مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (30) العدد (1) 2008
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (30) No. (1) 2008

تطور الأزمنة الحقيقية في مسائل عدم التوازن من أجل نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة SU(2) بالاعتماد على مؤثري البناء والهدم

الدكتور سلمان الشاتوري*

(تاريخ الإيداع 6 / 11 / 2007. قُبِل للنشر في 2007/12/11)

□ الملخّص □

يتضمن البحث إدخال تعريف لمؤثري البناء $\hat{D}^{+}$ والهدم $\hat{D}$ بالنسبة لمؤثري حقل المعايرةالصافي المتجانس $\overrightarrow{\hat{B}^{a}}$ (غلوبال) والدفع $\overrightarrow{\hat{\pi}^{a}}$

- حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى لمربع مؤثر الغلوبال (الطاقة المغناطيسية).
- حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى لمربع مؤثر الدفع (الطاقة الكهربائية).
- حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الغلوبال (الحقل المغناطيسي الملون المتجانس).
- التحري عن الانتقال الطوري والحرارة الحرجة $\mathrm{T}_{cr.}$
- التحري عن مدة الزمن القصير لهذا الانتقال.

كلمات مفتاحية:

- الأزمنة الحقيقية في حالات عدم التوازن.
- الانتقال الطوري لبلازما الكواركات والغليونات.
- عدم التوازن في نظرية الحقل الكمي.

* مدرس – قسم الفيزياء– كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (30) العدد (1) 2008
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (30) No. (1) 2008

Evolution of Real Times in the Problems of Non-equilibrium for Pure Gauge Theory with Group SU (2), Depending on the Creation and Annihilation Operators

Dr. Salman Al- chatouri *

(Received 6/ 11 / 2007. Accepted 11/12/2007)

□ ABSTRACT □

The research contains an introduction of the definition of the creation and annihilation operators in relation to the pure homogenous gauge field.

- Calculating time evolution for the ensemble average of global operator square (the magnetic energy).
- Calculating time evolution for the ensemble average of impulse operator square (the electric energy).
- Calculating of time evolution for the ensemble average of global operator (homogenous color magnetic field).
- Investigating the phase transition and the critical temperature $T_{cr.}$.

  Investigating about the short time for this transition.

Keywords:

Real time in non, equilibrium**,** phase transition to quarck – gluon – plasma**,** non – equilibrium in the quantum field theory,

* **Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Latakia, Syria.**

مقدمة:

إن معالجة مسائل عدم التوازن هامة جداً [1-16] ، من وجهة نظر فيزياء الجسيمات الأولية، يتوجب تقديم مسائل منها:

أ- وصف عملية التسخين للكون المبكر (وفقاً لطور متضخم ممكن) أو وصف الهدرونات تحت شروط حدية بهدف دراسة النتائج التجريبية لعبور قصير لطور بلازما الجسيمات الأولية الملونة (بلازما الكواركات والغليونات) [17-21] يستطيع الإنسان من ناحية المبدأ أن يجرب معالجة مثل هذه المسائل من خلال رد الاستمرار التحليلي إلى زمن تخيلي. ولكن من الناحية العلمية فإن رد الاستمرار التحليلي إلى زمن حقيقي في حالات كثيرة نادراً ما يكون قابلاً للتنفيذ بسبب التقريبات التي تحصل عند المعالجة في الصيغة الاقليدية (وهذا نادراً ما يمكن تجنبه).

تحريك الجسيمات الأولية الملونة (QCD) هي نظرية التأثير المتبادل القوي. وهي تصف التقييد (الحجز المستقر) للكوراكات والغليونات عند درجة الحرارة المنخفضة.

أما عند درجات حرارة مرتفعة فيتوقع طور بلازما الكواركات والغليونات.

والانتقال الطوري الذي يبدأ عند درجة الحرارة الحرجة $\mathrm{T}_{cr.}$ هو الذي يفصل كلا الطورين.

تحريك الجسيمات الأولية الملونة عند درجة حرارة منتهية $\left(QCD_{\mathrm{T}}\right)$ هي نظرية معقدة أكثر من نظرية الحقول اللاتناظرية معياري أو من نظرية التحريك الكهرطيسي الكمي عند درجة حرارة منتهية $\left(QED_{\mathrm{T}}\right)$. هذا يعود بالجوهر إلى أن التأثير المتبادل الذاتي للغليونات يسبب عدم التعيين في السلوك تحت الحمراء.

تنحصر المسألة بأن نعد طرقاً رياضية لا تكون محددة باضطراب ضعيف للتوازن.

توجد طريقة شائعة مناسبة في هذا المجال وهي طريقة فغنر (النشر شبه الكلاسيكي). ولكن لن نتطرق إلى هذه الطريقة في هذا البحث.

سنقوم في هذا البحث بتطوير طريقة ذاتية رياضية عددية جديدة لوصف عمليات عدم التوازن في نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(2)$.

الخلفية الفيزيائية بنيت من خلال عملية تسخين الكون المبكر (الأولي) ومن خلال وصف تصادم الأيونات الثقيلة عند الطاقات العالية.

أخذنا الطريقة الرياضية العددية المطورة في [17] و [22-29] والقائمة على طريقة الحقل الخلفي وتقريب اللفة الواحدة والتي نقلت الدراسة من نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(2)$ إلى دراسة ميكانيك كم إحصائي مع الزمرة $SU(2)$. وبدورنا عرَّفنا مؤثري البناء $\hat{D}^{+}$ والهدم $\hat{D}$ بالنسبة لمؤثري حقل المعايرة الصافي المتجانس $\overrightarrow{\hat{B}^{a}}$ (غلوبال) والدفع $\overrightarrow{\hat{\pi}^{a}}$.

ثم قمنا بحساب التطور الزمني الحقيقي للقيمة الوسطى لمربع مؤثر الغلوبال (الطاقة المغناطيسية) والتطور الزمني الحقيقي للقيمة الوسطى لمربع مؤثر دفع الغلوبال (الطاقة الكهربائية) ، وحسبنا التطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الغلوبال (الحقل المغناطيسي الملون المتجانس) وبحثنا عن الحرارة الحرجة $\mathrm{T}_{c.r}$ التي يتم عندها الانتقال الطوري لطور بلازما الكواركات والغليونات.

أهمية البحث وأهدافه:

*- إدخال تعريف مؤشري البناء والهدم إلى نظرية المعايرة.
*- دراسة تطور الأزمنة الحقيقية في نظرية المعايرة بهذه الطريقة.
*- التحري عن الانتقال إلى طور بلازما الكواركات والغليونات.
*- التحري عن الزمن القصير لهذا الانتقال.

1- طريقة البحث ومواده:

ذكرنا في المقدمة بأننا أخذنا الطريقة الرياضية العددية المطورة في أطروحة الدكتوراه المرجع [17] والمراجع [22-29] والقائمة على طريقة الحقل الخلفي وتقريب اللفة الواحدة والتي نقلت الدراسة من نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(2)$ إلى دراسة ميكانيك كم إحصائي مع الزمرة $SU(2)$.

يعطى مؤثر هاملتون للجملة بالعلاقة:

$$\hat{H}_{eff}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_0\right)^{-1}\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a+\alpha_1\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2\right)\hat{F}_{ij}^a(B)\hat{F}_{ij}^a(B)$$

$$+\alpha_3\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\hat{B}_j^b\hat{B}_j^b+2\hat{B}_i^a\hat{B}_j^a\hat{B}_i^b\hat{B}_j^b\right)+\alpha_4\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\hat{B}_i^b\hat{B}_i^b \qquad (1)$$

حيث إن α_4،α_3،α_2،α_1،α_0 هي ثوابت عددية وهي ناتجة عن مكاملة الصيغ غير المتجانسة لحقل المعايرة بتقريب اللفة الواحدة ولها القيم التالية:

$$\alpha_0=0.021810429،\alpha_1=-0.30104661،\alpha_2=0.024624،\alpha_3 0.0021317،\alpha_4=-0.0078439 \qquad (2)$$

كما أن:

$$B_i=PA_i=\frac{1}{L^3}\int_{T^3}A_i \qquad (3)$$; A هو حقل المعايرة

$$F_{ij}^a(B)=\varepsilon^{abc}B_i^bB_j^c \qquad (4)$$

حيث:

i، $j=1،2،3$ دليل الإحداثيات المكانية

a،b،$c=1،2،3$ أدلة الألوان

$$\varepsilon^{a,b,c} = \begin{cases} 0 & \text{عندما يتساوى دليلان} \\ 1 & \text{عند التبديل المباشر} \\ -1 & \text{عند التبديل غير المباشر} \end{cases}$$

وتعطى ثابتة الارتباط بالعلاقة:

$$g^2(L) = \frac{-1}{2b_0 \log(\wedge_{ms} L)} - \frac{b_1 \log\left[-2\log(\wedge_{ms} L)\right]}{4b_0^3\left[\log(\wedge_{ms} L)\right]^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

حيث: $b_0 = \frac{22}{3}(4\pi)^2$ ، $b_1 = \frac{136}{3}(4\pi)^4$ ، $\wedge_{ms} = 74.1705 Mev$

الجزء التوافقي $\hat{H}^{0}_{eff}$ من المؤثر $\hat{H}_{eff}$ هو:

$$\hat{H}^{0}_{eff} = \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0\right)^{-1} \hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a + \alpha_1 \hat{B}_i^a \hat{B}_i^a\right]$$

$$\hat{H}^{0}_{eff} = \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_0 \hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a + \frac{1}{2}\tilde{\alpha}_1 \hat{B}_i^a \hat{B}_i^a\right] \qquad (6)$$

حيث :

$$\tilde{\alpha}_0 = \left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0\right)^{-1} \quad ، \quad \tilde{\alpha}_1 = 2\alpha_1 \qquad (7)$$

نعرف مؤثري البناء والهدم بالشكل:

$$\hat{D}_i^{a+} = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\hbar}}\,\hat{B}_i^a - \frac{i}{\sqrt{2\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\hat{\pi}_i^a \qquad (8)$$

في جملة الوحدات الطبيعية $\hbar = 1$

$$\hat{D}_i^{a} = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\hbar}}\,\hat{B}_i^a + \frac{i}{\sqrt{2\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\hat{\pi}_i^a \qquad (9)$$

فيكون لدينا:

$$\left[\hat{D}_i^a ، \hat{D}_j^{b+}\right]_- = \delta_{ij}\,\delta_{ab} \qquad (10)$$

$$\left[\hat{D}_i^a ، \hat{D}_j^{b}\right]_- = \left[\hat{D}_i^{a+} ، \hat{D}_j^{b+}\right]_- = 0 \qquad (11)$$

$$\hat{H}_{eff}^0 = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1}\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{D}_i^{a+}\,\hat{D}_i^a + \frac{1}{2}\right) = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1}\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{N}_i^a + \frac{1}{2}\right)$$

$$\hat{H}_{eff}^0 = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1}\left(\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{N}_i^a + \frac{9}{2}\right) \qquad (12)$$

$$\hat{H}_{eff}^0 = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1}\left(\hat{N} + \frac{9}{2}\right) \qquad (13)$$

حيث:

$$\hat{N}_i^a = \hat{D}_i^{a+}\,\hat{D}_i^a \qquad (14)$$

$$\hat{N} = \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{N}_i^a \qquad (15)$$

ولدينا:

$$\hat{D}_i^a \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle = \sqrt{n_i^a} \quad \left| \ldots\ldots n_i^a - 1 \ldots\ldots \right\rangle \tag{16}$$

$$\hat{D}_i^{a+} \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle = \sqrt{n_i^a + 1} \quad \left| \ldots\ldots n_i^a + 1 \ldots\ldots \right\rangle \tag{17}$$

$$\hat{N}_i^a \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle = n_i^a \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle \tag{17a}$$

$$\hat{D}_i^a \left| \ldots\ldots 0 \ldots\ldots \right\rangle = 0 \quad ، \quad \hat{N}_i^a \left| \ldots\ldots 0 \ldots\ldots \right\rangle = 0 \tag{18}$$

ويكون:

$$\hat{B}_i^a = \sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}} \left(\hat{D}_i^{a+} + \hat{D}_i^a \right) \tag{19}$$

$$\hat{\pi}_i^a = i \sqrt{\frac{\hbar \sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2}} \left(\hat{D}_i^{a+} - \hat{D}_i^a \right) \tag{20}$$

الآن نكتب مؤثر هاملتون الكلي للجملة بدلالة مؤثري البناء والهدم فنجد:

$$\hat{H}_{eff} = \hat{H}_{eff}^0 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 \right) \sum_{a=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} \sum_{c=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left(\varepsilon^{abc} \varepsilon^{abc} \hat{B}_i^b \hat{B}_j^c \hat{B}_i^b \hat{B}_j^c \right) +$$

$$\alpha_3 \sum_{a=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left(\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \hat{B}_j^b \hat{B}_j^b + 2 \hat{B}_i^a \hat{B}_j^a \hat{B}_i^b \hat{B}_j^b \right) + \alpha_4 \sum_{a=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \hat{B}_i^b \hat{B}_i^b \right)$$

$$\hat{H}_{eff}=\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1}\left(\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{N}_i^a+\frac{9}{2}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2\right)\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{c=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left[\varepsilon^{abc}\varepsilon^{abc}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.\right.$$

$$\left.\left(\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_j^c\right)\left(\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_j^c\right)\right]+\alpha_3\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.\left[\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\right.$$

$$\left.\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\left(\hat{D}_j^{b+}+\hat{D}_j^b\right)\left(\hat{D}_j^{b+}+\hat{D}_j^b\right)+2\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\left(\hat{D}_j^{a+}+\hat{D}_j^a\right)\left(\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_j^{b+}+\hat{D}_j^b\right)\right]$$

$$+\alpha_4\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.\left[\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\left(\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^b\right)\right]\qquad(21)$$

بعد إجراء الجداءات نجد أن:

$$\hat{H}_{eff}=\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\tilde{\alpha}_1}\left(\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{N}_i^a+\frac{9}{2}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2\right)\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{c=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left[\varepsilon^{abc}\varepsilon^{abc}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.\right.$$

$$\left(\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}+\right.$$

$$\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}+\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}+$$

$$\left.\left.\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+c}_{j}+\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{c}_{j}\right)\right]+\alpha_{3}\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\hbar^{2}}{4\frac{\tilde{\alpha}_{1}}{\tilde{\alpha}_{0}}}.$$

$$\left[\left(\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\right.\right.$$

$$\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+$$

$$\left.\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\,\hat{D}^{b}_{j}\right)+2\left(\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\right.$$

$$\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+$$

$$\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+$$

$$\left.\left.\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{j}+\hat{D}^{a}_{i}\,\hat{D}^{a}_{j}\,\hat{D}^{b}_{i}\,\hat{D}^{b}_{j}\right)\right]+\alpha_{4}\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar^{2}}{4\frac{\tilde{\alpha}_{1}}{\tilde{\alpha}_{0}}}\left(\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+a}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{i}\,\hat{D}^{+b}_{i}+\right.$$

$$\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b+}$$

$$+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b+}$$

$$\left.+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{b}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{b}\right) \qquad (22)$$

لنحسب التطور الزمني للقيمة الوسطى في صورة شرودنجر لكل من الطاقة المغناطيسية $\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a$ والطاقة الكهربائية $\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a$

ثـــم لنحســـب التطـــور الزمنـــي للقيمـــة الوســـطى لمـــؤثر الحقـــل المغناطيســـي الملـــون المتجـــانس (غلوبال) بعد أن ندخل دفعاً بدائياً π^0 على الجملة حتى تصبح غير متناظرة وعندها تكون الجملة قد نقلت مرتين من وضـع التوازن ، أولاً من خـلال الدفع البدائي π^0 وثانياً من خـلال حدود التأثير المتبـادل فيصبح عندها مؤثر هاملتون:

$$\hat{H}'^{0}_{eff}=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_0\left(\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a-\pi^0\right)+\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_1\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right]$$

ونرمز لمؤثر الكثافة المتعلق بمؤثر هاملتون الجديد بـ $\hat{\rho}'$

$$\left\langle\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)(t)\right\rangle=T_r\left(\hat{\rho}(t)\left(\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(T_r\left(\hat{\rho}(t)\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar}{2\sqrt{\dfrac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\left(T_r\left(\hat{\rho}(t)\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^{a}\right)\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^{a}\right)\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\left(T_r\left(\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^a\,\hat{D}_i^{+a}+\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^a\,\hat{D}_i^a+\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^{+a}\,\hat{D}_i^{+a}+\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^{+a}\,\hat{D}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\left(\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^a\,\hat{D}_i^{+a}\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle+\left\langle \ldots n_i^a\middle|\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^a\,\hat{D}_i^a\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle\right)$$

$$+\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^{+a}\,\hat{D}_i^{+a}\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\,\hat{D}_i^{+a}\,\hat{D}_i^a\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle\Bigg)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\sum_{m_i^a}\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\left(\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\middle|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle\left\langle \ldots m_i^a\ldots\middle|\hat{D}_i^a\,\hat{D}_i^{+a}\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle\right.$$

$$+\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\middle|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle\left\langle \ldots m_i^a\ldots\middle|\hat{D}_i^a\,\hat{D}_i^a\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle$$

$$+\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\middle|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle\left\langle \ldots m_i^a\ldots\middle|\hat{D}_i^{+a}\,\hat{D}_i^{+a}\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle$$

$$\left.+\left\langle \ldots n_i^a\ldots\middle|\hat{\rho}(t)\middle|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle\left\langle \ldots m_i^a\ldots\middle|\hat{D}_i^{+a}\,\hat{D}_i^a\middle|\ldots n_i^a\ldots\right\rangle\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\sum_{m_i^a}\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\Big[\left(n_i^a+1\right)\rho_{n_i^a,m_i^a}(t)\,\delta_{m_i^a,n_i^a}+\sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a-1}\,\rho_{n_i^a,m_i^a}(t)\,\delta_{m_i^a,n_i^a-2}$$

$$+\sqrt{n_i^a+1}\sqrt{n_i^a+2}\,\rho_{n_i^a,m_i^a}(t)\,\delta_{m_i^a,n_i^a+2}+n_i^a\,\rho_{n_i^a,m_i^a}(t)\,\delta_{m_i^a,n_i^a}\Big]$$

$$= \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{n_i^a} \frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}} \Big[\left(n_i^a + 1\right) \rho_{n_i^a, n_i^a}(t) + \sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a - 1}\, \rho_{n_i^a, n_i^a - 2}(t)$$

$$+ \sqrt{n_i^a + 1}\sqrt{n_i^a + 2}\, \rho_{n_i^a, n_i^a + 2}(t) + n_i^a\, \rho_{n_i^a, n_i^a}(t) \Big]$$

$$\left\langle \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \right)(t) \right\rangle = \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{n_i^a} \frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}} \Big[\left(2n_i^a + 1\right) \rho_{n_i^a, n_i^a}(t)$$

$$+ \sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a - 1}\, \rho_{n_i^a, n_i^a - 2}(t) + \sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a + 2}\, \rho_{n_i^a, n_i^a + 2}(t) \qquad (23)$$

$$\left\langle \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right)(t) \right\rangle = T_r \left(\hat{\rho}_{(t)} \left(\sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right) \right)$$

$$= \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(T_r \left(\hat{\rho}_{(t)} \left(\hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right) \right) \right)$$

$$= \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \frac{-\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2} \left(T_r \left(\hat{\rho}_{(t)} \left(\hat{D}_i^{+a} - \hat{D}_i^a \right) \left(\hat{D}_i^{+a} - \hat{D}_i^a \right) \right) \right)$$

$$= \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \frac{-\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2} \left(T_r \left(-\hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^a \hat{D}_i^{+a} + \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^a \hat{D}_i^a + \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^{+a} \hat{D}_i^{+a} - \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^{+a} \hat{D}_i^a \right) \right)$$

$$= \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{n_i^a} \frac{-\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2} \left(-\left\langle \ldots n_i^a \ldots \middle| \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^a \hat{D}_i^{+a} \middle| \ldots n_i^a \ldots \right\rangle + \left\langle \ldots n_i^a \ldots \middle| \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^a \hat{D}_i^a \middle| \ldots n_i^a \ldots \right\rangle \right.$$

$$\left. + \left\langle \ldots n_i^a \ldots \middle| \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^{+a} \hat{D}_i^{+a} \middle| \ldots n_i^a \ldots \right\rangle - \left\langle \ldots n_i^a \ldots \middle| \hat{\rho}_{(t)} \hat{D}_i^{+a} \hat{D}_i^a \middle| \ldots n_i^a \ldots \right\rangle \right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\frac{-\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2}\Bigg(-\left(n_i^a+1\right)\rho_{n_i^a,n_i^a}(t)+\sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a-1}\rho_{n_i^a,n_i^a-2}(t)$$

$$+\sqrt{n_i^a+1}\sqrt{n_i^a+2}\,\rho_{n_i^a,n_i^a+2}(t)-n_i^a\,\rho_{n_i^a,n_i^a}(t)\Bigg)$$

$$\left\langle\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{\pi}_i^a\,\hat{\pi}_i^a\right)(t)\right\rangle=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\frac{-\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2}\Bigg[-\left(2n_i^a+1\right)\rho_{n_i^a,n_i^a}(t)$$

$$+\sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a-1}\rho_{n_i^a,n_i^a-2}(t)+\sqrt{n_i^a+1}\sqrt{n_i^a+2}\,\rho_{n_i^a,n_i^a+2}(t)\Bigg]\qquad(24)$$

$$\left\langle\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a(t)\right\rangle=T_r\left(\hat{\rho}'(t)\left(\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a\right)\right)$$

نكتب:

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(T_r\left(\hat{\rho}'(t)\,\hat{B}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\left(T_r\left(\hat{\rho}'(t)\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}T_r\left(\hat{\rho}'(t)\,\hat{D}_i^{a+}+\hat{\rho}'(t)\,\hat{D}_i^a\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\left(\left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho}'(t)\,\hat{D}_i^{a+} \right| \ldots n_i^a \right\rangle + \left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho}'(t)\,\hat{D}_i^{a} \right| \ldots n_i^a \right\rangle\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\sum_{m_i^a}\sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\left(\left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho}'(t) \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle \left\langle \ldots m_i^a \ldots \left| \hat{D}_i^{a+} \right| \ldots n_i^a \ldots \right\rangle\right.$$

$$\left. + \left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho}'_{(t)} \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle \left\langle \ldots m_i^a \ldots \left| \hat{D}_i^{a} \right| \ldots n_i^a \ldots \right\rangle \right)$$

$$=\sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\sum_{m_i^a}\sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\left(\sqrt{n_i^a+1}\,\rho'^{(t)}_{n_i^a,m_i^a}.\delta_{m_i^a,n_i^a+1} + \sqrt{n_i^a}\,\rho'^{(t)}_{n_i^a,m_i^a}.\delta_{m_i^a,n_i^a-1}\right)$$

$$\left\langle \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a(t)\right\rangle = \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\left(\sqrt{n_i^a+1}\,\rho'^{(t)}_{n_i^a,n_i^a+1}.+\sqrt{n_i^a}\,\rho'^{(t)}_{n_i^a,n_i^a-1}\right) \qquad (25)$$

حيث مصفوفة الكثافة تحقق المعادلة:

$$i\hbar\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \hat{H}\,\hat{\rho} - \hat{\rho}\,\hat{H} \qquad (26)$$

وبالتالي:

$$i\hbar\frac{d}{dt}\left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho} \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle = \left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{H}\,\hat{\rho} \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle - \left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho}\,\hat{H} \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle$$

$$=\sum_{n_i^a}\left(\left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{H} \right| \ldots n_i'^a \ldots \right\rangle \left\langle \ldots n_i'^a \ldots \left| \hat{\rho} \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle - \left\langle \ldots n_i^a \ldots \left| \hat{\rho} \right| \ldots n_i'^a \ldots \right\rangle \left\langle \ldots n_i'^a \ldots \left| \hat{H} \right| \ldots m_i^a \ldots \right\rangle\right)$$

$$i\hbar\frac{d}{dt}\rho_{n_i^a,m_i^a} = \sum_{n_i'^a}\left(H_{n_i^a,n_i'^a}\,\rho_{n_i'^a,m_i^a} - \rho_{n_i^a,n_i'^a}\,H_{n_i'^a,m_i^a}\right) \qquad (27)$$

نستطيع حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى في المعادلات (23) و(24) و (25) عددياً بالحل المكرر للمعادلة (27)

من أجل ذلك نحسب $H_{n_i^a,m_i^a}$ و $\rho_{n_i^a,m_i^a}$

نحسب $H_{n_i^a, m_i^a}$ من المعادلة (22) فنجد:

$$H_{n_i^a, m_i^a} = \left\langle \cdots n_i^a \cdots \left| \hat{H} \right| \cdots m_i^a \cdots \right\rangle = \hbar \sqrt{\tilde{\alpha}_0 \tilde{\alpha}_1} \left(\sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} m_i^a \delta_{n_i^a, m_i^a} + \frac{9}{2} \right)$$

$$+ \frac{1}{4} \left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 \right) \sum_{a=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} \sum_{c=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left[\varepsilon^{abc} \varepsilon^{abc} \frac{\hbar^2}{4 \frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}} \right.$$

$$\left(\sqrt{m_i^b+1} \sqrt{m_i^b+2} \sqrt{m_j^c+1} \sqrt{m_j^c+2}\, \delta_{n_i^a, m_i^b+2} \delta_{n_j^c, m_j^c+2} \right.$$

$$+ \sqrt{m_i^b+1} \sqrt{m_i^b+2} . m_j^c \delta_{n_i^a, m_i^b+2} \delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ m_i^b \sqrt{n_j^c+1} \sqrt{n_j^c+2} . \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^b+2} + m_i^b m_j^c . \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \sqrt{m_i^b+1} \sqrt{m_i^b+2} \left(m_j^c+1 \right) . \delta_{n_i^b, m_i^b+2} \delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \sqrt{m_i^b+1} \sqrt{m_i^b+2} \sqrt{m_j^c} \sqrt{m_j^c-1} . \delta_{n_i^b, m_i^b+2} \delta_{n_j^c, m_j^c-2}$$

$$+ m_i^b \left(m_j^c+1 \right) \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c} + m_i^b \sqrt{m_j^c} \sqrt{m_j^c-1} \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c-2}$$

$$+ \left(m_i^b+1 \right) \sqrt{m_j^c+1} \sqrt{m_j^c+2} . \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c+2} + \left(m_i^b+1 \right) m_j^c \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \sqrt{m_i^b} \sqrt{m_i^b-1} \sqrt{m_j^c+1} \sqrt{m_j^c+2} . \delta_{n_i^b, m_i^b-2} \delta_{n_j^c, m_j^c+2}$$

$$+ \sqrt{m_i^b} \sqrt{m_i^b-1} . m_j^c . \delta_{n_i^b, m_i^b-2} \delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \left(m_i^b+1 \right) \left(m_j^c+1 \right) \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c} + \left(m_i^b+1 \right) \sqrt{m_j^c} \sqrt{m_j^c-1} . \delta_{n_i^b, m_i^b} \delta_{n_j^c, m_j^c-2}$$

$$+ \sqrt{m_i^b} \sqrt{m_i^b-1} \left(m_j^c+1 \right) \delta_{n_i^b, m_i^b-2} \delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$\left. \left. + \sqrt{m_i^b} \sqrt{m_i^b-1} \sqrt{m_j^c} \sqrt{m_j^c-1} . \delta_{n_i^b, m_i^b-2} \delta_{n_j^c, m_j^c-2} \right) \right]$$

$$+ \alpha_3 \sum_{a=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \frac{\hbar^2}{4 \frac{\alpha_1}{\alpha_0}} \left[\left(\sqrt{m_i^a+1} \sqrt{m_i^a+2} \sqrt{m_j^b+2} \sqrt{m_j^b+2} . \delta_{n_i^a, m_i^a+2} \delta_{n_j^b, m_j^b+2} \right. \right.$$

$$+ \sqrt{m_i^a+1} \sqrt{m_i^a+2} . m_j^b . \delta_{n_i^a, m_i^a+2} \delta_{n_j^b, m_j^b}$$

$$+ \sqrt{m_i^a+1} \sqrt{m_i^a+2} . \left(m_j^b+1 \right) \delta_{n_i^a, m_i^a+2} \delta_{n_j^b, m_j^b}$$

$$+ \sqrt{m_i^a+1} \sqrt{m_i^a+2} \sqrt{m_j^b} \sqrt{m_j^b-1} . \delta_{n_i^a, m_i^a+2} \delta_{n_j^b, m_j^b-2}$$

$$+ m_i^a \sqrt{m_j^b+1}\sqrt{m_j^b+2}.\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b+2}$$

$$+ m_i^a m_j^b .\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b} + m_i^a\left(m_j^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b}$$

$$+ m_i^a\sqrt{m_j^b}\sqrt{m_j^b-1}.\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b-2}$$

$$+\left(m_i^a+1\right)\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b+1}\sqrt{m_i^b+2}.\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b+2}$$

$$+\left(m_i^a+1\right)m_i^b.\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b}$$

$$+\left(m_i^a+1\right)\left(m_i^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b} + \left(m_i^a+1\right)\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_j^b,m_j^b-2}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}\sqrt{m_j^b+1}\sqrt{m_j^b+2}\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_j^b,m_j^b+2}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}.m_j^b\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_j^b,m_j^b}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}.\left(m_j^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_j^b,m_j^b}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}\sqrt{m_j^b}\sqrt{m_j^b-1}\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_j^b,m_j^b-2}\Big)$$

$$+2\Big(\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_j^b+1}\sqrt{m_i^b}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b}\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b+1}\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b}\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b+1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b}\,\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b+1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b+1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b+1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b+1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b+1}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_j^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^b}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_j^a,m_j^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}\delta_{n_j^b,m_j^b-1}\Big)\Big]$$

$$+\alpha_4\sum_{a=1}^{3}\sum_{b=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\dfrac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}\Big(\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^a+2}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^b+2}\,\delta_{n_i^a,m_i^b+2}\delta_{n_j^b,m_i^b+2}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^a+2}\,m_i^b\,\delta_{n_i^a,m_i^a+2}\delta_{n_i^b,m_i^b}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^a+2}\left(m_i^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a+2}\delta_{n_i^b,m_i^b}$$

$$+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^a+2}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a+2}\delta_{n_i^b,m_i^b-2}$$

$$+m_i^a\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\,\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b+2}+m_i^a m_i^b\,\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b}$$

$$+m_i^a\left(m_i^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b}+m_i^a\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b-2}$$

$$+\left(m_i^a+1\right)\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\,\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b+2}+\left(m_i^a+1\right)m_i^b\,\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b}$$

$$+\left(m_i^a+1\right)\left(m_i^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b}+\left(m_i^a+1\right)\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a}\delta_{n_i^b,m_i^b-2}$$

$$+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_i^b,m_i^b+2}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}\,m_i^b\,\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_i^b,m_i^b}$$

$$(28)+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}\left(m_i^b+1\right)\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_i^b,m_i^b}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^a-1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\,\delta_{n_i^a,m_i^a-2}\delta_{n_i^b,m_i^b-2}\Big)$$

لنحسب الآن $\rho_{n_i^a,m_i^a}$:

$$\left\langle n_i^a \middle| \hat{\rho} \middle| m_i^a \right\rangle = \int dB_i^a dB_i'^a \left\langle n_i^a \middle| B_i^a \right\rangle \left\langle B_i^a \middle| \hat{\rho} \middle| B_i'^a \right\rangle \left\langle B_i'^a \middle| m_i^a \right\rangle \tag{29}$$

وبما أن:

$$\hat{\rho} = \frac{e^{-\beta \hat{H}_{eff}^0}}{T_r\left(e^{-\beta \hat{H}_{eff}^0} \right)}$$

ولدينا حسب [17] و [34]:

$$\left\langle B_i^a \middle| e^{-\beta \hat{H}_{eff}^0} \middle| B_i'^a \right\rangle = \left[\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\pi\hbar \sinh\left(\hbar\sqrt{\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_0}\,\beta \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \exp\left\{ -\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{4\hbar} \left[\left(B_i^a + B_i'^a \right)^2 \tanh\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_0}\,\beta}{2} \right) \right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(B_i^a - B_i'^a \right)^2 \coth\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_0}\,\beta}{2} \right) \right] \right\}$$

$$T_r\left(e^{-\beta \hat{H}_{eff}^0} \right) = Z(T،V،3) = [Z(T،V،1)]^3 = \left[\frac{1}{2\sinh\left(\frac{1}{2}\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_0}\,\beta \right)} \right]^3$$

وبالتالي يكون:

$$\left\langle B_i^a \middle| \hat{\rho} \middle| B_i'^a \right\rangle = \frac{\left\langle B_i^a \middle| e^{-\beta \hat{H}_{eff}^0} \middle| B_i'^a \right\rangle}{T_r e^{-\beta \hat{H}_{eff}^0}}$$

$$\left\langle B_i^a \middle| \hat{\rho} \middle| B_i'^a \right\rangle = \left[2\sinh\left(\frac{1}{2}\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_0}\,\beta \right) \right]^3 \left[\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\pi\hbar \sinh\left(\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_0}\,\beta \right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left\{\frac{-\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{4\hbar}\left[\left(B_i^a+B_i'^a\right)^2\tanh\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\,\beta}{2}\right)+\left(B_i^a-B_i'^a\right)^2\coth\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\,\beta}{2}\right)\right]\right\}$$

(30)

كمـــا أن كـــلاً مـــن $\left\langle n_i^a \middle| B_i^a \right\rangle$ و $\left\langle B_i'^a \middle| m_i^a \right\rangle$ هـــي توابـــع خاصـــة للهـــزاز التـــوافقي $\hat{H}_{eff}^0$

أي أن:

$$\left\langle n_i^a \middle| B_i^a \right\rangle = \Psi_{n_i^a}\left(B_i^a\right) = N_{n_i^a} H_{n_i^a}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right)\exp\left\{\frac{-\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\hbar}\left(B_i^a\right)^2\right\}$$

(31)

حيث:

$$N_{n_i^a} = \left(\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{n_i^a}\, n_i^a!}} \qquad (32)$$

$$H_{2n_i^a}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right)=(-1)^{n_i^a}\frac{(2n_i^a)!}{n_i^a!}\,{}_1F_1\left(-n_i^a;\frac{1}{2};\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}(B_i^a)^2\right) \qquad (33)$$

$$H_{2n_i^a+1}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right)=(-1)^{n_i^a}\frac{2(2n_i^a+1)!}{n_i^a!}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right){}_1F_1\left(-n_i^a;\frac{3}{2};\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}(B_i^a)^2\right) \qquad (34)$$

$${}_1F_1(a;c;x)=\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\frac{(a)_\upsilon}{(c)_\upsilon}\frac{x^\upsilon}{\nu!}=1+\frac{a}{c}\frac{x}{1!}+\frac{a(a+1)}{c(c+1)}\frac{x^2}{2!}+.......... \qquad (35)$$

النتائج والمناقشة:

1- حسبنا التطور الزمني للقيمة الوسطى للطاقة المغناطيسية $\left\langle \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{B}_i^a\,\hat{B}_i^a\right)(t)\right\rangle$ بالعلاقة (23) والتطور الزمني للقيمة الوسطى للطاقة الكهربائية $\left\langle \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{\pi}_i^a\,\hat{\pi}_i^a\right)(t)\right\rangle$ بالعلاقة (24) بدلالة $\rho^{(t)}_{n_i^a,m_i^a}$.

2- حسبنا التطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الحقل المغناطيسي $\left\langle \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a(t)\right\rangle$ بدلالة $\rho'^{(t)}_{n_i^a,m_i^a}$.

3- أصبح بالإمكان حل المعادلة التفاضلية (27) عددياً بالحل المكرر بعد أن حسبنا $H_{n_i^a,m_i^a}$ وَ $\rho_{n_i^a,m_i^a}$ وبالتالي الحصول على $\rho^{(t)}_{n_i^a,m_i^a}$ عددياً وهذا يمكن من الحصول على قيم عددية تمثل $\left\langle \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{B}_i^a\,\hat{B}_i^a\right)(t)\right\rangle$ و $\left\langle \sum_{a=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{\pi}_i^a\,\hat{\pi}_i^a\right)(t)\right\rangle$ من العلاقتين (23) و (24) وبالتالي رسم منحني بياني يمثل تطور كلا القيمتين الوسطيتين مع الزمن.

4- أصبح بالإمكان دراسة تغير التطور لكلٍ من $\left\langle \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \right)(t) \right\rangle$ و $\left\langle \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right)(t) \right\rangle$ عند درجات حرارة مختلفة واستنتاج $T_{cr.}$ من خلال هذا التغير. كما يمكن استنتاج زمن طور بلازما الكواركات والغليونات من خلال ملاحظة تغير التطور من أجل درجة الحرارة نفسها $T_{cr.}$ بعد زمنٍ قصير.

5- النتيجتان (3) و (4) صالحة أيضاً بالنسبة لـ $\left\langle \sum_{a=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \hat{B}_i^a(t) \right\rangle$ في العلاقة (25) بعد أن نستبدل في النتيجتين $\rho^{(t)}_{n_i^a, m_i^a}$ بـ $\rho'^{(t)}_{n_i^a, m_i^a}$ في المعادلة (27)

المراجع:

1- EBOLI , O. ; JACKIW, R. ; SO-YOUNG , PI.- *Quantum fields out of thermal equilibrium* phys.Rev.D, U.S.A. vol. 37, N°.12, 1988 , 3557-3581.

2- VAN BAAL , P.; AVERBACH , A. *An Analysis of transverse fluctuations in multidimensional tunneling*. Nucl. phys. B.North – Holland vol. 275, N°.17,1986 ,93-120.

3- ILGENFRITZ , EM.; KRIPFGANZ , J.- *Quantum liouville equation and nonequilibrium processes in quantum field theory* phys. Lett. A. North – Holland vol. 108 , N°.3, 1985, 133-136.

4- KRIPFGANZ , J. ; ILGENFRITZ , EM. *Reheating after inflation* class. Quantum Grav. U.K. vol. 3 , N°.5 , 1986, 811-815.

5- KRIPFGANZ , J. ; PERLT,H. *Approach to non-equilibrium behaviour in quantum field theory*. Ann. of phys. U.S.A. vol. 191, N°.2, 1989, 241-257 .

6- RING WALD, A.- *Evolution equation for the expectation value of a scalar field in spatially flat RW universes*. Ann. Phys. U.S.A. vol. 177, N°.1, 1987, 129 -166.

7- KRIPFGANZ , J. ; RING WALD, A.- *Electroweak baryon number violation at finite temperature*. Z. Phys. C - Particles and Fields. Germany vol. 44, 1989 ,213-225

8- T HOOFT , G.- *Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle*. phys.Rev.D U.S.A. vol 14, N°.12, 1976, 3432-3450.

9- CALLAN , C. ; DASHEN, R. and GROSS , D.- *The structure of the gauge theory vacuum*. Phys.lett. B North – Holland vol. 63, N°.3 , 1976, 334-340

10-/ ADLER , S. *Axial-Vector Vertex in Spinor Electrodynamics*. phys. Rev. U.S.A. vol.177, N°.5 , 1969 , 2426-2438.

11-/ BELL, J. ; JACKIW , R.- *A strong – coupling analysis of the lattice CPN- 1 models*. muovo cimento A Italy vol. 60 , 1969 ,47.

12- JACKIW , R. *Mean field theory for non – equilibrium quantum fields*. Physica A U.S.A vol. 158 , N°.1 , 1989,269-290 .

13- SEMENOFF, G. ; NATTAN, W.- *Feynman rules for finite-temperature Green's functions in an expanding universe* phys.rev.D U.S.A. vol. 31, N°.4 , 1985,689-698.

14- BENDER, M.; FRED, C. ; JAMES E.O DELLS,J. and SIMMONS, L.M.- *Quantum Tunneling Using Discrete-Time Operator Difference Equations*. phys. Rev. Lett. U.S.A.vol.55 N°. 9, 1985, 901-903.

15- KEIL,W. ; RAND, K. *Mass and wave Function Renormalization at Finite Temperature*. Physica A , U.S.A. vol. 158 N°.1 , 1989,47-57.

16- NIEMI, J.; GORDON, W. and SEMENOFF, G. -*Thermodynamic calculations in relativistic finite-temperature quantum field theories*. Nucl. phys. B North-Holland vol. 230 , N°.2 1984,181-221

17-/ AL – CHATOURI ,S.- *Untersushungen zum realzeit – verhalten quantenfeldtheoritische modelle* Dissertation , Leipzig uni. – 1991 –, 101P.

18- BERGES , J. ; BORSANYI , SZ. ; SEXTY , D. and STAMATESCU, I.- O.- *Lattice simulations of real – time quantum fields* phys. Rev. D U.S.A. vol 75, 045007, 2007

19- ALEXEI BAZAVOV,A. ; BERND BERG. ; VERLYTSKY, A.- *Non – equilibrium signals of the SU (3) deconfining phase transition* Pos U.S.A. Vol 127, 2006 ,1-7

20- BERGES , J. ; BORSANYI , SZ.- *Progress in non equilibrium quantum field theory III* nuclear physics A , North-Holland vol. 785,N°.1-2, 2007, 58- 67.

21- FRAGA , E.S. ; KODAMA , T. ; KREIN , G. ; MIZHER ,J. and PALHARES , L.F.- *Dissipotion and memory effects in pure glue deconfinement.* nuclear physics A - North Holland vol. 785,N°.1-2, 2007, 138- 141 .

22- LUSCHER , M. *Mass spectrum of YM gauge theories on a torus*. Nucl. physics B North-Holland vol. 219,N°.1, 1983, 233- 261

23- LUSCHER , M. ; MUNSTER , G. *Weak-coupling expansion of the low-lying energy values in the SU(2) gauge theory on a torus* Nucl. phys. B North-Holland vol. 232, N°.3, 1984 , 445 -472

24- VAN BAAL , P. ; KOLLER , J. - *Finite-Size Results for SU(3) Gauge Theory*. phys. Rev lett. U.S.A.vol. 57, N°.22, 1986, 2783-2786.

25- KOLLER , J. ; VAN BAAL , P. - *A non-perturbative analysis in finite volume gauge theory* Nucl. phys. B North-Holland vol. 302, N°.1, 1988 ,1-64.

26- KOLLER , J. ; VAN BAAL , P.- *SU(2) Spectroscopy intermediate volumes* phys. Rev lett. U.S.A vol. 58, N°.24, 1987 ,2511-2514

27- KOLLER , J. ; VAN BAAL , P.- *A rigorous nonperturbative result for the glueball mass and electric flux energy in a finite volume* Nucl. phys. B North-Holland vol 273 , N°.2 ,1986 , 387-412

28- VAN BAAL , P. ; KOLLER , J. *QCD on a torus, and electric flux energies from tunneling* Ann. phys. U.S.A. vol. 174 , N°.2, 1987, 299-371

29-/ KRIPFGANZ , J. ; MICHAEL , C. - *Fermionic contributions to the glueball spectrum in a small volume* phys. lett. B North-Holland vol 209,N°.1, 1988 , 77-79.

30- KRIPFGANZ , J. ; MICHAEL , C. - *Glueballs with dynamical fermions in a small volume* Nucl. phys. B North-Holland vol 314, N°.1, 1989, 25-29

31- GREINER , W. Band4: *Quanten mechanic* 1. 3. Auflage , verlag Harri Deutsch , 1983,384 .

32- GREINER , W.,NEISE , L. ; STOCKER , H., Band 9 *Thermodynamik* und: *statistishe Mechanic*. 1. Auflage , verlag Harri Deutsch, 1987 , 484 .

33- GREINER , W. Band 4A: *Quanten theorie*. 2. Auflage , verlag Harri Deutsch, 1985,287

34- PATHRIA , R.K.-*Statistical Mechanics* , Great Britain by BPC Wheatons Ltd, Exeter , 1995,529.