

تطوير برنامج بلغة متقدمة (ماتلاب) لحل معادلات المعدل لليزر ودراسة خواص الإصدار الليزري في حالة التشغيل النبضي (Q-switch) .

الدكتور نظير ديوب *

(تاريخ الإيداع 17 / 8 / 2017. قُبل للنشر في 20 / 11 / 2017)

□ ملخص □

يتضمن البحث تطوير برنامج ، بلغة برمجية متقدمة ماتلاب (MATLAB) ، لحل جملة معادلتين تفاضليتين جزئيتين مترابطتين غير خطيتين ، تشكلان نموذج رياضي يصف الحالة الديناميكية لليزر ، بحيث نستطيع من خلال هذا النموذج والبرنامج المتعلق دراسة خواص كثافة الإشعاع ، وكذلك انعكاس السكانية داخل الوسط المتجانس لليزر . لقد درسنا شدة طاقة الخرج وكذلك انعكاس السكانية ، في حالة التشغيل النبضي لليزر الحالة الصلبة Nd:YAG ، وكيفية تغير انعكاس السكانية بتابعة أبعاد الوسط الفعال لليزر .

الكلمات المفتاحية : نمذجة عددية - ماتلاب - معادلات المعدل - ليزر الحالة الصلبة Nd:YAG .

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

The development of program in on advanced –programming language (MATLAB), To solve the rate equations of laser and to study the properties of laser emission in the case of pulse –working of laser (Q.switch) .

Dr.Nazir Dayoub *

(Received 17 / 8 / 2017. Accepted 20 / 11 /2017)

□ **ABSTRACT** □

The work includes the development of a program in an advanced – programming language. to solve two none linear related partial differential equation that form a mathematical model that describes the dynamic status of laser ,so that we can study the properties of radiation density through this type the related program ,as well as the population inversion inside the homogeneous medium of laser . We have studied the strength f the out put power as well as the population inversion in the case of pulse – working of the solid state laser Nd:YAG and the population inversion change as a function of the diameter and length of the effective medium of laser .

Key words: Numerical models - Matlab - Rate equations - solid-state laser - Nd:YAG .

* Associate Professor - Department Of Physics - Faculty Of Science - Tishreen University - Lattakia - Syria .

مقدمة:

في حالة التوازن الترموديناميكي مع الوسط المحيط، ضمن أي وسط ذري يكون القسم الأكبر من الذرات في حالة تشكل إلكتروني مقابل للسوية الأساسية . وجزء بسيط من ذرات الوسط يكون في الحالة المثارة ، وذلك بسبب الطاقة الحرارية الموجودة دائماً داخل الوسط والتي تؤدي إلى انتقال جزء من الذرات إلى الحالات الأعلى في سلم الطاقة. حيث أن توزع الذرات على السويات الطاقية يتبع توزع بولتزمان :

$$\frac{N_i}{N_0} = e^{\frac{-E_i}{KT}}$$

N_i عدد الذرات في السوية i ذات الطاقة E_i و N_0 عدد الذرات في السوية الأساسية

تعني عملية انعكاس السكانية الحصول على حالة غير طبيعية لتوزع الذرات على السويات الطاقية الممكنة وغالباً ما تحصل بين سويتين فقط من سويات الطاقة ، السوية العليا للانتقال الليزري والسوية السفلى للانتقال الليزري ، بحيث يصبح عدد الذرات في السوية العليا أكبر منه في السوية السفلى . ويحصل ذلك بطرق متعددة منها مثلاً الضخ الضوئي . و تعتبر عملية انعكاس السكانية هذه الأساس في الحصول على الإشعاع المضخم داخل الوسط الفعال وذلك عن طريق الإصدار المحثوث للذرات الموجودة في السوية العليا باتجاه السوية السفلى للانتقال الليزري .

- يمكن وصف أو شرح الحالة الديناميكية لليزر، بدقة مقبولة، باستخدام زوج من المعادلات التفاضلية الجزئية المترابطة، والتي تدعى معادلات المعدل. حيث يصف هذا الزوج من المعادلات الانعكاس في السكانية وكثافة الإشعاع داخل الوسط المتجانس لليزر . إن معادلات المعدل المستخدمة في دراسة الإصدار الليزري تستلزم عدد من الفرضيات المبسطة، فباستخدام اتجاه منفرد لمعادلة المعدل نكون قد تجاهلنا تغيرات الإشعاع بالاتجاهات الأخرى داخل الوسط الليزري، بالرغم من ذلك فإن التقريب البسيط لمعادلات المعدل يبقى وسيلة مفيدة واستخدامها بشكل صحيح يزودنا بمعرفة دقيقة لسلوك أجهزة الليزر الحقيقية عامة والصلبة خاصة . كما تفيد معادلات المعدل، بشكل عام، بالتنبؤ عن إجمالي مستقبل الحزمة الصادرة عن الليزر، مثل متوسط وقمة الاستطاعة، شكل مغلف نبضات مفتاح الجودة، شرط العتبة، ... الخ . [1,2,3,4,5,6]

أهمية البحث وأهدافه:

يهدف البحث إلى حل معادلات المعدل ، لجملة ليزرية بأربع سويات للطاقة ، الحل الذي يمكن أن يعمم على جمل أخرى ذات سويات طاقية مختلفة ، حيث سنطوي الشكل العام لمعادلات المعدل ، وسنعرض أهم التقريبات الممكنة على هذه المعادلات ، والتي لا تؤثر على النتائج المستخلصة من جراء حل هذه المعادلات . ومن ثم سنقوم بحل هذه المعادلات عددياً ، سواء فيما يتعلق بكثافة الإشعاع أو انعكاس السكانية داخل الوسط المتجانس لليزر ، مع تمثيل ذلك بيانياً بتابعية الزمن في حالة الليزر Nd:YAG ، كذلك سندرس تغيرات انعكاس السكانية بتابعية كل من بعدي الوسط الفعال لليزر : قطر الوسط الفعال وطوله .

تأتي أهمية البحث من كونه يقدم لنا طريقة عددية لحل جملة معادلات المعدل الجزئية المترابطة لليزر وكذلك برمجة هذا الحل بلغة برمجة متطورة (MATLAB) ، تعتبر لغة البرمجة ماتلاب من اللغات المناسبة أكثر من غيرها لأن كافة المعطيات في (MATLAB) تخزن في مصفوفات وإلى جانب تأمين عمليات جبر المصفوفات المألوفة يؤمن (MATLAB) عمليات المصفوفات التي تسمح لنا بالتعامل بسرعة مع مجموعات المعطيات من خلال طيف

واسع من الطرق ، و يؤمن ماتلاب بميزات برمجية شبيهة بما هو موجود في لغات البرمجة الأخرى إلى جانب هذا التوجه المصفوفي، كما أن ماتلاب يؤمن أدوات "تخاطب بياني مع المستخدم (Graphical User Inter face- GUI) . وهذا التوفيق بين بنى المعطيات المصفوفية والميزات البرمجية وأدوات التخاطب GUI يجعل ماتلاب فعالاً إلى أقصى حد في حل المسائل في العديد من المجالات ، وخاصة في مجالي الفيزياء والرياضيات . والتي من خلالها نستطيع دراسة خواص الإصدار الليزري [7] . كما تشكل هذه الدراسة قاعدة نظرية وبرمجية يمكن استخدامها في دراسة خواص الإصدار الليزري لليزرات أخرى ولأنماط أخرى من التشغيل .

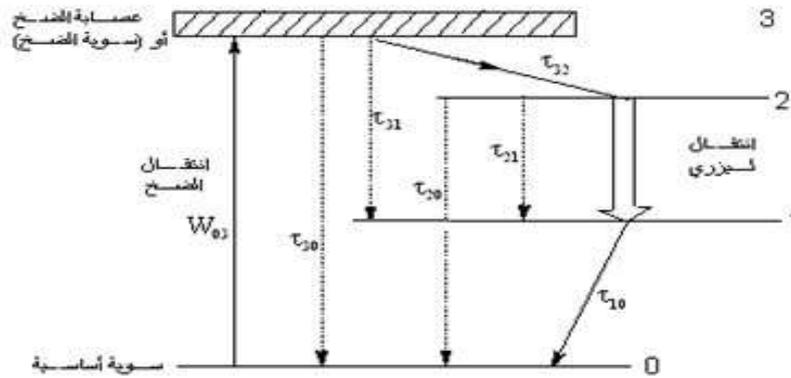
-معادلات المعدل في حالة ليزرية بأربع سويات للطاقة:

سوف نفترض أيضاً أن الانتقال من عصابة الضخ إلى السوية العليا للانتقال يحدث بشكل سريع جداً هذا يعني $(n_3 \approx 0)$. مع هذا الافتراض فان معدل التغير لسويتي الليزر في حالة جملة بأربع سويات يصبح :

$$\frac{dn_2}{dt} = w_p n_0 - (n_2 - g_2 n_1 / g_1) \sigma \phi c - \frac{n_2}{\tau_{21} + \tau_{20}} \quad (1)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = (n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) \sigma \phi c + \frac{n_2}{\tau_{21}} - \frac{n_1}{\tau_{10}} \quad (2)$$

$$n_{tot} = n_0 + n_1 + n_2 \quad (3)$$



الشكل (3) مخطط سويات طاقة مبسط لليزر بأربع سويات

حيث:

n_2, n_1, n_0 سكانية كل من السويات (0) و(1) و(2) على الترتيب

$\frac{dn_2}{dt}, \frac{dn_1}{dt}$ يعبران عن معدل تغير n_2, n_1 مع الزمن

g_2, g_1 يمثلان تعددية (تفسخ) كل من السويتين E_2, E_1 على الترتيب

$\tau_{i,j}$ زمن الاسترخاء من السوية (i) إلى السوية (j)

w_p معدل الضخ (S^{-1})

σ يمثل المقطع العرضي الفعال للإصدار المحثوث (تؤخذ قيمته العددية من المراجع وذلك حسب نوع الليزر المعتبر).

ϕ هي كثافة الفوتونات في واحدة الحجم.

و C سرعة الضوء في الوسط (وهي حاصل قسمة C_0 سرعة الضوء في الخلاء على قرينة انكسار البلورة المضخمة).

من المعادلة (1) ينتج إن سكانية السوية العليا للانتقال الليزري لجملة بأربع سويات تتزايد مع الضخ وتتناقص بتابعية الإصدار المحثوث والإصدار الطوعي في كل من السويتين (1) و (0). بينما سكانية السوية السفلى للانتقال الليزري تتزايد عن طريق الإصدار المحثوث والإصدار الطوعي وتتناقص بسبب أنشطة التخادم في السوية الأساسية. تتميز هذه العملية بثابتة الزمن (τ_{10}).

في الحالة المثالية لجملة بأربع سويات السوية النهائية للانتقال الليزري (السوية السفلى) تفرغ بأسرع ما يمكن في السوية الأرضية أو الأساسية. فإذا افترضنا أن ($\tau_{10}=0$)، ينتج عن ذلك من المعادلة (2) أن ($n_1=0$). في مثل هذه الحالة فإن العدد الكلي أو السكانية الكلية تنقسم بشكل رئيسي بين السوية الأساسية (0) والسوية العليا للانتقال الليزري. هكذا تظهر الجملة كأنها تضخ من منبع عالي للضخ وبشكل مستقل عن السوية السفلى للانتقال.

مع ($\tau_{10}=0$) و ($n_1=0$) فإننا نحصل على مختلف معادلات المعدل للحالة المثالية لجملة بأربع سويات كما يلي :

$$n = n_2 \quad (4)$$

$$n_{tot} = n_0 + n_2 \approx n_0 : n_2 \ll n_0 \quad (5)$$

نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -n_2 \sigma \phi c - \frac{n_2}{\tau_f} + w_p (n_0 - n_2) \quad (6)$$

زمن تفكك الفلورة (τ_f) للسوية العليا للانتقال الليزري يعطى بالعلاقة التالية :

$$\frac{1}{\tau_f} = \frac{1}{\tau_{21}} + \frac{1}{\tau_{20}} \quad (7)$$

حيث ($\tau_{21} = A_{21}^{-1}$) متوسط حياة الإشعاع الفعال المنطلق بالخط الليزري و A_{21} معامل انشعاب للإصدار الطوعي (S^{-1})

في هذه المعادلة المعبرة عن معدل التبادل للسوية العلوية لليزر، يمكننا أن نلاحظ أنه ليس من الضروري أن تعود جميع الذرات التي تضخ إلى السوية (3) إلى السوية العليا لليزر (2) هذا يعني أن :

$$W_p = \eta_Q W_{03} \quad (8)$$

حيث الفعالية الكوانتية (η_Q) تتعلق بمعدلات التفرع والتي تتعلق بمعدلات اضمحلال الذرات:

$$\eta_Q = (1 + \frac{\tau_{32}}{\tau_{31}} + \frac{\tau_{32}}{\tau_{30}})^{-1} \leq 1 \quad (9)$$

ويمكن الإشارة هنا إلى أنه في حالة الجملة بثلاث سويات فان الفعالية الكوانتية تعبر عن احتمال أن فوتون ممتص من فوتونات الضخ ينتج ذرة فعالة في السوية العليا لليزر . بعض فوتونات الضخ هذه قد لا تؤدي إلى ذرة فعالة في السوية العليا للانتقال لليزري، فمثلاً، البعض يستطيع التفكك ليعود إلى السوية الأساسية . المعادلة التي تصف معدّل التبادل لكثافة الإشعاع داخل المجاوية الليزرية تكون مماثلة في هذه الحالة لجملة بثلاث سويات [8].

طرائق البحث ومواده :

بالإضافة للمعادلة (6) المعبرة عن انعكاس السكانية لدينا معادلة أخرى تصف معدّل تغير كثافة الفوتونات داخل المجاوية الليزرية ، حيث يشكلان ما يسمى بمعادلات المعدّل ويعطيان بشكلهما العام ، بالعلاقين التاليين:

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma c \phi n - \frac{n}{\tau_f} + \eta_Q W_{03} \quad (10)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = c \phi n - \frac{\phi}{\tau_c} + s \quad (11)$$

يعبر الجداء $c\phi$ عن التدفق الفوتوني في واحدة السطح، ويرمز الحد $c\phi(n_2 - n_1)$ إلى الإصدار الليزري المحثوث ، يعبر γ عن معامل تخفيض الإسكان المعكوس ويأخذ قيمة بين 0 و 2 بحسب تفسخ السوية وسرعة آليات الاسترخاء في الوسط الليزري بالمقارنة مع زمن بناء نبضة الجودة المعدلة في الليزر ، وغالباً ما نعتبر γ تساوي 1 في الليزر الرباعية النبضية . يكون المقدار $\eta_Q W_{03}$ مهمل في حالة الليزر النبضية . يعبر المقدار τ_c عن زمن إضمحلال الفوتونات داخل المجاوية ويعطى بالعلاقة التالية :

$$\tau_c = \frac{t_r}{[L_n(\frac{1}{R}) + L]}$$

t_r هو زمن الدورة الكاملة للفوتونات ذهاباً وإياباً ضمن المجاوية ويعطى بالعلاقة $t_r = \frac{l'}{c}$ ،

طول المجاوية ويكون $2l'$ هو الطول الكلي للمجاوية ذهاباً وإياباً ، R انعكاسية مرآة الخرج ، L قيمة تقريبية للضياعات وتتعلق بقيمة R (تؤخذ عادة من النتائج التجريبية لليزر المعتبر) ، S يمثل معدل الإصدار الطوعي مضافاً إليه الإصدار الليزري.

أما بعدي الوسط الفعال ، الذي يكون عادة على شكل اسطوانة فيدخلان من خلال حساب حجم القضيب الليزري (Rod diam , Rod length) والذي بدوره يدخل في حساب معدّل الضخ Wp [9,10,11].

إن حل جملة المعادلتين السابقتين (10,11) ، اللتين تشكلان معادلات المعدل ، عددياً يعتمد على طريقة رونج كوتا المستخدمة لحل المعادلات التفاضلية ، والتي تتلخص خطواتها بما يلي :

لنكن لدينا المعادلة التفاضلية $y' = f(x, y)$ مع الشروط الابتدائية $y = y_0, x = x_0$

يعطى حل المعادلة بالشكل التالي :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$$

حيث:

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2)$$

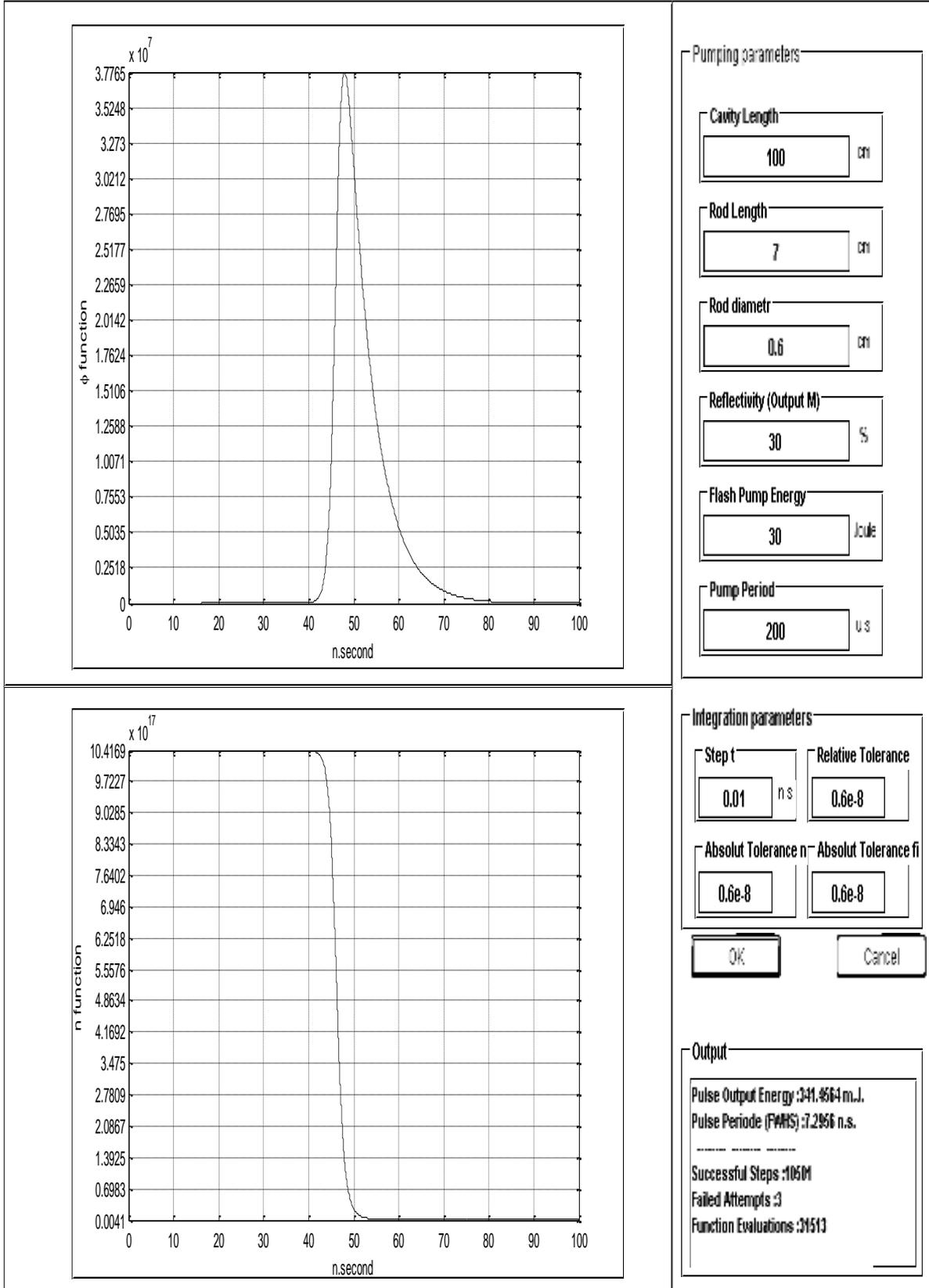
$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3)$$

حيث: h يمثل الخطوة وهي من مرتبة أجزاء النانو ثانية ، n يمثل تكرار الحل وهو من مرتبة 10000

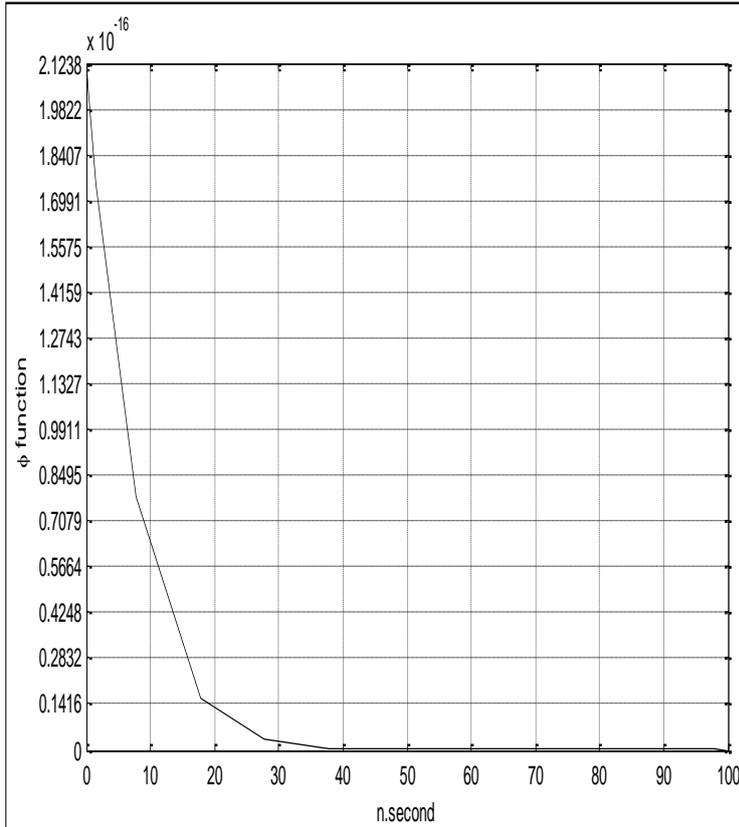
النتائج والمناقشة :

بعد استخلاص معادلات المعدل لجملة ليزيرية بأربع سويات للطاقة والمعبر عنها بالعلاقتين (10-11) قمنا بحل هذه الجملة عددياً ، في حالة الليزر Nd:YAG ، بكتابة برنامج بلغة ماتلاب وباستخدام طريقة رونج كوتا المناسبة لحل مثل هذه الجمل من المعادلات التفاضلية الجزئية المترابطة . أولى النتائج التي حصلنا عليها كانت شدة طاقة الخرج ، وكذلك انعكاس السكانية بتابعية الزمن ، كما يوضح ذلك الشكل (2) : حيث نلاحظ علي شكل النبضة الليزرية والتي تبدأ بالتكون عندما يبدأ انعكاس السكانية بالتناقص .

على الشكل (3) أعطينا مثال لشكل النبضة وانعكاس السكانية من أجل معطيات عددية لا تحقق بشكل مناسب استقرار عمل الليزر ، الذي يتعلق بشكل كبير بأبعاد القضيب الليزري بالنسبة لأبعاد المجاوية الليزرية كما يتعلق بعوامل أخرى كثيرة منها مثلاً انعكاسية مرآة الخرج و طاقة الضخ ومدة الضخ الخ .



الشكل (2): يمثل شدة طاقة الخرج وكذلك انعكاس السكانية بتابعية الزمن.



Pumping parameters

Cavity Length
100 cm

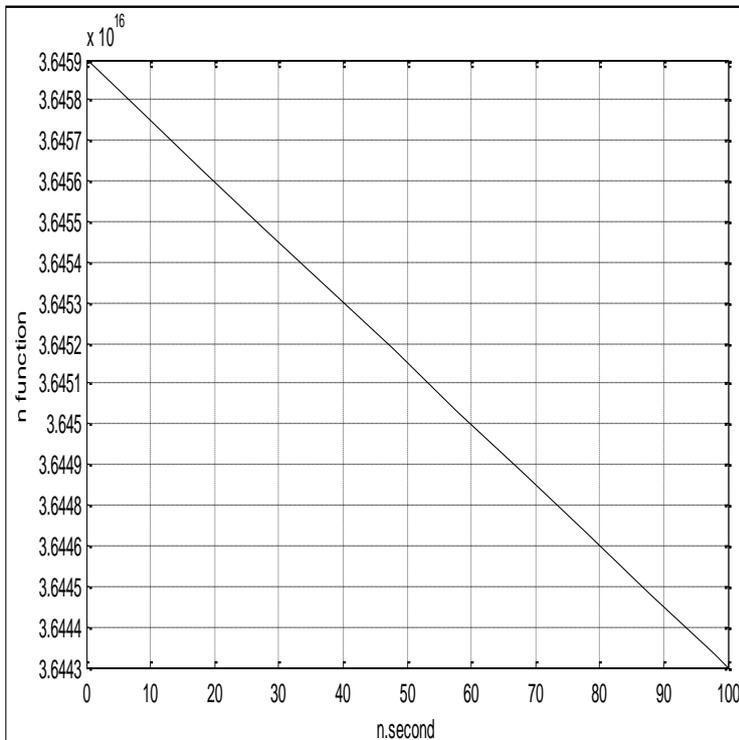
Rod Length
8 cm

Rod diameter
3 cm

Reflectivity (Output M)
30 %

Flash Pump Energy
30 Joule

Pump Period
200 u.s



Integration parameters

Step t
0.01 n.s

Relative Tolerance
0.6e-8

Absolut Tolerance n
0.6e-8

Absolut Tolerance fi
0.6e-8

OK

Cancel

Output

Pulse Output Energy :2.3999e-021 m.J.

Pulse Periode (FWHS) :7.81 n.s.

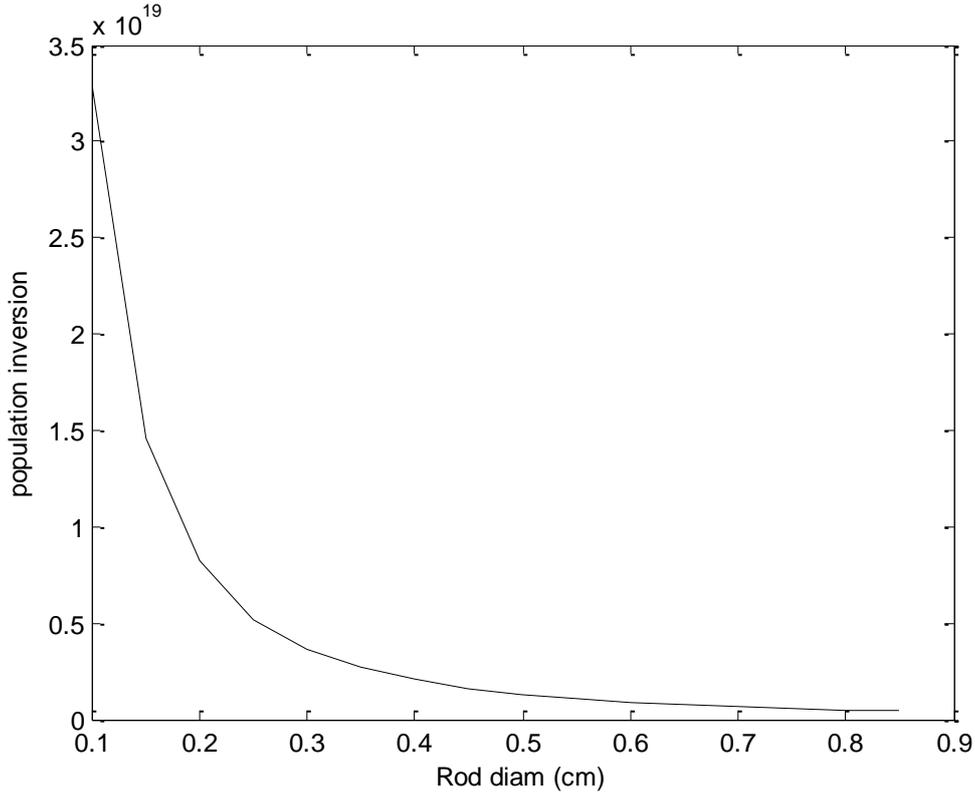
Successful Steps :15

Failed Attempts :0

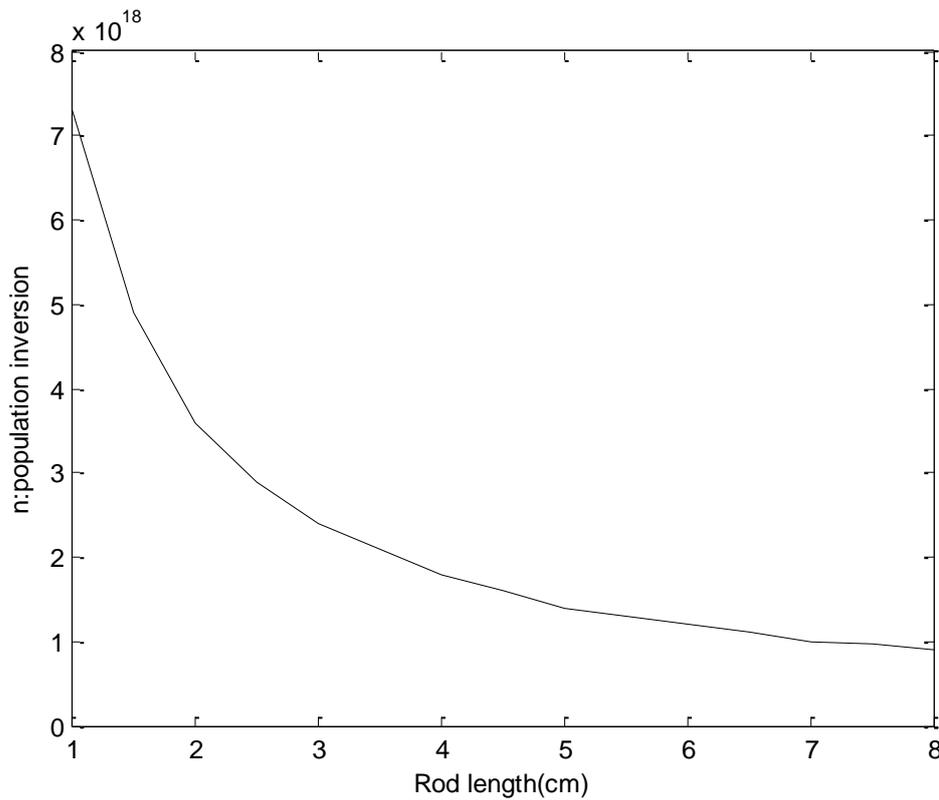
Function Evaluations :46

الشكل (3) مثال لشكل النبضة وانعكاس السكانية من اجل معطيات عددية (قطر القضيب الليزري) لاثقق بشكل مناسب استقرار عمل الليزر .

من ثم درسنا تغيرات انعكاس السكانية بتابعة قطر الوسط الفعال (قطر القضيب الليزري) لليزر، مع ثبات بقية المعاملات ، حيث تبين أن انعكاس السكانية يتناقص بزيادة القطر كما هو موضح في الشكل (4) ، وكذلك درسنا تغيرات انعكاس السكانية بتابعة طول الوسط الفعال ، مع إبقاء العوامل الأخرى ثابتة ، كما يوضح ذلك الشكل (5) ، ايضاً نلاحظ ان إنعكاس السكانية يتناقص مع زيادة طول اللقضيبي الليزري.



الشكل (4): يمثل انعكاس السكانية بتابعة قطر الوسط الفعال لليزر Nd:YAG



الشكل (5): يمثل انعكاس السكانية بتابعة طول الوسط الفعال لليزر Nd:YAG

يمكن تفسير النتائج الحاصلة والموضحة من خلال الشكلين (4) و(5) على النحو الآتي : بما أن المعاملات الأخرى ، كطاقة الضخ وانعكاسية مرآة الخرج مثلا ، تبقى ثابتة أثناء تغير قطر القضيب الليزري أو طوله ، فإن حجم القضيب الليزري يزداد عمليا وبالتالي عدد الذرات الموجودة في السوية الأساسية يزداد ، مما يتطلب طاقة ضخ أكبر للحصول على نفس مقدار الانعكاس في السكانية لكن بما أن المعاملات الأخرى ثابتة كما ذكرنا فإنه من الطبيعي أن يكون مقدار انعكاس السكانية أقل ويتناقص كلما زاد حجم الوسط الفعال لليزر مع بقاء الضخ ، بشكل رئيسي ، ثابتاً [12,13].

نبين في الجدولين التاليين القيم العددية الموافقة لكل من الشكلين (4) و(5): (الجدول تم استنتاجها من خلال البرنامج الحاسوبي المستخدم بعد إدخال المعطيات المناسبة)

R (cm)	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
$nx10^{17}$	328	146	82	52	37	26	21	16
R (cm)	0.50	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85
$nx10^{17}$	13	11	9	7.8	6,7	5,8	5.1	4.5

L (cm)	1	1.5	2	2.5	3	3.0	4	4.5
$nx10^{18}$	7.3	4.9	3.6	2.9	2.4	2.1	1.8	1.6
L(cm)	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5
$nx10^{18}$	1.4	1.3	1.2	1.1	1	0.97	0.91	0.88

الاستنتاجات والتوصيات.

نستنتج مما سبق أننا قد وصّفنا طريقة جديدة لدراسة خواص الإصدار الليزري حيث طورنا برنامج بلغة برمجية متقدمة ومرنة وقمنا باختبار هذا البرنامج من خلال حل معادلات المعدل وتطبيقها على جملة ليزرية محددة وأعطت نتائج جيدة . كما أنه بالإمكان استخدام هذا النموذج والطريقة لدراسة جمل ليزرية اخرى وبأنماط مختلفة من التشغيل مما يفتح المجال لإجراء ابحاث جديدة في هذا المجال .

المراجع

- 1.Walter Koechner, Micheal Bass, *Solid State Laser* ,springer-Verlag New York,Inc,2003,409.
2. MARK CSELE,"Fundamentals of Light Sources and Lasers",copyright by John Wiley and Sone, Inc,2004,318
3. Ertan Eryilamz, *Design and Construction of A cw Mode Nd: YAG laser Prototype* ,august 2004,67
4. YARIV,A, *Quantum Electronics* ,3rd ed, Wiley ,New York 1988,676
5. SVELTO,O. *Principles of Laser physics*, 3rd ed. plenum, Newyork.1989,625
6. SHIMODA,K. *Introduction to Laser physics* , 2nd ed. , Springer ser.opt.sci. Vol,44,Spriger,Berlin Heidelberg, 1986,234
7. MATLAB7 , RAY publishing& science 2007,916 ترجمة وإعداد المهندس ظافر محمود
8. HAKEN,H. *Laser Theory* , Springer Berlin Heidelberg 1984,320
9. STATE,H.de MARS,G.A, *In Quantum Electronics* ,ed . by TOWNES, C. H . , columbia univ. press. Newyourk 1960,530-537.
10. KOECHNER,W. *Solid- State Laser Engineering*, 5fth ed, Springer Ser, Opt ,sci, Springer, Berlin Hidelberg 1999,746
11. BLANK,A. *Introdction aux Laser et a leurs Applications*, Editions Eyrolles , Paris 1980,269
12. GARBUNY,M. *optical physics*, , Acadimic ,Newyok 1965,480
13. DEGNAN,J.*Theory of the Optimally Coupled Q-Switched L aser* , IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS,VOL.25,NO.2,FEBRUARY 1989,214-220