مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية - سلسلة العلوم الأساسية المجلد (39) العدد (3) 2017
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (39) No. (3) 2017

النماذج الرياضية العشوائية

د مبارك ديب*

(تاريخ الإيداع 19 / 4 / 2017. قُبِل للنشر في 22 / 6 /2017)

□ ملخّص □

الغاية من هذا البحث هو دراسة وإنشاء أنموذج رياضي عشوائي بالاعتماد على أحد مصادر الطاقة المتجددة (الرياح).

إن مسألة إيجاد القيم المثلى لمتغيرات الانموذج الرياضي الخاضع لشروط عشوائية، هي واحدة من المسائل الرياضية العشوائية والتي يتطلب حلها بالحالة العامة طرق عشوائية خاصة.

الكلمات المفتاحية: نمذجة رياضية عشوائية،نماذج بحوث العمليات، أمثليات عشوائية، طرق الأمثليات.

* أستاذ مساعد - قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية- سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (39) العدد (3) 2017
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (39) No. (3) 2017

Stochastic mathematical models

Dr. Mubarak Deeb*

(Received 19 / 4 / 2017. Accepted 22 / 6 /2017)

□ ABSTRACT □

The purpose of this research is to study and create a stochastic mathematical model based on a renewable energy source (wind).

The question of finding optimal values for the variables of the mathematical model subject to stochastic conditions is one of the random mathematical problems, which require special stochastic methods to solve in the general case.

Keywords: Stochastic Mathematical Modeling, Operations Research Models, Stochastic Optimizations, Optimal Methods.

***Assistant Professor, Department of mathematical, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

مقدمة:

إن تطوير تكنولوجيا توفير الطاقة والموارد أمر بالغ الأهمية بسبب النقص المتزايد في موارد إمدادات الطاقة التقليدية،كما أن عملية تامين الماء لسد الحاجات المطلوبة في مناطق مختلفة ولأغراض متنوعة هي من المسائل المعيشية الاهم في حياة الكائن الحي وخصوصاً في المناطق البعيدة عن مصدر الماء.

من هنا تأتي أهمية تأمين الماء بشكل (علمي– اقتصادي) في تلك المناطق، وذلك باستخدام أحد مصادر الطاقة المجانية غير العادية (طاقة الرياح) حيث نفترض وجود هذه الطاقة الكافية لتأمين الماء اللازم للاستخدام.

وهذا الامر يتعلق بشدة الرياح في المكان نفسه، مصدر الماء، ميزات المحطة أو المجمّع، المضخة الهوائية، خزانات التجميع للماء ، بالإضافة لأمور تكنيكية أخرى.

بما أن شدة الرياح عملية عشوائية، فهذا يعني أن كمية الماء الناتجة ستتبع متغيرات عشوائية أيضاً، كذلك الربح الناتج أو الخسارة الناتجة ستكون تابعة لمتغيرات عشوائية، وبالتالي النماذج الرياضية المشكلة للمجمعات التي تعتمد طاقة الرياح تحوّل لمسائل نمذجة رياضية عشوائية، هذه المسائل غير محدبة وغير ملساء بالحالة العامة، وقد بحثت في أعمال كثيرة منها:[2],[3], [10].

البرجة العشوائية هي جزء من نظرية الحلول المثلى العامة، (نظرية الحلول القصوى لمسائل ذات طبيعة عشوائية)، وقد اكتسبت مسألة ايجاد القيم المثلى للمسائل المحدبة والطرق الحسابية الفعالة لحلها معالم محددة، لكن نظرية القيم المثلى (دوال القيم العظمى والشبه محدبة، المحدبة بشكل عام، ذات التحدب الضعيف، النصف محدب، المحدبة بشكل موضعي، النصف ملساء، والقابلة للتفاضل بشكل عام وغيرها) أقل تطوراً حتى الان، وهذا يتعلق بتعدد القيم القصوى والطبيعة الاحتمالية للمسألة، وكذلك بتطوير فكرة الدوال غير المحدبة وغير الملساء ومعرفة سلوكها.

لقد تطورت الطرق الأولى للنمذجة العشوائية من طرق البرمجة التقريبية، والطريقة المقترحة لحل مسائل النمذجة العشوائية هي طرق التدرج العشوائي العام [9]، لكن صعوبات بالغة تظهر عند حلول المسائل العشوائية غير المحدبة، والأساس الذي تعتمد عليه طرق الحل هو أن تكون الدوال قابلة للتفاضل وتأخذ بالاعتبار التوقع الرياضي[11].

من المعلوم أيضاً أن أصعب مسائل النمذجة الرياضية هي المسائل اللاخطية، وأكثر الطرق فعالية لحل هذا النوع من المسائل هي طريقة دوال الغرامات(*penalty method*)، بالإضافة إلى طريقة آرو– هوريتس (*Arrow– Hurwicz*) ، وبحثت هذه الطريقة في أعمال: [4] ,[9] ,[12]حيث تتحول مسألة النمذجة اللاخطية العامة المشروطة إلى مسألة غير مشروطة.

علماً أن اختيار معاملات الغرامات في دوال الغرامات الدقيقة ليس مسألة سهلة، طالما مجموعة النقاط المستقرة من نقاط دالة لاغرانج معروفة في حالات خاصة.

أهمية البحث وأهدافه:

الغاية من البحث هو تشكيل انموذج رياضي بدالة هدفية وشروط محددة تعتمد طاقة الرياح بغية تأمين الماء اللازم للاستخدام بأقل كلفة ممكنة، شريطة توفر الطاقة المناسبة للرياح وتوفر المياه الجوفية في المنطقة ذاتها.

ومن المعلوم أن الانموذج الرياضي هو تمثيل الواقع برموز ومعادلات رياضية، في حين تقوم النمذجة الرياضية بحل هذه المعادلات بما ينسجم والواقع المذكور، ومن فوائدها (تطوير الفهم العلمي– اختبار تأثير المتغيرات في النظام – اتخاذ القرارات المثلى المساعدة ، ...الخ).

طرائق البحث ومواده:

تنطلق فكرة البحث من مفهوم بحوث العمليات والرياضيات التطبيقية، وبشكل خاص من مفهوم الحلول المثلى في النمذجة الرياضية العشوائية (الأمثليات) اخذين بالاعتبار بعض مفاهيم الطاقة المتجددة وبعضاً من المفاهيم الرياضية، علماً أن فكرة الامثليات قد ظهرت في القرن (18) على يد العالم السويسري الفيزيائي الرياضي اويلر (1707–1783).

تعاريف ومفاهيم أساسية:

الشكل العام لمسألة النمذجة العشوائية العامة:

$$F_0(x) = M\, f_0(x\,,\theta) \to \underbrace{min}_{x}$$

$$F_i(x) = M\, f_i(x\,,\theta) \leq 0\,, \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, m\,,$$

$$x \in X \subset E_n\,,$$

حيث:

θ– حدث احتمالي من الفراغ الاحتمالي $(\theta\ ,\ \Sigma\ ,\ \rho)$ بحيث المشتقات المستمرة للدوال الهدفية غير موجودة في هذا

الفراغ،حيث لهذه الدوال طبيعة احتمالية.

M– إشارة التوقع الرياضي.

إن الصعوبة الأساسية في حل هذا النوع من المسائل تكمن بوجود تكاملات كثيرة، ولحل مثل هذه المسائل توجد طرق عشوائية خاصة بها، تسمى بالطرق المستقيمة للبرمجة العشوائية التي تعتمد على تدرج الدوال، فإذا عُلم التوزيع الاحتمالي لـ θ، فإن حساب $f_i(x\,,\theta)$يتحول لأنموذج قيم عشوائية بقانون توزيع معطى، ولاستخدام الطرق المباشرة للبرمجة العشوائية يكفي فقط مراقبة: $\theta_1\ ,\theta_2, \ldots\ \ldots., \theta_k, \ldots \ldots\ ,\ \in \theta$دون معرفة خواص θ الاحتمالية، لذلك يمكن استخدام هذه الطرق بشكل واسع لأجل حساب القيم المثلى للنظم بمحاكات نماذج مشابهة.

الهدف من العمل:

إنشاء وتنفيذ الانموذج العشوائي لمتغيرات المنظومة التي تعتمد طاقة الرياح في عملها وذلك لتأمين الماء اللازم، وقد تم بلوغ هذا الهدف ببناء صنف خاص من النماذج العشوائية التي تعتمد طاقة الرياح.

إن الطرق الفعالة: [9],[10]لحل مثل هذا النوع من النماذج هي طريقة الغرامات العشوائية، بالإضافة لطريقة(آررو–كورفيتس)وكذلك طريقة إسقاط التدرج العشوائي.

تم تشكيل أنموذج عشوائي أمثلي للمنظومة التي تعتمد طاقة الرياح للحصول على الماء اللازم للاستخدام بطريقة (علمية – اقتصادية).

الناحية التطبيقية للعمل:

تتحدد بخلق منهج لتشكيل ودراسة نماذج أمثلية عشوائية للأنظمة المذكورة أعلاه على أساس التحليل الاقتصادي – التكنيكي.

يعتمد البحث على المبادئ الأساسية الخاصة بالنظم الطاقية العادية وبالنظم الطاقية غير العادية (شمس+ رياح)، بالإضافة لعرض وجهات نظر مختلفة لحساب مردود المحطة الخاصة بطاقة الرياح، حيث لهذه المنظومة طبيعة احتمالية،وكذلك على بعض المعلومات الاحتمالية والنظريات الخاصة بالدوال القابلة للتفاضل بشكل

عام، اضف إلى ذلك الاعتماد على بعض الطرق العشوائية العامة أخذين بعين الاعتبار الشروط اللازمة والكافية لتقاربها[4],[3] .

مبادئ أساسية في النظم التي تعتمد الطاقة العادية والطاقة غير العادية (الشمس+ الرياح):

تكتب العلاقة التي تحدد النفقات الأمثلية للنظم الطاقية العادية في معظم النماذج الأمثلية بالشكل:

(وحدة نقدية / عام)، $Z_i = \ni_i + \varepsilon k_i$(لأجل كل شكل i)

حيث:

$\ni_i$− مصاريف استثمار سنوية.

k_i − رأس المال المستثمر.

ε− معامل الفعالية المعياري لتوظيفات رأس المال k_i.

من صفات مثل هذه المسائل أنها(متعددة الأشكال− لا خطية− ديناميكية)، وتُقسم إلى ثلاثة زمر : (بارامترية− مركَّبة− أنظمة تحكم).

يمكن توسيع مفهوم النظم المثلى للطاقة العادية والاستفادة منها في النظم الطاقية غير العادية، علماً أن لهذه النظم خواصها المميزة.

الشكل العام:

$$F(x) = M f(x,\theta) \rightarrow min \qquad :(1)$$

والشروط:

$$\left.\begin{array}{c} f_1(x,\theta) = 0 \\ a_2 \le f_2(x,\theta) \le b_2 \\ a \le x \le b \end{array}\right\} \qquad :(2)$$

حيث:

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$−شعاع محدد.

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$− شعاع عشوائي.

$f_1(x,\theta)\ ,\ f_2(x,\theta)$− دوال عشوائية شرطية.

M− إشارة التوقع الرياضي بالنسبة لـ θ.

نفترض أن الدوال: $f(x,\theta), f_1(x,\theta), f_2(x,\theta)$ قابلة للتفاضل بالنسبة لـ xومستمرة.

إن تحديد الدالة الهدفية في مثل هذه المسائل التي تعتمد الطاقة البديلة(شمس− رياح) هو نقطة انطلاق أساسية،علماً أن مسائل الدرجة الأولى نستخدمها فيما يتعلق بطاقة الرياح، بينما مسائل الدرجة الثانية نستخدمها فيما يتعلق بالطاقة الشمسية، ولا يمكن استخدام ذات المعادلة في النظامين الطاقيين المذكورين، ويمكن عندئذٍ أن تضم المجموعة عدة أهداف وظيفية (قيمة شعاعية)، وبحكم أن المتغيرات غير منتظمة في كل مجال زمني منفصل من فترة التحكم أو التوجيه $(1,N)$، فإن الموارد قد تكون غير كافية أو غير مُنتَجَة، وبالتالي ستقوَّم المصاريف الواردة في الدالة الهدفية إلى مصاريف لها علاقة بنقص أو زيادة موارد الاستخدام (أو المتطلبات).

من الواضح أن سرعة الرياح والاشعة الشمسية الساقطة هي عملية عشوائية :[6]، لذلك تُعتبر قيم المصاريف متعلقة بعملية عشوائية، وانطلاقاً من هذا وجب أخذ التوقع الرياضي في الدالة الهدفية، مع ملاحظة أنه باعتماد منظومتين معاً أو أكثر، فإنه يلزم وجود ترابط بينهما،ويكون الهدف من النظام الفرعي عندئذٍ، هو جزء من الهدف العام

للمسألة في مثل هذه الاحوال، علماً أننا لن نأخذ في هذه الدراسة سوى منظومة واحدة (الرياح)، حيث سرعة الرياح يجب أن تكون محدودة من الأدنى ومن الأعلى، مع الاخذ بعين الاعتبار خاصية التكيف عند الشروط الخارجية، مثلاً: قد تُزود المحطة بمحرك ديزل في حالة السرعات الصغيرة للرياح وذلك لتشغيل المروحة الهوائية وبالتالي لرفع الماء من عمق معين وإلا سيكون هناك نقص بالماء، وهنا يلزم تأمين وسائط نقل، وبالتالي يلزم لذلك مصاريف إضافية لرأس المال.

لتحديد القيم المثلى للمتغيرات في المنظومة المدروسة يجب أن توجد ضمانة للعمل، أي يجب أن تعمل المنظومة باحتمال محدد ومعقول.

بفرض:

–فترة العمل هي N

– $w\,(k)\ ;\ k = \overline{1\,,N}$ – مردود المحطة.

– $\pi(k)$ الكمية المطلوبة من الماء في اللحظة k.

– v^0 سعة الخزان الأولية.

$y^+(k)$ – كمية الماء الزائد في كل لحظة $k = \overline{1,N}$.

$y^-(k)$ – كمية الماء الناقص في كل لحظة $k = \overline{1,N}$

تتميز حالة بارامترات المنظومة في اللحظة k، عندئذٍ، بالعلاقات التالية:

$$y^-(k) = max\{0,\pi(k) - x(k-1) - w(k)\}$$

$$y^+(k) = max\{0,x(k-1) + w(k) - \pi(k) - v^0\}$$

وكمية الماء $x(k)$ الموجودة في الخزان في كل لحظة k تعطى بالعلاقة:

$$x(k) = max\{0, x(k-1) + w(k) - \pi(k)\}$$

$$0 \le x(k) \le v^0\ , k = \overline{1,N}$$

$$w(k) = R_1\, Q(x_1, v(k));\quad R_1 > 0\ , k = \overline{1,N}$$

$$Q(x_1, v(k) = c_1 v(k)\, x_1$$

حيث:

$c_1 v(k)$ مخرجات (نواتج) محددة بطاقة الرياح، R_1 ثابت موجب يعتمد على رفع الماء من مستوى h.

ويكون الحجم الضروري أخذه للخزان عندئذً:

$$v^{nec.} = \begin{cases} v^0 - v^{min} & ; \quad \sum_{k=1}^{N} y^-(k) = 0 \\ v^0 + \sum_{k=1}^{N} y^-(k) & ; \quad \sum_{k=1}^{N} y^-(k) > 0 \end{cases}$$

حيث: $v^{\min} = min_k\ x(k)$: أصغر كمية من الماء في الخزان خلال الفترة $(1,N)$.

إن مسألة إيجاد القيم المثلى لمتغيرات المحطة التي تعتمد بالحالة العامة(الطاقة الشمسية وطاقة الرياح) تُحوَّل لمسائل ديناميكية عشوائية، يكون المطلوب فيها تنفيذ الخطة الخاضعة لمؤثرات عشوائية، بأقل كلفة متوقعة.

مردود المحطة التي تعتمد طاقة الرياح:

نريد تشكيل الانموذج الرياضي الذي يعتمد طاقة الرياح.

بفرض:

τ – الزمن المحدد.

ρ_0 –الاستطاعة النوعية.

$\overline{V_\tau}$ – السرعة الوسطى للرياح خلال الفترة الزمنية المدروسة.

k_n – معامل تجانس مكعب سرعة الرياح.

$\eta_{gen.}$ – معامل الكفاية العام خلال الزمن τ.

$G_{\overline{V}_\tau}$ – الطاقة الإنتاجية النوعية خلال الزمن τ.

j – معامل استخدام طاقة الرياح.

$\rho_ҍ$ – كثافة الهواء، كغ / م^3.

عندئذٍ:[1]:

$\rho_0 = k_n \, . \, \overline{V_\tau^3}$ فولط / م^2

$G_{\overline{V}_\tau} = k_n \, . \, \tau \, . \, \eta_{gen.} \, . \overline{V_\tau^3}$ (فولط. ساعة/م^2)

$k_n = 0.5 \, . \, j \, . \, \rho_ҍ$

(3):(فولط. ساعة/م^2.يوم) $G_{\overline{V}_\tau} = 0.5 \, . \tau \, . \, j \, . \, \eta_{gen.} \, . \, \rho_ҍ \, . \overline{V_\tau^3}$

(مع ملاحظة أن التغير الديناميكي لسرعة الرياح ضمن المجال الزمني لم تؤخذ بعين الاعتبار(وهذه أحد عيوب الانموذج).

وباعتبار: $\left\{\begin{matrix} j & = & f_1\,(\overline{V_\tau}) \\ \eta_{gen.} & = & f_2\,(\overline{V_\tau}) \end{matrix}\right\}$ حسب:[1]،فإنه يمكن تحديد قيم j و $\eta_{gen.}$.

من أجل الفواصل الزمنية $k = \overline{1\,.N}$; k لنرمّز:

$$V(k) = \overline{V_\tau} \quad , \; G_1(k) = G_{\overline{v}_\tau} \;\; , \;\; \tau(k) = \tau(\overline{V_\tau})$$

$$j(k) = j(\overline{V_\tau}) \;\; , \;\; \eta(k) \; = \eta_{gen.}(\overline{V_\tau})$$

عندئذٍ العلاقة (3) تأخذ الشكل:

(4): فولط. ساعة/ م^2. يوم) $G_1(k) = 0.5 \, .\tau(k).j(k).\eta(k).\rho_ҍ \, .V^3(k)$

حيث:

$$j\,(k) = \begin{cases} 0 & ; \quad V(k) < V_0 \\ a_1[V(k) - V_0]^2 + b_1 & ; \quad V_0 \le V(k) \le V_1 \\ c_1 & ; \quad V\,(k) > V_1 \end{cases} \qquad :(5)$$

$$\eta\,(k) = \begin{cases} 0 & ; \quad V\,(k) < V_0 \\ a_2[V(k) - V_0]^2 + b_2 & ; \quad V_0 \le V(k) \le V_1 \\ c_2 & ; \quad V\,(k) > V_1 \end{cases} \qquad :(6)$$

$$\tau\,(k) = \begin{cases} 0 & ; \quad V\,(k) < V_0 \\ a_3\,.V(k) - b_3 & ; \quad V_0 \le V(k) \le V_1 \\ c_3 & ; \quad V\,(k) > V_1 \end{cases} \qquad :(7)$$

$V(k)$– متوسط سرعة الرياح في اليوم رقم k.

$j(k)$– معامل استخدام الرياح في اليوم رقم k.

$\eta(k)$– معامل الكفاية العام في اليوم رقم k.

$\tau(k)$ – عد ساعات عمل المحطة الهوائية في اليوم رقم k.

وحسب [1]:

$$V_0 = 3 \ , V_1 = 7.4 \ , \quad a_3 = 5 \ , \quad b_3 = 13 \ , \quad c_3 = 24$$

علماً أنه ستختلف القياسات من منطقة إلى اخرى.

ولما كان لسرعة الرياح v الدور الأهم في تشكيل الأنموذج، فاننا نعتمد توزيع ويبل وتوزيع غاما[5]،[8]: لنمذجة سرعة الرياح، حيث: (*Weibbull ,Gamma) Distribution*

–دالة الكثافة $f(v) = \frac{\beta}{\alpha}(\frac{v}{\alpha})^{\beta-1} e^{-(\frac{v}{\alpha})^{\beta}}$

– دالة التوزيع $F(v) = 1 - e^{-(\frac{v}{\alpha})^{\beta}}$

– التوقع الرياضي $M(v) = \alpha\, \Gamma(1+\frac{1}{\beta})$

– التباين $\sigma^2(v) = \alpha^2 \{(\Gamma(1+\frac{2}{\beta}) - ((\Gamma(1+\frac{1}{\beta}))^2\}$

علماً أن: α و β ثوابت، في حين يشير الرمز Γ إلى توزيع *Gamma*.

ولتشكيل الأنموذج الرياضي لمتوسط سرعة الرياح تُستخدم (معادلة كرينيفتس) التالية [1]: (كما يمكن الاستفادة من توزيع ويبل)

$$f(v) = a\left(\frac{\Delta v}{\bar{v}}\right)\ (\frac{v}{\bar{v}})^{b}\,.\,e^{-d(\frac{v}{\bar{v}})^{c}}$$

حيث:

v– سرعة الرياح المأخوذة على ارتفاع h، وكثافة التوزيع محسوبة في المجال:

$[v - \frac{\Delta v}{2}\ , v + \frac{\Delta v}{2}]$(م/ ثا)

Δv – مجال السرعة، م/ثا.

$\bar{v}$ – متوسط سرعة الرياح خلال الفترة المدروسة ، م/ثا.

وحيث: a, b, c, d, ρ_b محددة لأجل كل الفصول[1] . مع ملاحظة أن ρ_b تمثل كثافة الهواء (كغ/ م^3).

وأن سرعة الرياح v تتغير عند سطح الارض تبعاً للارتفاع h، ويكون:[8]: $\frac{v_2}{v_1} = (\frac{h_2}{h_1})^{\alpha}$

حيث v_1 و v_2 متوسط سرعتي الرياح عند الارتفاعين h_1 و h_2 على الترتيب.

ويعتمد الأس αعلى عامل خشونة السطح والاستقرار في الغلاف الجوي $(\alpha \approx 0.214)$

أثناء الحساب الآلي لمردود المحطة الهوائية يُعتمد على سلسلة الأعداد العشوائية المختارة بطريقة استثنائية، بحيث لأجل ذلك،ومن أجل كل k نتحول لمعطيات الأعداد العشوائية الموزعة بانتظام على المجال (0.1).

لنعتبر أنَّ:

V^{min} – القيمة الصغرى لمتوسط سرعة الرياح اليومية.

V^{max} – القيمة العظمى لمتوسط سرعة الرياح اليومية.

ولنحسب القيم التالية:

$$\xi = V^{min} + \alpha_1(V^{max} - V^{min})$$

$$\eta = \alpha_2 \, max \, f(V) \, ,$$

$$f\,(\xi) = \, a \left(\frac{\Delta V}{\bar{V}}\right) (\frac{\xi}{\bar{V}})^{f} \, . e^{-d(\frac{\xi}{\bar{V}})^{C}}; \quad V \in [0\,,\infty]$$

حيث: α_1 و α_2أعداد عشوائية موزعة بانتظام على المجال $(0,1)$، وبعد ذلك نقارن قيم η مع قيم $f(\xi)$:

– إذا كان: $\eta > f\,(\xi)$ ، عندها نستثني نابور الأعداد $(\xi\,,\eta)$ والعملية تستمر من أجل قيم جديدة لـ α_1 و α_2 .

– إذا كان: $\eta \le f\,(\xi)$،فإننا نأخذ ξ على اعتبار أنها تمثل $V(k)$.

بعد ذلك وحسب العلاقات (7) – (4) تُحسَب: $\tau(k), \eta(k)\,,\, j(k)$ و$G_1(\quad)$، وبطرق مشابهة من أجل كل قيم $k = \overline{1\,,\,N}$.

صياغة مردود المحطة التي تعتمد طاقة الرياح:

تتألف المجموعة المدروسة من: مصدر الماء– المحطة الهوائية مع مضخة لرفع الماء – خزان الماء– شبكة التوصيل.

من الطبيعي أن يتحدد المطلوب من الماء مسبقاً، وعندما توجد كفاية بالماء يمكن استخدام الفائض (الزائد) والاستفادة منه في مجالات أخرى.

لنفترض أن مصدر الماء متوفر دون انقطاع بحيث الزائد منه نعيده إلى المصدر (بئر محفور)، ولنفترض أن الفترة مقسمة إلى($k\,;\,k = \overline{1,N}$)قسم، ويطلب حساب قيم متغيرات النظام (المجموعة) بشكل أمثلي.

إن هذه المسألة هي أحد الأشكال المختلفة لمسألة التحكم بالاحتياطي(المخزون)حيث في كل لحظة $k = \overline{1\,,N}$،تعتبر هذه العملية كدالة متعلقة بمتغيرات المجموعة وبشعاع عشوائي، لذلك مردود المحطة والعجز والربح في المصادر هي بدورها تعتبر كلها متغيرات عشوائية، مثل هذه المسائل هي صنف خاص من مسائل البرمجة العشوائية.

بفرض:

-الكمية اللازمة من الماء (كمية الماء المطلوبة في كل لحظة k، $\pi_k \; ; \, (k = 1\,,2\,,3\,,\ldots,N)$

– (شعاع يمثل وضع المجموعة): $x = (x_1\,,x_2\,,x_3) \ge 0$

x_1 – المساحة التي تشغلها المروحة الهوائية أثناء العمل.

x_2–سعة مجمِّع الماء.

x_3– احتياطي الماء، $(0 \le x_3 \le x_2)$.

ولأجل كل k نفترض المتغيرات العشوائية التالية:

v_k – السرعة الوسطى للرياح.

w_k– كمية الماء المرفوعة بالمضخة (م^3).

$g(w_k)x_1$ – مردود المحطة الهوائية، م^3/ يوم.

y_k^+ – مقدار الزيادة في الماء (م^3).

y_k^- – مقدار النقص في الماء (م^3).

لنفرض أن هذه القيم معرفة على الفراغ الاحتمالي: $(\Omega\ ,\ F\ ,\ P)$

ولنفرض أيضاً:

d_k^+ – الربح الناتج عن زيادة كل 1 م^3 ماء (وحدة نقدية).

d_k^- – الخسارة الناتجة عن نقص كل 1 م^3 ماء (وحدة نقدية).

نعتبر: $d_k^- \ll d_k^+$، كما نعتبر أن: $d_k^+ = 0$ في حال عدم الاستفادة من الماء الزائد.

من الضروري تشكيل الأنموذج الأمثل للمجموعة ككل انطلاقاً من وجهة نظر اقتصادية، وفي حالتنا يمكن تمثيل وجهة النظر هذه بالعلاقة:

$$F^{\circ}(x) = \ni + \varepsilon K + R + M\ (u)\ \rightarrow min$$

حيث:

$\ni$ – نفقات الاستثمار.

R– مصاريف لمرة واحدة.

K– رأس المال المستثمر.

ε – المعامل الفعّال لرأس المال.

$M\ (u)$– التوقع الرياضي للخسارة الناتجة عن الخلل في التخطيط.

ومن الناحية العملية: [1]، فإن: $\ni = \propto K$ حيث $\propto = 0.1$

من الواضح أن:

$$U = \sum_{R=1}^{N}[(d_k^- y_k^- - d_k^+ y_k^+)]$$

وبالتالي:

$$F^{\circ}(x) = (\propto + \varepsilon)K\ (x) + R(x) + M_w \sum_{k=1}^{N}(d_k^- y_k^- - d_k^+ y_k^+\ ) \longrightarrow \underbrace{min}_{x} \quad : (8)$$

لكن المصاريف على المحطة الكلية تتألف من:

– مصاريف لبناء المحطة الهوائية ونرمز لها بالرمز: $P_1(x_1)$.

– مصاريف لبناء خزان الماء ونرمز لها بالرمز: $P_2(x_2)$.

– مصاريف للشبكة (مصاريف ثابتة) ونرمّزها بـ: P_0.

كما يمكن اضافة نفقات لملئ خزان الماء كخطوة أولية ونرمّزها بـ: $P_3(x_3)$

هذا يعني: $R = P_3(x_3) + P_0$

من الطبيعي اعتبار $R(x)\ ,\ K(x)$ أنها دوال ملساء بالمتغير العشوائي x.

وهنا يمكن أن نضيف (بل يلزم أن نضيف) إلى الانموذج شرط هام جداً، وهو أن احتمال عمل المحطة يجب ألا يقل عن نسبة معينة. أي: $p \geq p_0$ حيث p_0 مقدار معطى(ثابت)، وبالواقع العملي قد يحدث خلل بالشرط المذكور،ولم نأخذ بعين الاعتبار كيفية تصحيح هذا الخلل ضمن فترة العمل، وهذا أحد عيوب الانموذج، ولكن بأخذ التوقع الرياضي نخفف من هذا الخلل أو النقص، ولذلك نستبدله بالشرط التالي:

$$M\,(\bar{y}) \leq \varepsilon_0 \pi \;;\begin{cases} \varepsilon_0 = 1 - p_0 \\ \pi = \sum_{k=1}^{N} \pi_k \end{cases}$$

حيث:

$M\,(\bar{y})$ – التوقع الرياضي لكمية الماء خلال فترة العمل.

بهذا الشكل تكون المسألة قد تحولت إلى مسألة برمجة عشوائية يمكن صياغتها بالأنموذج الرياضي التالي:

$$(\propto + \varepsilon)[\rho_1(x_1) + \rho_2(x_2)] + \rho_3(x_3) + M_w \sum_{k=1}^{N}[\acute{d}_k \acute{y}_k - d_k^+ y_k^+] \rightarrow \underbrace{min}_{X^1}$$

$$M\,(\bar{y}) \leq \varepsilon_0 \pi$$

$$W_{k+1} = max\{0\,, min[x_2\,, w_k + g(w_k)x_1]\}\,; \begin{cases} k = \overline{1, N-1} \\ w_1 = x_3 \;; \end{cases}$$

$$y_k^+ = max\{0\,, w_k + g(w_k)x_1 - x_2\}\,, k = \overline{1\,, N} \;;$$

$$y_k^- = max\{0\,, x_2 - w_k - g(w_k)x_1\}\,, k = \overline{1\,, N} \;;$$

$$X^1 = \{x_1 \geq 0 \;.\; x_2 \geq 0 \;\; , 0 \leq x_3 \leq x_2\}$$

من الطرق الفعالة لإيجاد الحل الامثل لمثلهذه النماذج العشوائية هي طريقة دالة الغرامة العشوائية (penalty method).[3].[4]، علماً أن هذه الطريقة تعتمد ادخال شرط اضافي جديد يسمى(دالة الخلل بالشروط) يأخذ قيم كبيرة عند الخلل بشروط الانموذج العشوائي المدروس.

الاستنتاجات والتوصيات:

تم تشكيل الانموذج الامثل لتأمين الماء اللازم من خلال مصادر الطاقة المتجددة(طاقة الرياح) بمتغيرات محددة، ويمكن تعميم الدراسة بعدد مماثل أو أكبر من المتغيرات على مسائل اخرى لها طبيعة احتمالية وشروط مختلفة، كما نقترح استخدام طريقة الغرامات العشوائية وطريقة آررو–كورفيتس لحل مثل هذا النوع من النماذج الرياضية العشوائية.

المراجع:

[1] Шефтер Я. И. , Астакова Т. В. , Использование энергии ветра в системах сельскохозяйствнного водоснабжения , 1976

[2] Yu.M. Ermoliev, Methods of Stochastic Programming, 2012

[3] Yu.M. Ermoliev, V.I. Norkinmethodsofsolvingnon-concurrent -problem stochastic optimization problems, issn 0023-1274.cybernetics and systems analysis, 2003,

[4] M.B. Gitman, introduction to stochastic optimization, ponpu, 2014

[5]D.K. Kidmo, R. Danwe, Statistical analysis of wind speed distribution based on six Weibull methods for wind power evaluation in Garoua, Cameroon, 2014

[6]Mukund R. Patel,…,Wind and Solar Power Systems,New York, 1999

[7]E.H. lysen , Introduction to wind energy Basic and advanced introduction to wind energy with emphasis on water pumping windmills.

[8] A. K. Azad, M. G. Rasul, Analysis of wind energy prospect for power generation bythree Weibull distribution methods, ICAE 2015

[9]Ermoliev, Ju. M.: Stochastic programming methods. Nauka, Moscow, 1976, 240

[10]Kutliev, G.K. and S.P. Urias'ev: Application of stochastic quasi-gradient algorithms for calculation of wind-electric water lifting systems, Kiev, 1985

[11]Ermoliev, Ju. M.: Stochastic programming methods. Nauka, Moscow, 1976,

[12]Yastremski. A.J.: Stochastic models of mathematical economics, VyschaShkola,Kiev, 1983.