

الاختلافات بمقاطع التشتت بين تقريبي فيرمي والنموذج القياسي في التفاعلات:

$$\nu_e(\bar{\nu}_e) + e^- \rightarrow \nu_e(\bar{\nu}_e) + e^-$$

الدكتور محي الدين نظام*

(تاريخ الإيداع 18 / 4 / 2018. قُبل للنشر في 3 / 6 / 2018)

□ ملخص □

تم في هذا البحث استنتاج المقاطع العرضية للتفاعلات الليبتونية $\nu_e(\bar{\nu}_e) + e^- \rightarrow \nu_e(\bar{\nu}_e) + e^-$ وفقاً لتقريبي: فيرمي والنموذج القياسي لفيزياء الجسيمات (SM). تم الحصول على نتائج مختلفة وفقاً لهذين التقريبين. إذ أنه باستخدام نظرية فيرمي كانت مقاطع التفاعلات الليبتونية العرضية تتناسب طردياً مع الطاقة الكلية في جملة مركز الكتل (c.m.s)، بينما وفقاً لنظرية النموذج القياسي وجدنا أن هذه المقاطع العرضية تتناسب عكسياً مع الطاقة الكلية. وجدنا أيضاً أنه من أجل الطاقات العالية في المجال $(S) m_W^2$ فإن تقريبي فيرمي غير صالح ويفضل استخدام تقريبي النظرية القياسية لدراسة التفاعلات المشار إليها أعلاه. أبعد من ذلك وجدنا أن المقطع العرضي لتشتت النيوتريينو الإلكتروني المضاد على الإلكترون يساوي ثلث المقطع العرضي لتشتت النيوتريينو الإلكتروني على الإلكترون.

الكلمات المفتاحية: تفاعل ليبتوني - تقريبي فيرمي - تقريبي النموذج القياسي - مقطع عرضي.

* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Differences in cross sections between the Fermi approximation and the standard model in the interactions: $\nu_e(\bar{\nu}_e) + e^- \rightarrow \nu_e(\bar{\nu}_e) + e^-$

Dr. Mohey- Aldin Nizam *

(Received 18 / 4 / 2018. Accepted 3 / 6 / 2018)

□ ABSTRACT □

In this research, the cross sections of the leptonic interactions $\nu_e(\bar{\nu}_e) + e^- \rightarrow \nu_e(\bar{\nu}_e) + e^-$ is calculated using the two approximations: Fermi approximation and the standard model of particle physics. The differences between the two approximations was found. The cross sections in Fermi approximation is proportional to the total energy in center mass system (c.m.s), while in the approximation of the standard model, the cross sections is inversely proportional to the total energy. We also found at high energy ($S \gg m_W^2$) that, the Fermi approximation break down and we cannot trust calculations of the cross sections with this approximations. Therefore, it is better to use the standard model approximation when dealing with higher energies. Furthermore we found that the cross section of electron antineutrino scattering on electron is equal to one-third of the cross section of electron neutrino scattering on electron.

Keywords: Leptonic interactions, Fermi approximation, the standard model approximation

* Associate professor, Department of physics, Faculty of science, Tishreen University, Lattakia, Syria

مقدمة:

يعتبر تأثير فيرمي في فيزياء الجسيمات تفسير قديم للقوة النووية الضعيفة اقترحه إنريكو فيرمي عام 1933 ويعتبر فيه أن الفرميونات الأربع في تفكك بيتا تتأثر سوياً مباشرة عند نقطة واحدة، غير أن النموذج القياسي استبدل نقطة التأثير بنظرية كاملة تستند إلى مخططات فاينمان. يعتبر النموذج القياسي من الناحية الرياضية بمثابة نظرية يانغ-ميلز (Yang-Mills) [1]. لقد أعطى اكتشاف بوزون هيگز في الآونة الأخيرة مزيداً من المصداقية للنموذج القياسي بسبب نجاحه في شرح مجموعة واسعة من النتائج التجريبية مما دفع ببعض العلماء إلى تسميته نظرية كل شيء [2,3]. بالرغم من النجاحات الباهرة التي حققها النموذج القياسي فهو لا يصف نظرية الجاذبية العامة كما وضعتها نظرية النسبية العامة ولم يتنبأ بتسارع الكون ولم يفسر المادة المظلمة ولا تذبذب النيوتريينو [4]. تلعب البوزونات Z, W^\pm في النموذج القياسي [5,6] دور حامل القوى الكهروضعيفة وتتوسط التفاعلات بينما تتوسط الغليونات القوى القوية بين الجسيمات التي تملك شحنة لونية وعديمة الكتلة. تعتبر النيوتريونات وفق النموذج القياسي عديمة الكتلة وهي يسارية الاستقطاب بينما النيوتريونات المضادة يمينية الاستقطاب. سوف نقوم في هذا البحث باستخراج المقاطع العرضية لتشتت النيوتريينو الإلكتروني وضديده على الإلكترونات وفق تقريبي فيرمي [7] والنموذج القياسي [8] ونبحث في نقاط الاختلاف ونقاط التوافق في مجال الطاقات المنخفضة والعالية ونجري بعض المقارنات بين هذه المقاطع العرضية.

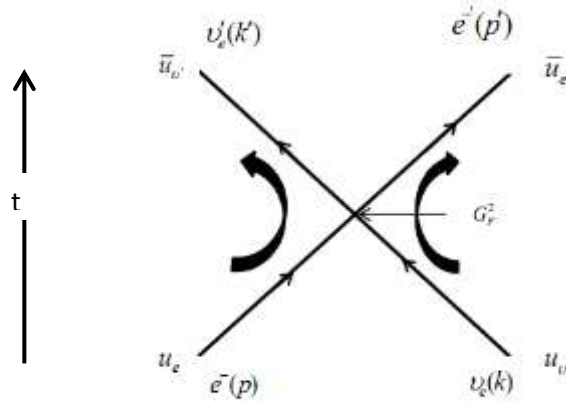
أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في تحديد أيّ التقريبين أفضل لدراسة التفاعلات الضعيفة. أما الهدف من هذا البحث فهو معرفة نقاط الاختلاف ونقاط التوافق بين نظريتي فيرمي ونظرية النموذج المعياري عند دراسة التفاعلات الليبتونية وأيهما أفضل لهذه الدراسة وخاصة أن هاتين النظريتين جاءتا نتيجة جهد وتعاون دولي بين العلماء من جميع أنحاء العالم وما زالتا حتى يومنا هذا تدفعان في اتجاه ظهور فيزياء جديدة تسمى أحياناً فيزياء ما وراء النموذج القياسي.

طرائق البحث ومواده:**أولاً: تقريب فيرمي (Fermi approach)**

نركز اهتمامنا الآن على التفاعل الليبتوني الأول $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ ونقوم برسم المخطط وفق تقريب فيرمي

فنجد الشكل (1):


 شكل(1): مخطط فيرمي للتفاعل $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$

مطال هذا التفاعل يعبر عنه بالعلاقة:

$$|M| = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{\nu_e} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_{e'}] [\bar{u}_e \gamma^\nu (1 + \gamma^5) u_{\nu_e}] \quad (1)$$

 حيث: G_F ثابت فيرمي، u تنسور ديراك، \bar{u} تنسور ديراك المرافق، $\mu = 1, 2, 3$ ، γ^μ مصفوفات ديراك، $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$

يأخذ العنصر المصفوفي الصيغة الآتية:

$$|M|^2 = M M^* = 32G_F^2 [k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - kk'g^{\mu\nu} - ik_\rho k'_\sigma \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}] [p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu - pp'g^{\mu\nu} - ipp' \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}]$$

حيث:

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} 1 & \text{if the numbers are arranged} \\ -1 & \text{if the numbers are not arranged} \\ 0 & \text{if two numbers are equal} \end{cases}$$

نقوم بحساب العنصر المصفوفي فنجد:

$$|M|^2 = 64G_F^2 (pk) = 16G_F^2 (S - m_e^2)^2 \quad (2)$$

نعوض (2) في العبارة العامة للمقطع العرضي التفاضلي [9] في جملة مركز الكتل فنجد:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{p_f}{p_i} |M|^2 \quad (3)$$

بتعويض (2) في (3) نجد:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|M|^2 p_f}{64\pi^2 S p_i} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} \left(\frac{S - m_e^2}{\sqrt{S}} \right)^2 \quad (4)$$

 حيث: $p_f = p_i$ في جملة مركز الكتل، $\sqrt{S} = (E_\nu + E_e)$

بمكاملة العلاقة (4) ننجد:

$$\sigma = \frac{G_F^2}{4\pi^2} \left(\frac{S - m_e^2}{\sqrt{S}} \right)^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta = \frac{G_F^2}{\pi} \left(\frac{S - m_e^2}{\sqrt{S}} \right)^2 \quad (5)$$

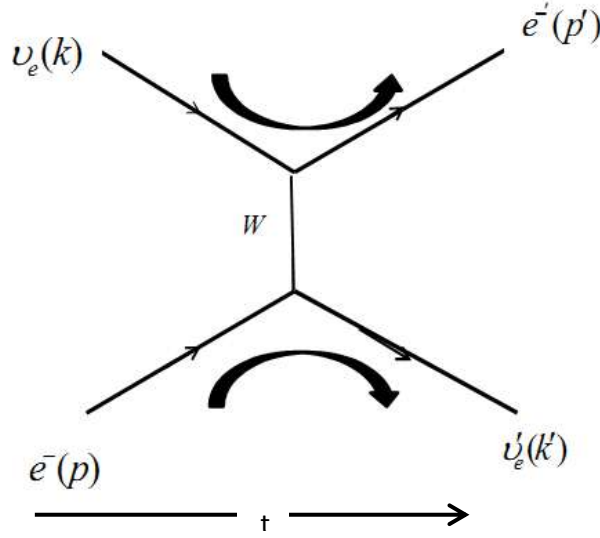
بفرض أن $m_e^2 \ll S$ نجد وفق تقريب فيرمي عبارة المقطع العرضي الكلي للتفاعل المدروس:

$$\sigma_{\nu_e e} = \frac{G_F^2}{\pi} S \quad (6)$$

تبيّن هذه العلاقة أن المقطع العرضي الكلي في هذه الحالة يتناسب طردياً مع الطاقة الكلية.

ثانياً: تقريب النموذج القياسي Standard model approach

مخطط فاينمان للتفاعل $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ وفق النموذج القياسي يوضحه الشكل (2):



شكل(2): مخطط فاينمان للتفاعل $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ وفق النموذج القياسي

يكتب مطال التفاعل، بتطبيق قوانين فاينمان، كما يلي:

$$|M| = \frac{(-ig)^2}{8} \left[\bar{u}_{\nu_e}(k') \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_{\nu_e}(p) \right] \left[\frac{g_{\mu\nu} - (p+k)_\mu (p+k)_\nu}{(k+p)^2 - m_W^2} \right] \times \left[\bar{u}_{e^-}(p') \gamma^\nu (1 + \gamma^5) u_{e^-}(p) \right] \quad (7)$$

بحساب العنصر المصفوفي نجد:

$$|M|^2 = \frac{g^4}{64} \left[\frac{g_{\mu\nu} - (p+k)_\mu (p+k)_\nu}{(k+p)^2 - m_W^2} \right] \times \left[\frac{g_{\rho\sigma} - (p+k)_\rho (p+k)_\sigma}{(k+p)^2 - m_W^2} \right] \times \text{Tr} \left[(p+m_e) \gamma^\mu (1 + \gamma^5) k \gamma^\rho (1 + \gamma^5) \right] \times \text{Tr} \left[k' \gamma^\nu (1 + \gamma^5) (p+m_e) \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) \right] \quad (8)$$

بإجراء الحسابات في جملة مركز الكتل (c.m.s) نحصل على العبارة النهائية للعنصر المصفوفي:

$$|M|^2 = 4g^4 \frac{(pk)^2}{\left[(p+k)^2 - m_W^2 \right]^2} = 2g^4 \frac{(S - m_e^2)^2}{(S - m_W^2)^2} \quad (9)$$

بعد تعويض (9) في (3) نجد عبارة المقطع العرضي التفاضلي:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{g^4 (S - m_e^2)^2}{32\pi^2 S (S - m_W^2)^2} \quad (10)$$

بمكاملة هذه العلاقة نحصل على عبارة المقطع الكلي:

$$\sigma_{\nu_e e^-} = \frac{g^4 (S - m_e^2)^2}{8\pi S (S - m_W^2)^2} \quad (11)$$

باستخدام العلاقة التي تربط بين ثابت فيرمي G_F وثابت الإقتران للتفاعلات الضعيفة g :

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g^2}{m_W^2} \quad (12)$$

تصبح العلاقة (11) كما يلي:

$$\sigma_{\nu_e e^-} = \frac{m_W^4 G_F^2 (S - m_e^2)^2}{4\pi S (S - m_W^2)^2} \quad (13)$$

بفرض $\langle S \rangle \gg m_e^2$ نجد الشكل النهائي لعبارة المقطع العرضي:

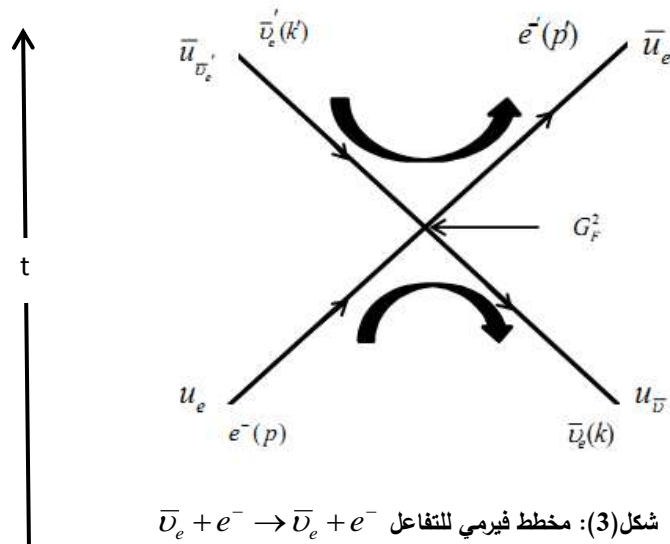
$$\sigma_{\nu_e e^-} = \frac{m_W^4 G_F^2 S}{4\pi (S - m_W^2)^2} \quad (14)$$

تبين هذه العلاقة بعد تحليل الحد $S / (S - m_W^2)^2$ أن المقطع العرضي يتناسب عكسياً مع الطاقة الكلية ويظهر

جلياً في المجال $\langle S \rangle \gg m_W^2$.

ثالثاً: تقريب فيرمي بالنسبة للتفاعل الليبتوني الثاني $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$

نرسم المخطط حسب تقريب فيرمي فنجد الشكل (3):



يعبر عن المطال بالعلاقة التالية:

$$|M| = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{\bar{\nu}_e}(k) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{e^-}(p)] [\bar{u}_{e^-}(p') \gamma_\nu (1 + \gamma_5) u_{\bar{\nu}_e}(k)] \quad (15)$$

بإتباع الأسلوب السابق نحسب العنصر المصفوفي فنجد:

$$|M|^2 = 64(k'p)(kp') \quad (16)$$

بعد القيام ببعض الإجراءات الرياضية على عبارة العنصر المصفوفي وتعويضه في عبارة المقطع العرضي التفاضلي في جملة مركز الكتل معتبرين أن $m_e^2 \gg S$ نجد:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}_e e^-) = \frac{G_F^2 S}{16\pi^2} (1 + \cos \theta) \quad (17)$$

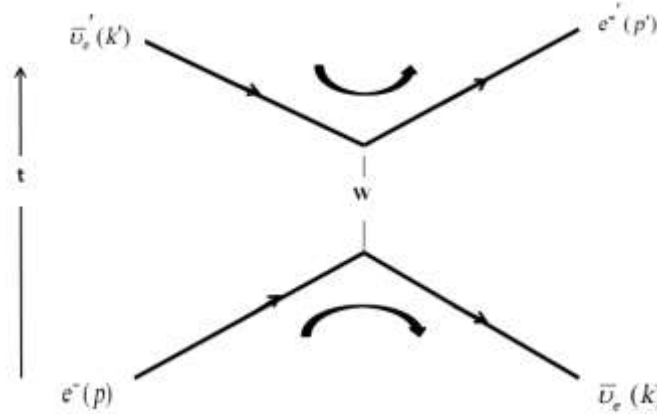
نكامل لحساب المقطع العرضي الكلي:

$$\sigma(\bar{\nu}_e e^-) = \frac{G_F^2 S}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta = \frac{1}{3} \frac{G_F^2 S}{\pi} = \frac{1}{3} \sigma(\nu_e e^-) \quad (18)$$

تبيّن العلاقة الأخيرة أن المقطع العرضي لتشتت النيوتريينو الالكتروني المضاد على الإلكترون يساوي ثلث المقطع العرضي لتشتت النيوتريينو الالكتروني على الإلكترون.

رابعاً: تقريب النموذج القياسي

نرسم مخطط فاينمان لتشتت النيوتريينو الالكتروني المضاد على الإلكترون وفق تقريب النموذج القياسي كما في الشكل (4):



الشكل (4): مخطط فاينمان لتشتت $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$ وفق تقريب النموذج القياسي

عبارة المطال تأخذ الصيغة التالية:

$$|M| = -i \frac{g^2}{8} [\bar{u}_{\bar{\nu}_e}(k) i\gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_e(p)] \left[g_{\mu\nu} - \frac{(p-k)_\mu (p'-k')_\nu}{m_W^2} \right] \frac{1}{[(p-k)^2 - m_W^2]^{\frac{1}{2}}} \times [\bar{u}_e(p') i\gamma^\nu (1 + \gamma^5) u_{\bar{\nu}_e}(k')] \quad (19)$$

العنصر المصفوفي يكتب بالعلاقة:

$$|M|^2 = \frac{g^4}{64} \left[g_{\mu\nu} - \frac{(p-k)_\mu (p'-k')_\nu}{m_W^2} \right] \left[g_{\rho\sigma} - \frac{(p-k)_\rho (p'-k')_\sigma}{m_W^2} \right] \frac{1}{[(p-k)^2 - m_W^2]^2} \times Tr[\gamma_\mu (1 + \gamma_5)(p' + m_e)\gamma_\nu (1 + \gamma_5)k] \times Tr[\gamma^\nu (1 + \gamma^5)k'\gamma^\nu (1 + \gamma^5)(p' + m_e)] \quad (20)$$

وبعد سلسلة من العمليات الحسابي نجد:

$$|M|^2 = \frac{2g^4}{(S - m_W^2)^2} (k'p')^2 \quad (21)$$

بالحساب نجد:

$$(p'k) = \frac{S(1 + \cos \theta)}{4} = (pk') \quad (22)$$

بالتعويض في (21) نحصل على:

$$|M|^2 = \frac{g^4 S^2 (1 + \cos \theta)^2}{4(S - m_w^2)^2} \quad (23)$$

نعوض (23) في عبارة المقطع العرضي التفاضلي (3) في جملة مركز الكتل فنجد

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}_e e^-) = \frac{1}{64\pi^2 S} \frac{g^4 S^2 (1 + \cos \theta)^2}{4(S - m_w^2)^2} \quad (24)$$

بمكاملة العلاقة الأخيرة نجد أن المقطع العرضي الكلي يساوي:

$$\sigma(\bar{\nu}_e e^-) = \frac{1}{3} \sigma(\nu_e e^-)$$

أي أن المقطع العرضي لتشتت النيوتريينو الإلكتروني المضاد على الإلكترونات يساوي ثلث المقطع العرضي لتشتت النيوتريينو الإلكتروني على الإلكترونات.

النتائج والمناقشة:

كما شاهدنا من العلاقات السابقة أن مقطع تشتت النيوتريينو الإلكتروني المضاد على الإلكترون يساوي ثلث مقطع التشتت النيوتريينو الإلكتروني على الإلكترون ونعتقد أن السبب الرئيس خلف ذلك يعود إلى أنه في حالة تشتت النيوتريينو الإلكتروني على الإلكترون تملك الحالة البدائية للتفاعل سبينا مسقطه على المحور Z يساوي الواحد أي $J_z = 1$ لأن كل من نيوتريينو الدخل والإلكترون الدخل يساري الاستقطاب أي لهما نفس الاتجاه السبيني ، أما في تشتت النيوتريينو الإلكتروني المضاد على الإلكترون فالحالة تختلف لأن النيوتريينو الإلكتروني المضاد الداخل يميني الاستقطاب بينما الإلكترون يساري الاستقطاب لذلك الحالة البدائية تملك مسقطاً للسبين يساوي الصفر أي $J_z = 0$. قد يبرر أحد ما هذا الاختلاف باحتمال حصول تشتت عكسي في حالة تشتت النيوتريينو المضاد على الإلكترون وهذا الرأي يبدو مقنعاً للوهلة الأولى غير أنه من خلال العلاقة (24) لا يمكن للزاوية θ أن تساوي 180° لأنه في هذه الحالة $\cos \theta = -1$ أي أن المقطع العرضي التفاضلي يساوي الصفر ولذلك هذا الاحتمال غير وارد. لقد بين البحث أنه باستخدام تقريب فيرمي فان المقطع العرضي للتفاعل الليبتوني يتناسب طرذا مع الطاقة الكلية لجملة مركز الكتل (S) بينما وفقا لتقريب النموذج القياسي وجدنا أن مقطع التفاعل يتناسب عكسيا مع الطاقة الكلية إضافة إلى ذلك وجدنا أن تقريب فيرمي ينهار في مجال الطاقة العالية في المجال $S \geq m_w$ وهذا يعني أنه لا يمكن الوثوق به في إطار النظرية الكهروضعيفة كما هو الحال بالنسبة للنموذج القياسي.

الاستنتاجات والتوصيات:

يمكن التوسع أكثر في هذا البحث في إطار نظرية (V - A) للتفاعلات الضعيفة ضمن إطار النموذج القياسي لفيزياء الجسيمات.

المراجع:

1. GLASHOW S.L, Nucl.Phys.22(1961),579 ; WEINBERG S.,Phys.Rev.Lett.19(1967),1264 ;SALAM A. In *Elementary Particle physics* (Nobel Symp.N.8) Svartholm. Ed.N, Almquist and Wiksells, Stockholm (1968), p.367.
- 2-ANDREI GRITSAN, *What is the Higgs Boson Why do some call it the "God Particle"?*, Johns Hopkins University, JHU QuarkNet meeting, 30 July 2014.
- 3-M. Y. Hussein, *Higgs Boson Production at the LHC*, Department of Physics, College of Science, University of Bahrain P.O. Box 32038, Kingdom of Bahrain, PACS numbers. 14.80. Bn, 11.80.La, 12.15.-y, 13.85.-t(2017).
- 4.CHENG T.P. and LI L.F., *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, Oxford Univ. Press, 1991(reprinted). ISBN-13:978-0198519614.
- 5.Wolfgang Kilian and Marco Sekulla, *High-Energy Vector Boson Scattering after the Higgs Discovery*, DESY Theory Group, D-22603 Hamburg, Germany (Dated: March 15, 2016), arXiv:1408.6207v2 [hep-ph] 14 Mar 2016.
- 6.ZHANG Zhao-wen, SHEN Hong, *Self-consistent Thomas-Fermi Approximation for Equation of State at Subnuclear Densities*, School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, arXiv:1512.03904v1 [nucl-th] 12 Dec 2015.
- 7.M. Ghazanfari Mojarrad and S. K. Mousavi Khoroshtom, *Thomas-Fermi approximation for the equation of state of nuclear matter: A semi-classical approach from the Landau Fermi-Liquid theory*, International Journal of Modern Physics E, Nuclear Physics, Volume 26, Issue 06, June 2017.
- 8..Yuval Grossman and Philip Tanedo, *Just a Taste Lectures on Flavor Physics*, Department of Physics & Astronomy, University of California, Riverside, ca 92521, arXiv:1711.03624v1 [hep-ph] 9 Nov 2017.
- 9.HALZEN F. and MARTIN A.D., *Quarks and Leptons:An introductory course in Modern Particle Phys*, Ed. Jon WILLEY:New YORK, 1984.isbn 0-471-88741-2.