

تأثير درجة استقطاب أشعة X على المقطع التشتتي التفاضلي

د. سلامة أبو الشملات*

د. بدر الأعرج**

(تاريخ الإيداع 8 / 11 / 2016. قُبل للنشر في 15 / 6 / 2017)

□ ملخص □

يهدف هذا البحث إلى إيجاد مقطع التشتت التفاضلي $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ لأشعة X - المتشتتة عن صفيحة من الألمنيوم ضمن زوايا التشتت $\theta = 20^\circ - 145^\circ$ المتاحة في الجهاز المستخدم ، وذلك في حالتي الاستقطاب (الكلي والجزئي). وجدنا أن قيم مقطع التشتت التفاضلي تتراوح بين $\frac{d\sigma}{d\Omega} = (5.86 \times 10^{-5} - 0.078)bn / sr$. علاوة على ذلك، تم عرض منحنيات الشدة النسبية للتشتت، ودرجة الاستقطاب بدلالة زوايا التشتت، وتم إيجاد القيم القصوى عند كل منحنى.

الكلمات المفتاحية: تشتت كمبتون؛ درجة الاستقطاب؛ مقطع التشتت التفاضلي؛ التوزع الزاوي.

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** أستاذ - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

The Influence of X – ray Polarization Degree on the Differential Scattering Cross - Section

Dr. Sallamah Abou Alshamlat*
Dr. Badr Alaaraj**

(Received 8 / 11 / 2016. Accepted 15 / 6 /2017)

□ ABSTRACT □

This work aims to find the differential scattering cross-section $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ for X-ray scattered by aluminum target with angles in intervals $\theta = 20^\circ - 145^\circ$ in accordance to both polarization cases (completely – partly).

We found that the minimum and maximum values of $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ lies in the range $(5.86 \times 10^{-5} - 0.078) \text{bn} / \text{sr}$.

In addition, the relative scattered intensity and polarization degree have been presented as a function of scattered angles and the extreme values are found for each curve.

Keywords: Compton Scattering ;Polarization Degree ; Scattering Cross-Section; Angular Distribution

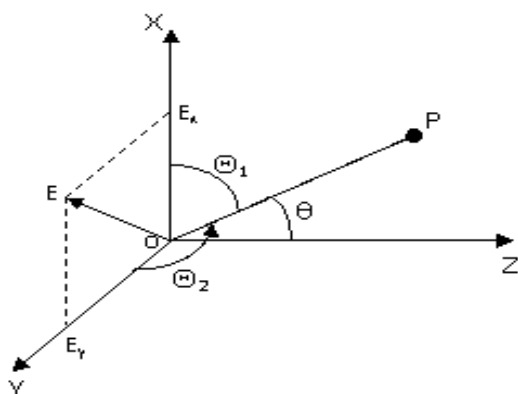
* Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Syria

** Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Syria

مقدمة:

إن ظاهرة التشتت لأشعة X التي ترددها ω ، وطول موجتها λ_0 ، وشدها I_0 قبل التشتت عن إلكترون ذري حر أو ضعيف الارتباط تفسر بالطبيعة الموجية (الاستقطاب، الشدة)، بينما يفسر تغير تردد الإشعاع المنتشت على الطبيعة الكمية (الجسيمية). يبين الشكل 1 انتشار موجة كهرومغناطيسية باتجاه المحور OZ التي تنتشت عن إلكترون ما من ذرة الهدف (صفيحة من الألمنيوم أبعادها $24 \times 24 \times 3$ mm، وكثافتها ρ ، والتركيز الحجمي للذرات n) متوضعة في النقطة O . يؤدي تفاعل الحقل الكهربائي لموجة الأشعة مع الإلكترون إلى وضع الإلكترون في حالة اهتزاز توافقي، مما ينتج عنه تشتت موجة كروية [2,1]. وهنا سندرس حالتين:

• **الموجة الواردة غير مستقطبة:** أي أن الحقل الكهربائي للموجة يهتز في المستوي xy ويمكنه أخذ أية اتجاه في هذا المستوي. في هذه الحالة، نحلل الحقل E إلى مركبتين: $E_x \equiv E_{\perp}$; $E_y \equiv E_{\parallel}$. من المعلوم أن شدة الإشعاع الكهرومغناطيسي المنتشت عن جسيم مشحون (إلكترون) تتناسب مع $\sin^2 \Theta_i$ حيث $i=1;2$ العلاقة (10) علما أن Θ_1 الزاوية بين E_x واتجاه المتجه القطري إلى النقطة p موضع العداد الشكل 1. إذا وقعت النقطة p على المحور Oy ، فإننا نحصل على استقطاب خطي باتجاه Ox ، وذلك لأن مساهمة المركبة Oy في الاستقطاب تساوي الصفر لأن $\Theta_2 = 0$.



الشكل 1: يمثل المحور OZ اتجاه ورود الأشعة السينية على الهدف المتوضّع عند O

يبين الشكل 2 مخطط جهاز أشعة X المستخدم حيث يسمح الكاشف D في المستوي xz زوايا ما بين $20-145^0$ الذي يعمل وفق مبدأ عداد غايغر - ميلر.



الشكل 2: مخطط الجهاز (المجمع C، الهدف T، الكاشف D).

بما أن الموجة الواردة غير مستقطبة، فيمكننا التعبير عن الحقل الكهربائي في المستوي xy كما يلي:

$$\bar{E}_x^2 = \bar{E}_y^2 = \frac{1}{2} E_0^2 \quad (1)$$

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} I_0 \quad (2)$$

وبالتالي نحصل على شدة الأشعة المتشتتة بفعل المركبتين في النقطة p من المستوي xy بالعلاقتين:

$$I_{\perp} = I_x \frac{r_0^2}{R^2} \sin^2 \Theta_1 = \frac{I_0}{2} \frac{r_0^2}{R^2} \cos^2 \theta \quad (3)$$

$$I_{\parallel} = I_y \frac{r_0^2}{R^2} \sin^2 \Theta_2 = \frac{I_0}{2} \frac{r_0^2}{R^2} ; \Theta_2 = 90^\circ \quad (4)$$

وبالتالي تكون الشدة الكلية I المتشتتة عن الإلكترون في النقطة p:

$$I = I_{\perp} + I_{\parallel} = I_0 \frac{r_0^2}{R^2} \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \quad (5)$$

درجة الاستقطاب P: وتعرف درجة الاستقطاب P بأنها النسبة بين الفرق بين شدتي المركبتين إلى مجموعهما.

$$P = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} \quad (6)$$

$$I_{\parallel} = \frac{1 + P}{2} I_0 \quad (7)$$

$$I_{\perp} = \frac{1 - P}{2} I_0 \quad (8)$$

$$I_0 = \varepsilon_0 c E^2 \quad (9)$$

حيث أن: ϵ_0 السماحية الكهربائية، c سرعة الضوء في الخلاء، على الترتيب. وبتنتيجة فعل المركبة E_x تتشكل موجة كروية متشعبة بزواوية Θ شدتها I في النقطة p التي تبعد عن موضع الإلكترون بمسافة R [2]. ويمكننا التعبير عن الشدة المتشعبة I بدلالة عدة مقادير: تسارع الإلكترون المرتبط بالحقل الكهربائي E والإزاحة x ، أي $\ddot{x} = \frac{eE}{m}$ أو المشتق الثاني بالنسبة للزمن لعزم ثنائي القطب الكهربائي $\dot{p} = e\dot{x}$ كما يلي:

$$I = \frac{e^2 \ddot{x}^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2} \sin^2 \Theta = I_0 \frac{r_0^2}{R^2} \sin^2 \Theta \quad (10)$$

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm ; classical electron radius}$$

عندما تسقط حزمة من أشعة X على صفيحة الألمنيوم، فإنها تخضع لعملية التوهين بمعامل خطي μ و يساهم فيه معاملي الامتصاص والتشتت: $\mu = \tau + \sigma$.
 • الامتصاص τ : ويندرج تحت هذه العملية امتصاص الشدة، وامتصاص الطاقة. ويوصف امتصاص الشدة بقانون لامبرت - بيير حيث طول موجة الأشعة النافذة لا تتغير.

$$I(\lambda_0) = I_0 \exp(-\mu_m \rho \cdot d) = I_0 \exp(-\mu_m d_m) \quad (11)$$

حيث أن: μ_m معامل التوهين الكتلي لمادة الهدف عند طول الموجة λ_0 ، ويقدر بـ cm^2/g ، السماكة الكتلية، أما امتصاص الطاقة يوصف بالمفعول الكهروضوئي.
 التشتت σ : يحصل تشتت Compton عندما يصطدم فوتون أشعة X مع الإلكترون الحر لذرة الهدف. وتعطى النسبة بين عدد الفوتونات المتشعبة N_D ضمن عنصر الزاوية المجسمة $d\Omega$ التي يسجلها العداد إلى عدد الفوتونات N الواردة على سطح الهدف بالعلاقة:

$$\frac{N_D}{N} = \sigma(\theta) \cdot \Omega \cdot N_s \quad (12)$$

$$\sigma(\theta) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega \quad (13)$$

حيث أن $N_s = n \cdot d$ تمثل عدد الذرات في وحدة السطح من الهدف، ويبلغ التركيز الحجمي لمادة الهدف $n_{Al} = 6.02 \times 10^{22}$; atoms/cm³ مضروبة بسماكة الصفيحة.

تتناسب معاملات التوهين، والامتصاص والتشتت مع كتلة المادة، ويمكننا التعبير عن المعاملات الخطية μ والكتلية μ_m والذرية μ_a بدلالة الكتلة الذرية M وعدد افكادرو N_A ، والتركيز الحجمي n كما في العلاقات التالية:

$$I(\lambda_0) = I_0 \exp(-n \cdot \sigma_a \cdot d) \quad (14)$$

$$n = \rho \frac{N_A}{M} \quad (15)$$

$$\sigma_a = \sigma_m \frac{M}{N_A} \quad (16)$$

$$\sigma_a = \frac{8\pi}{3} r_0^2 Z \quad (17)$$

لقد طور R.W.Poli علاقة الشدة النافذة T_i باستخدام معدل العد R_i على مرحلتين: أولاً، وضع فلتر النحاس على نافذة مجمع أشعة X-، وثانياً، على نافذة العداد ضمن الجهاز المستخدم الشكل 2، والغاية من الفلتر تخفيض واختزال شدتي الخطين K_α ، K_β لمصدر النحاس.

$$T_i = \frac{R_i - R}{R_0 - R} = e^{-a\left(\frac{\lambda}{100}\right)^n} ; i = F, B \quad (18)$$

حيث يشير F إلى الحالة الأمامية، B إلى الحالة الخلفية لوضع الوقاية النحاسية بالنسبة إلى هدف الألمنيوم حيث $a = 7.6$ ، $n = 2.75$ و تقدر λ بـ pm .

R_0 - معدل العد لأشعة X المتشنتة عن هدف الألمنيوم (بدون وجود فلتر النحاس).

R_B, R_F - معدل العد بوجود فلتر النحاس أمام وخلف الهدف، على الترتيب.

R - معدل العد للإشعاع الكوني (إشعاع الخلفية)، ويؤخذ عندما يكون تيار الإصدار المطبق في أنبوب أشعة

X - يساوي الصفر $I = 0$.

توصل Klein , Nishina إلى علاقة مقطع التشتت التفاضلي الجزئي $\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega}$ خلال عنصر زاوية مجسمة

$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ الناتج عن إلكترون حر من ذرة الهدف المشتت بدلالة الزاوية السميتية $2\pi \rightarrow \phi = 0$ ،

وزاوية التشتت $\pi \rightarrow \theta = 0$ ، ودرجة استقطاب P [4,3].

تمثل $\theta=0$ الأشعة غير المتشنتة، و $\theta=\pi$ الأشعة المرتدة على نفسها، وما بين القيمتين نحصل على التشتت

الأمامي والخلفي بالنسبة إلى الهدف.

$$\frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left\{ \frac{1}{A} + \frac{1}{A^3} - \frac{1}{A^2} [(1 + P \cos 2\phi) \sin^2 \theta] \right\} \quad (19)$$

$$A = 1 + \alpha(1 - \cos \theta) \quad (20)$$

$$\alpha = \frac{h\nu_0}{mc^2} = 0.04 ; \quad \text{at } \lambda_{\max}$$

α يمثل نسبة طاقة فوتون أشعة X ذو طول الموجة λ_{\max} الموافقة للشدة العظمى في الطيف المستمر قبل

التشتت إلى طاقة الإلكترون السكونية mc^2 ، علماً أن :

$$\lambda_{\max} = \frac{3}{2} \lambda_{\min} = \frac{3}{2} \cdot \frac{12.4}{U(kV)} ; A \quad (21)$$

ويمكننا الانتقال بين حالات الاستقطاب (الكلي - الجزئي - اللا استقطاب) باستبدال $P=1; 1/2; 0$ في

العلاقة (19).

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية هذا البحث بدراسة تأثير أشعة - X غير المستقطبة على مقطع التشتت التفاضلي كما هو الحال في الجهاز المستخدم في دراستنا، ومحاكاتها مع الأشعة المستقطبة كلياً وجزئياً بعد فلترة أشعة - X بواسطة رقاقة من النحاس، لكون هذا المقطع يدخل في الحسابات الكمية (التركيز)، ومعامل مهم في مردود الكاشف العلاقة (12)، كما أنه مقدار حساس لتغيرات كثافة العناصر المكونة للهدف عندما يحضّر على هيئة خليطة .

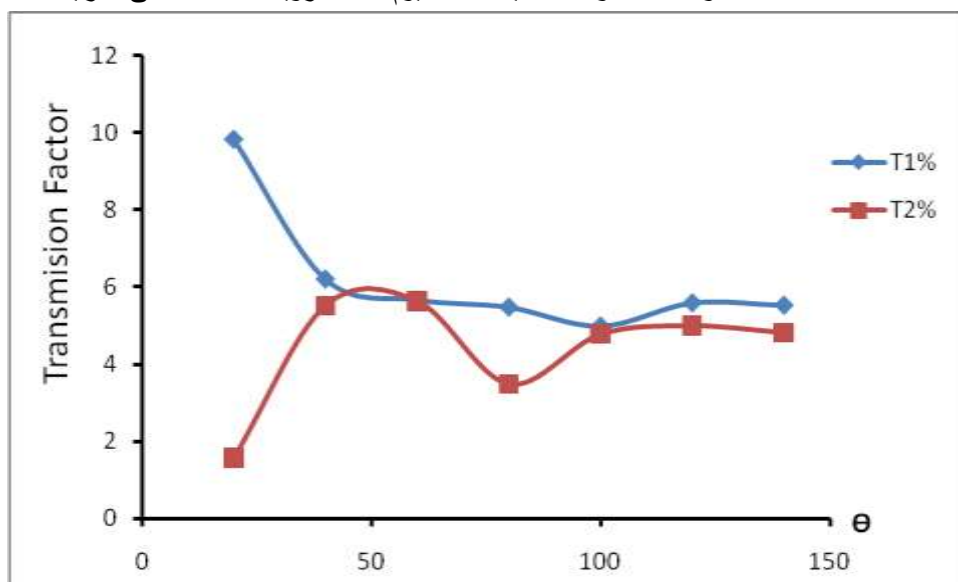
طرائق البحث ومواده:

تم توليد إشعاع - X وفق البارامترات التالية: جهد الأنبوب $U = 30kV$ ، وتيار إصدار $I = 1mA$ ، وزاوية الهدف 20° ، والمسافة بين الصفيحة التي أبعادها $(24 \times 24 \times 3 \text{ mm})$ والكاشف $R=4 \text{ cm}$ ، وقطر فتحة الكاشف الدائرية 1 cm . وأخذت زوايا انتقال الكاشف ما بين $20-145^\circ$. ولتحديد التوزيع الزاوي لمقطع التشتت التفاضلي تم كتابة كود بلغة Matlab للعلاقة (19) لحسابها عددياً ثم رسمها بيانياً، ودوّن هذا الكود في نهاية البحث.

النتائج والمناقشة:

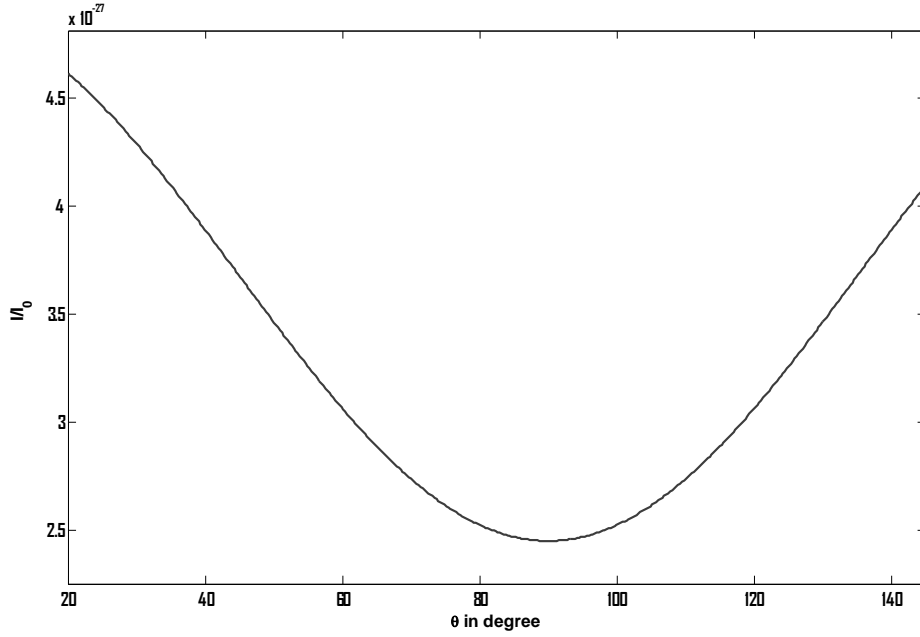
من المعلوم أن مقطع التشتت الكلي لتفاعل الفوتونات مع المادة يساهم فيه عدة مقادير من المقاطع حسب آلية التفاعل (مقطع التشتت المرن واللامرن...الخ).

يبين الشكل 3 الشدة النافذة T_1 و T_2 قبل وبعد صفيحة الألمنيوم بدلالة زاوية التشتت، على الترتيب.



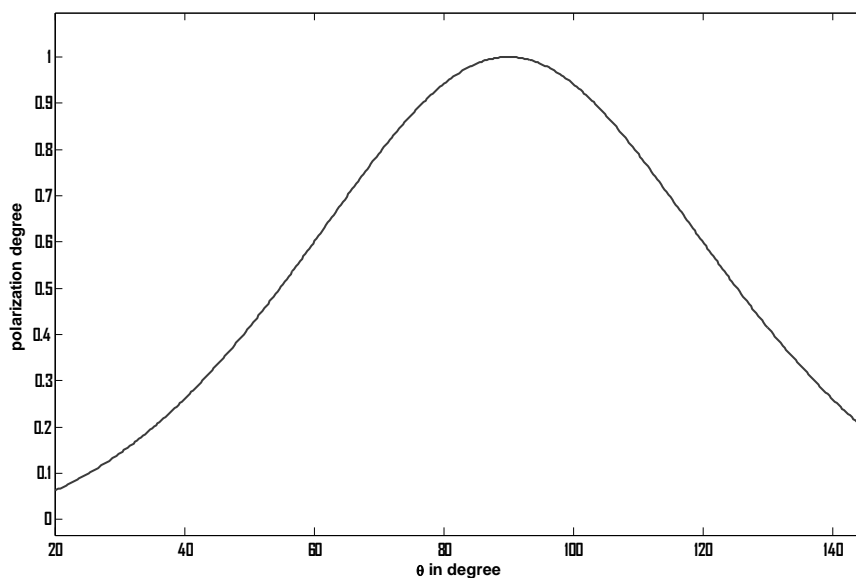
الشكل 3: عامل الشدة النافذة بدلالة زاوية التشتت عن العينة.

يبين الشكل 4 الشدة النسبية I/I_0 لتشتت الإشعاع بدلالة زوايا التشتت وفق العلاقة (5).



الشكل 4 : الشدة النسبية I/I_0 لتشتت الإشعاع بدلالة زوايا التشتت

نلاحظ من هذا الشكل أن القيمة الدنيا للشدة النسبية صغيرة جدا 2.45×10^{-27} عند الزاوية $\theta = 90^\circ$. يوافق هذا المنحني المركبة العمودية للعلاقة (5) أما المركبة الموازية تأخذ قيم ثابتة للعلاقة (6)، وهذا يتفق مع [5, 6]. بالمقارنة بين الشكلين 3 و 4 نجد أن وضع الفلتر بعد الصفيحة يتوافق مع سلوك توزيع الشدة بدلالة زوايا التشتت ضمن المجال الزاوي $50^\circ - 100^\circ$ ، بينما درجة الاستقطاب P تكون عظمى عند الزاوية $\theta = 90^\circ$ كما يظهره الشكل 5.



الشكل 5 : درجة الاستقطاب بتابعة زاوية التشتت.

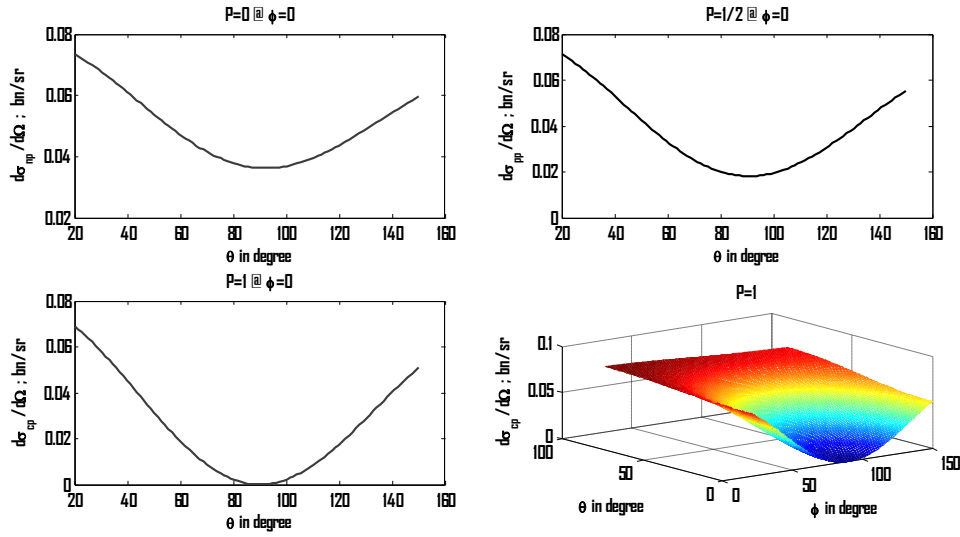
نستنتج من الشكل 5 أن الاستقطاب يخفض عملية التشتت. و يبين هذا الشكل أن القيمة العظمى لدرجة الاستقطاب تحصل عند زاوية التشتت $\theta = 90^\circ$ ، أي أننا نحصل على استقطاب تام في نقاط المستوي xy، بالمقابل لا يوجد استقطاب في النقاط الواقعة على محور الانتشار oz، أي $P=0$ ، ويتفق مع [8,7,6].

التوزع الزاوي لمقطع التشتت التفاضلي $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ في الحالات الثلاثة:

إن بارامترات الجهاز المستخدم هي: $(\theta=20 - 150^\circ, \phi=0^\circ, R=4 \text{ cm})$ ،

وبالتالي تم رسم مقطع التشتت التفاضلي $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ في الحالات الثلاثة (اللا استقطاب، الاستقطاب الجزئي،

الاستقطاب الكلي) الشكل 6.



الشكل 6 : يمثل توزيعات حالات الاستقطاب الثلاثة المذكورة أعلاه، بالإضافة إلى التوزيع ثلاثي الأبعاد بدلالة الزاوية θ ، والزاوية السمتية ϕ .

ونلاحظ من هذه المخططات بزيادة درجة الاستقطاب فإن القيمة الدنيا لمقطع التشتت التفاضلي تتناقص من 0.0362 bn/sr إلى القيمة $5.86 \times 10^{-5} \text{ bn/sr}$ ، وكذلك فإن زاوية التشتت الموافقة للقيمة الدنيا تتزاح نحو اليسار بمقدار 2.62^0 ، [10,9].

ولدراسة الحالة الافتراضية أن الكاشف يدور حول اتجاه الانتشار الأمامي لأشعة - X فقد تم رسم التوزيع ثلاثي الأبعاد في مجال الزوايا القطبية والسمتية.

يبين المخطط الرابع التوزيع الزاوي لـ $\frac{d\sigma_{cp}}{d\Omega}$ في مجال الزوايا القطبية $\theta = 20 - 150^\circ$ والسمتية $\phi = 0 - 90^\circ$ ، على الترتيب. وتظهر القيمة الدنيا لمقطع التشتت عند الزاوية القطبية $\theta=20^0$ والزاوية السمتية $\phi=48.18^0$ ، [12,11].

سجلت النتائج المستخلصة من المخططات في الجدول التالي.

polarization	$(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\min}$ in bn/sr	θ_{\min}°
P=0	0.0362	92.222
P=1/2	0.0182	90.900
P=1	5.86×10^{-5}	89.596

الاستنتاجات والتوصيات:

نستنتج من هذا العمل النقاط التالية:

(a) يتوافق سلوك الشدة النافذة T_2 في المجال $50^\circ - 100^\circ$ في الجهاز المستخدم إلى حد ما توزيع الشدة بدلالة زوايا التشتت المحسوبة ، و يرجع سبب الانحراف إلى عدم وجود تخلية في منطقة انتقال الأشعة داخل الجهاز.

(b) تكون درجة الاستقطاب أعظمية عند زاوية التشتت $\theta=90^0$.

(c) بزيادة درجة استقطاب أشعة X - فإن القيمة الدنيا لمقطع التشتت التفاضلي تتناقص من 0.0362 bn/sr إلى القيمة $5.86 \times 10^{-5} \text{ bn/sr}$ ، عند زاوية تشتت ما بين $89.59 - 92.22$ درجة، أي أن الاستقطاب يخفص عملية التشتت.

(d) إن توزيع الشدة النسبية الممتتتة تكون في قيمة دنيا عند الزاوية $\theta=90^0$.

%Matlab Code

```

clc;close all ; clear ;
r=2.8e-13;a=0.04;          % a is energy ratio
x=linspace(20,150,100);   % theta=x
y=linspace(0,90,100);    % phi=y
A=(1+a*(1-cosd(x)));
B=cosd(2*y);
f1=3.92e-26.*(1./A+1./A.^3-(1./A.^2).*sind(x).*sind(x))/10^-24; % P=0
f2=3.92e-26.*(1./A+1./A.^3-(1.5./A.^2).*sind(x).*sind(x))/10^-24; % P=1/2
f3=3.92e-26.*(1./A+1./A.^3-(2./A.^2).*sind(x).*sind(x))/10^-24; % P=1
subplot(2,2,1);
plot(x,f1);
title('P=0 @ \phi=0');
xlabel('\theta in degree');
ylabel('{d\sigma}_{np} /{d\Omega} ; bn/sr');
hold on
subplot(2,2,2);
plot(x,f2);
title('P=1/2 @ \phi=0');
xlabel('\theta in degree');
ylabel('{d\sigma}_{pp} /{d\Omega} ; bn/sr');
subplot(2,2,3);
plot(x,f3);
title('P=1 @ \phi=0');
xlabel('\theta in degree');
ylabel('{d\sigma}_{cp} /{d\Omega} ; bn/sr');
subplot(2,2,4);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
C=(1+a*(1-cosd(X)));
D=cosd(2*Y);
F=3.92e-26.*(1./C+1./C.^3-(1./C).^2.*((1+D).*sind(X).*sind(X)))/10^-24;%P=1 ,
phi not zero
mesh(X,Y,F);
title(' P=1 ');
xlabel('\theta in degree');
xlabel('\phi in degree');
zlabel('{d\sigma}_{cp} /{d\Omega} ; bn/sr');
datacursormode on

```

المراجع:

- [1] E.W.Schpolski, Atomphysik, VEB Dentscher Verlag der Wissenschaften, Berlin ,1979.
- [2] MANFRED von ARDENNE, GERHARD MUSIOL,SIEGFRIED REBALL, Effekte der Physik und Ihre Anwendungen, VED Deutsch Verlag der Wissenschaften, Berlin,1988.
- [3] J.RAINA, OLSEN ET., investigation of defect clusters in ion- irradiated Ni and NiCo using diffuse X-ray scattering and electron microscopy, Journal of Nuclear Materials,469 (2016),153 – 161.
- [4] R.Jenkins, J.L.de Vries,An Introduction to X- ray powder diffractometry, Holland, 1969.
- [5] DEPOALA G.O.,New Monte Carlo method for Compton and Rayleigh scattering by polarized gamma rays, nuclear instruments and methods in Physics Research A 512 ,(2003), 616 – 630.
- [6] Leonard C.Feldman, Jamos Wimayer,Fundamentals of Surface and Thin Film Analysis, North-Holand,London.
- [7] A.Hamzawy, Compton scattering, Radiation Physics and Chemistry 119, (2016), 103 – 108.
- [8] A. HERRERA GOMES, effect of monochromator X ray Bragg reflection on photoelectric cross section, Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena 180 (2010),81 – 83.
- [9] G.GAGGERO, monte carlo calculations for the photofractions and energy loss spectra of Ge(Li) semiconductor detectors, (1971),481-492,North Holand Publishing,Co.
- [10] AHMED M. EL-KHATIB, MONA M. GOUDA, MOHAMED S. BADAWI, COMPUTATION OF THE FULL ENERGY PEAK EFFICIENCY OF AN HPGE, Vol. 8,No.5(2013), 623- 638,Taylors University.
- [11] Alan OWENS,A COMPARISON OFEMPIRICAL AND SEMIEMPIRICAL EFFICIENCY CALCULATIONS FOR Ge DETECTERS, Research A274, (1989), 297 – 304 , North-Holland, Amsterdam
- [12] E. GATTI and V. SVELTO, REVISED THEORY OF TIME RESOLUTION IN SCINTILLATION COUNTERS, (1964), 213 – 223, North-Holland