

حساب علاقة التشتت للموجة البنيوية (الجماعية) للكثافة السبينية لفيلم رقيق من المعادن القلوية

د. محمود أحمد*

(تاريخ الإيداع 11 / 5 / 2017. قُبِلَ للنشر في 12 / 10 / 2017)

□ ملخص □

تم في هذا البحث حل المعادلة الحركية للكثافة السبينية بحدود تحتوي معاملات لاندوا F_ℓ^a لفيلم رقيق مأخوذ بمثابة سطح بفراغ ذي بعدين . تصلح العلاقات الناتجة لحساب كل الصيغ الموجية للكثافة السبينية من أجل $\ell (0 \geq \ell)$ كفي وذلك بتابعة المتجه الموجي \vec{k} حتى المرتبة الثانية. كما تمت مقارنة النتائج المتحصل عليها هنا مع نتائج الحسابات النظرية والتجريبية المتوفرة في المراجع حتى الآن.

الكلمات المفتاحية: نظرية سائل فيرمي - الموجة البنيوية- تابع التأثير المتبادل- بارامترات لاندوا- الطواعية المغناطيسية الطردية.

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Calculation of dispersion relation of collective spin density wave for thin film in alkali metals.

Dr. Mahmoud Ahmad*

(Received 11 / 5 / 2017. Accepted 12 / 10 /2017)

□ ABSTRACT □

Using the transport kinetic equation for spin density in thin film as 2D Fermi liquid, the dynamic spin susceptibility is calculated in terms of the Landau parameters F_ℓ^a for thin film. The formula allows to estimate the dispersion relation of susceptibility with arbitrary ℓ up to quadric term in wave vector k^2 . The possibility of experimental determine of Landau's parameters with higher ℓ is discussed and compared with others in this field.

Keywords: Fermi liquid theory, collective wave, interaction Function, Landau's Parameters, paramagnetic susceptibility.

*Professor Assistant, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

تتألف المواد الطردية المغنطة (Paramagnetic Material) في الغالب من ذرات حرة أو جسيمات غير متفاعلة فيما بينها تشبه الغاز المثالي، ولكلٍ منها محصلة عزم مغناطيسي ($\vec{\mu}$). يتوجه العزم المغناطيسي لهذه الجسيمات بشكل عشوائي في حال عدم خضوعها لحقل مغناطيسي خارجي، بحيث تكون محصلة العزوم معدومة، وبتطبيق حقل مغناطيسي خارجي ترتبط المحصلة العامة للعزوم الجزئية بكلٍ من درجة الحرارة وشدة الحقل المطبق، ففي درجات الحرارة المنخفضة تصطف معظم العزوم باتجاه الحقل المغناطيسي المطبق، مما يؤدي إلى نشوء محصلة نهائية لهذه العزوم، بينما تتوزع هذه العزوم بصورة عشوائية في درجات الحرارة المرتفعة. تمت معالجة حالات كهذه من قبل [1] (Cullity) 1972.

يمكن تطبيق النظرية الكلاسيكية على مجموعة جسيمات مناجملة (domain)، والتي تعد جسيمات حرة غير متفاعلة فيما بينها، حيث قام [2] (Spaldin) بدراسة هذه الجمل المغناطيسية بالتفصيل مستخدماً التقريب الكلاسيكي للمغنطة المتشكلة في حجم عنصرٍ من المادة وأخذ هنا وحدة الحجم والتي تحتوي على (n) جسيم يملك كلٍ منها عزماً مغناطيسياً ($\vec{\mu}$)، والتي تمر عبر مركز كرة نصف قطرها (\vec{r})، وبالتالي يمكن حساب العنصر التفاضلي لكثافة العزوم (dn) الموجودة ضمن مجال زاوي (θ) و ($\theta + d\theta$)، والتي تعبر السطح التفاضلي ($dA = 2\pi \sin\theta \cdot d\theta$) بغياب الحقل المغناطيسي الخارجي، والموافق لتوجه العزوم بصورة عشوائية بالعلاقة الآتية:

$$dn = r(2\pi \sin \theta \cdot d\theta) \quad (1)$$

وبتطبيق حقل مغناطيسي خارجي (\vec{H}) يتجه عدد من العزوم ($\vec{\mu}$) باتجاه الحقل، ويكون لكل عزم طاقة كامنة قدرها:

$$E_p = -\mu H \cos 2\theta \quad (2)$$

هذا ويتناسب احتمال امتلاك الجسيمة لطاقة قدرها (E_p) عند درجة الحرارة (T) مع معامل بولتزمان الآسي $(e^{-E_p/K_B T})$ أي أن:

$$dn = r(2\pi \sin n\theta \cdot d\theta) \cdot (e^{-\frac{\mu H \cos \theta}{k_B T}}) \quad (3)$$

بمكاملة طرفي هذه العلاقة نحصل على:

$$n = \int dn = \int 2\pi r \cdot (e^{a \cos \theta}) \sin \theta d\theta \quad (4)$$

علماً أن: ($a = \mu H / k_B T$)، وبما أن مركبة العزم المغناطيسي ($\vec{\mu}$) تكون باتجاه (\vec{H}) فإن:

$$M = \int_0^n \mu \cdot \cos \theta \cdot dn = \frac{\mu n \int_0^\pi e^{-a \cdot \cos \theta} \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{\int_0^\pi e^{a \cdot \cos \theta} \cdot \sin \theta \cdot d\theta} = \mu n (\coth a - \frac{1}{a}) \quad (5)$$

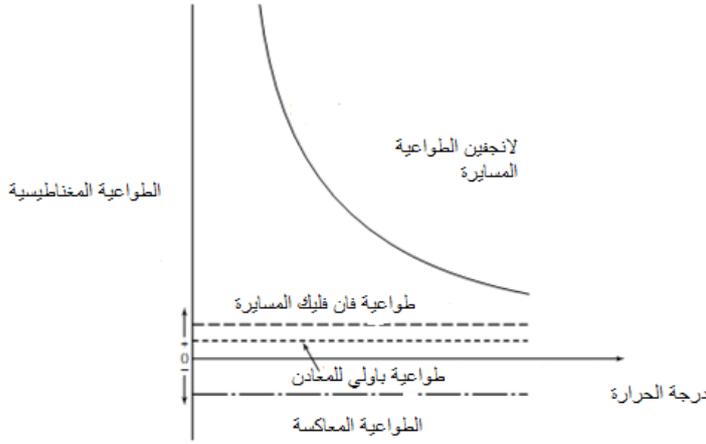
تعبّر (μn) عن الاحتمال الأعظمي للعزوم المغناطيسية للعينة المؤلفة من (n) جسيم عزم كلٍ منهم ($\vec{\mu}$) باتجاه الحقل المغناطيسي. يعرف تابع لانجفن (Langevin Function) من العلاقة (5) على الشكل الآتي:

$$L(a) = \frac{M}{\mu n} = \coth a - \frac{1}{a} \quad (6)$$

بفرض أن: $M_0 = \mu n$ و $a = \mu H / k_B T$ يمكن التعبير عن M عندها بالعلاقة الآتية:

$$M = M_0 \left(\coth a - \frac{1}{a} \right) \quad (7)$$

يوضح الشكل (1) تحولات $L(a)$ بتابعية $(a = \mu H / k_B T)$



الشكل (1): تابع لانجفن للطواعية المغناطيسية المعاكسة والمسايرة للمواد. الرسم مأخوذ من (Spaldin) [2].

تكون $(a \gg 1)$ وبالتالي $L(a) \rightarrow 1$ وهذا يؤدي بدوره إلى كون $(M = M_0)$ ، و من أجل درجات حرارة منخفضة وحقل مغناطيسي شديد، تشير هذه الحالة إلى أن جميع العزوم تتجه باتجاه الحقل المغناطيسي، بينما تكون $(a \ll 1)$ و $L(a) \rightarrow \frac{a}{3}$ من أجل درجات حرارة مرتفعة وحقل مغناطيسي ضعيف وتأخذ (M) الشكل الآتي:

$$M = \frac{M_0}{3} \cdot \frac{\mu H}{k_B T} = \frac{n \mu^2 H}{3 k_B T} \quad (8)$$

تشير هذه العلاقة إلى أن الأثر الحراري يعمل على بعثرة توجه العزوم المغناطيسية، كما تتناسب M مع H وفق

$$M = \chi H \quad \text{العلاقة الآتية:}$$

تسمى χ بالطواعية المغناطيسية (magnetic susceptibility)، والتي تعطى في الحالة الكلاسيكية بعلاقة

كوري الآتية:

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{C}{T} \quad (9)$$

C: ثابت كوري.

طور سيلين وغيره نظرية لاندau في سائل فيرمي لتشمل الكثرونات الناقلية في المعادن [3-5] وبين انه في حالة وجود سطح فيرمي شبه كروي (وهذا الفرض محقق في المعادن القلوية) أن الكثرونات الناقلية تشكل سائل فيرمي وتطبق عليه فرضيات نظرية لاندau. بعد عقد من الزمن مع تطوير نظرية لاندau من قبل سيلين وأبريكوسوف أثبت كل من ديونيفر وبلاتزمان [6,7] تجريبياً صحة حسابات سيلين وأبريكوسوف في حساب الطواعية المغناطيسية والحسابات والنتائج التي توصل إليها سيلين وأبريكوسوف في حساب سرعة وطاقة الصوت الصفري في السائل الكوانتي لاندau.

تمت الحسابات السابقة على جمل لها أبعاد حجميه أو فراغ ذي ثلاثة أبعاد من المادة المدروسة حيث حسبت في هذه الحالة علاقات التشتت للمقادير الفيزيائية مثل الناقلية الكهربائية، الحرارة النوعية، الأنضغاطية وسرعة الأمواج الصوتية الخ... وذلك وفق نظرية لاندوا في سائل فيرمي [9,8]. ونظرا للحاجة الماسة التي تطلبها التقنية الصناعية في الفيزياء المعاصرة لدراسة الجمل المكونة من بعدين فقط أو ما أصطلح على تسميته الأفلام الرقيقة، ظهر السؤال عن إمكانية تطبيق فرضيات لاندوا في سائل فيرمي على هذه الجمل. درس لاينجر [10] سائل فيرمي في بعد واحد وأستنتج أن فيزياء البعد الواحد تختلف كلياً عن تلك التي درسها سيلين وابركوسوف وسميت هذه الجمل الجديدة التي درسها لاينجر بالسوائل الكوانتية في بعد واحد أو اختصاراً سائل لاينجر. تتجه كثير من البحوث النظرية والتجريبية اليوم لدراسة الأفلام الرقيقة وهذه الدراسة لاتزال في بداياتها. فيما يخص السوائل الفيرميونية، بدأت هذه الدراسات على يد كوروسيني [11] عندما قام بتجربة أثبت من خلالها وجود الاهتزازات السبينية الجماعية في الهليوم ثلاثة وخليط الهليوم ثلاثة - هليوم أربعة وبرهن على أن الاهتزازات الجماعية للكثافة السبينية هي خاصية مشتركة للجمل الفيرميونية، وهذا غير محقق للاهتزازات الصوتية في هذه الجمل بالرغم من كونه اهتزاز ينتشر فقط في السوائل الكوانتية عند درجات الحرارة المنخفضة ($T \propto m\text{Kelvin}$). قام (THEUMANN and BEAI) [12] بسلسلة تجارب على الأفلام الرقيقة من السائل الكوانتية وتبين من خلال أبحاثهم شذوذ عن تلك الخواص المعروفة فيحالة ثلاثة أبعاد عند درجات الحرارة المنخفضة، كما أنهم فشلوا في حساب الطواعية المغناطيسية للأفلام الرقيقة بواسطة نظرية الاضطراب التقليدية. حُلّت لاحقاً هذه المسألة من قبل فريدمان [13] في فراغ ذي بعدين باستخدام نظرية سائل فيرمي وتبين أن الشذوذ لا يظهر في هذه الحالة بل يظهر تصحيح للحدود الكلاسيكية. يتم في هذا البحث دراسة رياضية نظرية لمسألة وجود الاهتزازات الجماعية في الأفلام الرقيقة معتمدين على فرضيات لاندوا في سائل فيرمي.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث فيكونه يتعامل مع مسألة الأفلام الرقيقة وعلاقتها بالسوائل الكوانتية، والتي تعد رافداً مهماً للدراسات التجريبية في هذا المجال، لما لهذه الجمل الفيزيائية من أهمية بالغة في التطبيقات الصناعية..... الخ وعليه يهدف هذا البحث الى تحقيق الآتي:

- 1- دراسة تأثير الحقل المغناطيسي على علاقة التشتت للصيغ الموجية التي تعود إلى الكثافة المغناطيسية السبينية في وسط فيرميوني.
- 2- إيجاد الصيغ الموجية بتابعية مقادير معروفة تجريبياً.
- 3- حساب طاقة الأمواج المغناطيسية المنتشرة في الأفلام الرقيقة.
- 4- حساب معاملات الطواعية المغناطيسية لفيلم رقيق بتابعية بارامترات (وسائط) لاندوا.

طرائق البحث ومواده:

تم خلال هذه الورقة العلمية دراسة أثر تطبيق حقل مغناطيسي على جملة فرميونية من خلال حساب علاقة التشتت للصيغ الموجية الجماعية (Collective Wave Modes) للكثافة المغناطيسية السبينية، وذلك بفرض أن الحقل المغناطيسي ينطبق على المحور OZ. تكون الطاقة المغناطيسية الجديدة للجملة ضمن هذا الفرض والناجئة عن تأثير الحقل المغناطيسي عبارة عن

$$\varepsilon = -\frac{1}{2}\hbar\gamma\sigma_z H \quad (10)$$

γ : النسبة الجبرسكوبية و $\sigma_z = \pm 1$ ويعبر عن تغير طاقة أشباه الجسيمات في هذه الحالة وفق فرضية لاندواو بالعلاقة الآتية [3-6]:

$$\delta\varepsilon_{\vec{p}\sigma} = -\frac{1}{2}\hbar\gamma\sigma_z H + \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}\sigma} f_{\vec{p}\sigma, \vec{p}\sigma} \cdot \delta n_{\vec{p}\sigma} \quad (11)$$

ويعطى التغير في تابع التوزع لأشباه الجسيمات بالقرب من سطح فيرمي حسب فرضيات النظرية [14] بالعلاقة:

$$\delta n_{\vec{p}\sigma} = \frac{\partial n_{\vec{p}\sigma}}{\partial \varepsilon_{\vec{p}\sigma}} (\delta\varepsilon_{\vec{p}\sigma} - \delta\mu) \quad (12)$$

تأتي تابعة طاقة أشباه الجسيمات للكمون الكيميائي (μ) من خلال تابعة (μ) نفسه لتابع توزع أشباه الجسيمات ($n_{\vec{p}\sigma}$) حيث:

$$\delta\varepsilon_{\vec{p}\sigma} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}\sigma} f_{\vec{p}\sigma, \vec{p}\sigma} \cdot \delta n_{\vec{p}\sigma} \quad (13)$$

بما أن الكمون الكيميائي يساوي طاقة فيرمي (ε_F) عندما ($T = 0$)، والموافقة للطاقة الدنيا للجملة، فإن هذا الكمون لا يتبع اتجاه الحقل المغناطيسي المطبق وهو لا يتأثر بالحقل لأن طاقة فيرمي عبارة عن مقدار ثابت لكل جملة فرميونية على حدة ، وبناءً عليه يمكن إهمال ($\delta\mu$) في هذه الدراسة، وحسب الفرضيات الأساس لاندواو فإن طاقة الجملة تتبع مباشرة تابع توزع أشباه الجسيمات ، وبحسب مبدأ الاستبعاد لباولي ، حيث لا يمكن للجسيمات العميقة تحت سطح فيرمي التفاعل فيما بينها أو أن تغير أماكنها نظراً لانشغال الحالات المجاورة لها في درجات الحرارة المنخفضة ، فإن تابع التوزع والموافق لتغير توزع أشباه الجسيمات يكون معدوماً، باستثناء الطبقة القريبة من سطح فيرمي ضمن طبقة سماكتها من مرتبة ($K_B T$) تقع فوق وتحت سطح فيرمي، وبالتالي يعطى المجموع في العلاقة (11) على سطح فيرمي بالعلاقة الآتية:

$$2f_0^a \cdot \delta n_\sigma = \sigma_z \int_0^a (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow) \quad (14)$$

δn_σ : التغير في العدد الكلي لأشباه الجسيمات بتابعة المجموع الكلي لحالات السبين باتجاه أو بعكس اتجاه الحقل المغناطيسي المطبق، أما الرقم 2 فهو ناتج عن احتمال توجه السبين للأعلى أو للأسفل.

نحصل من العلاقتين (12) و (14) بعد أخذ الجمع على جميع حالات الدفع (\vec{p}) في العلاقة (13) على:

$$\delta n_\sigma = \frac{1}{2} N(0) \left(\frac{1}{2} \hbar\gamma\sigma_z H - 2f_0^a \cdot \delta n_\sigma \right) \quad (15)$$

وتعطى محصلة الاستقطاب السبيني بالعلاقة الآتية:

$$\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow = \frac{1}{2} \hbar\gamma N(0) \frac{H}{1 + F_0^a} \quad (16)$$

كما تعطى المغنطة الكلية بالعلاقة:

$$\frac{1}{2} \hbar\gamma (\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow) = \frac{\left(\frac{1}{2} \hbar\gamma\right)^2}{(1 + F_0^a)} \cdot N(0) H \quad (17)$$

والطواعية المغناطيسية :

$$\chi = \frac{\hbar^2}{4} \cdot \frac{\gamma^2}{(1 + F_0^a)} N(0) \quad (18)$$

وهي نفس العلاقة التي حصل عليها لانجفن إلا أن علاقة لانجفن لا تحتوي على المقدار $(1 + F_0^a)$ ، والذي أدخل إلى معادلة لانجفن لأول مرة من قبل لآنداو. بإهمال مساهمة المغناطيسية المعاكسة (diamagnetic contribution) الناتجة عن الحركة المدارية سوف نحسب التأثير المتبادل لـ سبين الإلكترون مع الحقل الخارجي المطبق \vec{H} ، نختار المحور \vec{Z} محوراً للتكميم، نعطى الإزاحة الطاقية في هذه الحالة نتيجة تطبيق حقل مغناطيسي (مفعول زيمان) كما يلي:

$$\varepsilon_{\vec{k}\sigma}(\vec{H}) = \varepsilon_k - \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma H \quad (19)$$

وتكون الحالات الكوانتية مملوءة حتى الكمون الكيميائي من أجل اتجاهي السبين كما تصبح متجه الموجة \vec{k} تابع للسبين بوجود الحقل المغناطيسي. تتغير هذه الطاقة بعد إدخال حد التفاعل لـ لآنداو وشرط التنظيم إلى الشكل الآتي:

$$\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}\sigma}(\vec{H}) = \varepsilon_k - \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma H + \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\vec{k}'\sigma'} \quad (20)$$

حيث $\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}}$ طاقة شبه الجسيم المنظمة (renormalized quasiparticle energy)، وعدد أشباه الجسيمات والتقوب تعطى بالعلاقة الآتية:

$$\delta n_{\vec{k}\sigma} = n_{\vec{k}\sigma}(H) - n_{\vec{k}\sigma}(H=0) - n_0(\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}} - \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma H, T) - n_{\vec{k}\sigma}^0 \quad (21)$$

بنشر العلاقة (21) أعلاه للإزاحة الطاقية وأخذ الحد الخطي فقط وإهمال التصحيح الناتج عن الإثارة الحرارية

نجد

$$\delta n_{\vec{k}\sigma} = \frac{\partial n_{\vec{k}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{k}'}} [\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}} - \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma H + \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\vec{k}'\sigma'}] \quad (22)$$

بكتابة هذه العلاقة لكثافة السبين للجهة العليا (spin up) ونظيره للجهة السفلي (spin down) وأخذ التابع التناظري (symmetric part) والتناظري (antisymmetric part) نحصل على علاقة مهمة جداً فهي تربط تغير الكثافة بالحقل المغناطيسي الخارجي، نحسب من خلالها الخواص المغناطيسية للجملّة المدروسة حيث يكون:

$$\delta n_k^a = -\frac{\partial n_{\vec{k}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{k}}} \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 H : \delta n_k^s = 0 \quad (23)$$

يشير الرمز s في العلاقات هنا إلى الجزء التناظري symmetric والرمز a إلى الجزء اللاتناظري antisymmetric، للمزيد حول استخراج هذه العلاقات يمكن للقارئ الرجوع إلى المرجع [14]. تشير العلاقات (23) أعلاه إلى كون تابع توزع أشباه الجسيمات لا يتعلق بالزاوية التي يصنعها الحقل الخارجي مع متجه الموجة، ينتج مباشرة من هذه الخاصية، إن المركبات الموافقة لـ $\ell=0$ و $m=0$ هي وحدها غير معدومة

وبالتالي لدينا : $\delta n_{00}^a = \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 H$ كما تظهر المركبات هذه في المغنطة حيث يمكن الحصول عليها من أعداد

الانشغال المقابلة لاتجاهي السبين. نكتب المغنطة في هذه الحالة كما يلي:

$$M = \frac{1}{V} \sum_{k\sigma} \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma \delta n_{k\sigma} = \frac{1}{V} \sum_k g_e \mu_B \mu_0 \delta n_k^a \quad (24)$$

بنشر δn_k^a بتوابع كروية من الشكل (العلاقات 32,2,54) من المرجع [15]:

$$\delta n_k^{s(a)} = -\frac{\partial n_{k\sigma}^0}{\partial \varepsilon_k} \sum_{\ell m} \delta n_{\ell m}^{s(a)} Y_\ell^m(\theta, \varphi) \quad (25)$$

$$\delta n_k^{s(a)} = -\frac{\partial n_{k\sigma}^0}{\partial \varepsilon_k} \sum_{\ell m} \delta n_{\ell m}^{s(a)} Y_\ell^m(\theta, \varphi) \quad (26)$$

وبأخذ علاقات التعامد للتوابع الكروية بعين الاعتبار من العلاقة:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta Y_\ell^m(\theta, \varphi) Y_{\ell'}^{m'}(\theta, \varphi) = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}$$

نحصل على الآتية:

$$\delta n_{\ell m}^{s(a)} = \delta n_{\ell m}^{s(a)} + \frac{2}{V} \sum_{k'} \sum_{\ell' m'} \iint \sin \theta d\theta d\varphi \times \left(-\frac{\partial n_{k'}^0}{\partial \varepsilon_{k'}}\right) Y_{\ell'}^{m'}(\theta, \varphi) f^{s(a)}(\cos \zeta) \delta n_{\ell' m'}^{s(a)} Y_{\ell'}^{m'}(\theta', \varphi') \quad (27)$$

حيث ζ الزاوية بين k' و k

وهما لاتجاهان المعينان بالزوايا (θ, φ) و (θ', φ') ، كذلك يعرف دلتا ديراك كثافة أشباه الجسيمات على

سطح فيرمي بالعلاقة : $\frac{\partial n_{k\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{k'}} = -\delta(\varepsilon_{k'} - \mu)$ و μ هنا الكمون الكيميائي وهو يساوي إلى طاقة فيرمي عند درجة

الصفر المطلق. بتغيير المجموع في العلاقة السابقة إلى تكامل على الزوايا ، واستخدام كثافة الحالات الطاقية من أجل اتجاه واحد للسبين تصبح العلاقة على الشكل الآتي:

$$\delta n_{\ell m}^{s(a)} = \delta n_{\ell m}^{s(a)} + \frac{2}{V} \sum_{\ell' m'} \frac{1}{4\pi} \iint \sin \theta' d\theta' d\varphi' \iint \sin \theta d\theta d\varphi \times \rho_0(\varepsilon_F) Y_{\ell'}^{m'}(\theta, \varphi) f^{s(a)}(\cos \zeta) \delta n_{\ell' m'}^{s(a)} Y_{\ell'}^{m'}(\theta', \varphi') \quad (28)$$

يمكن نشر تابع لاندوا بتوافقيات كثيرات حدود ليجندر [15] وفق العلاقة الآتية:

$$P_\ell(\cos \zeta) = P_\ell(\cos \theta) P_\ell(\cos \theta') + 2 \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} P_\ell^m(\cos \theta) P_\ell^m(\cos \theta') \cos(\varphi - \varphi')$$

$$= \frac{4\pi}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_\ell^m(\theta, \varphi) Y_{\ell'}^{m'}(\theta', \varphi') \quad (29)$$

وهي ناتجة عن علاقات التعامد للتوابع الكروية وهذه العلاقات تحول العلاقة (28) إلى الشكل المختصر الآتي:

$$\delta n_{\ell m}^{s(a)} = \delta n_{\ell m}^{s(a)} \left(1 + \frac{F_\ell^{s(a)}}{2\ell+1}\right) \quad (30)$$

وهي علاقة غاية في الأهمية فهي تربط التغير بكثافة أشباه الجسيمات بالقرب من سطح فيرمي مع تغير الكثافة في حالة التوازن . باستخدام العلاقة (30) يمكن حساب جميع المقادير الفيزيائية التي تصف تصرف الجمل الكوانتية في درجات الحرارة المنخفضة بتابعة معاملات لانداو وهي تعبر عن استنظام (renormalization) المقادير الفيزيائية عند أخذ التأثير المتبادل بين أشباه جسيمات لانداو ، كما نلاحظ من العلاقة (30) ظهور بارامترات لانداو للكثافة السبينية (a) والجسيمية (s) وهذا في غاية الأهمية عند الإثبات التجريبي للمقادير الفيزيائية لإن وسطاء لانداو عبارة عن مقادير معروفة من التجربة مما يسهل تعيين المقدار المدروس بالدقة التي نريد.

ترتبط طاقة شبه الجسيم وفق فرضيات لانداو [3-6] مع تغيرات الكثافة كما يلي :

$$\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}\sigma}(H) = \varepsilon_{\vec{k}} - \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma H + \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\vec{k}'\sigma'} \quad (31)$$

$$n_{\vec{k}\sigma}(H) = n_0(\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}\sigma}) = n_0(\tilde{\varepsilon}_{\vec{k}} - \frac{1}{2} g_e \mu_B \mu_0 \sigma H)$$

$$\delta n_{\vec{k}\uparrow} = \delta n_{\vec{k}}^s + \delta n_{\vec{k}}^a, \delta n_{\vec{k}\downarrow} = \delta n_{\vec{k}}^s - \delta n_{\vec{k}}^a$$

$$\delta \bar{n}_{\vec{k}\uparrow} = \delta \bar{n}_{\vec{k}}^s + \delta \bar{n}_{\vec{k}}^a, \delta \bar{n}_{\vec{k}\downarrow} = \delta \bar{n}_{\vec{k}}^s - \delta \bar{n}_{\vec{k}}^a$$

يمكن كتابة العلاقات (25;26) من أجل هذا التركيب التناظري واللاتناظري والذي يقود إلى علاقة المغنطة

بالحد الصفري لتغير الكثافة المغناطيسية وفق العلاقات الآتية:

$$\delta \bar{n}_{\vec{k}}^s = \delta n_{\vec{k}}^s - \frac{\partial n_{\vec{k}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{k}}} \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}'} f^s(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\vec{k}'}^s,$$

$$\delta \bar{n}_{\vec{k}}^a = \delta n_{\vec{k}}^a - \frac{\partial n_{\vec{k}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{k}}} \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}'} f^a(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\vec{k}'}^a,$$

$$M = g_e \mu_B \mu_0 \rho_0(\varepsilon_F) \cdot \frac{\delta \bar{n}_{oo}^a}{1 + F_0^a} \quad (32)$$

$$\delta n_{\vec{k}}^s = \frac{\partial n_{\vec{k}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{k}}} \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}'} f^s(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\vec{k}'}^s,$$

$$\delta n_{\vec{k}}^a = \frac{\partial n_{\vec{k}\sigma}^0}{\partial \varepsilon_{\vec{k}}}$$

تشير الفتحة فوق الرموز في كل العلاقات السابقة الى التغير في عدد أشباه الجسيمات المثارة فوق سطح

فيرمي.

تكتب المعادلة الحركية لـ لانداوفي الحالة العامة بتابعة كثافة السبين كما يلي [Pethick

: p58(1,3,58)]

$$\frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_i} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial p_i} n_{\vec{p}} + \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}}}{\partial p_i} \cdot \vec{\sigma}_{\vec{p}} \right) + \frac{\partial}{\partial p_i} \left(- \frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial r_i} n_{\vec{p}} - \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}}}{\partial r_i} \cdot \vec{\sigma}_{\vec{p}} \right) = I_{coll} \quad (33)$$

وهو الشكل العام لمعادلة لاندائو -سيلين الحركية بمتحولات السبين $\vec{\sigma}$ والدفع \vec{p} لشبه الجسيم ، $\vec{h}_{\vec{p}}$ الحقل المغناطيسي الفعال الاضطرابي المؤثر على الجملة.يساوي معدل التغير في السبين بسبب اللف (precession):

$$\left(\frac{\partial \vec{\sigma}_{\vec{p}}}{\partial t}\right)_{precession} = -\frac{2}{\hbar} \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}}$$

تصف الكثافة السبينية فقط الشكل التالي:

$$\frac{\partial \sigma_{\vec{p}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_i} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial p_i} \sigma_{\vec{p}} + \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}}}{\partial p_i} n_{\vec{p}} \right) + \frac{\partial}{\partial p_i} \left(-\frac{\partial \varepsilon_{\vec{p}}}{\partial r_i} \sigma_{\vec{p}} - \frac{\partial \vec{h}_{\vec{p}}}{\partial r_i} n_{\vec{p}} \right) = -\frac{2}{\hbar} \vec{\sigma}_{\vec{p}} \times \vec{h}_{\vec{p}} + \left(\frac{\partial \sigma_{\vec{p}}}{\partial t}\right)_{collision} \quad (34)$$

بتطبيق تحويل فورييه على تغير الكثافة السبينة والذي يأخذ الشكل: $\delta\sigma \propto M(\theta, \varphi) e^{i(\omega t - kr)}$ تتحول المعادلة الحركية إلى الشكل الآتي [17]:

$$\mu\omega H_{ac} + \omega M - ZW\tilde{M} - 2\mu H_{dc} + i\omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi} \tilde{M} = iJ^a[\tilde{M}] \quad (35)$$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة تشيرفونكو [17] للمغنطة ، لدينا في هذه المعادلة $Z = kv_F; W = \hat{p} \cdot \hat{k}; \omega$ تردد لاضطراب الخارجي المطبق على الجملة و $\hat{p}; \hat{k}$ أشعة الواحدة باتجاه كمية الحركة ومتجه الموجة. كذلك M المغنطة في غياب التأثير المتبادل بين الجسيمات بينما

$$\tilde{M} = M(\vec{p}) + \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi'}{2\pi} f^a(\vec{p}, \vec{p}') M(\vec{p}') \quad (36)$$

الكثافة المغناطيسية في حالة التأثير المتبادل بين الجسيمات تعبر هذه العلاقة عن الانحراف عن المغنطة في حالة التوازن حيث تشير $M(\vec{p}; \vec{k}, \omega) = \frac{eB}{m^*c} \cdot M(\vec{p}; \vec{k}, \omega)$ التواتر السيكلتروني في الوجدات التغيثيه ويساوي $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ في الوجدات النظامية ، m^* الكتلة الفعالة للجسيم . تشير الرموز $B; c; e$ الى شحنة الإلكترون ، سرعة الضوء وحقل التحريض المغناطيسي الكلي المؤثر على شبه الجسيم على التوالي.يمثل الطرف الأيمن من المعادلة (35) تكامل التصادم مأخوذاً بتقريب زمن التراخي (relaxation time approximation) في هذا التقريب تبقى قوانين الانحفاظ مصونة وفق هذا التقريب [4,5]. لحل المعادلة (35) من أجل فيلم رقيق نعتبره ثنائي البعد نقوم بنشر المغنطة بسلاسل فورييه من الشكل:

$$M(W) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (M_{\ell} \cos \ell \varphi + N_{\ell} \sin \ell \varphi) \quad (37)$$

في هذا الاختيار لسلاسل فورييه يكون $N_0 = 0$ دوماً وهي خاصية ناتجة عن كون $\sin \theta$ تابعاً فردياً. بتعويض العلاقة (37) في العلاقة (36) تتحول العلاقة (36) إلى الشكل:

$$\tilde{M}(W) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(1 + \frac{f_{\ell}^a (1 + \delta_{\ell 0})}{2}\right) (M_{\ell} \cos \ell \varphi + N_{\ell} \sin \ell \varphi) \quad (38)$$

$\delta_{\ell 0}; f_{\ell}^a$ بارامترات لاندائو السبينية ودلتا ديراك على التوالي. أما تكامل التصادم وفق تقريب زمن التراخي فيأخذ الشكل الآتي:

$$J^a[\tilde{M}] = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1 + \frac{f_{\ell}^a}{2}}{\tau_{\ell}} (M_{\ell} \cos \ell \varphi + N_{\ell} \sin \ell \varphi)$$

النتائج والمناقشة:

بتعويض العلاقات (36-38) في معادلة تشيرفونكو (35) من أجل ℓ كيفية ولكن تؤخذ قوى \vec{k} حتى الرتبة الثانية نحصل على جملة معادلات تحوي العاملين $N_\ell(\vec{k}, \omega)$; $M_\ell(\vec{k}, \omega)$ وهي أمثال النشر وفق سلاسل فورييه .

$$\begin{aligned} \beta\omega H_{ac} + A_0 - \frac{1}{2}kv_F\gamma_1 M_1 &= 0 \\ A_1 M_1 - kv_F\gamma_0 M_0 - \frac{1}{2}kv_F\gamma_2 M_2 + i\omega_c\gamma_1 N_1 &= 0 \\ A_1 N_1 + \frac{1}{2}kv_F\gamma_2 N_2 - i\omega_c\gamma_1 M_1 &= 0 \\ A_2 M_2 - \frac{1}{2}kv_F\gamma_1 M_1 - \frac{1}{2}kv_F\gamma_3 M_3 + 2i\omega_c\gamma_2 N_2 &= 0 \\ A_2 N_2 - \frac{1}{2}kv_F\gamma_1 N_1 + \frac{1}{2}kv_F\gamma_3 N_3 - 2i\omega_c\gamma_2 M_2 + 0 &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

.....

 $A_\ell M_\ell - \frac{1}{2}kv_F\gamma_{\ell-1} M_{\ell-1} - \frac{1}{2}kv_F\gamma_{\ell+1} M_{\ell+1} + i\ell\omega_c\gamma_\ell N_\ell = 0$
 $A_\ell N_\ell - \frac{1}{2}kv_F\gamma_{\ell-1} N_{\ell-1} + \frac{1}{2}kv_F\gamma_{\ell+1} N_{\ell+1} - i\ell\omega_c\gamma_\ell M_\ell = 0$

لدينا الاختصارات التالية: $\gamma_\ell = 1 + f_\ell; b_\ell = \frac{1}{2}f_\ell(1 + \delta_{\ell 0}); A_\ell = \omega - 2\mu H_{dc}\gamma_\ell + i\frac{\gamma_\ell}{\tau_\ell}$

يمكن حل $(2\ell + 1)$ معادلة في الجملة السابقة بطريقة كرامر المعروفة أو أية طريقة أخرى (الحل بواسطة الحاسب مثلاً) وذلك لإيجاد العوامل $M_\ell(\vec{k}, \omega)$; $N_\ell(\vec{k}, \omega)$. أثناء حل جملة المعادلات أعلاه سوف تظهر حدود تتعلق بمتجه الموجة \vec{k} من مراتب عليا ، في حالة الأمواج الطويلة ($\lambda \rightarrow \infty$) أو (long-wave limit) يمكن إهمال كل الحدود التي تحوي قوى \vec{k} أكبر من 2. يجب إيجاد الحلول الخاصة لجملة المعادلات (39) بطريقة كرامر من أجل الحصول على المركبة M_0 وفق تحويل فورييه للمغطة وهي المركبة الوحيدة اللازمة لإيجاد الطواعية المغناطيسية [Solyon17] والتي ترتبط مع المغطة والحقول المغناطيسية في حالة السوائل الكوانتية بالعلاقة:

$$\mu_0 N(0) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} [M(\vec{p}; \vec{k}, \omega) - \mu H_{ac}(k, \omega)] = \chi(\vec{k}, \omega) H_{ac}(\vec{k}, \omega) \quad (40)$$

بينما $N(0) = \frac{m^*}{\pi h^2}$ كثافة أشباه الجسيمات على سطح فيرمي الدائري للفيلم الرقيق و μ_0 العزم المغناطيسي للجسيم بينما $\mu = \mu_0(1 + F_0)^{-1}$ العزم المغناطيسي لشبه الجسيم بعد إدخال التأثير المتبادل بين أشباه الجسيمات بالحسبان. اعتمدنا في كتابة المعادلة (35) على جملة إحدائيات محددة وذلك بجعل الحقل المغناطيسي الخارجي \vec{H}_{dc} منطبق على المحور Z

ويجعل الحقل الاضطرابي \vec{H}_{ac} يصنع زاوية φ مع الحقل الخارجي ضمن هذا الاختيار يكون التوافق التام بين المعادلة الحركية والعلاقة التي تعطي المغنطة حسب المعطيات الحسابية الواردة في [CZERWONKO]. بحل جملة المعادلات (39) وإيجاد $M_0(\vec{k}; \omega)$ واستخدام منشور فورييه (36) والتعويض في العلاقة (39) نكتب عبارة الطواعية المغناطيسية كما يلي:

$$\chi(\vec{k}, \omega) = \mu\mu_0 N(0) \int_0^{2\pi} \frac{\omega L(\vec{k}, \omega) + M(\vec{k}, \omega)}{M(\vec{k}, \omega)} \quad (41)$$

حيث وضعنا الاختصارات التالية في العلاقة (41):

$$M(\vec{k}, \omega) = A_0 \prod_{q=1}^{\ell} (A_q^2 - q^2 \omega_c^2 \gamma_q^2) - \frac{1}{2} Z^2 \left\{ \gamma_0 \gamma_1 A_1 \prod_{q=2}^{\ell} (A_q^2 - q^2 \omega_c^2 \gamma_q^2) + A_0 \sum_{q=1}^{\ell} \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq q, q+1}}^{\ell} \gamma_q \gamma_{q+1} A_q A_{q+1} (A_n^2 - n^2 \omega_c^2 \gamma_n^2) \right\} \quad (42)$$

$$L(\vec{k}, \omega) = \prod_{q=1}^{\ell} (A_q^2 - q^2 \omega_c^2 \gamma_q^2) - \frac{1}{2} Z_2 \sum_{q=1}^{\ell} \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq q, q+1}}^{\ell} \gamma_q \gamma_{q+1} A_q A_{q+1} (A_n^2 - n^2 \omega_c^2 \gamma_n^2) \quad (43).$$

نستطيع استخدام العلاقات (-43-41) لحل مسألة طاقة الموجة المغناطيسية المنتشرة في الفيلم الرقيق من أجل أية مرتبة في الشعاع الموجي \vec{k} عن طريق إيجاد أقطاب الطواعية المغناطيسية، العلاقة (41). في حالتنا هنا سوف نفترض عن حلول من الشكل :

$$\omega_{\ell\pm}(\vec{k}) = \omega_{\ell\pm}(0) + \alpha_{\ell\pm} k^2 \quad (44)$$

أي فقط من المرتبة الثانية في المتجه الموجي ولكن من أجل عدد كفي من بارامترات لاندائو. لدينا في العلاقة (44)

$$\begin{aligned} \omega_{0\pm}(0) &= \omega_0(0) = 2\mu H_{dc} \gamma_0 = \omega_s \\ \omega_{\ell\pm}(0) &= (2\mu H_{dc} \pm \ell \omega_c) \gamma_{\ell} + i \frac{\gamma_{\ell}}{\tau_{\ell}} \end{aligned} \quad (45)$$

ω_s تردد التجاوب السبيني لشبه الجسم وهو ناتج عن مفعول زيمان. بتعويض (44) في علاقة أقطاب الطواعية المغناطيسية $M(\vec{k}, \omega) \equiv 0$ نحصل على المقدار $\alpha_{\ell\pm}$ في العلاقة (44) وهو يأخذ الشكل العام الآتي:

$$\begin{aligned} \alpha_{\ell\pm} &= \frac{1}{2} v_F^2 \{ \gamma_0 \gamma_1 A_1^0 A_2^+ A_1^- \dots A_{\ell}^+ A_{\ell}^- + \gamma_1 \gamma_2 \overset{\circ}{A}_0 \overset{\circ}{A}_1^0 \overset{\circ}{A}_2^0 \overset{\circ}{A}_3^+ \overset{\circ}{A}_3^- \dots A_{\ell}^+ A_{\ell}^- \\ &+ \dots + \gamma_{\ell-1} \gamma_{\ell} \overset{\circ}{A}_0 \overset{\circ}{A}_{\ell-1}^0 \overset{\circ}{A}_{\ell}^0 A_1^+ A_1^- \dots A_{\ell-2}^+ A_{\ell-2}^- \} \times \{ A_1^+ A_1^- \dots A_{\ell}^+ A_{\ell}^- + \overset{\circ}{A}_0 \overset{\circ}{A}_1^- \overset{\circ}{A}_2^+ \overset{\circ}{A}_2^- \dots \\ &\dots A_{\ell}^+ A_{\ell}^- + \overset{\circ}{A}_0 \overset{\circ}{A}_1^+ \overset{\circ}{A}_1^- \dots A_{\ell-1}^+ \overset{\circ}{A}_{\ell+1} \overset{\circ}{A}_{\ell}^+ \}^{-1} \end{aligned} \quad (46)$$

يقصد بالدائرة الصغيرة فوق الأحرف الكبيرة يقصد بها أنه عندما نريد حساب المقدار $\alpha_{\ell\pm}$ من أجل ℓ محدد عندها يجب تعويض $\omega = \omega_{\ell\pm}(0)$ في جميع $A_{\ell}(\omega)$ في العلاقة السابقة. بحيث يمكن من خلال هذه العلاقة حساب جميع الصيغ الناتجة من العلاقة (44) وهي تساوي ($\ell \geq 0$) وهي كيفية من أية مرتبة):

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} v_F^2 \gamma_0 \gamma_1 \frac{\overset{\circ}{A}_1^0}{\overset{\circ}{A}_1^+ \overset{\circ}{A}_1^-}$$

$$\alpha_1^{\pm} = \frac{1}{2} v_F^2 \left[\frac{\gamma_0 \gamma_1 \overset{\circ}{A}_1^0}{\overset{\circ}{A}_0 \overset{\circ}{A}_{1+}} + \frac{\gamma_1 \gamma_2 \overset{\circ}{A}_1^0 \overset{\circ}{A}_2^0}{\overset{\circ}{A}_{1+} \overset{\circ}{A}_{2+} \overset{\circ}{A}_{2-}} \right]$$

..... (47)

.....

$$\alpha_{\ell\pm} = \frac{1}{2} v_F^2 \left[\frac{\gamma_{\ell-1} \gamma_{\ell} \overset{\circ}{A}_{\ell-1}^0 \overset{\circ}{A}_{\ell}^0}{\overset{\circ}{A}_{\ell-1}^+ \overset{\circ}{A}_{\ell-1}^- \overset{\circ}{A}_{\ell+}^-} + \frac{\gamma_{\ell} \gamma_{\ell+1} \overset{\circ}{A}_{\ell}^0 \overset{\circ}{A}_{\ell+1}^0}{\overset{\circ}{A}_{\ell+}^- \overset{\circ}{A}_{\ell+1}^+ \overset{\circ}{A}_{\ell+1}^-} \right]$$

نستطيع حساب المعاملات $\alpha_{\ell\pm}$ من العلاقة الأخيرة في (47) وذلك من أجل جميع قيم $\ell \geq 2$.

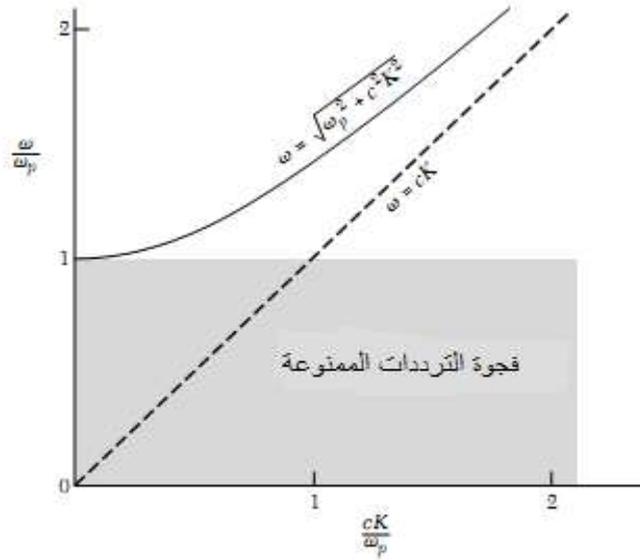
الاستنتاجات والتوصيات:

تم في هذا البحث حساب معاملات الطواعية المغناطيسية لفيلم رقيق في إطار نظرية لانداو في سائل فيرمي دون وضع أية قيود على عدد هذه المعاملات وبالتالي فإن هذه النتائج يمكن اعتبارها كتعميم للنظرية في حالة بعدين، كما يمكن للتجربة أن تبين إمكانية الانتقال من ثلاثة أبعاد إلى بعدين وتطوير هذه الدراسة لمعرفة الخواص المغناطيسية للأفلام الرقيقة نظرا لأهمية البالغة لهذه الأفلام. تتفق النتائج النظرية التي توصلنا إليها في هذا البحث مع نتائج البحوث في المراجع [18-24] كما تبين هذه الحسابات أن الفرق بين الصيغ الموجية في حالة الفيلم الرقيق تختلف فقط بالعامل $\frac{1}{2}$ الذي يصبح $\frac{1}{3}$ في حالة الحجم أو الفراغ ثلاثي الأبعاد [18-22]. تبين التجارب المعاصرة على إمكانية قياس الطواعية المغناطيسية للمواد المعروفة كما يمكن أخذ العلاقة (44) أساس للمقارنة مع التجربة وذلك من خلال تابعة أمثال \bar{k} أي $\alpha_{\ell m}$ لبارامترات لانداو. ان معاملات لانداو معروفة من التجربة حيث تم قياس المعاملات F_{ℓ}^a ($\ell \leq 3$) ويبين الجدول التالي [23-24] بعض قيم هذه المعاملات عند ضغوط مختلفة مأخوذة من التجربة:

pressure	m^*/m	F_0^s	F_0^a	F_1^s	κ/κ_0	χ/χ_0
$p = 0$	3.0	10.1	-0.52	6.0	0.27	6.3
$p < p_c$	6.2	94	-0.74	15.7	0.065	24

ومنها يتم حساب الصيغ الموجية المختلفة من العلاقات (44-47). يمكن تمديد هذه الدراسة لتشمل مراتب عليا في المتجه الموجي \vec{K} وذلك بكتابة العلاقة (44) من أجل $K^3; K^4; \dots$ وإعادة حل المعادلة الحركية من أجل المراتب الجديدة

لتبيان أهمية الحدود في الحالة الموافقة لكل رتبة من المراتب أعلاه. تظهر العلاقات (44-47) أيضاً إمكانية أخذ عدد كافي من معاملات لاندوا لكل صيغة من الصيغ الموجية للمغنطة في الفيلم الرقيق وذلك من أجل كل حد من الحدود حسب قوى المتجه الموجي $k^{2\ell}$. تختلف النتائج المتحصل عليها في حالة الأمواج الصوتية عن الأمواج الضوئية التي تعبر عنها العلاقة (44) حسب الشكل (2) [25]:



الشكل (2)

يمثل الشكل (2) المنحني العلوي الإثارة الضوئية بينما يمثل المستقيم المنقط الإثارة الصوتية و تمثل ω_p التردد البلازمي الأساسي في الشكل أعلاه. ويمثل الحد الثابت أي ω_{00} في الحسابات المأخوذة من العلاقة (44). إذا توقفنا عند الدليل $\ell = 0$ أي عند حساب α_0 فقط نحصل على العلاقات (13,56) و (13,85) الصفحات من (248-263) من المرجع [26]. إن ظهور بارامترات لاندوا بدليل كافي في عبارة التشتت يفتح المجال لحسابها تجريبياً من أجل $\ell \geq 0$ وهذا بدوره يمكننا من حساب المقادير الفيزيائية المختلفة دون الرجوع إلى طريقة نظرية الاضطراب.

المراجع

- [1]-CULLITY,B.D.,introduction to magnetic materials;Addison-wesley.(1972)chapter 3 page87.
- [2]- NICOLA A.SPALDIN; magnticmaterials ,Fundamental and applications 2edition,chapter5-7 page48(2010).
- [3]-Silin,V.P.,Fiz.Metall.andMetallowed. 29,681 (1970).

- [4]- Abrikosv, A.A., and Gorkov, L.P. and Dzyaloshinsk, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*. Dver, New York, p329 (1964).
- [5]- Gordon Baym and Christopher Pethick, *Landau Fermi- Liquid Theory, Concepts and Applications*.
Wiley – VCH Verlag & Co. KGaA. Weinheim (Germany), Chapter [1-5] (2004).
- [6]- SCHULTZ, S and DUNIFER, G, Phys. Rev. Lett. 18, 283 (1967)
- [7]- DUNIFER, G, *Univ. of California at San Diego, California?* (1969). PLATZMANN, P.M. and WOLFF, P.A., phys. Rev. Lett. V18, p280 (1967).
- [8]- L.D. Landau, Sov. Sov. Phys. JETP 3, 920 (1957)
- [9]- L.D. Landau. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 30.23, 641 (1956); *ibid.* 27, 269 (1958).
- [10]- LUTTINGER J.M., J. Math. Phys. V15 page 609 (1963); J. Math. Phys. V4 page 1154 (1963).
- [11]- CORRUCINI L.R., OSHEROF P.D., LEE D.M., and RICHARDSON R.C., J. of Low Temp. Phys., V8, page 229 (1972).
- [12]- THEUMANN A. and BEAL MONOD M.T. Phys. Rev. BV29 page 2567 (1984).
- [13]- FREEDMAN R., Phys. Rev. BV18, page 2482 (1978).
- [14]- SOLYOM J., *Fundamentals of the physics of solids*, V3-Springer Heidelberg Dordrecht London New York, Fermi Liquid chapter 32 (2013).
- [15]- GEORGE B. ARFKEN, HANS Y. WEBER, *mathematical methods for physicist*, sixth edition, Elsevier academic press OXFORD (2005) chapter 12 page 741. [16]- BAYM G, and PETHICK C.J., (*Landau Fermi Liquid Theory: Concepts and Applications* (New York Wiley), (2004) chapter 1 page 58).
- [17]- CZERWONKO, J., J. appl. Phys., Suppl, 26, 223 (1987).
- [18] – Platzman P. and Walsh L.J., *Degenerate electron liquid*, phys. rev. B, V189, p680 (1969).
- [19] – Gerald L. Dinifer. Daniel Pinkel And Sheldon Schultz, in, *Experimental Determination of Landau Fermi-Liquid parameters: spin wave in sodium and potassium*, phys. rev. B, V10, N8, p3159 (1974).
- [20]- ABRIKOSOV A.A., *Introduction to the theory of normal metals*, Academic press, New York 1972 (chapter 13).
- [21]- BAYM G. and PETHICK C.J., in *The Physics of Liquid and Solid Helium*, ED. K.H. Benneman and Ketterson J.B., Wiley, (1978), CHAPTER 1 PAGES 1-33.
- [22]- ABRIKOSOV, A.A.. and KHALATNIKOV I.M., *The Theory of Fermi Liquid*, Repo. Prog. Phys., V22, (1959) page 329.
- [23]- JOHN W. NEGELE and HENRI ORLAND, *Quantum Many Particle System*, Westview Press (1998) chapter 6 page 223.
- [24] – RABANI H., GHAZAVI M. and SHAHZAMAIAN M.A., *Relaxation and Thermal Conductivity of Hot and Thermal Quasiparticles and Fermi Liquid Interaction in d-wave Superconductors*, Jour. of Scien., Islamic Republic of Iran 23(3): 269-281 (2012).
- [25] – KITTEL, C., *Plasmon, Polaritons, and Polarons*, www.phy.ilstu.edu/Kittel/chapter14. Page 7, (2004) PDF.
- [26]- PLAZMANN, W. *Supplement Solid State Physics* Academic Press, New York and LONDON London, 13, page 263 (1973).