

دراسة أمواج السوليتون المغنيتوصوتية في بلازما (إلكترون - بوزيترون - أيون) كوانتية فائقة الكثافة

الدكتورة نجاح قبلان *
الدكتور محمود أحمد **
علي ابراهيم أسد ***

تاريخ الإيداع 1 / 2 / 2017. قُبِلَ للنشر في 1 / 6 / 2017

□ ملخص □

تم في هذا البحث دراسة خصائص أمواج السوليتون المغنيتوصوتية في بلازما كوانتية فائقة الكثافة مكونة من أيونات وبوزيترونات، وإلكترونات، بعد أخذ التأثيرات الكوانتية للإلكترونات والبوزيترونات بالحسبان، نظراً لطبيعتها الفيرميونية وتأثيرات الحيود الكوانتي وذلك بإدخال كمون بوم (Bohm) الكوانتي في معادلاتي الحركة اللاخطيتين للإلكترونات والبوزيترونات.

تمت دراسة أمواج السوليتون ذات السعات الصغيرة باستخدام طريقة الاضطراب المختزلة للحصول على معادلة كورتيفيك-دي فريس (Korteweg- de Vries)(KdV). ومن ثم مقارنة حلول الموجة السوليتونية التي حصلنا عليها مع الحلول في المراجع ذات الصلة.

الكلمات المفتاحية: بلازما فائقة الكثافة، سوليتونات مغنيتوصوتية، معادلة كورتيفيك-دي فريس (KdV)

¹ * أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

*** طالب دراسات عليا (ماجستير) - اختصاص فيزياء نظرية - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Study of Magnetoacoustic solitons in ultra dense quantum electron-positron-ion plasma

Dr. Najah Kabalan*
Dr. Mhmoud Ahmad**
Ali Ebrahim Asad ***²

(Received 1 / 2 / 2017. Accepted 1 / 6 / 2017)

□ ABSTRACT □

In this search, it has been studied the properties of the magnetoacoustic soliton waves in ultra dense quantum plasma and its including ions and electrons and positrons after taking quantum effects of electrons and positrons into consideration due to their Fermionic nature and the quantum diffraction, this is by the quantum Bom potential into two momentum equations of electrons and positrons .

It has been studied the solitary waves of small amplitude by using reductive perturbation method. The results have been compared to the solitary waves ones with what others have reached in related references.

keys Words: ultra dense plasma ,Magnetoacoustic solitons, Korteweg - de Vries (KdV) equation.

² *Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

**Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

***Postgraduate Student, theoretical Physics, Department of Physics, Faculty of Science, University, Lattakia, Syria. ²Tishreen

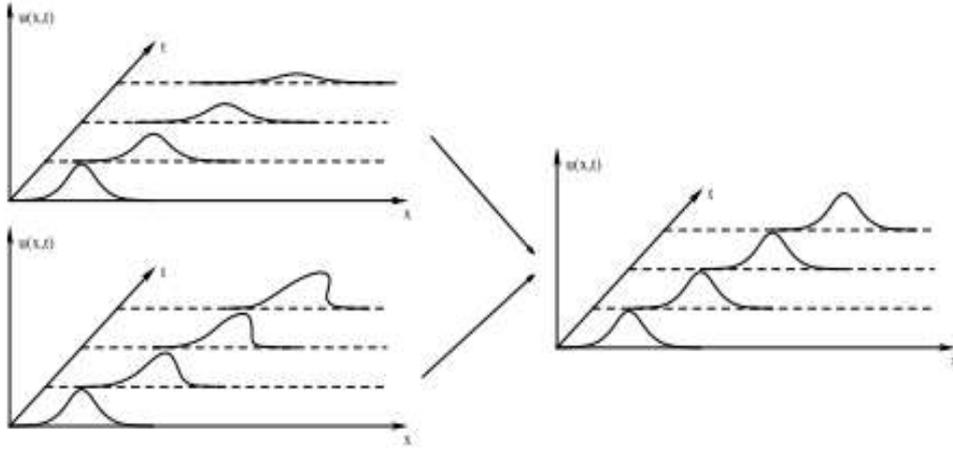
مقدمة:

يوجد في الطبيعة العديد من الظواهر الموجية التي لا يمكن دراستها خطياً لأن ساعاتها تزداد بصورة أسية بازدياد سرعاتها، كما يؤدي حدوث أي اضطراب في الجملة التي تنتشر فيها هذه الأمواج كتغير طفيف في الشروط الابتدائية، إلى تغير كبير في سلوك هذه الظاهرة في الفترة الزمنية اللاحقة، وبالتالي لا يمكن وصف انتشار الموجة في هذه الحالة وفق النظرية الخطية.

تسمى هذه الظواهر الموجية بالأمواج اللاخطية (nonlinear waves)، وهناك أمثلة كثيرة عنها في الطبيعة كأموال المد والجزر والانفجارات الصوتية، وقد حظيت الأمواج اللاخطية بالكثير من الاهتمام في العديد من حقول الفيزياء، كنقل الطاقة في الجزيئات البيولوجية (biological molecule) وفيزياء البلازما ذات درجات الحرارة المرتفعة، بالإضافة لتطبيقاتها الواسعة في التقانات الحديثة كليزرات نبضات الفمتوثانية (femtosecond pulsed lasers)، والاتصالات الحديثة.

يمكن الحصول على الحالة اللاخطية في البلازما بعدة طرائق كتوليد التوافقيات (harmonic generation) [1] " وهي عملية لاخطية يتم فيها إثارة ذرات غاز حامل بواسطة حقل ليزري شديد (intense laser field) ذات تردد ω_1 فتصدر إشعاعات بترددات عالية مضاعفات أعداد صحيحة فريديه من ω_1 ، وانتقال الحرارة وفق الاتجاه الأفقي (advection)، واحتجاز الجسيمات في جهد الموجة، وقوة لورنتز اللاخطية والقوة الدافعة المبطننة (Ponderomotive Force) [2-3]، كما تساهم الحالة اللاخطية في تشكل موجات من نوع خاص في البلازما، والتي تؤدي بدورها إلى ظهور الأنماط المختلفة من التراكيب المترابطة، كأموال السوليتون، وأمواج الصدم والأعاصير والطبقات المضاعفة. تعرف الطبقات المضاعفة بأنها بنى لاخطية تتكون من طبقتين متجاورتين مشحونتين بشحنتين متعاكستين، مما يؤدي لنشوء حقل كهربائي، والذي يقوم بدوره بتسريع أو إبطاء أو انعكاس كل من الإلكترونات والأيونات عند دخولها الطبقة المضاعفة.

سنتهم "من بين الظواهر اللاخطية" بدراسة الأمواج السوليتونية (solitary waves)، والموجة السوليتونية هي موجة لاخطية لها شكل السنم (الحدبة) تنشأ نتيجة التوازن بين التأثيرات اللاخطية (nonlinearity)، والتي تظهر عندما تصبح سعة الموجة كبيرة بفعل قوى لاخطية ذات منشأ خارجي، والتأثيرات الناجمة عن التبدد (dispersion)، المترافقة مع انتشار الموجة في الوسط، والتي تعمل على تعريض أو ازدياد المقطع العرضي لموجة السوليتون من جهة على حساب تناقص سعتها من جهة أخرى، حيث يؤدي التوازن بين السرعة الموضعية للموجة ذات السعة المتزايدة وتناقص سرعتها نتيجة التبدد، إلى الحصول على موجة ذات مقطع مستقر (Stable Profile) في الحالة الخاصة الموافقة لضياح طفيف جداً للطاقة (Dissepation) مقارنة بالتبدد، كما هو موضح في الشكل (1) ونتيجة لهذا التوازن تنتقل الموجة من مكان إلى آخر بوقام دائم (permanent shape)، وبسرعة ثابتة وتكون شديدة الترابط ضد الاضطرابات كما تحافظ على شكلها وسرعتها بعد التصادم مع سوليتونات أخرى منتشرة في الوسط البلازمي [4].



الشكل رقم (1): يوضح الشكل توازن تأثير اللاخطية (nonlinearity) (أسفل أيسر) مع تأثير التبدد (dispersion) (أعلى أيسر) فينتج السوليتون في الجهة اليمنى.

يمكن الحصول على هذه الأمواج في البلازما عند توجيه حزمة ليزرية على الوسط البلازما، والتي تؤدي بدورها إلى توليد قوة لاخطية تدعى بالقوة الدافعة المبطنّة، ويظهر حقل كهربائي ضعيف، نتيجة استنزاف (depleted) الكثافة الموضوعية لجسيمات الوسط البلازما من قبل هذه القوة، مخلفة مكانها فجوة طاقة أومغلف سوليتوني (envelop soliton) يحتجز بداخله موجة سوليتون معزولة ضمن هذه الفجوة.

يوجد العديد من الطرائق اللاخطية المتبعة لدراسة معادلات البلازما اللاخطية كطريقة الاضطراب المختزلة (perturbation method reductive) [5]، تستخدم هذه الطريقة من أجل الاضطرابات الصغيرة، والموافقة لكون سعة الموجة اللاخطية صغيرة، والتي تؤسس لآلية يمكن من خلالها اختزال مجموعة من المعادلات التفاضلية الجزئية اللاخطية إلى معادلة تفاضلية جزئية لاخطية بسيطة قابلة للحل، وطريقة الجهد الزائف لساكديف (Sagdeev pseudopotential) [6-7]، والتي تستخدم لدراسة الأمواج اللاخطية ذات السعات الكبيرة كأموج الصدم الصوتية للأيون، حيث لا يمكن إهمال الدور الذي يلعبه ضياع (فقدان) الطاقة مقارنة بالتبدد في هذه الحالة، مما يؤدي لفقدان موجة السوليتون لقوامها المستقر وتحولها إلى موجة صدم.

استخدمت طريقة الاضطراب المختزلة من قبل كل من S. A. Khan و S. Mahmood و Arshad M. Mirza لدراسة سوليتونات الصوت الأيونية غير المستوية في بلازما إلكترون - بوزيترون - أيون الكوانتية وحصلوا على معادلة كورتيفيك-دي فريس (Korteweg-de Vries) (KdV)، التي لها حلول قطعية تأخذ شكل السوليتون، ودرسوا أيضاً كل من أمواج السوليتون وأموج الصدم في بلازما إلكترون - بوزيترون - أيون فائقة الكثافة، إضافة إلى تأثير التصحيحات الكوانتية على هذه الأمواج وتغير سلوكها في الإحداثيات المختلفة [8-9]. كما استخدمت من قبل كل من A. Mushtaq و Shabbir Ahmad Khan لدراسة أمواج السوليتون الصوتية للأيونات مع اضطرابات عرضية ضعيفة في بلازما إلكترون - بوزيترون - أيون (e-p-i) الكوانتية، وتوصلوا باستخدام هذه الطريقة إلى معادلة Kadomtsev - Petviashvili، التي لها حلول قطعية أيضاً [10]. درس S. A. Khan و S. Mahmood و Arshad M. Mirza السوليتون الخاصة بالأمواج الصوتية للأيون في البلازما الغبارية، في كل من

الإحداثيات الكروية والاسطوانية، والمكونة من بلازما تحتوي على حبيبات غبار مشحونة ذات كتل كبيرة نسبياً مقارنة مع كتل جسيمات الوسط البلازمي، وتبين نتيجة لهذه الدراسة، أن هذه الأمواج تتصرف بشكل مختلف تماماً عن أمواج السوليتون المستوية ذات البعد الواحد [11]. كما درس B. Sahu أمواج الصدم الناتجة عن الصوت في المائع الأيوني في البلازما الغبارية في الإحداثيات الكروية والاسطوانية وتوصل إلى معادلة برغر (Berger) [12]. ما يهنا هنا دراسة تأثير كتلة كل من الإلكترون والبوزيترون. على تغير كل من مقطع وسعة وسرعة انتقال موجة السوليتون المغنيتوصوتية الكوانتية في بلازما (e-p-i) ممغنطة وفائقة الكثافة، علماً أن الموجة المغنيتوصوتية عبارة عن موجة تنتشر في الوسط البلازمي بصورة معامدة لكل من الحقلين الكهربائي والمغناطيسي، بينما ينطبق منحى انتشارها على اتجاه انتقال جسيمات البلازما.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية هذا البحث من خلال التركيز على دراسة تأثير كتلة الإلكترونات والبوزيترونات على انتشار الأمواج السوليتونية المغنيتوصوتية الكوانتية في بلازما (e-p-i) ممغنطة وفائقة الكثافة، حيث تعامل البلازما هنا كمائع ناقل مكون من شحنات موجبة وسالبة وتخضع لحقل مغناطيسي باستخدام تقريب الموائع الناقلة الكوانتية المغنطة "Quantum magnetohydrodynamics" (QMHD)، كما يهدف هذا البحث إلى دراسة خصائص هذه الأمواج من حيث الاستمرارية والاستقرار وبنية التطور اللاخطي للسوليتون مع تغير الاضطراب داخل الوسط البلازمي ذات الصلة وآلية تحوله إلى موجة صدم، انطلاقاً من المعادلات المستخدمة في المرجع [13] للحصول على معادلة كورتيفيك-دي فريس (KdV) التي لها حلول قطعية تأخذ شكل السوليتون.

طرائق البحث ومواده:

قمنا في هذا البحث بدراسة حركة الإلكترونات والبوزيترونات والأيونات في بلازما فائقة الكثافة ومغنطة، باستخدام المعادلات الخاصة بنموذج الموائع الكوانتية المغنطة (QMHD)، مستخدمين نفس الأسلوب المتبع من قبل كل من S. Hussain و S. Mahmood و A. Mushtaq [13] حيث تم استخدام طريقة الاضطراب المختزلة، والتي يمكن من خلالها الانتقال من مجموعة المعادلات التي تصف الوسط المدروس، إلى معادلة تفاضلية جزئية لاخطية تدعى بمعادلة كورتيفيك-دي فريس (KdV)، استخدمت هذه الطريقة في أبحاث سابقة لدراسة أمواج السوليتون ذات السعات الصغيرة، بعد إهمال كتلة كل من الإلكترون والبوزيترون، وبناءً عليه عمدنا من خلال هذا البحث إلى أخذ كل من كتلة الإلكترون والبوزيترون بالحسبان، لدراسة تأثيرهما على أمواج السوليتون المغنيتوصوتية في الإحداثيات المستوية، انطلاقاً من معادلات الحركة لكل من الإلكترونات والبوزيترونات الواردة في المرجع [13]. حيث تعطى معادلة الاستمرارية لأيونات الوسط المدروس بالعلاقة الآتية:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_i \vec{\theta}_i) = 0 \quad (1)$$

n_i : كثافة الأيونات و \vec{v}_i : سرعة الأيون.

ويعبر عن معادلة الحركة لأيونات بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial \vec{\theta}_i}{\partial t} + (\vec{\theta}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{\theta}_i = \frac{e}{m_i} [\vec{E} + (\vec{\theta}_i \times \vec{B})] \quad (2)$$

e: شحنة الأيون و m_i كتلة الأيون و \vec{E} : الحقل الكهربائي و \vec{B} : الحقل المغناطيسي.

وتكتب معادلتى الاستمرارية والحركة للسائل الكوانتي المكون من إلكترونات متحللة بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{\vartheta}_e) = 0 \quad (3)$$

هذا وتعطى معادلة الحركة للإلكترون بعد إدخال الحد الكوانتي $\left[\frac{\hbar^2}{2m_e^2} \vec{\nabla} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \nabla^2 \sqrt{n_e} \right) \right]$ المرتبط بجهد بوم

[13] بالعلاقة الآتية:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\vartheta}_e \cdot \vec{\nabla} \right] \vec{\vartheta}_e = -\frac{e}{m_e} [\vec{E} + (\vec{\vartheta}_e \times \vec{B})] - \frac{1}{n_e} \vec{\nabla} P_{Fe} + \frac{\hbar^2}{2m_e^2} \vec{\nabla} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \nabla^2 \sqrt{n_e} \right) \quad (4)$$

P_{Fe} : ضغط فيرمي للسائل الإلكتروني.

وتكتب معادلتى الاستمرارية والحركة للسائل الكوانتي المكون من بوزيترونات متحللة بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_p \vec{\vartheta}_p) = 0 \quad (5)$$

n_p : كثافة البوزيترونات و $\vec{\vartheta}_p$: سرعة البوزيترون.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\vartheta}_p \cdot \vec{\nabla} \right] \vec{\vartheta}_p = \frac{e}{m_p} [\vec{E} + (\vec{\vartheta}_p \times \vec{B})] - \frac{1}{n_p} \vec{\nabla} P_{Fp} + \frac{\hbar^2}{2m_p^2} \vec{\nabla} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p}} \nabla^2 \sqrt{n_p} \right) \quad (6)$$

m_p : كتلة البوزيترون و P_{Fp} : ضغط فيرمي للبوزيترونات.

نحتاج إضافة للمعادلات أعلاه إلى معادلتى ماكسويل الآتيتين:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (8)$$

سنستخدم هنا عبارة ضغط التحلل لفيرمي [13] P_{Fs} ، والمعبر عنها بالعلاقة الآتية:

$$P_{Fs} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2)^{2/3}}{5m_e} n_e^{5/3} \quad (9)$$

يرمز الدليل السفلي S في هذه العلاقة إلى كل من الإلكترونات والبوزيترونات، وبالتالي يشير كل من n_e و

n_p إلى كثافة وكتلة كل من الإلكترونات n_e و m_e والبوزيترونات n_p و m_p على التوالي.

سنقوم فيما يلي بإيجاد صيغة يمكن من خلالها التعبير عن بعض المقادير الفيزيائية في المعادلات السابقة،

بحيث تصبح بدون أبعاد، وذلك بنسب المقادير الفيزيائية المراد تنظيمه إلى مقدار فيزيائي آخر له نفس الأبعاد

الفيزيائية، حيث تمثل النسبة $m = m_{e,p}/m_i$ مقدار بدون أبعاد، وهو عبارة عن ال نسبة بين كل من كتلة الإلكترون والبوزيترون إلى كتلة الأيون، وإجراء مماثل يمكن تنظيم بقية المقادير الفيزيائية ذات الصلة كالسرعة والكثافة والموضع

والزمن والحقلين الكهربائي والمغناطيسي على التوالي كما يلي:

$$\vec{B} \rightarrow \frac{\vec{B}}{B_0}, \quad \vec{E} \rightarrow \frac{e\vec{E}}{mV_{Ai}\omega_i}, \quad t \rightarrow t\omega_i, \quad r \rightarrow \frac{r\omega_i}{V_{Ai}}, \quad n_j \rightarrow \frac{n_j}{n_0}, \quad \vec{v}_j \rightarrow \frac{\vec{v}_j}{V_{Ai}}$$

حيث $j = e, i, p$ و n_0 : كثافة مكونات البلازما في حالة التوازن قبل خضوعها لتأثيرات خارجية "الحالة غير

المضطربة" و $\omega_i = \frac{eB_0}{m_i}$: التواتر البلازمي للأيونات وهو ناتج عن اهتزاز الأيونات حول وضع توازنها وتنتج هذه

الاهتزازات عن اضطراب البلازما لحظياً عن حالة التوازن على شكل إزاحة في الشحنات السالبة أو الموجبة فينتج حقل كهربائي بالاتجاه الموافق لإعادة التوازن للبلازما و B_0 عبارة عن الحقل المغناطيسي الداخلي الناتج عن الحركة المستمرة للشحنات السالبة والموجبة في البلازما و $V_{Ai} = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi m_i n_{i0}}}$ سرعة ألفين وهي عبارة عن موجة أيونية منخفضة التردد تنشأ في الوسط البلازمي تحت تأثير الحقل المغناطيسي، حيث تمثل n_{i0} كثافة الأيونات في حالة توازن الوسط البلازمي، وتمثل $V_s = \sqrt{\frac{K_B T_{Fe}}{m_i}}$ سرعة الصوت الأيونية، وهي عبارة عن موجة طولانية تعود من حيث المنشأ إلى الانضغاطات والتخلخلات التي تخضع لها الأيونات في الوسط المدروس، علماً أن K_B عبارة عن ثابت بولتزمان و T_{Fe} درجة حرارة فيرمي للإلكترون. وعليه تأخذ المعادلات من (1) إلى (8) بعد تنظيمها الشكل الآتي:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_i \vec{\theta}_i) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \vec{\theta}_i}{\partial t} + (\vec{\theta}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{\theta}_i = [\vec{E} + \vec{\theta}_i \times \vec{B}] \quad (11)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{\theta}_e) = 0 \quad (12)$$

$$m \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\theta}_e \cdot \vec{\nabla} \right] \vec{\theta}_e = -[\vec{E} + \vec{\theta}_e \times \vec{B}] - \frac{2\beta}{5} \frac{\vec{\nabla} n_e^{\frac{5}{2}}}{n_e} + \frac{H_e^2}{2} \vec{\nabla} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \nabla^2 \sqrt{n_e} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_p \vec{\theta}_p) = 0 \quad (14)$$

$$m \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\theta}_p \cdot \vec{\nabla} \right] \vec{\theta}_p = [\vec{E} + \vec{\theta}_p \times \vec{B}] - \frac{2\beta}{5} \sigma \frac{\vec{\nabla} n_p^{\frac{5}{2}}}{n_p} + \frac{H_p^2}{2} \vec{\nabla} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p}} \nabla^2 \sqrt{n_p} \right) \quad (15)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = n_i \vec{\theta}_i + \frac{p}{1-p} n_p \vec{\theta}_p - \frac{1}{1-p} n_e \vec{\theta}_e + \delta \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (17)$$

حيث $\beta = V_s^2 / V_{Ai}^2$ يسمى بيتا البلازما وتظهر هذه النسبة عند اضطراب البلازما نتيجة تعرضها لحقول

$$\delta = \frac{V_{Ai}^2}{c^2}, \quad p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}, \quad \sigma = \frac{T_{Fe}}{T_{Fe}}, \quad H = \frac{\hbar \omega_i}{(m_e m_i)^{1/2} V_{Ai}^2},$$

مغناطيسية خارجية، T_{Fe} : درجة حرارة فيرمي للبوزيترون و T_{Fe} : درجة حرارة فيرمي للإلكترون.

بفرض أن الحقل الكهربائي واقع في المستوي (x, y) والحقل المغناطيسي منطبق على المحور z ، ويعبر عن

الحقل المغناطيسي بالعلاقة $\vec{B} = [B_0 + B(z, t)] \hat{z}$ ، حيث B_0 الحقل المغناطيسي الداخلي الناتج عن الحركة

المستمرة للشحنات السالبة والموجبة في البلازما، و $B(z, t)$ عبارة عن الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر على الوسط

البلازمي، ونفرض اصطلاحاً أنه يؤثر وفق المحور z وينطبق متجه الموجه \vec{k} على المحور x - أي $\vec{\nabla}(\partial_x, 0, 0)$.

باستخدام الاحداثيات الديكارتيية نحصل من المعادلات (17 - 10) على جملة المعادلات الآتية:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i \theta_{ix}) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \theta_{ix}}{\partial t} + v_{ix} \frac{\partial \theta_{ix}}{\partial x} = E_x + v_{iy} B_z \quad (19)$$

$$\frac{\partial \vartheta_{iy}}{\partial t} + v_{iy} \frac{\partial \vartheta_{iy}}{\partial x} = E_y - v_{ix} B_z \quad (20)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_e \vartheta_{ex}) = 0 \quad (21)$$

$$m \frac{\partial \vartheta_{ex}}{\partial t} + m \vartheta_{ex} \frac{\partial \vartheta_{ex}}{\partial x} = -E_x - \vartheta_{ey} B_z - \frac{2\beta \nabla n_e^{\frac{5}{3}}}{5 n_e} + \frac{H_e^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sqrt{n_e} \right) \quad (22)$$

$$m \frac{\partial \vartheta_{ey}}{\partial t} + m v_{ex} \frac{\partial \vartheta_{ey}}{\partial x} = -E_y + \vartheta_{ex} B_z \quad (23)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_p \vartheta_{px}) = 0 \quad (24)$$

$$m \frac{\partial \vartheta_{px}}{\partial t} + m \vartheta_{px} \frac{\partial \vartheta_{px}}{\partial x} = E_x + \vartheta_{py} B_z - \frac{2\beta \nabla n_p^{\frac{5}{3}}}{5 n_p} + \frac{H_p^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sqrt{n_p} \right) \quad (25)$$

$$m \frac{\partial \vartheta_{py}}{\partial t} + m v_{px} \frac{\partial \vartheta_{py}}{\partial x} = E_y - \vartheta_{px} B_z \quad (26)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x} = n_i \vartheta_{iy} + \frac{p}{1-p} n_p \vartheta_{py} - \frac{1}{1-p} n_e \vartheta_{ey} + \delta \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (28)$$

$$0 = n_i \vartheta_{ix} + \frac{p}{1-p} n_p \vartheta_{px} - \frac{1}{1-p} n_e \vartheta_{ex} + \delta \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (29)$$

معادلة كورديفيك - دي فريس (KDV):

دراسة انتشار الاضطرابات المغنيتوصوتية في البلازما المغنطة فائقة الكثافة، نستبدل المتحولين المستقلين (x) و (t) بمتحولات تابعة تضمن الانتقال إلى إطار مرجعي يتحرك بسرعة u بالنسبة لإطار ثابت [13] والمعبر عنها كالآتي:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \epsilon^2 (x - \vartheta_m t) , \quad \tau = \epsilon^2 t \\ \frac{\partial}{\partial x} &= \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \xi} , \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\vartheta_m \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

و: الزمن و ϵ : بارامتر متناهي في الصغر ويدخل كعامل ضرب من مراتب مختلفة للمقادير الفيزيائية n_i و n_e و ϑ_{ix} و ϑ_{ex} و ϑ_{iy} و ϑ_{ey} و E_x و E_y و B_z و v_m : سرعة طور الموجة السوليتونية، بتعويض العلاقات (30) في المعادلات من (18)←(29) نحصل على المعادلات الآتية:

$$-\vartheta_m \epsilon^2 \frac{\partial n_i}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{\partial n_i}{\partial \tau} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial \xi} (n_i \vartheta_{ix}) = 0 \quad (31)$$

$$-\vartheta_m \epsilon^2 \frac{\partial \vartheta_{ix}}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{\partial \vartheta_{ix}}{\partial \tau} + \epsilon^2 v_{ix} \frac{\partial \vartheta_{ix}}{\partial \xi} = E_x + \vartheta_{iy} B_z \quad (32)$$

$$-\vartheta_m \epsilon^2 \frac{\partial \vartheta_{iy}}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{\partial \vartheta_{iy}}{\partial \tau} + \epsilon^2 \vartheta_{iy} \frac{\partial \vartheta_{iy}}{\partial \xi} = E_y - \vartheta_{ix} B_z \quad (33)$$

$$-\vartheta_m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial n_e}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial n_e}{\partial \tau} + \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} (n_e \vartheta_{ex}) = 0 \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} & -\vartheta_m m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial \vartheta_{ex}}{\partial \xi} + m \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial \vartheta_{ex}}{\partial \tau} + m \epsilon^2 v_{ex} \frac{\partial \vartheta_{ex}}{\partial \xi} = \\ & = -E_x - \vartheta_{ey} B_z - \epsilon^2 \frac{1}{5} \frac{2\beta}{n_e} \frac{\partial n_e^3}{\partial \xi} + \frac{H_e^2}{2} \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \epsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \sqrt{n_e} \right) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$-\vartheta_0 m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial \vartheta_{ey}}{\partial \xi} + m \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial \vartheta_{ey}}{\partial \tau} + m \epsilon^2 v_{ey} \frac{\partial \vartheta_{ey}}{\partial \xi} = -E_y + \vartheta_{ex} B_z \quad (36)$$

$$-\vartheta_m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial n_p}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial n_p}{\partial \tau} + \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} (n_p \vartheta_{px}) = 0 \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} & -\vartheta_m m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial \vartheta_{px}}{\partial \xi} + m \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial \vartheta_{px}}{\partial \tau} + m \epsilon^2 v_{px} \frac{\partial \vartheta_{px}}{\partial \xi} = \\ & = E_x + \vartheta_{py} B_z - \epsilon^2 \frac{1}{5} \frac{2\beta}{n_p} \frac{\partial n_p^3}{\partial \xi} + \frac{H_p^2}{2} \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p}} \epsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \sqrt{n_p} \right) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$-\vartheta_0 m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial \vartheta_{py}}{\partial \xi} + m \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial \vartheta_{py}}{\partial \tau} + m \epsilon^2 v_{py} \frac{\partial \vartheta_{py}}{\partial \xi} = E_y - \vartheta_{px} B_z \quad (39)$$

$$-\vartheta_m \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial B_z}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial B_z}{\partial \tau} + \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial E_y}{\partial \xi} = 0 \quad (40)$$

$$-\epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial B_z}{\partial \xi} = n_i \vartheta_{iy} + \frac{p}{1-p} n_p \vartheta_{py} - \frac{1}{1-p} n_e \vartheta_{ey} - \vartheta_m \delta \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial E_y}{\partial \xi} + \epsilon^2 \delta \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial E_y}{\partial \tau} \quad (41)$$

$$0 = n_i \vartheta_{ix} + \frac{p}{1-p} n_p \vartheta_{px} - \frac{1}{1-p} n_e \vartheta_{ex} - \vartheta_m \delta \epsilon^2 \frac{1}{\partial \xi} \frac{\partial E_x}{\partial \xi} + \epsilon^2 \delta \frac{3}{\partial \tau} \frac{\partial E_x}{\partial \tau} \quad (42)$$

تتعرض المقادير التالية n_e و n_i و ϑ_{ex} و ϑ_{iy} و ϑ_{ey} و E_x و E_y و B_z لتغير في قيمها، بفعل

العوامل الخارجية التي يتعرض لها الوسط البلازمي، كتعرضه لأمواف كهطيسية ذات ترددات مرتفعة كالأمواف الميكروية أو الحزم الليزرية وغيرها من المؤثرات الأخرى، والتي تؤدي بدورها إلى ظهور قوى لا خطية كالقوة الدافعة المبطنة، والتي تؤدي بدورها إلى نشوء حقل كهربائي ذات شدة منخفضة يضاف للحقل الكهربائي الأصلي، والذي ينعكس بدوره على المقادير الفيزيائية الأخرى وتتغير قيمها، ولمعرفة هذه التغيرات يتم إدخال حدود تصحيحية من مراتب مختلفة شريطة أن تكون أصغر من الواحد، وذلك بضرب المقدار الفيزيائي المعني بالبارامتر ϵ كمعامل ضرب

من مراتب مختلفة، وذلك بنشر الكميات n_e و n_i و ϑ_{ex} و ϑ_{iy} و ϑ_{ey} و E_x و E_y و B_z

في سلاسل قوى بالنسبة لـ ϵ كالآتي:

$$\begin{aligned} n_i &= 1 + \epsilon n_i^{(1)} + \epsilon^2 n_i^{(2)} + \dots \\ \vartheta_{ix} &= 0 + \epsilon \vartheta_{ix}^{(1)} + \epsilon^2 \vartheta_{ix}^{(2)} + \dots \\ \vartheta_{iy} &= \epsilon^{3/2} \vartheta_{iy}^{(1)} + \epsilon^{5/2} \vartheta_{iy}^{(2)} + \dots \\ B_z &= 1 + \epsilon B_z^{(1)} + \epsilon^2 B_z^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (43)$$

$$E_x = \epsilon^{3/2} E_x^{(1)} + \epsilon^{5/2} E_x^{(2)} + \dots$$

$$E_y = \epsilon E_y^{(1)} + \epsilon^2 E_y^{(2)} + \dots$$

بتعويض جملة المعادلات (43) في المعادلات (31) - (42) ومقارنة أمثال ϵ و $\epsilon^{3/2}$ فنحصل

على المعادلات الآتية:

$$\vartheta_{ix}^{(1)} = \vartheta_{ex}^{(1)} = E_y^{(1)} = \vartheta_{px}^{(1)} \quad (44)$$

$$n_i^{(1)} = n_e^{(1)} = n_p^{(1)} = B_z^{(1)} = \frac{\vartheta_{px}^{(1)}}{\vartheta_m} \quad (45)$$

$$E_x^{(1)} = \left[\frac{\vartheta_m \left[\frac{2\beta m}{3(1-p)\vartheta_m^2} (p\sigma - 1) - m^2 - 1 \right]}{\left(1 + \delta + \frac{1+p}{1-p} m \right)} \right] \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi} \quad (46)$$

$$\vartheta_{iy}^{(1)} = -\vartheta_m \left[1 + \frac{\left[\frac{2\beta m}{3(1-p)\vartheta_m^2} (p\sigma - 1) - m^2 - 1 \right]}{\left(1 + \delta + \frac{1+p}{1-p} m \right)} \right] \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi} \quad (47)$$

$$\vartheta_{ey}^{(1)} = -\vartheta_m \left[\frac{2\beta}{3\vartheta_m^2} - m + \frac{\left[\frac{2\beta m}{3(1-p)\vartheta_m^2} (p\sigma - 1) - m^2 - 1 \right]}{\left(1 + \delta + \frac{1+p}{1-p} m \right)} \right] \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi} \quad (48)$$

$$\vartheta_{py}^{(1)} = -\vartheta_m \left[-\frac{2\beta\sigma}{3\vartheta_m^2} + m + \frac{\left[\frac{2\beta m}{3(1-p)\vartheta_m^2} (p\sigma - 1) - m^2 - 1 \right]}{\left(1 + \delta + \frac{1+p}{1-p} m \right)} \right] \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi} \quad (49)$$

تم الحصول أيضا على علاقة سرعة الطور للموجة المغنيتوصوتية كالآتي:

$$\vartheta_m = \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1-p} + \frac{p\sigma}{1-p} \right) \beta}{\left(1 + \delta + \frac{1+p}{1-p} m \right)}} \quad (50)$$

يلاحظ من هذه العلاقة ارتباط سرعة طور الموجة السوليتونية بكلٍ من

$$\beta = V_s^2 / V_{Ai}^2$$

و $\delta = \frac{V_{Ai}^2}{c^2}$ أي أن هذه المقادير تلعب دوراً حاسماً في تغيير السرعة ϑ_m ، وعلى وجه

الخصوص المقدار $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$.

يمكن بنفس الأسلوب مقارنة أمثال ϵ^2 و $\epsilon^{5/2}$ ، فنحصل على جملة المعادلات الآتية:

$$-\vartheta_m \frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial \vartheta_{ix}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_i^{(1)} \vartheta_{ix}^{(1)}) = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial \vartheta_{ix}^{(1)}}{\partial \tau} - \vartheta_m \frac{\partial \vartheta_{ix}^{(2)}}{\partial \xi} + \vartheta_{ix}^{(1)} \frac{\partial \vartheta_{ix}^{(1)}}{\partial \xi} = E_x^{(2)} + \vartheta_{iy}^{(2)} + \vartheta_{iy}^{(1)} B_z^{(1)} \quad (52)$$

$$-\vartheta_m \frac{\partial \vartheta_{iy}^{(1)}}{\partial \xi} = E_y^{(2)} - \vartheta_{ix}^{(2)} - \vartheta_{ix}^{(1)} B_z^{(1)} \quad (53)$$

$$-\vartheta_m \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial \vartheta_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_e^{(1)} \vartheta_{ex}^{(1)}) = 0 \quad (54)$$

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\partial \vartheta_{ex}^{(1)}}{\partial \tau} - m v_m \frac{\partial \vartheta_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} + m v_{ex}^{(1)} \frac{\partial \vartheta_{ex}^{(1)}}{\partial \xi} = \\ = -E_x^{(2)} - \vartheta_{ey}^{(2)} - \vartheta_{ey}^{(1)} B_z^{(1)} - \frac{2}{3} \beta \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{H_e^2}{4} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

$$-\vartheta_m m \frac{\partial \vartheta_{ey}^{(1)}}{\partial \xi} = -E_y^{(2)} + \vartheta_{ex}^{(2)} + \vartheta_{ex}^{(1)} B_z^{(1)} \quad (56)$$

$$-\vartheta_m \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial \vartheta_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_p^{(1)} \vartheta_{px}^{(1)}) = 0 \quad (57)$$

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \tau} - m \vartheta_m \frac{\partial \vartheta_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + m \vartheta_{px}^{(1)} \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi} = \\ = E_x^{(2)} + \vartheta_{py}^{(2)} + \vartheta_{py}^{(1)} B_z^{(1)} - \frac{2}{3} \beta \sigma \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{H_p^2}{4} \frac{\partial^3 n_p^{(1)}}{\partial \xi^3} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

$$-\vartheta_m m \frac{\partial \vartheta_{py}^{(1)}}{\partial \xi} = E_y^{(2)} - \vartheta_{px}^{(2)} - \vartheta_{px}^{(1)} B_z^{(1)} \quad (59)$$

$$-\vartheta_m \frac{\partial B_z^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial \xi} = 0 \quad (60)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{ix}^{(2)} + n_i^{(1)} \vartheta_{ix}^{(1)} - \frac{1}{1-p} \vartheta_{ex}^{(2)} - \frac{1}{1-p} n_e^{(1)} \vartheta_{ex}^{(1)} + \\ + \frac{p}{1-p} \vartheta_{px}^{(2)} + \frac{p}{1-p} n_p^{(1)} \vartheta_{px}^{(1)} - \vartheta_m \delta \frac{\partial E_x^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial B_z^{(2)}}{\partial \xi} = \vartheta_{iy}^{(2)} + n_i^{(1)} \vartheta_{iy}^{(1)} - \frac{1}{1-p} \vartheta_{ey}^{(2)} - \frac{1}{1-p} n_e^{(1)} \vartheta_{ey}^{(1)} + \frac{p}{1-p} \vartheta_{py}^{(2)} + \frac{p}{1-p} n_p^{(1)} \vartheta_{py}^{(1)} \\ + \delta \frac{\partial E_y^{(1)}}{\partial \tau} - \vartheta_m \delta \frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial \xi} \quad (62) \end{aligned}$$

بإيجاد الحل المشترك للمعادلات (51) - (62) نحصل على معادلة KDV في الإحداثيات المستوية:

$$\frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \tau} + A \vartheta_{px}^{(1)} \frac{\partial \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \vartheta_{px}^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (63)$$

$$A = \left[3 + 3 \left(\frac{1+p}{1-p} \right) m \right] \left[\frac{6 + 4 \left(\frac{1}{1-p} + \frac{p\sigma}{1-p} \right) \beta}{3\vartheta_m^2} \right]^{-1} \quad (64)$$

$$B = [3\vartheta_m^3(1-m^2) + \frac{2\beta m}{3(1-p)\vartheta_m^2}(1-p\sigma) \frac{\left[\frac{2\beta m}{3(1-p)\vartheta_m^2}(p\sigma-1) - m^2 - 1 \right]}{\left(1+\delta + \left(\frac{1+p}{1-p}\right)m\right)} + \frac{4\beta^2 m}{9(1-p)}(p\sigma^2+1) - \frac{2\beta m}{3(1-p)}(p\sigma+1)(\vartheta_m+m) - \left(\frac{1+p}{1-p}\right)\frac{H^2}{4v_m}] \left[\frac{6+4\left(\frac{1}{1-p} + \frac{p\sigma}{1-p}\right)\beta}{3\vartheta_m^2} \right]^{-1} \quad (65)$$

حيث A معامل اللاخطية (non linear) الذي يساهم في ازدياد سعة الموجة، وبالتالي سرعة وطاقة هذه الموجة و B معامل التبدد (dispersive) الذي يساهم في ازدياد المقطع العرضي لموجة السوليتون أثناء انتقالها في الوسط البلازمي.

لإيجاد حل للمعادلة (63) يستخدم التحويل الآتي:

$$\eta = \xi - u\tau$$

$$\tau = \frac{x}{\epsilon^2} t \quad \text{و} \quad t: \text{ الزمن} \quad \text{و} \quad u: \text{ سرعة السوليتون.}$$

ونحصل بعد مكاملة وتبسيط المعادلة (63) على حل قطعي يأخذ الصيغة الآتية [14]:

$$\vartheta_{px}^{(1)} = \frac{3u}{A} \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{u}{4B}} (\xi - u\tau) \right). \quad (66)$$

حيث u سرعة السوليتون، $\frac{3u}{A}$ سعة السوليتون، $\sqrt{\frac{u}{4B}}$ عرض السوليتون. نلاحظ من العلاقة (66) أن سعة

موجة السوليتون تتعلق بمعامل اللاخطية A وعرض السوليتون يتعلق بمعامل التبدد B .

النتائج والمناقشة:

تمكنا في هذا البحث من إيجاد معادلة كوردفيك-دي فريس (KdV) انطلاقاً من مجموعة المعادلات المتعلقة بدراسة البلازما وفق تقريب الموانع الناقلة الكوانتية الممغنطة (QMHD) باستخدام طريقة الاضطراب المختزلة بعد أخذ كتلة الإلكترون والبوزيترون بالحسبان، وتبين أن لهذه الكتلة تأثير على سرعة طور موجة السوليتون المغنيتوصوتية من خلال ظهور الحد $m \left(\frac{1+p}{1-p}\right)$ في العلاقة (50)، علماً أن $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$ ، وهذا يتوافق مع النتائج التي حصل عليها H. R. Askari و L. Amirshakari و H. R. Baghshahi من خلال العلاقة (67) في المرجع [13]، والتي

$$v_m = \sqrt{\frac{1 + \frac{2}{3} \left(\frac{1+p}{1-p}\right) \beta}{(1+\delta)}} \quad \text{تعطى بالشكل:} \quad \text{تبيين بالمقارنة بين العلاقتين (67) (المرجع الأصلي) و (50) (العلاقة$$

التي حصنا عليها)، أن للكتلة النسبية تأثير على سرعة الطور لموجة السوليتون المغنيتوصوتية من خلال ظهور الحد $m \frac{1+p}{1-p}$ في مقام العلاقة (50) مما يؤدي إلى نقصان في سرعة طور الموجة، كما أن نقصان النسبة $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$ يؤدي إلى ازدياد قيمة الحد $m \frac{1+p}{1-p}$ وهذا يزيد من تأثير النسبة $m = m_{e,p}/m_i$ ، وتجدر الإشارة إلى أن كلاً من

H.R. Askari و L. Amirshakari و H.R. Baghshahi درسوا تأثير كتلة الإلكترون على أمواج السوليتون المغنيتوصوتية في الاحداثيات الاسطوانية في بلازما (e-i) وحصلوا على علاقة سرعة الطور رقم (68) الآتية [15]:

$$v_m = \sqrt{\frac{m(V_s^2 + 2B_0^2)}{2V_s^2(1 + m + mB_0^2)}}$$

تمثل هذه العلاقة سرعة انتشار موجة السوليتون المغنيتوصوتية في الاحداثيات الاسطوانية في بلازما (e-i) بعد أخذ كتلة الإلكترون بالحسبان، بينما درسنا في هذا البحث السوليتونات المغنيتوصوتية المستوية في بلازما (e-p-i) حيث ظهرت النسبة p في العلاقة (50)، التي تمثل نسبة كثافة البوزيترون n_{p0} إلى الإلكترون n_{e0} في حالة توازن الوسط البلازمي. بمقارنة هذه العلاقة مع تلك التي توصلنا إليها في العلاقة (50) نستنتج أن للكتلة تأثير واضح على تغير سرعة انتشار الموجة السوليتونية، ولمعرفة تأثير الحد $m \left(\frac{1+p}{1-p}\right)$ على تحولات السرعة بتابعية النسبة $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$ ، قمنا برسم تحولات كل من سرعة طور الموجة المغنيتوصوتية v_m المستنتجة في المرجع [13]، بعد إهمال كتلة كل من الإلكترونات والبوزيترونات في العلاقة (67) من المرجع [13]، وعلاقة سرعة الطور المستنتجة في هذا البحث العلاقة (50) بدلالة النسبة $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$ باستخدام برنامج الماتلاب (MATLAB)، كما هو موضح في الشكل (2)، مع الأخذ بالحسبان بارامترات البلازما فائقة الكثافة، مثل البارامتر اللاخطي A وبارامتر التبدد B ، كما وتأخذ شدة الحقل المغناطيسي المؤثر قيماً ضمن المجال $n_{0p} = 0.4 \times 10^{28} \text{ cm}^{-3}$ وكثافة الأيونات $n_{0i} = 0.6 \times 10^{28} \text{ cm}^{-3}$ وكثافة الإلكترونات $n_{0e} = 10^{28} \text{ cm}^{-3}$ ودرجة الحرارة $T = 8000 - 40.000 \text{ K}$ ودرجة حرارة فيرمي للإلكترونات $T_{Fe} = 9.1166 \times 10^6 \text{ K}$ ودرجة حرارة فيرمي للبوزيترونات $T_{Fi} = 4.9493 \times 10^6 \text{ K}$ ودرجة حرارة فيرمي للأيونات $T_{Fi} = 3537 \text{ K}$ [16].

يلاحظ من خلال الشكل (2) انزياح المنحني البياني $\theta_m(p)$ والذي يأخذ شكل مستقيم بمقدار ثابت بعد أخذ الكتلة النسبية $m = m_{e,p}/m_i$ بالحسبان، كما تتناقص قيمة السرعة $\theta_m = \frac{\partial \epsilon_p}{\partial A_i}$ في كلا المنحنيين عكساً مع تزايد النسبة $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$ ، كما تنخفض القيمة $\theta_m(p)$ بالمقدار $\Delta \theta_m = 2 \times 10^{-4}$ من أجل $p = 0$ ، وبالتالي نستنتج أن أخذ الكتلة النسبية بالحسبان في الحسابات السابقة يزيد من دقة السرعة النسبية θ_m . إضافة لذلك تبين من خلال هذه الدراسة أن لكل من كتلة الإلكترون والبوزيترون تأثير واضح على سعة السوليتون $\frac{3u}{A}$ ، وذلك من خلال ظهور الحد $m \left(\frac{1+p}{1-p}\right)$ في علاقة معامل اللاخطية (64)، حيث تسبب هذه النسبة زيادة في معامل اللاخطية وبالتالي نقصان في سعة السوليتون. إضافة إلى أن وجود الحدود التي تحتوي على النسبة

$m = m_{e,p}/m_i$ كالحند $m \left(\frac{1+p}{1-p}\right)$ في مواضع مختلفة من علاقة معامل التبدد (65) تؤثر على عرض

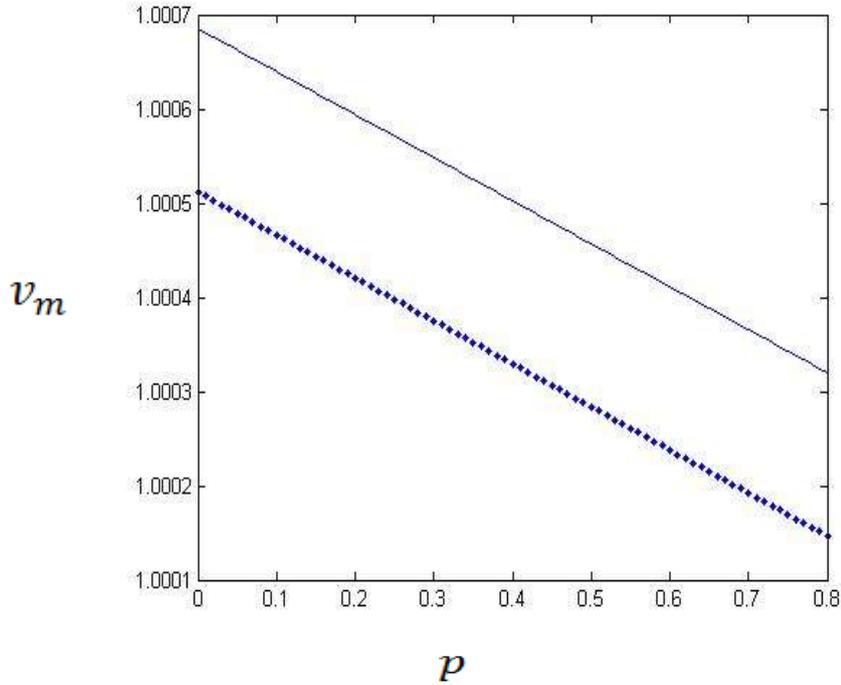
السوليتون $\sqrt{\frac{u}{4B}}$. ولبيان تأثير النسبة $m = m_{e,p}/m_i$ على سعة وعرض السوليتون، قمنا برسم النبضة السوليتونية

المعطاة بالعلاقة (61) في المرجع الأصلي [13]، والنبضة السوليتونية التي تم الحصول عليها في هذا البحث (66) وحصلنا على المنحنيات البيانية المبينة في الشكل (3).

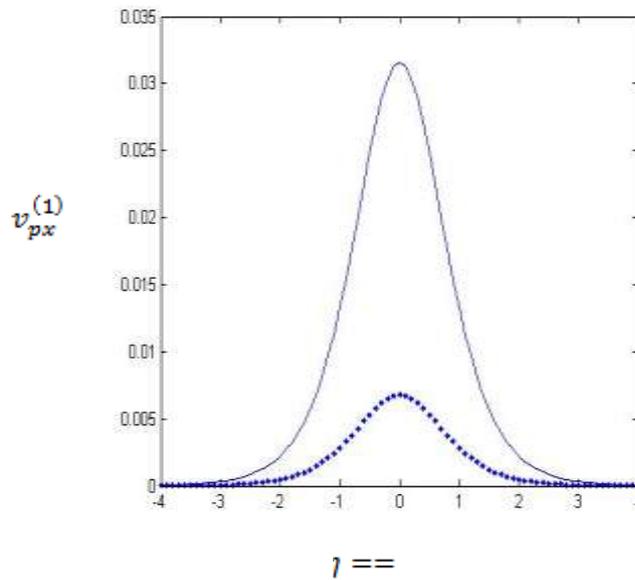
من الملاحظ أن سعة وعرض السوليتون تتناقص بشكل كبير بعد الأخذ بالحسبان كل من كتلة الإلكترون والبوزيترون.

ويلاحظ أيضاً أن تركيز البوزيترونات يؤثر على سعة وعرض السوليتونات من خلال ظهور النسبة p في معامل اللاخطية A

ومعامل التبدد B حيث تزداد السعة والعرض بازدياد التركيز، كما هو موضح في الشكل رقم (2) في المرجع [13]. كما تؤثر شدة الحقل المغناطيسي الخارجي على سعة وعرض السوليتون من خلال النسبة $\beta = V_s^2/V_{Ai}^2$ التي تظهر أيضا في معاملي اللاخطية والتبدد والتي تتناسب عكساً مع شدة الحقل المغناطيسي، حيث تتناقص السعة ويزداد العرض بازدياد شدة الحقل المغناطيسي، كما هو موضح في الشكل رقم (3) في المرجع [13].



الشكل رقم (2): تمثيل بياني لتغيرات سرعة الطور v_m بدلالة النسبة n_{e0} في حالة عدم وجود كتلة الإلكترون والبوزيترون (الخط المستمر)، وفي حالة وجود كتلة الإلكترون والبوزيترون (الخط المنقط).



الشكل رقم (3) : تمثيل بياني للمقارنة بين النبضة السوليتونية في المرجع [13] (الخط المستمر) والنبضة السوليتونية التي تم الحصول عليها في هذا البحث (الخط المنقط).

الاستنتاجات والتوصيات:

تمكننا طريقة الاضطراب المختزلة من اختزال مجموعة المعادلات الخاصة بدراسة البلازما وفق تقريب الموائع الناقلة الكوانتية الممغنطة (QMHD) إلى معادلة كورديفيك - دي فريس (KdV) التي لها حلول سوليتونية، وتمكننا أيضاً من الحصول على علاقة سرعة طور الموجة السوليتونية، وبالتالي يمكن دراسة خصائص هذه الامواج كسعتها وعرضها وتأثير الاضطرابات الخارجية كالحقول المغناطيسية، ومعاملات (بارامترات) البلازما ككثافة مكونات البلازما (إلكترونات، أيونات، بوزيترونات، حبيبات الغبار المشحونة) وكتل هذه المكونات، ودرجة حرارة البلازما ودرجة حرارة فيرمي الخاصة بمكونات البلازما، بالإضافة إلى التأثيرات الكوانتية كتأثيرات الانعراج الكمية التي تظهر من خلال إدخال حد القوة المرتبط بجهد بوم (Bohm) الكمي إلى معادلتنا للحركة للإلكترونات والبوزيترونات على شكل وانتشار هذه الأمواج.

تجدد الإشارة إلى أن الدراسة العددية لهذه الأمواج تصبح أكثر سهولة باستخدام برامج حاسوبية، حيث استخدمنا برنامج الماتلاب في بحثنا هذا لإيجاد الشكل العام لتغير سرعة انتشار السوليتون بتابعية النسبة $p = \frac{n_{p0}}{n_{e0}}$ والشكل العام لتغير نبضة السوليتون بتابعية المتحول القياسي $\eta = \xi - ut$ والمرتبطة بكل من الموضع والزمن. علماً أنه توجد عدة طرائق لحل المعادلات التفاضلية الجزئية اللاخطية لم نتطرق إلى ذكرها وقد ذكر بعضها في المرجع [14].

نقترح متابعة هذه الدراسة باستخدام طرائق أخرى غير طريقة الاضطراب المختزلة، كطريقة الجهد الزائف لسكديف [5] من أجل السعات الكبيرة وطريقة الاستطارة المعكوسة [6]. كما يمكن توسيع الدراسة لتشمل أمواج الصدم والحصول على معادلة كورديفيك - دي فريس - برغر (Korteweg-de Vries-Berger (KdVB)) التي يصبح لها حلول أمواج صدمية عندما يكون معامل التبدد (dispersion) (أمثال حد المشتق من الدرجة الثالثة) مهمل أمام معامل ضياع الطاقة (dissipation) (أمثال حد المشتق من الدرجة الثانية).

المراجع:

- [1] Ph. ANTOINE et.al., *Theory of high-order harmonic generation by an elliptically polarized laser light*, Phys. Rev. A 53, 1996 1725-1745.
- [2] SMOLYAKOV, V. A.; TYSHETSKIY, Y. O., *Nonlinear effects in plasma*, niversity of Saskatchewan Canada, 18 F 2002, 47-57.
- [3] MORALES, G. J., LEE, Y. C. *Ponderomotive - Force Effects in plasma*, Phys. Rev. Lett. 33, 1016, 21 Oct 1974.
- [4] SCOTT, A. C. (ed.), *Encyclopedia of Nonlinear Science*, New York, 2005, pp. 858 - 859.
- [5] DIMIRAY, H. *Modified Reductive Perturbation Method*, Faculty of Arts and Sciences, 34980-Istanbul-Turkey, 14 June 2008, pp 11-20.
- [6] DEMONTIS ,F., *Direct and Inverse Scattering of the Matrix Zakharov-Shabat System*, Ph.D. thesis, University of Cagliari, Italy, 2007. Pp. 337
- [7] SAGDEEV, R. Z., *in Reviews of Plasma Physics*. Vol. 4, Moscow, 1964, 574.
- [8] KHAN ,S. A.; MAHMOOD ,S., MIRZA, A. M., *Nonplanar Ion-Acoustic Solitons in Quantum Plasmas*. CPS and IPO, Islamabad, Pakistan, Vol. 26, No. 4- 2009.
- [9] KHAN, S.A., MIRZA, A. M. *Shocks and Solitons in Ultradense Degenerate Plasmas*. CPS and IPO, Islamabad, Pakistan, Vol. 55, No. 1, January 15, 2011, 151-157.

- [10] MUSHTAQ ,A.; KHAN, S. A., *Ion acoustic solitary wave with weakly transverse perturbations in quantum plasma*. American Institute of Physics, 16 May 2007, 114-120.
- [11] KHAN , S.A., MAHMOOD, S.; MIRZA,A. M, *Cylindrical and spherical dust ion-acoustic solitary waves in quantum plasmas*, Islamabad, Pakistan, 31 Oct 2007, 148–153.
- [12] SAHU,B., *Cylindrical or Spherical Dust-Ion Acoustic Shocks in an Adiabatic Dusty Plasma*. India, *Bulg. J. Phys.* 38, 2011, 175–183.
- [13] HUSSAIN ,S., MAHMOOD, S., MUSHTAQ, A., *Magnetoacoustic solitons in dense astrophysical plasmas*. Astrophysics and Space Science, Italy, Aug 2013, 359–366.
- [14] KOLEBAJE, O.; OYEWANDE, O., *Numerical Solution of the Korteweg De Vries Equation*, International Journal of Basic and Applied Sciences, 2012, 321-335.
- [15] ASKARI, H.R., AMIRSHEKARI, L., BAGHSHAHI, H.R., *Effect of external magnetic field on nonlinear propagation waves in quantum plasma*. Department of Physics, Iran, 28 AP 2013, 223-240.
- [16] MOSLEM, W.M., ALI, S., SHUKLA, P.K., TANG, X.Y., ROWLANDS, G.: *Phys. Plasmas* 14, 082308 (2007).