

مقارنة أداء ترميزات تربو التلفية والصندوقية وتحسينه

* الدكتور محي الدين وايناخ

**الدكتور أحمد حمزة الشبخة

***بشار بشير التكلة

(تاريخ الإيداع 27 / 5 / 2007. قُبل للنشر في 2008/5/4)

□ الملخص □

اقترح ترميز تربو كنظام ترميز قناة يُكسب ترميزات قريبة جداً من نهاية سعة قناة شانون "Shannon"، ويُقدّم أداءً مُميّزاً بسبب استعماله لطرق جديدة مختلفة عن تقنيات نظرية الترميز العادية. نُقدّم بهذا البحث مقارنة لأداء ترميزات تربو الصندوقية والتلفية عبر قناة ضجيج غاوس الأبيض الجمعي (AWGN)، وقناة خفوت Rayleigh باستعمال MATLAB. حيث يلاحظ أن أداء ترميز تربو التلفية أفضل بقليل في منطقة التساقط وريح الترميز يكون من 0.5dB إلى 0.7dB عندما يكون معدّل خطأ الخانة $(BER = 10^{-4})$ ويعتمد على شروط القناة. لكن عندما يكون (BER) أدنى من 10^{-4} أو 10^{-5} ، فإنه يحدث خطأ قاع في حالة ترميز تربو التلفية. أما ترميزات تربو الصندوقية، فإن أدائها أفضل من ترميزات تربو التلفية عندما يكون (BER) منخفضاً.

نقدّم أيضاً، دراسة للمرمّات المكوّنة لترميز تربو التلفية، ونقترح مرمّزاً أمثل يُكسب أداء خطأ قاع جيد في حالة ترميز تربو التلفية. وأخيراً، يتم تصميم ترميز تربو باستعمال المرمّز الأمثل المقترح باستعمال MATLAB وتحليل أدائه.

الكلمات المفتاحية: ترميز تربو التلفية - ترميز تربو الصندوقي - منطقة التساقط - منطقة خطأ القاع - مرمّز أمثل.

*أستاذ - المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا - دمشق - سورية.

**عضو هيئة تعليمية - قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة تشرين - سورية.

***باحث بدرجة الدكتوراه - قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة دمشق - سورية.

Performance Comparison of Convolved and Block Turbo Codes and Ways of improving it

Dr. Mohiedin Wainakh *
Dr. Ahmad Al – Cheikha **
Bashar Basheer Takleh ***

(Received 27 / 5 / 2007. Accepted 4/5/2008)

□ ABSTRACT □

Turbo code is recommended as a channel coding scheme, which has been shown to be capable of performing close to the Shannon limit. In this paper, we compare the performance of both convolved and block turbo codes over AWGN and Rayleigh fading channels. It has been observed that the performance of convolved turbo code is slightly better in the rainfall region, and the coding gain ranges between 0.5 and 0.7 dB at BER of 10^{-4} depending on the channel conditions. But below BER of 10^{-4} or 10^{-5} an error floor occurs in the case of convolved turbo code. When BER is low, Block turbo codes tend to outperform convolved turbo codes. Then, we propose an optimal encoder for achieving the best error-floor performance in the case of convolved turbo code. Finally, using the optimal encoder, we present a turbo code design, utilizing MATLAB and analyzing its performance.

Keywords: Convolved turbo code, Block turbo code, rainfall region, Error-floor region, optimal encoder.

* Professor, Higher Institute of Applied Sciences and Technology, Damascus, Syria.

** Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Science, University of Tishreen, Lattakia, Syria.

*** Postgraduate Student, Informatics and Communication Systems, Department of Mathematics, Faculty of Science, University of Damascus, Damascus, Syria.

مقدمة:

تعد ترميزات تريو (Turbo Codes) ترميز تحكّم بالخطأ قوي لأهميتها العملية، حيث أصبحت ترميزات التحكم بالخطأ جزءاً أساسياً في النظم اللاسلكية الحديثة، لأنها تمكّن من إرسال موثوق يُكتسب عبر القنوات الضجيجية والخفوت. والتي اكتشفت عام 1993 من قبل [2] Berrou et al .

تصنّف ترميزات تريو عموماً بنوعين وفقاً لنوع المرّمز المكوّن:

ترميز تريو تلافيفي (Convolutional Turbo Code)، وترميز تريو صندوقي (Block Turbo Code) أو ترميز تريو الجدائي (Turbo Product Code (TPC)). يتكوّن ترميز تريو التلافيفي من تسلسل على التوازي لمرّمزات تلافيفية نظامية عودية (Recursive Systematic Convolutional (RSC) مفصولة بعنصر هام يدعى المشدّر (Interleaver). ويتم التشذير على سلسلة المعلومات قبل تغذيتها للمرّمز المكوّن الثاني ويشكل إعادة ترتيب لرموز المعلومات [2]. أما ترميزات تريو الجدائية، فتبنى من جداء ترميزين صندوقيين نظاميين مفصولين بمشدّر [5]. وتستعمل كواشف ترميز تريو لخوارزميات كشف ترميز تكرارية دخل لين- خرج لين (Soft input-Soft output (SISO) بشكلٍ فعّال.

تقدّم ترميزات تريو بنوعها أداءً مميّزاً يقترب ضمن 0.7dB من نهاية سعة قناة "Shannon"، لكن يتأثر أداؤها أيضاً بوساطة مختلفة: الترميزات المكوّنة (Constituent Codes)، حجم الصندوق، تصميم المشدّر وطيف المسافة [2],[5].

يقسم منحنى نسبة خطأ الخانة (Bit Error Rate (BER) لترميز تريو إلى منطقتين: المنطقة الأولى وتدعى منطقة التساقط (Waterfall Region)، وفيها يتناقص (BER) سريعاً عندما تكون نسبة الإشارة- إلى- الضجيج (Signal-to- Noise Ratio (SNR)) منخفضة. والمنطقة الثانية تدعى قاع الخطأ (Error-Floor Region) حيث يتناقص (BER) بنسبة منخفضة عندما تكون (SNR) عالية.

يعتمد الأداء بمنطقة التساقط على الوجود لكلمات ترميز بوزن منخفض، حيث إن وجود مثل هذه الكلمات سينقص من تقارب كشف الترميز، وبالتالي فإن (BER) سيتناقص سريعاً ويكون عدد التكرارات بعملية كشف الترميز منخفضاً أيضاً. أما منطقة قاع الخطأ، فتحدث عند وجود عدد كلي قليل لكلمات ترميز بوزن منخفض.

عندما تكون (SNR) منخفضة، تعد كلمات الترميز بوزن منخفض غير هامة، لكن عندما تتزايد (SNR) فإن هذه الكلمات تُهيمن على أداء الترميز [3], [1].

تتوزع فقرات البحث الذي تمّ انجازه في قسم الرياضيات- كلية العلوم - جامعة دمشق في النصف الأول من العام 2007 على الشكل التالي: تكون أهمية البحث وأهدافه في الفقرة (2)، وتقدم الفقرة (3) وصفاً لمبدأ كل من ترميز تريو التلافيفي وترميز تريو الصندوقي، ويعرض في الفقرة (4) شرحاً لقنوات (AWGN) وخفوت Rayleigh، أما تصميم ترميزات تريو الصندوقية والتلافيفية ومقارنة نتائج المحاكاة لها فتكون في الفقرة (5)، وفي الفقرة (6) مناقشة ميزات وفوائد كلاً من ترميزات تريو الصندوقية والتلافيفية، وتتضمن الفقرة (7) مرّمز أمثل يُحقق أداء قاع خطأ جيد بترميز تريو التلافيفي، بينما تُكرّس الفقرة (8) لتصميم ترميز تريو باستعمال المرّمز الأمثل وتحليل أدائه، وتكون النتائج والمناقشة في الفقرة (9)، وأخيراً الاستنتاجات والتوصيات في الفقرة (10).

أهمية البحث وأهدافه:

بالرغم من البحث النشط والكثيف بترميزات تريو ودراسة وتحليل أدائها بهدف تحسينه. فإن العديد من المسائل المفتوحة، والغموض غير المحلول بقي في مجال التحليل والدراسة. من هنا تكمن أهمية البحث الذي يركّز على تحليل ومقارنة الأداء لترميزات تريو التلفية والصندوقية عبر قنوات (AWGN) وخفوت Rayleigh المستعملة بهذا البحث بهدف تصميم هذه الترميزات باستعمال برمجيات MATLAB، ومقارنة نتائج المحاكاة لها، ثم مناقشة ميّزات وفوائد كلا الترميزين. وإيجاد المرّمز الأمثل الذي يُحقق أداء خطأ قاع جيد في حالة ترميز تريو التلفيفي، وبالتالي تصميم ترميز تريو باستعمال المرّمز الأمثل الذي يُقدّم أداءً مُميّزاً.

طرائق البحث ومواده:

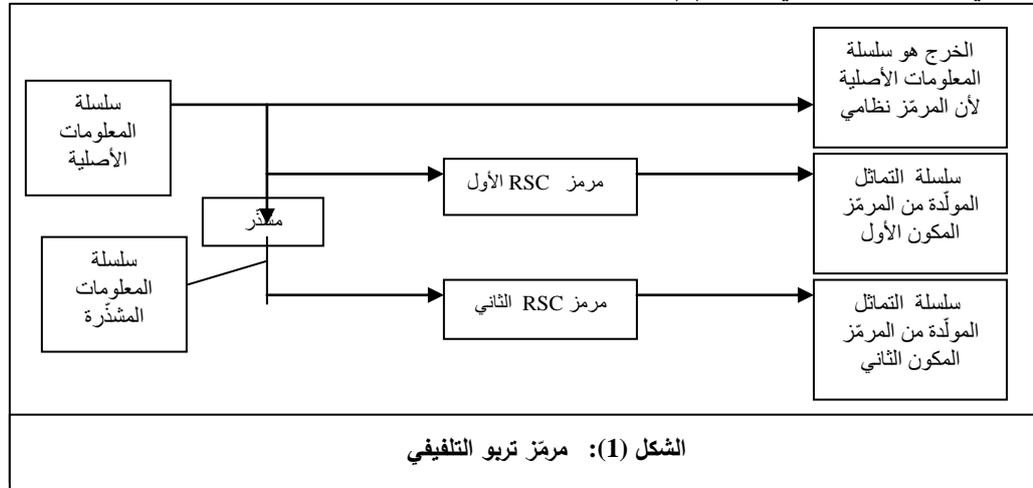
3. ترميزات تريو (Turbo Codes) :

سنقدّم بهذه الفقرة مبدأ ترميزات تريو التلفية والصندوقية:

1.3 ترميز تريو التلفيفي (Convolutional Turbo Code(CTC) :

يتألف مرّمز تريو التلفيفي من تسلسل على التوازي لمرّمزات تلفيفية نظامية عودية (RSC) مفصولة بمشدرّ شبه-

عشوائي [2] كما يظهر في الشكل (1).



يغذى عكسياً تدفق خانانات الدخل للمرّمز الأول بدون أي تعديلات، بينما تكون مشدّرة عشوائياً للمرّمز الثاني. ونسبة هذا الترميز هي $1/3$ (خانة واحدة نظامية وخانتية تماثل لخانة بيانات أو معلومات واحدة)، ويمكن زيادة نسبة الترميز باستعمال الانتزاع لخانات التماثل، لكن إنقاص نسبة الترميز لأقل من $1/3$ فهي أكثر صعوبة وتستلزم تكرار لبعض الخانات، إضافة لمرّمز RSC آخر أو إنقاص النسبة للمرّمزات المكوّنة.

ويستعمل كاشف ترميز الاستدلالية العظمى (Maximum A Posteriori (MAP)) ليزود بخرج لين. لكل خانة كُشف ترميزها u_k ، بفرض أن الرمز المُستقبل y ، فإن نسبة لوغاريتم الأرجحية (Log-Likelihood Ratio (LLR)) الاستدلالية عبر قناة غاوس تعطى بالعلاقة التالية:

$$L(u_k | y) = \log \left[\frac{p(u_k = +1 | y)}{p(u_k = -1 | y)} \right] \quad (1)$$

$$= L(u_k) + L_c y_{ks} + Le(u_k)$$

حيث: $L(u_k)$ هي نسبة لوغاريتم الأرجحية (LLR) الاستنتاجية المزودة من كاشف ترميز مكّون،
 L_c هي قياس وثوقية القناة وتساوي $2/\sigma^2$ ، y_{ks} النسخة المُستقبلية للخانة النظامية المنقولة
 $Le(u_k)$ هي نسبة لوغاريتم الأرجحية (LLR) الخارجية للخانة u_k .

إن طريقة كشف ترميز الاستدلالية العظمى (MAP) التكرارية (Iterative) التي تعتمد الشبكة (Trellis) والمُقدّمة في [4] هي المُطبّقة لكشف الترميز بهذا البحث. حيث يوجد بكشف الترميز التكراري كاشفي ترميز دخل لين-خرج لين (SISO) وتنبّدل المعلومات الخارجية الحاصلة من عملية كشف الترميز بينهما.
أما الإشارة المُستقبلية من قناة لاسلكية، فتكتب بالشكل التالي: $r(t) = \alpha(t)s_i(t) + n(t)$ حيث $\alpha(t)$ هي عملية Rayleigh التي تحقق $E(\alpha_i^2) = 1$ ، أما بقناة غاوس الأبيض الجمعي (Additive White Gaussian Noise(AWGN)) فإن $\alpha(t) = 1$. $s_i(t)$ هو الشكل الموجي (Waveform) المعدّل للرمز s_i ، و $n(t)$ هي عملية ضجيج غاوس بكثافة طيفية الاستطاعة $N_o/2$. والتعديل (Modulation) المستعمل هو الإقفال بإزاحة الطور الثنائي (Binary Phase Shift Keying(BPSK)) الذي تقلب فيه البتات إلى ± 1 قبل أن تنقل عبر القناة.

2.3 ترميز تريو الصندوقي (Block Turbo Code(BTC)):

ترميز تريو الصندوقي أو ترميز تريو الجدائي هو تسلسل لترميزات صندوقية خطية مثل ترميز هامينغ (Hamming Code)، ويكشف ترميزها تكرارياً بكواشف ترميز مكوّنة بسيطة.
لنأخذ حالة ترميزين صندوقيين خطيين نظاميين C_1 و C_2 وسطائهما (n_1, k_1, d_1) و (n_2, k_2, d_2) على التوالي. حيث $(i=1,2)$ n_i, k_i, d_i هي : طول كلمة الترميز، k عدد خانات المعلومات، d مسافة هامينغ الصغرى.

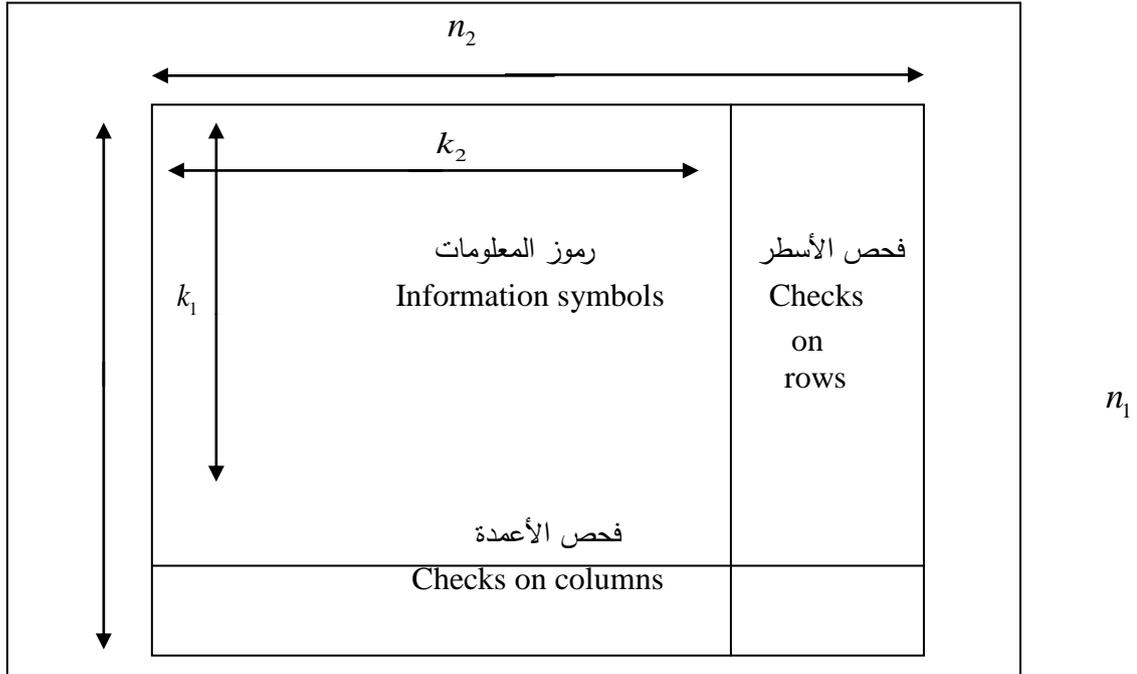
إن تسلسل ترميزين صندوقيين (أو الترميز الجدائي) $P = C_1 \times C_2$ يحصل بالشكل التالي [5]:

1- نضع خانات المعلومات في مصفوفة $k_1 \times k_2$

2- ترمّز الأسطر k_1 باستعمال C_2

3- ترمّز الأعمدة n_2 باستعمال C_1

ويوضح الشكل (2) التالي بنية كلمة الترميز المولّدة بمرمّز ترميز تريو الصندوقي:



الشكل(2): بنية كلمة الترميز المولدة بترميز تريو الصندوقي

وسطاء الترميز الجدائي P هي : $n = n_1 \times n_2$ ، $k = k_1 \times k_2$ ، ونسبة الترميز هي $d = d_1 \times d_2$. [3] $R = R_1 \times R_2$.

إذاً، يمكن أن نبني ترميزات صندوقية طويلة جداً ولها مسافة هامينغ صغرى (Minimum Hamming Distance) كبيرة وذلك بضم الترميزات القصيرة التي لها مسافة هامينغ صغرى صغيرة.

وبيّن الإجراء المستعمل لبناء الترميز الجدائي أن الأعمدة الأخيرة $(n_2 - k_2)$ في المصفوفة هي كلمات ترميز لـ C_1 وباستعمال مولّد المصفوفة فإن هذا الإجراء يُظهر أن الأسطر الأخيرة في المصفوفة P هي كلمات ترميز لـ C_2 . وبالتالي، تكون كل الأسطر في المصفوفة P هي كلمات ترميز لـ C_1 وكل الأعمدة في المصفوفة P هي كلمات ترميز لـ C_2 .

ويستعمل لكشف الترميز خوارزمية كشف ترميز الاستدلالية العظمى (MAP) التكرارية التي تعتمد الشبكة والمُقَدّمة في [4] لكشف ترميز تريو الصندوقي بترميزات مكونات هامينغ الموسّعة لأنها تزيد المسافة الصغرى للترميز الجدائي.

4. نماذج القناة (Channel Models) :

نقدّم بهذه الفقرة وصفاً لنماذج القنوات المستعملة قناة (AWGN) ، وقناة خفوت Rayleigh:

1.4 قناة ضجيج غاوس الأبيض الجمعي (Additive White Gaussian Noise(AWGN) Channel)

يُرسل جهاز الإرسال (Transmitter) معلومات رقمية باستعمال أشكال موجية للإشارات $\{s_i(t), i = 1, 2, \dots\}$. ويُرسَل كل شكلٍ موجي ضمن مجال الرمز بالفترة الزمنية T . وعندما يُمرر كل شكلٍ موجي عبر القناة، فإنها تُفسد

الإشارة بإضافة ضجيج غاوس أبيض [7]. وبالتالي يمكن التعبير عن الإشارة المُستقبلية في المجال $0 \leq t \leq T$ بالشكل التالي:

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

حيث $n(t)$ هي عملية ضجيج غاوس وتعالج بكثافة طيفية الاستطاعة W/Hz $N_o/2$ $\varphi_{nn}(f) = N_o/2$ حيث N_o هو كثافة طيفية استطاعة الضجيج (Noise Power Spectral Density). تابع الكثافة الاحتمالي (Probability density function(pdf)) لمتحول عشوائي موزع غاوسياً هو [7]:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

حيث μ هو المتوسط، و σ^2 هو التباين للمتحول العشوائي $(\sigma^2 = N_o/2)$. ويُرمز تحت الذيل لتابع الكثافة الاحتمالي (pdf) الغاوسي المنتظم بـ $Q(x)$ وتعرّف بالشكل التالي [7]:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt \quad x \geq 0 \quad (4)$$

وتعيّن هذه المعادلة باستعمال تابع الخطأ المتمم (complementary error function) $\text{erfc}(\cdot)$ بالشكل التالي [7]:

$$Q(x) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (5)$$

2.4 قناة خفوت (Rayleigh Fading Channel):

قناة الخفوت هي قناة تستعمل كثيراً في الاتصالات الراديوية، حيث يوجد أسباب كثيرة للخفوت منها تعدد المسارات بواسطة النشر. وبذلك تصل الإشارة المُرسلة للمُستقبل من مسارات مختلفة، حيث يُقدّم كل مسار تخفيف متغير مع الزمن وتأخير بالزمن T_i . والنتيجة هي مجموعة من الاستجابات لوصول الإشارة المُرسلة للمُستقبل بإزاحات طور ومطالات متغيرة مع الزمن، وهذا يُشكّل إشارة خفوت دورية لدى المُستقبل [7].

لنأخذ بالحسبان النقل لحامل غير معدّل $s(t) = \cos 2\pi f_c t$ حيث f_c هو تردد الحامل. كل مسار يُقدّم

تأخير زمن

$T_i(t)$ وعامل تخفيف $\alpha_i(t)$. عندئذٍ تعطى الإشارة المُستقبلية بإهمال الضجيج الجمعي بالشكل [7]:

$$\begin{aligned} r(t) &= \sum_i \alpha_i(t) \cos(2\pi f_c t - \theta_i(t)) \\ &= a_r(t) \cos(2\pi f_c t) + a_o(t) \sin(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_r(t) = \sum_i \alpha_i(t) \cos(\theta_i(t)) \quad \text{حيث}$$

$$a_o(t) = \sum_i \alpha_i(t) \sin(\theta_i(t)) \quad \text{و} \quad \theta_i(t) = 2\pi f_c T_i(t) \quad (7)$$

لتبسيط التحليل الإحصائي لـ $a_r(t)$ و $a_o(t)$ نفرض أن عوامل التخفيف $\alpha_i(t)$ متحوّلات عشوائية غير مترابطة بتوابع كثافات احتمالية متطابقة. ونفرض أيضاً أن إزاحات الطور $\theta_i(t)$ غير مترابطة وموزعة بشكل منتظم فوق $[0, 2\pi]$.

بتطبيق نظرية النهاية المركزية، نستنتج أن عناصر الطور التربيعي (أو التعامدي) (Quadrature Phase) $a_Q(t)$ ، وفي الطور (أو المتطاور) (in-phase) $a_I(t)$ هما عمليتان عشوائيتان غاوسيان مستقلان إحصائياً. ويرجع الغلاف لعملية الخفوت لما يسمى مطال الخفوت (fading amplitude) الذي يعطى بالعلاقة التالية [7]:

$$a = \sqrt{a_I^2 + a_Q^2} \quad (8)$$

ولها توزيع Rayleigh بتابع كثافة احتمالي يعطى بالعلاقة [7]:

$$p(a) = \frac{a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9)$$

حيث σ هو التباين للمتحويلات العشوائية الغاوسية $a_I(t)$ و $a_Q(t)$. ويعرّف طور الخفوت (fading phase) بالعلاقة [7] :

$$\phi = \tan^{-1} \frac{a_Q}{a_I} \quad (10)$$

وهو عملية عشوائية موزعة بانتظام.

5. تصميم ترميزات تريو التلفية والصندوقية ونتائج المحاكاة (Design of Convolution and Block

:Turbo Codes and Simulation Results)

1.5 تصميم ترميزات تريو التلفية والصندوقية عبر قناة AWGN

:(Design of Convolution and Block Codes on AWGN Channel)

يتم تصميم ترميزات تريو التلفية والصندوقية عبر قناة (AWGN) بالوسطاء التالية وباستعمال البرمجيات المنفّذة بواسطة MATLAB على الشكل التالي:

1.5.1 الوسطاء (Parameters) :

ترميزات تريو التلفية:

- حدودية توليد الترميز
- مرّمزي RSC : لترميز حزمة من بنات المعلومات المولّدة عشوائياً
- حجم الحزمة
- عملية ترميز تريو: وتستعمل بها خوارزمية عملية ترميز تريو في المرّمزات التلفية النظامية

العودية [2]

- تعديل الإقفال بإزاحة الطور الثنائي (BPSK)
- يتم النقل عبر قناة AWGN
- نسبة الإشارة إلى الضجيج (E_b / N_o) (Bit power to noise density rate) وهي نسبة طاقة البت إلى كثافة الضجيج

- خوارزمية كشف الترميز (MAP) [4]

ترميزات تريو الصندوقية:

- يستعمل ترميز قصير للحصول على حجم حزمة مرغوب
- نسبة الترميز في ترميز تريو الجدائي هي نسبة ترميزات هامينغ الموسعة
- ترميزين صندوقيين خطيين
- يتم النقل عبر قناة AWGN
- تعديل الإقفال بإزاحة الطور الثنائي (BPSK)
- نسبة الإشارة إلى الضجيج (E_b / N_o)
- خوارزمية كشف الترميز (MAP) [4]

1.5.2 نتائج المحاكاة لأحجام حزم صغيرة (Simulation Result for Small Frame Sizes):

1.5.2.1 الإعدادات (Setting) :

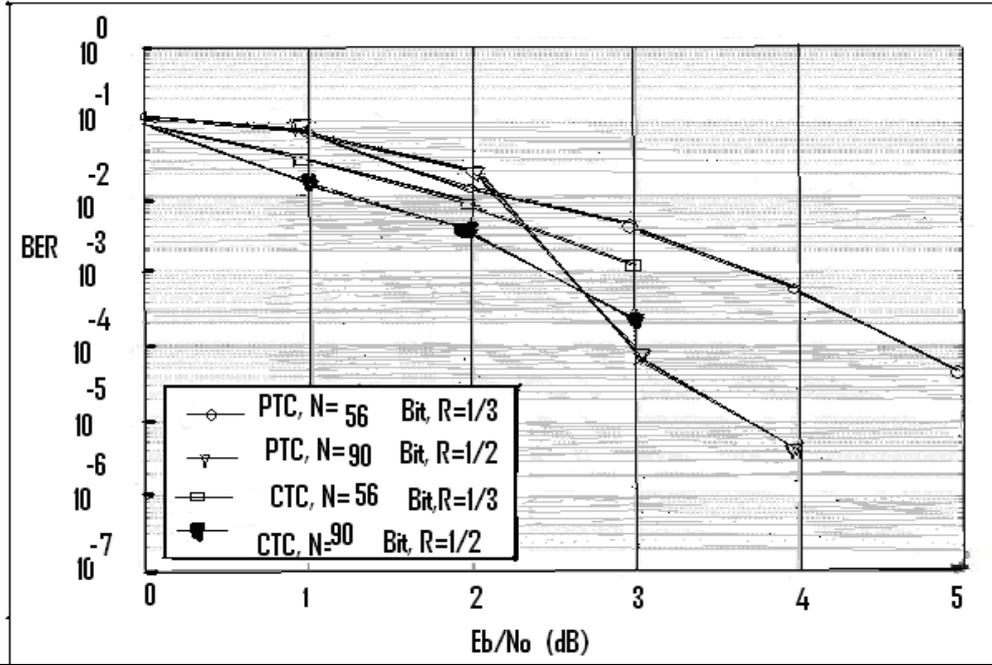
ترميزات تريو التلقيفية:

- حجم الحزمة صغير 56 بتاً و 90 بتاً
- حدودية توليد الترميز $g = (13,11)_8$
- طول التقيد $K=4$
- نسبة الترميز $1/2$ و $1/3$

ترميزات تريو الصندوقية:

- حجم الحزمة صغير 56 بتاً و 90 بتاً
- نسبة الترميز $1/2$ و $1/3$

1.5.2.2 أشكال نتائج المحاكاة (Plots of Simulation Results) :

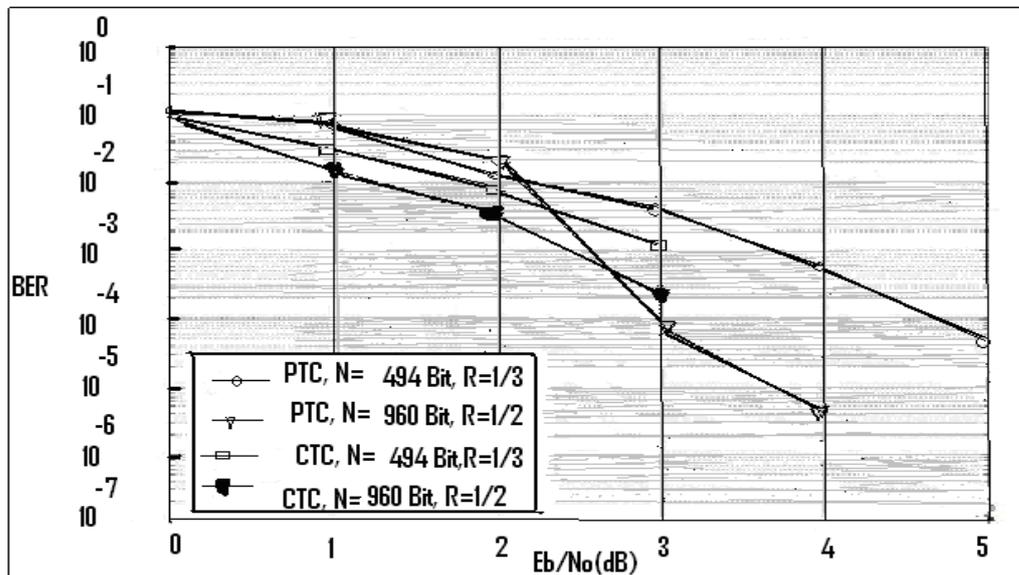


الشكل (3): مقارنة أداء ترميز تريو التلغيفي وترميز تريو الجدائي عبر قناة AWGN بحجم حزمة صغير

نلاحظ من الشكل (3) أن أداء ترميز تريو التلغيفي أفضل بقليل في منطقة التساقط، ويكون ربح الترميز (coding gain) في حالة أحجام حزم صغيرة هو 0.6 dB عندما تكون $BER = 10^{-4}$ في منطقة التساقط. لكن عندما يكون (BER) أدنى من 10^{-4} أو 10^{-5} ، فإنه يحدث خطأ قاع في حالة ترميز تريو التلغيفي. أما ترميزات تريو الصندوقية، فإن أدائها أفضل من ترميزات تريو التلغيفية عندما يكون (BER) منخفضاً.

1.5.3 نتائج المحاكاة لأحجام حزم كبيرة (Simulation Result for Large Frame Sizes) :

وهنا تستعمل الإعدادات السابقة نفسها في حالة ترميزات تريو التلغيفية والصندوقية، لكن تستعمل هنا أحجام حزم كبيرة مكونة من 494 خانة و 960 خانة.



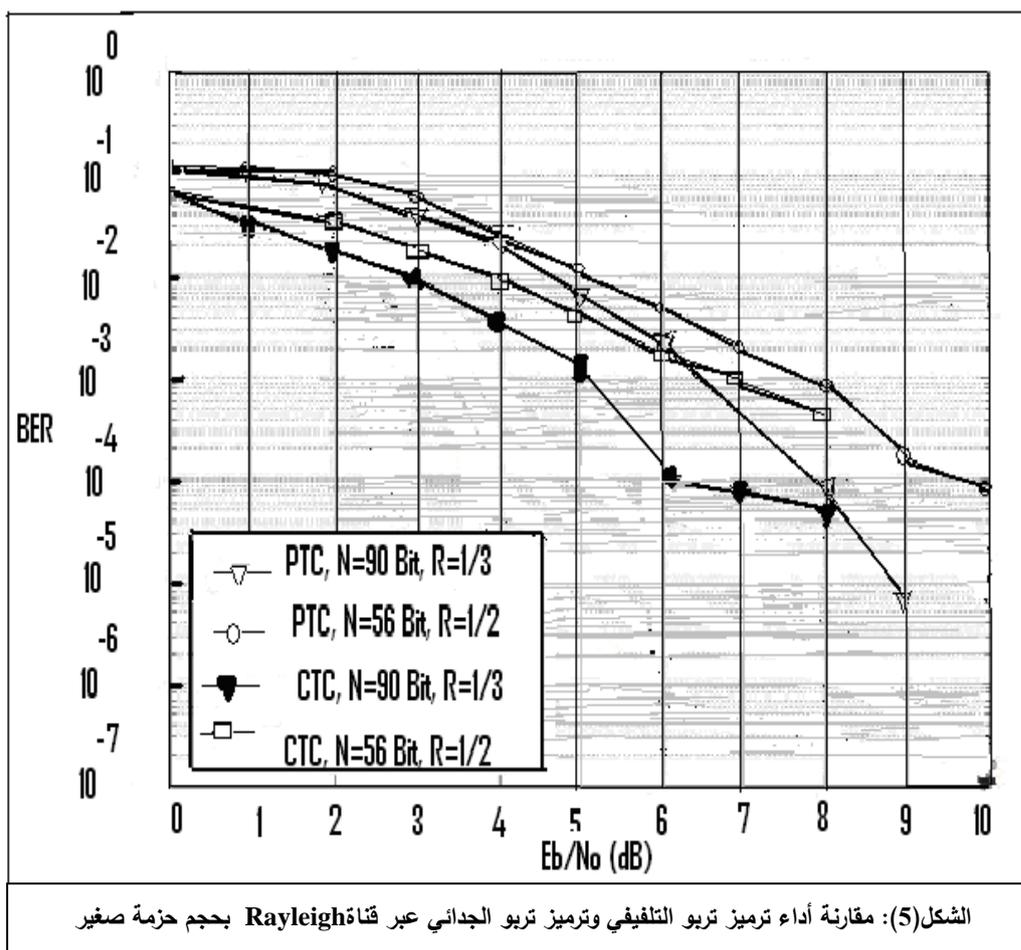
الشكل (4): مقارنة أداء ترميز تريو التلغيفي وترميز تريو الجدائي عبر قناة AWGN بحجم حزمة كبير

نلاحظ من الشكل (4) أنه من أجل أحجام حزم كبيرة 494 بتاً و 960 بتاً، فإن أداء ترميز تريو التلفي أفضل من أداء ترميز تريو الجدائي بكلا نسب الترميز، وريح الترميز هو من 0.5dB إلى 0.7dB .

2.5 تصميم ترميزات تريو التلفية والصندوقية عبر قناة خفوت Rayleigh (Design of Convolution and Block Codes On Rayleigh Fading Channel)

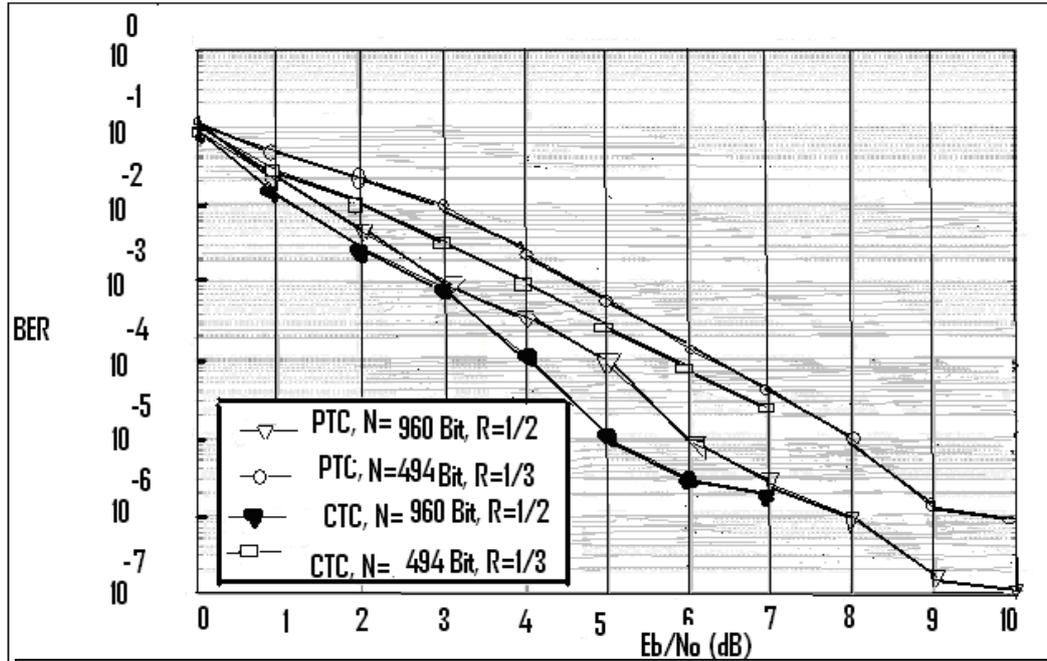
2.5.1 نتائج المحاكاة لأحجام حزم صغيرة (Simulation Result for Small Frame Sizes)

يتم بهذه الفقرة تصميم ترميزات تريو التلفية والصندوقية باستعمال الوسطاء السابقة نفسها عبر قناة خفوت Rayleigh بدلاً من قناة AWGN وباستعمال البرمجيات المنقّدة بواسطة MATLAB وتكون نتائج المحاكاة بالشكل التالي:



يُظهر الشكل (5) أنه من أجل أحجام حزم صغيرة من 56 خانة و 90 خانة، فإن أداء ترميز تريو أفضل من أداء ترميز تريو الجدائي في منطقة التساقط، وريح الترميز هو من 0.5dB إلى 0.6dB .

2.5.2 نتائج المحاكاة لأحجام حزم كبيرة (Simulation Result for Large Frame Sizes) :



الشكل (6): مقارنة أداء ترميز تريو التلفية وترميز تريو الجدائي عبر قناة Rayleigh بحجم حزمة كبيرة

ويلاحظ من الشكل (6) أنه من أجل أحجام حزم كبيرة 494 خانة و 960 خانة، فإن أداء ترميز تريو التلفية أفضل من أداء ترميز تريو الجدائي بكلا نسب الترميز وريح الترميز هو من 0.5dB إلى 0.6dB ، لكن يحدث خطأ قاع عميق جداً لترميز تريو الجدائي مقارنة بترميز تريو التلفية.

6. مميزات ترميزات تريو (Advantages of Turbo Codes):

نعرض بهذه الفقرة لمميزات كل من ترميزات تريو التلفية والصندوقية المُستنتجة من نتائج المحاكاة السابقة:

6.1 مميزات ترميز تريو التلفية (Advantages of Convolutional Turbo Code):

- **تنفيذ بسيط (Simple implementation):** بالإضافة لأداء ترميزات تريو التلفية الأفضل في منطقة التساقط، فإن لها مميزات تنفيذ بارزة أكثر من ترميزات تريو التلفية في نظام حجم حزمة متعدد النسبة. وذلك لأن ترميزات تريو التلفية تستعمل رمزاً مكوّن واحد لكل أحجام الحزم ولكل نسب الترميز. حيث أن تبديلاً بسيطاً بوساطة المشدّر يزود بأحجام حزم مختلفة، وتبديل مصفوفة الإنتزاع يبدّل من نسب الترميز. أما ترميزات تريو الجدائية، فتتطلب ترميزات مكوّنة متعددة لتزود بتنوع لنسب الترميز وأحجام الحزم، ولا تتطلب انتزاع (Puncturing).

- **ذاكرة مخفضة (Reduced memory):** إن حجم الذاكرة المطلوب لترميز تريو التلفية هو أقل من حجم الذاكرة لترميز تريو الجدائي لأن ترميز تريو الجدائي ثلاثي البعد يتطلب ثلاثة تكرارات جزئية بكل تكرار، وهو لذلك أبطئ. ويتطلب تكرارين جزئيين عندما تكون المعلومات الخارجية بترميزات ببعدين.

6.2 ميزات ترميز تربو الصندوقي (Advantages of Block Turbo Code):

ترميزات تربو الجدائية مرنة جداً من حيث تعقيد الأداء ونسبة الترميز. ويمكن أن تكون الترميزات المكوّنة لها مختلطة ومتوافقة لاكتساب الترميز المرغوب. وهي يمكن أن تسند بأي حجم صندوق، وبمجال واسع جداً لنسب ترميز من نسبة أقل من 1/3 إلى نسبة أعلى من 0.98 .
تقدّم ترميزات تربو الجدائية أداءً مميّزاً بنسب ترميز عالية ويمكن أن تعمل بمجال واسع لأحجام صناديق ونسب ترميز بتبديل إستراتيجية الترميز ولا تتطلب انتزاع.
وبما أن ترميزات تربو الجدائية هي ترميزات متعددة الأبعاد، فلا توجد كلمات ترميز بوزن منخفض، ولا يوجد خطأ قاع. بينما ترميزات تربو التلافيفية لها قاع خطأ بـ 10^{-5} تقريباً.

7. رمز بأداء خطأ قاع جيد لترميز تربو التلافيفي (Encoder With Good Error Floor Performance of Convolutional Turbo Code)

لقد ظهر من نتائج المحاكاة السابقة أن ترميزات تربو التلافيفية لها خطأ قاع عندما يكون BER بـ 10^{-5} تقريباً وذلك لأن أداء مقاربات (تقريبات) BER(Asymptotes) لترميزات تربو التلافيفية بمنطقة خطأ القاع يُحدد بكلمات ترميز ذات مسافة صغيرة فعّالة، ويؤثر به أيضاً نوع المشدّر المستعمل.
لكي يكون لدينا أداء خطأ قاع جيد، فإن ترميزات تربو التلافيفية تُصمّم بحيث يكون لها مسافة صغيرة فعّالة (Effective minimum distance) عالية d_{\min} ، وعدد كلي (Multiplicity) صغير \bar{N}_{\min} لكلمات ترميز بمسافة صغيرة فعّالة [6].

بهذه الفقرة، نحدد d_{\min} و \bar{N}_{\min} لرميزات مكوّنة متنوعة، ونقدّم الرمز الأمثل (Optimal encoder) الذي يُكسب أداء خطأ قاع أفضل، ثم نصمّم ترميزات تربو التلافيفية باستعمال الرمز الأمثل.

ليكن $G = (G_0, G_1)$ التمثيل الثماني لرمز مكوّن. وبما أن ترميزات تربو التلافيفية تولّد نظامياً بمرمّات RSC

كما في الشكل (1)، فإن كثير الحدود المولّد لها يُكتب بالشكل $G(D) = \left\{ 1, \frac{G_1(D)}{G_0(D)} \right\}$ حيث $G_0(D)$ و $G_1(D)$

هي كثير حدود تغذية عكسية (Feedback polynomial) وكثير حدود تغذية أمامية (Feedforward polynomial) على التوالي (للحصول على $G_0(D)$ و $G_1(D)$ نعيد كتابة الأعداد الثمانية G_0 و G_1 بالتمثيل

الثنائي بالشكل $\sum_{i=0}^v a_i 2^i$ ويُستبدل 2^i بـ D^i حيث D هو عنصر التأخير و v ذاكرة الرمز (encoder

(memory) [2]. ليكن $b(D)$ و $r(D)$ وتمثّل كثيرات حدود سلسلة المعلومات وسلسلة التماثل الموافقة المولّدة من

$$r(D) = b(D) \frac{G_1(D)}{G_0(D)} \text{ ويكون}$$

إن كلمات ترميز ذات مسافة صغيرة فعّالة مولّدة بسلسلة معلومات بوزن-2 تطابق لشبكة منتهية بالحالة

الصفيرية (أي كلها أصفار). وهذا يُحدد باستعمال تمثيل كثير حدود كالتالي: كلمات ترميز ذات مسافة صغيرة فعّالة مولّدة بـ $b(D) = D^\gamma b'(D) = D^\gamma (1 + D^\delta)$ وتختار δ بحيث تجعل $b'(D)$ شبكة الرمز المكوّن الأول منتهية بالحالة الصفيرية، و $0 \leq \gamma < N - \delta$. ويكون كثير حدود سلسلة التماثل (Parity sequence polynomial)

$$r'(D) = b'(D) \frac{G_1(D)}{G_0(D)} \text{ حيث } r(D) = D^\gamma r'(D) \text{ هو } [6]$$

للحصول على كلمات ترميز بمسافة صغرى فعّالة، فإن كثير حدود سلسلة المعلومات المشدّرة $\tilde{b}(D) = D^k b'(D)$ سيكُون $\tilde{b}(D)$ (Interleaved information sequence polynomial) حيث $0 \leq k < N - \delta$.

لكي يكون لدينا d_{\min} كبيرة، فإن كل سلسلة تماثل مولّدة من المرّمز المكوّن الأول ومن المرّمز المكوّن الثاني سيكُون لهما أوزان هامينغ كبيرة، حيث وزن سلسلة المعلومات هو 2. وبالتالي، $r'(D)$ سيكُون لها حدود غير صفرية أكثر. بما أن شبكة المرّمز المكوّن الأول منتهية بالحالة الصفرية، فتكُون $b'(D)G_1(D)$ قابلة للقسمة على $G_0(D)$.

إذا كان $G_0(D)$ و $G_1(D)$ أوليين (Primitive)، فتكُون $b'(D)$ قابلة للقسمة على $G_0(D)$ ، وبالتالي فإن $b'(D)$ سيكُون لها درجة أكبر من تلك في حالة كون $G_0(D)$ و $G_1(D)$ غير أوليين.

عندئذٍ، باختيار $G_1(D)$ بشكلٍ دقيق بفرض $\frac{b'(D)}{G_0(D)}$ معطاة، يمكننا جعل $r'(D)$ لها حدود غير صفرية

أكثر.

تُظهر الجداول (1) و(2) و(3) التالية العلاقة بين كثير حدود التغذية العكسية $G_0(D)$ وكثير حدود سلسلة المعلومات الجزئية $b'(D)$ لعدة درجات من حجم الذاكرة ν المفترض بكل مرّمز مكوّن.

الجدول(1): كثير حدود التغذية العكسية $G_0(D)$ وكثير حدود سلسلة المعلومات الجزئية $b'(D)$ حيث $\nu = 2$

$G_0(D)$	$b'(D)$	$\frac{b'(D)}{G_0(D)}$
$1+D^2$	$1+D^2$	1
$1+D+D^2$	$1+D^3$	$1+D$

الجدول(2): كثير حدود التغذية العكسية $G_0(D)$ وكثير حدود سلسلة المعلومات الجزئية $b'(D)$ حيث $\nu = 3$

$G_0(D)$	$b'(D)$	$\frac{b'(D)}{G_0(D)}$
$1+D^3$	$1+D^3$	1
$1+D+D^3$	$1+D^7$	$1+D+D^2+D^4$
$1+D^2+D^3$	$1+D^7$	$1+D^2+D^3+D^4$
$1+D+D^2+D^3$	$1+D^4$	$1+D$

الجدول(3): كثير حدود التغذية العكسية $G_0(D)$ وكثير حدود سلسلة المعلومات الجزئية $b'(D)$ حيث $\nu = 4$

$G_0(D)$	$b'(D)$	$\frac{b'(D)}{G_0(D)}$
$1+D^4$	$1+D^4$	1
$1+D+D^4$	$1+D^{15}$	$1+D+D^2+D^3+D^5+D^7+D^8+D^{11}$

$1+D^2+D^4$	$1+D^6$	$1+D^2$
$1+D+D^2+D^4$	$1+D^7$	$1+D+D^3$
$1+D^3+D^4$	$1+D^{15}$	$1+D^3+D^4+D^6+D^8+D^9+D^{10}+D^{11}$
$1+D+D^3+D^4$	$1+D^6$	$1+D+D^2$
$1+D^2+D^3+D^4$	$1+D^7$	$1+D^2+D^3$
$1+D+D^2+D^3+D^4$	$1+D^5$	$1+D$

نستنتج من هذه الجداول أنه يمكن جعل درجة $\frac{b'(D)}{G_0(D)}$ عالية، والتي تجعل d_{\min} كبيرة، باستعمال كثيرات

حدود تغذية عكسية أولية التي تعطى في الجدول (4) التالي لعدة درجات من حجم الذاكرة ν المفترض بكل رمز مكون:

الجدول (4): كثير حدود أولية $f(x)$ لعدة درجات من حجم الذاكرة ν	
ν	$f(x)$
2	$1+x+x^2$
3	$1+x+x^3, 1+x^2+x^3$
4	$1+x+x^4, 1+x^3+x^4$

نختار بعض التركيبات لكثير حدود التغذية العكسية $G_0(D)$ وكثير حدود التغذية الأمامية $G_1(D)$ لبناء المرمز الأمثل (الذي يُكسب أداء خطأ قاع أفضل) الذي يعطي d_{\min} عالية، و \bar{N}_{\min} منخفضة من أجل أحجام ذاكرة ν عديدة، حيث تم حساب d_{\min} و \bar{N}_{\min} من الخوارزمية المقترحة في [6] ووضعت في الجدول (5) التالي:

الجدول (5): تركيبات لـ (G_0, G_1) التي لها أداء قاع خطأ جيد لعدة درجات من حجم الذاكرة ν ، حيث $R=1/2$ و $N=1024$				
ν	G_0	G_1	d_{\min}	\bar{N}_{\min}
2	7	5	6	4.4693
3	13	15	8	1.9747
	15	13	8	1.9747
4	23	25,31,37	12	1.9437
	31	23,25,37	12	1.9437

أما تقريبات خطأ قاع BER (Error floor BER asymptotes) الموافقة لها P_{\min} ، فتحسب من العلاقة

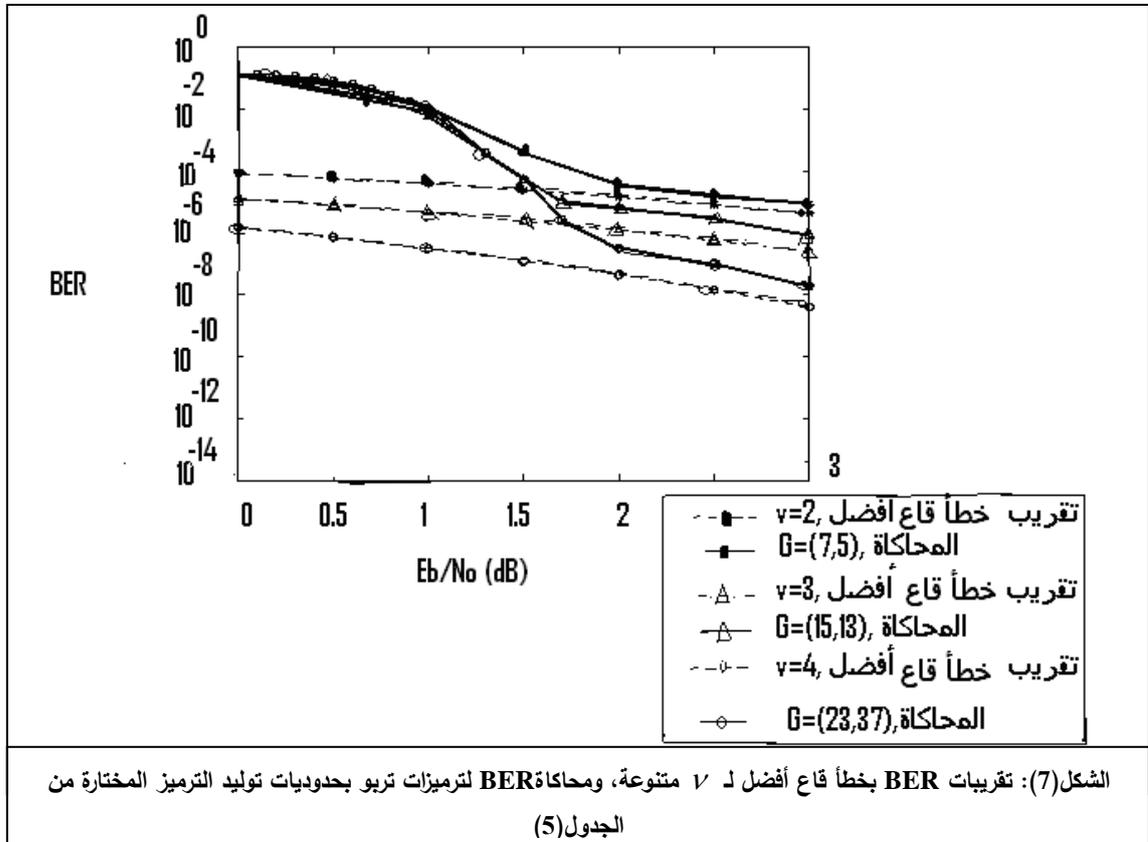
: التالية [6]:

$$P_{\min} \triangleq \frac{2\bar{N}_{\min}}{N} Q \left(\sqrt{2R \frac{E_b}{N_o} \cdot \frac{(d_{\min} + 1)^2}{d_{\min} + 3}} \right)$$

وُترسم في الشكل (7) .

ونختار تركيب واحد لـ $G = (G_0, G_1)$ لأجل كل v من الجدول (5) وُترسم أيضاً في الشكل (7) باستعمال برمجيات MATLAB حسب الإعدادات التالية:

- نختار حدودية توليد الترميز لأجل كل ذاكرة مرّز v من الجدول (5) .
- مرّزي RSC : لترميز حزمة من خانات المعلومات المولّدة عشوائياً باستعمال مشدّر عشوائي: يستعمل لكل حزمة من الخانات قبل أن تدخل المرّز الثاني .
- حجم الحزمة $N=1024$ خانة .
- عملية ترميز تريبو: وتستعمل بها خوارزمية عملية ترميز تريبو في المرّمّزات التلغرافية النظامية العودية [2]
- يستعمل تعديل الإقفال بإزاحة الطور الثنائي (BPSK) .
- يتم النقل عبر قناة AWGN .
- نسبة الإشارة إلى الضجيج (E_b / N_o) .
- خوارزمية كشف الترميز (MAP) [4] .



يُظهر هذا الشكل أنه يُحسّن أداء خطأ القاع باستعمال حجم ذاكرة كبير. ونتيجة لذلك، يُكتسب أداء خطأ قاع جيد لترميزات تربو التلافيفية باستعمال رمز بحجم ذاكرة كبير، كثير حدود تغذية عكسية أولي، واختيار دقيق لكثير حدود التغذية الأمامية.

النتائج والمناقشة :

تُظهر نتائج المحاكاة أن كلا نظم ترميزات تربو التلافيفية والصندوقية (أو الجدائية) لها أداء مُميّز ومرونة تطبيقية. إن أداء ترميزات تربو الجدائية أفضل من أداء ترميزات تربو التلافيفية عندما يكون (BER) منخفضاً، بينما ترميزات تربو التلافيفية لها أداء أفضل من ترميزات تربو الجدائية بقليل في منطقة التساقط وريح الترميز يكون من 0.5dB إلى 0.7dB عندما يكون معدل خطأ الخانة ($BER = 10^{-4}$) معتمداً على شروط القناة. لكن عندما يكون (BER) أدنى من 10^{-4} أو 10^{-5} ، فإنه يحدث خطأ قاع في حالة ترميزات تربو التلافيفية. ولكي يُكتسب أداء خطأ قاع أفضل، نصمم ترميزات تربو التلافيفية بحيث يكون لها مسافة صغرى فعالة عالية d_{min} ، وعدد كلي صغير \bar{N}_{min} لكلمات ترميز بمسافة صغرى فعالة. حيث أظهرت نتائج المحاكاة أنه يُحسّن أداء خطأ القاع باستعمال رمز أمثل يكون بحجم ذاكرة كبير، كثير حدود تغذية عكسية أولي، واختيار دقيق لكثير حدود التغذية الأمامية.

الاستنتاجات والتوصيات:

من المهم جداً معرفة متطلبات نسبة (معدل) خطأ الخانة BER لكي يتم اختيار ترميز دقيق. أيضاً، توجد أمور أخرى مثل الكلفة المنخفضة في التنفيذ أكثر أهمية من فروق الأداء بنقطة E_b/N_o محددة. تكنولوجيا ترميزات تربو الصندوقية شائعة الإنتاج حيث تعتمد على مكونات معيارية بدون عناصر عشوائية، بينما ترميزات تربو التلافيفية غير مستقرة حتى الآن على مشدّر عام أو حتى على رموز مكونة لأن حجم الذاكرة في المرمز المكوّن يزيد التعقيد الحسابي. لذلك لا يفضل عملياً استعمال حجم ذاكرة $v \geq 5$.

المراجع:

- 1- ANDERSEN, J.D. ; ZYLABOV, V.V. – *Interleaver design for Turbo-coding* . Proc. Int. Symp. On Turbo codes, 1995, Brest.
- 2- BERROU, C.; GLAVIEUX, G. and THITIMASHIMA, P. -*Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes*. IEEE Intern. Conf. On Comm., Vol. 2, 1993, pp. 1064-1070.
- 3- DOLINAR, S. ; DIVSALAR, D. - *Weight distributions for turbo codes using random and nonrandom permutations*. Jet propulsion Lab.,Pasanda, CA. ,1995, TDA progress report 42-122.
- 4- HAGENAUER, J.; OFFER, E. and PAPKE, L. – *Iterative decoding of binary block and convolutional codes*. IEEE Trans. Infor. Theory, Vol.42, 1996, No. 2, pp. 429-445.
- 5- PYNDIAL, R. M. – *Near_ optimum Decoding of Product Codes: Block Turbo Codes*. IEEE Trans. Comm., Vol.42, 1998, No. 8, pp.1003-1010.
- 6- SEGHERS, J. – *On The Free Distance of Turbo Codes and Related Product Codes* . Swiss Federal Institute of Technology, Tech. Rep. , 1995, No. 6613 .
- 7-VUCETIC, B. ; YUAN, J.- *Turbo Codes_ Principles and Applications*. Kluwer

