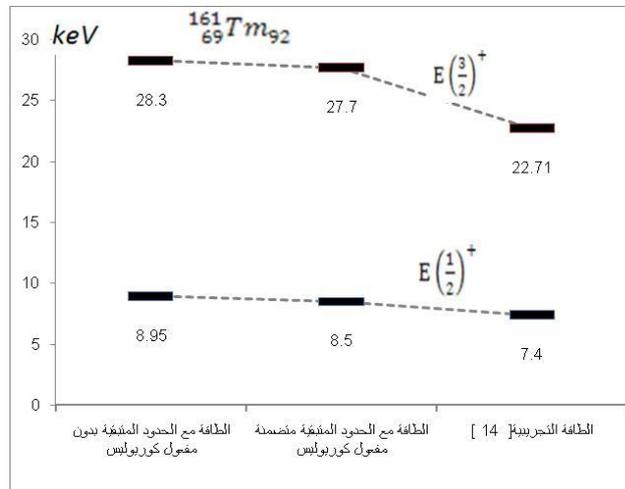
النواة	keV $\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}}$
${}_{69}^{159}\text{Tm}_{90}$	12.88
${}_{69}^{161}\text{Tm}_{92}$	12.64
${}_{69}^{163}\text{Tm}_{94}$	11.1

الآن أصبح بالإمكان حساب القيم الخاصة للماهلنتوني المحدد بالعلاقة (8) بعد استبدال العناصر من العلاقة (23)

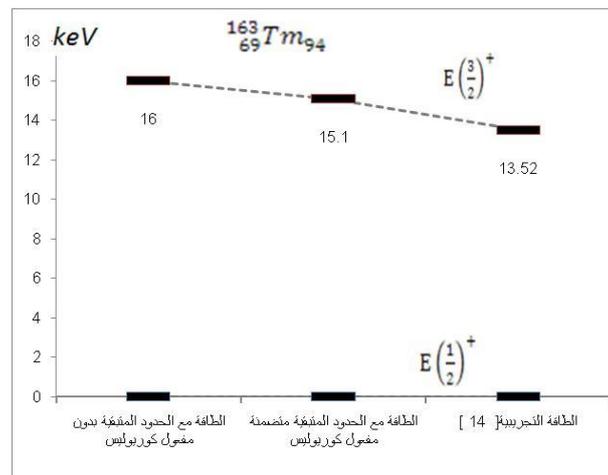
و (24) ونلاحظ من الأشكال (2) و (3) و (4) تأثير مفعول كوريوليس.



الشكل (2) قيم الطاقة للنواة $^{159}_{69}\text{Tm}_{90}$



الشكل (3) قيم الطاقة للنواة $^{161}_{69}\text{Tm}_{92}$



الشكل (4) قيم الطاقة للنواة $^{163}_{69}\text{Tm}_{94}$

الاستنتاجات والتوصيات:

إن إضافة تأثير مفعول كوريوليس إلى النوى الفردية ذو أهمية لبعض السويات الطاقية ونلاحظ بالمقارنة مع القيمة التجريبية ارتفاع بقيمة الطاقة المحسوبة بإضافة حد كوريوليس عنه قبل إضافة الحد. يجب تجريب هذه الحسابات من أجل معاملات متعددة لقيمة μ و χ وذلك للحصول على أفضل قيم من أجل نموذج نلسون الذي يساهم في طاقة السوية. وكذلك تجريب هذه الحسابات من أجل معاملات متعددة لقيمة $\beta_{\rho_{n1}\rho_{n2}}$ ، $\beta_{\rho_{p1}\rho_{p2}}$

المراجع:

- [1] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. II, Benjamin, New York (1975).
- [2] P. Ring and P. Schuck *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer Verlag, N.Y. (1980).
- [3] S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videnskab Selskab, Mat. Fys. Medd., **29**, No. 16 (1955)
- [4] I. K. Peker, et. al., *Strength of coriolis alignment in actinide nuclei*, Physical Review C, volume 29, number 1, 1984, 271.
- [5] A. J. Kreiner, *Coriolis Interaction*, Physical Review Letters, volume 42, number 13, 1979, 829.
- [6] A. Volya; C. Davids, *Nuclear pairing and Coriolis effect in Proton emitters*, Eur. Phys. J. A, volume 25, s 1, 2005, 161.
- [7] M. Saha; et al., *Coriolis attenuation in the A=130-150 region*, Physical Review C, volume 42, number 4, 1990, 1386.
- [8] R. Neugart and G. Neyens, *Nuclear Moments*, Lect. Notes Phys. 700, 135–189, 2006.
- [9] S. Mohammadi, *Quadrupole Moments Calculation of Deformed Nuclei*, 2012, J. Phys.: Conf. Ser. 381, 012129.
- [10] J. Stone, *Table of Nuclear Magnetic Dipole and Electric Quadrupole Moments*, Atomic Data and Nuclear Data Tables, Volume 90, Issue 1, May 2005, Pages 75-176.
- [11] S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videnskab Selskab, Mat. Fys. Medd., **29**, No. 16 (1955).
- [12] J. KVASIL; Z. HONS, *A COMPUTER PROGRAM FOR CALCULATION OF THE CORIOLIS EFFECT IN ODD—ODD NUCLEI*, Computer Physics Communications 24(1981)161—172.
- [13] R. KACZAROWSKI, *A COMPUTER PROGRAM FOR CALCULATION OF THE CORIOLIS EFFECT IN ODD-A NUCLEI*, Computer Physics Communications 13 (1977) 63—69.
- [14] C. L. Dunford and R. R. Kinsey, *NuDat System for Access to Nuclear Data*, IAEA-NDS-205(BNL-NCS-65687)IAEA, Vienna, Austria (1998).