مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (30) العدد (3) 2008
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (30) No. (3) 2008

تطور الأزمنة الحقيقية في مسائل عدم التوازن من أجل نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة SU(3) بالاعتماد على مؤثري البناء والهدم

الدكتور سلمان الشاتوري*

(تاريخ الإيداع 12 / 12 / 2007. قُبِل للنشر في 2008/6/15)

□ الملخّص □

يتضمن البحث إدخال تعريف لمؤثري البناء $\hat{D}^{+}$ والهدم $\hat{D}$ بالنسبة لمؤثري حقل المعايرة الصافي المتجانس $\overrightarrow{\hat{B}^{a}}$ (غلوبال) والدفع $\overrightarrow{\hat{\pi}^{a}}$

- حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى لمربع مؤثر الغلوبال (الطاقة المغناطيسية).
- حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى لمربع مؤثر الدفع (الطاقة الكهربائية).
- حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الغلوبال (الحقل المغناطيسي الملون المتجانس).
- التحري عن الانتقال الطوري والحرارة الحرجة $T_{cr.}$
- التحري عن مدة الزمن القصير لهذا الانتقال.

الكلمات المفتاحية: الأزمنة الحقيقية في حالات عدم التوازن، الانتقال الطوري لبلازما الكواركات والغليونات، عدم التوازن في نظرية الحقل الكمي.

* مدرس – قسم الفيزياء– كلية العلوم – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (30) العدد (3) 2008
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (30) No. (3) 2008

The Evolution of Real Times in the Problems of Non- Equilibrium for the Pure Gauge Theory with Group SU (3), Depending on Creation and Annihilation Operators

Dr. Salman Al- Shatoori *

(Received 12 / 12 / 2007. Accepted 15/6/2008)

☐ ABSTRACT ☐

In this research we

- introduce creation and annihilation operators in relation with pure homogenous gauge field.

-calculate the time evolution for the ensemble average of the square of the global operator, and of the square of the impulse operator as well as the average of the global operator.

-investigate the phase transition and the critical temperature $T_{cr.}$ as well as the duration of this transition.

Key words: real time in non-equilibrium phase transition to quark, gluon – plasma, non – equilibrium in the quantum field theory

*Assistant prof., Department of Physics, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia , Syria.

مقدمة:

إن معالجة مسائل عدم التوازن هامة جداً [1−16] . توجد طريقتان شائعتان في الوقت الحاضر لمعالجة مسائل عدم التوازن لجمل كمومية في الميكانيك الإحصائي:

1- **الطريقة الأولى** : تعتمد هذه الطريقة على صورة هايزنبرغ في ميكانيك الكم حيث تكون المؤثرات تابعة للزمن $\hat{A}_H(t)$. وتكون معالجة مسائل عدم التوازن إما بالاعتماد على تابع غرين ، أو بطريقة فغنر (النشر شبه الكلاسيكي).

2- **الطريقة الثانية** : تعتمد هذه الطريقة على صورة شرودنجر في ميكانيك الكم حيث تكون المؤثرات غير تابعة للزمن .

الطريقتان متكافئتان بحيث نكتب التطور الزمني للقيمة الوسطى لأي مؤثر بالشكل

$$\left\langle \hat{A}(t) \right\rangle = T_r\left(\hat{\rho}\, \hat{A}_H(t) \right) = T_r\left(\hat{\rho}(t)\, \hat{A} \right)$$

تصادفنا حالات عدم التوازن في فيزياء الجسيمات الأولية مثلاً في حالة وصف عملية التسخين للكون المبكر (وفقاً لطور متضخم ممكن) أو وصف الهدرونات تحت شروط حدية بهدف دراسة النتائج التجريبية لعبور قصير لطور بلازما الجسيمات الأولية الملونة (بلازما الكواركات والغليونات) [17−21] .

تحريك الجسيمات الأولية الملونة (QCD) هي نظرية التأثير المتبادل القوي .وهي تصف التقييد (الحجز المستقر) للكواركات والغليونات عند درجة الحرارة المنخفضة .

يسبب التأثير المتبادل الذاتي للغليونات عدم التعيين في السلوك تحت الحمراء . وهذا يجعل النظرية معقدة أكثر من غيرها .

أما عند درجات حرارة مرتفعة فيتوقع طور بلازما الكواركات والغليونات .

والانتقال الطوري الذي يبدأ عند درجة الحرارة الحرجة $\mathrm{T}_{cr.}$ هو الذي يفصل كلا الطورين .

سنقوم في هذا البحث بتطوير طريقة ذاتية رياضية عددية جديدة لوصف عمليات عدم التوازن في نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(3)$.

الخلفية الفيزيائية بنيت من خلال عملية تسخين الكون المبكر (الأولي) ومن خلال وصف تصادم الأيونات الثقيلة عند الطاقات العالية .

أخذنا الطريقة الرياضية العددية المطورة في [17] و [22−29] والقائمة على طريقة الحقل الخلفي وتقريب اللفة الواحدة والتي نقلت الدراسة من نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(3)$ إلى دراسة ميكانيك كم إحصائي مع الزمرة $SU(3)$. وبدورنا عرّفنا مؤثري البناء $\hat{D}^{+}$ والهدم $\hat{D}$ بالنسبة لمؤثري حقل المعايرة الصافي المتجانس $\overrightarrow{\hat{B}^a}$ (غلوبال) والدفع $\overrightarrow{\hat{\pi}^a}$.

ثم قمنا بحساب التطور الزمني الحقيقي للقيمة الوسطى لمربع مؤثر الغلوبال (الطاقة المغناطيسية) والتطور الزمني الحقيقي للقيمة الوسطى لمربع مؤثر دفع الغلوبال (الطاقة الكهربائية) ، وحسبنا التطور الزمني للقيمة الوسطى

لمؤثر الغلوبال (الحقل المغناطيسي الملون المتجانس) وبحثنا عن الحرارة الحرجة $\mathrm{T}_{c.r}$ التي يتم عندها الانتقال الطوري لطور بلازما الكواركات والغليونات.

أهمية البحث وأهدافه:

*- إدخال تعريف مؤثري البناء والهدم إلى نظرية المعايرة.
*- دراسة تطور الأزمنة الحقيقية في نظرية المعايرة بهذه الطريقة .
*- التحري عن الانتقال إلى طور بلازما الكواركات والغليونات.
*- التحري عن الزمن القصير لهذا الانتقال.

طريقة البحث ومواده:

ذكرنا في المقدمة بأننا أخذنا الطريقة الرياضية العددية المطورة في أطروحة الدكتوراه المرجع [17] والمراجع [22–29] والقائمة على طريقة الحقل الخلفي وتقريب اللفة الواحدة والتي نقلت الدراسة من نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(3)$ إلى دراسة ميكانيك كم إحصائي مع الزمرة $SU(3)$.

يعد الانسان نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(3)$ على حلقة بـ $d=3$ بعد ، ويضع شروط حدية دورية. لا يجوز لهذه الشروط الحدية أن تحطم ثبوت المعايرة اللامكاني الذي أدخل في المرجع [28] . تقسم الصيغ إلى صيغ متجانسة وأخرى غير متجانسة . تكامل الصيغ غير المتجانسة بتقريب اللفة الواحدة .

الصيغ المتجانسة : $B_\mu = PA_\mu = \dfrac{1}{L^3}\int_{T^3} A_\mu$

الصيغ غير المتجانسة : $Q_\mu = (1-P)A_\mu$

حيث A_μ هو حقل المعايرة ، L طول الحلقة في كل الاتجاهات الفراغية

تابع تثبيت المعايرة χ : $\chi = (1-P)(\partial_\mu A_\mu + i[PA_\mu, A_\mu]) + L^{-1}\times PA_0$

يكون χ مكافئ لـ : $B_0 = 0, \partial_\mu Q_\mu + i[\ B_\mu, Q_\mu\ ] = 0$

ويعطى مجموع الحالات في هذه النظرية بالشكل التالي :

$$Z = \int DB_\kappa \exp\left(\int d\tau L_{eff}(B)\right) = \int DB_\kappa \exp(S_{eff})$$

هذا يعني أن :

$$S_{eff} = \int d\tau\ L_{eff}(B) = 1og\int D'Q_\mu D'\psi D'\overline{\psi}\exp\left(\frac{1}{g_0^2}\int d\tau\int d^3xL(B,Q,\psi,\overline{\psi})\right)$$

حيث يكون لـ : $L(B,Q,\psi,\overline{\psi})$ الشكل التالي :

$$L(B,Q,\psi,\overline{\psi}) = Tr\Big(\frac{1}{2}(F_{\mu\nu}(B+Q))^2 + (D_\mu(B)Q_\mu)^2 -$$
$$2\overline{\psi}D_\mu(B)D_\mu(B+Q)\psi - 2[Q_\mu,\psi]P[Q_\mu,\overline{\psi}]\ \Big).$$

$\overline{\psi},\psi$ تكون الأجزاء الفراغية لحقول الأشباح.

الاشارة $'$ على D تعني أن $\mathrm{P}\psi = \mathrm{P}\overline{\psi} = 0$

تنسور شدة الحقل $F_{\mu\upsilon}(x)$ يعطى بالعلاقة :

$$F_{\mu\upsilon}(x) = \partial_\mu A_\upsilon(x) - \partial_\upsilon A_\mu(x) + ig\left[A_\mu(x), A_\upsilon(x)\right]$$

التكاملات على Q_μ $\psi, \overline{\psi}$, تكون تكاملات غوص وتورد معين.

ونحصل بعد التكامل على تعبير الكمون الفعال $V_{eff(1)}$ لتقريب اللفة الواحدة ، الذي يعطى بعد حساب طويل جداً ومكاملة الصيغ الكمومية Q_μ حسب $[17]$ ، $[22-29]$ بالشكل التالي :

$$V_{eff(1)} = \alpha_1 B_i^a B_i^a + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2} + \alpha_2\right)\left(f^{abc} B_i^b B_j^c\right)^2 + \alpha_3 S^{abcd} B_i^a B_i^b B_j^c B_j^d B_i^d$$
$$+ \alpha_4 S^{abcd} B_i^a B_i^b B_i^c$$

الدليل $eff(1)$ يرمز لتقريب اللفة الواحدة .

حيث $\alpha_4, \alpha_3, \alpha_2, \alpha_1$ هي ثوابت عددية وهي ناتجة عن مكاملة الصيغ غير المتجانسة لحقل المعايرة بتقريب اللفة الواحدة ، وسنعطي قيمها فيما بعد .

نحسب الى جانب الكمون الفعال الجزءالحركي فنحصل على تابع لاغرانج في الفراغ الاقليدي . نعبر بعد ذلك إلى فراغ منكوفسكي ونشتق تابع هاملتون من تابع لاغرانج الذي نحصل عليه . ويمكن بعد ذلك كتابة مؤثر هاملتون للجملة حسب المراجع $[17]$ و $[22]$ بالشكل التالي :

$$\hat{H}_{eff(1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0\right)^{-1} \hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a + \alpha_1 \hat{B}_i^a \hat{B}_i^a$$

$$+ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2\right)\left(f^{abc} \hat{B}_i^b \hat{B}_j^c\right)^2$$

$$+ \alpha_3 S^{abcd} \hat{B}_i^a \hat{B}_i^b \hat{B}_j^c \hat{B}_j^d + \alpha_4 S^{abcd} \hat{B}_i^a \hat{B}_i^b \hat{B}_i^c \hat{B}_i^d \qquad (1)$$

بهذا نكون قد نقلنا الدراسة من نظرية المعايرة الصافية مع الزمرة $SU(3)$ إلى دراسة ميكانيك كم إحصائي مع الزمرة $SU(3)$.

حيث إن α_4، α_3، α_2، α_1، α_0 هي ثوابت عددية وهي ناتجة عن مكاملة الصيغ غير المتجانسة لحقل المعايرة بتقريب اللفة الواحدة ولها القيم التالية:

$$\alpha_0 = 0.032715643 \qquad ,\alpha_1 = -0.451569918 \qquad ,\alpha_2 = 0.036936,$$

$$\alpha_3 = 0.00319752 \qquad ,\alpha_4 = -0.0039219639 \qquad (2)$$

كما أن:

$$F_{ij}^{a}(B) = f^{abc} B_i^b B_j^c \qquad (3)$$

حيث:

$i، j = 1،2،3$ دليلا الإحداثيات المكانية

$a، b، c = 1،\ldots،8$ أدلة مولدات الزمرة $SU(3)$

يعرف التنسور المتناظر كلياً S^{abcd} كما يلي :

$$S^{abcd} = \frac{3}{12}\left(d^{abe}d^{cde} + d^{ace}d^{bde} + d^{ade}d^{bce}\right)$$

$$+\frac{2}{3}\left(\delta^{ab}\delta^{cd} + \delta^{ac}\delta^{bd} + \delta^{ad}\delta^{bc}\right) \qquad (4)$$

تعطى قيم العوامل المتناظرة d^{abc} وقيم ثوابت البنية ضد التناظرية f^{abc} بدلالة مولدات الزمرة $SU(3)$ وهي:

$$(4a)\ \lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

وتحقق f^{abc} وَ d^{abc} العلاقات التالية :

$$\left.\begin{array}{l}
f^{abc}=\frac{1}{4i}T_r\left(\left[\hat{\lambda}^a,\hat{\lambda}^b\right]_-\hat{\lambda}^c\right)\\
f^{abc}=-f^{bac}=-f^{acb}=.....\\
f^{ade}f^{bde}=3\delta^{ab}\\
d^{abc}=\frac{1}{4}T_r\left(\left[\hat{\lambda}^a,\hat{\lambda}^b\right]_+\hat{\lambda}^c\right)\\
d^{abc}=d^{bac}=d^{acb}=......\\
d^{ade}d^{bde}=\frac{5}{3}\delta^{ab}
\end{array}\right\}\qquad(4c)$$

وتعطى ثابتة الارتباط بالعلاقة

$$g^2(L)=\frac{-1}{2b_0\log\left(\wedge_{ms}L\right)}-\frac{b_1\log\left[-2\log\left(\wedge_{ms}L\right)\right]}{4b_0^3\left[\log\left(\wedge_{ms}L\right)\right]^2}+.........\quad...(5)$$

حيث:

$$b_0=\frac{22}{3}(4\pi)^2,b_1=\frac{136}{3}(4\pi)^4,\wedge_{ms}=74.1705\,Mev$$

$\wedge_{ms}$ هي ثابتة معرفة من خلال الطرح الأصغري لتنظيم الأبعاد.

الجزء التوافقي $\hat{H}^0_{eff}$ من المؤثر $\hat{H}_{eff}$ هو :

$$\hat{H}^0_{eff(1)}=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_0\right)^{-1}\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a+\alpha_1\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right]$$

$$\hat{H}^0_{eff(1)}=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_0\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a+\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_1\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right]\qquad(6)$$

حيث :

$$\tilde{\alpha}_0 = \left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_0 \right)^{-1} \quad ، \quad \tilde{\alpha}_1 = 2\alpha_1 \tag{7}$$

نعرف مؤثري البناء والهدم بالشكل:

$$\hat{D}_i^{a+} = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\hbar}}\, \hat{B}_i^a - \frac{i}{\sqrt{2\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\, \hat{\pi}_i^a \tag{8}$$

في جملة الوحدات الطبيعية $\hbar = 1$

$$\hat{D}_i^a = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\hbar}}\, \hat{B}_i^a + \frac{i}{\sqrt{2\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}}\, \hat{\pi}_i^a \tag{9}$$

فيكون لدينا:

$$\left[\hat{D}_i^a ، \hat{D}_j^{b+} \right]_- = \delta_{ij}\delta_{ab} \tag{10}$$

$$\left[\hat{D}_i^a ، \hat{D}_j^b \right]_- = \left[\hat{D}_i^{a+} ، \hat{D}_j^{b+} \right]_- = 0 \tag{11}$$

$$\hat{H}^0_{eff(1)} = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1} \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{D}_i^{a+} \hat{D}_i^a + \frac{1}{2} \right) = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1} \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{N}_i^a + \frac{1}{2} \right)$$

$$\hat{H}^0_{eff(1)} = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1} \left(\sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \hat{N}_i^a + 12 \right) \tag{12}$$

$$\hat{H}^0_{eff(1)} = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1} \left(\hat{N} + 12 \right) \tag{13}$$

حيث:

$$\hat{N}_i^a = \hat{D}_i^{a+} \hat{D}_i^a \tag{14}$$

$$\hat{N} = \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \hat{N}_i^a \tag{15}$$

ولدينا:

$$\hat{D}_i^a \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle = \sqrt{n_i^a} \quad \left| \ldots\ldots n_i^a - 1 \ldots\ldots \right\rangle \tag{16}$$

$$\hat{D}_i^{+a} \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle = \sqrt{n_i^a + 1} \quad \left| \ldots\ldots n_i^a + 1 \ldots\ldots \right\rangle \tag{17}$$

$$\hat{N}_i^a \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle = n_i^a \left| \ldots\ldots n_i^a \ldots\ldots \right\rangle \tag{17a}$$

$$\hat{D}_i^a \left| \ldots\ldots 0 \ldots \right\rangle = 0 \quad ، \quad \hat{N}_i^a \left| \ldots\ldots 0 \ldots\ldots \right\rangle = 0 \tag{18}$$

ويكون:

$$\hat{B}_i^a = \sqrt{\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}} \left(\hat{D}_i^{+a} + \hat{D}_i^a \right) \tag{19}$$

$$\hat{\pi}_i^a = i \sqrt{\frac{\hbar \sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2}} \left(\hat{D}_i^{+a} - \hat{D}_i^a \right) \tag{20}$$

الآن نكتب مؤثر هاملتون الكلي للجملة بدلالة مؤثري البناء والهدم فنجد:

$$\hat{H}_{eff(1)} = \hat{H}^0_{eff(1)} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 \right) \sum_{a=1}^{8} \sum_{b=1}^{8} \sum_{c=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left(f^{abc} \hat{B}_i^b \hat{B}_j^c \right)^2 +$$
$$\alpha_3 \sum_{a=1}^{8} \sum_{b=1}^{8} \sum_{c=1}^{8} \sum_{d=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} S^{abcd} \hat{B}_i^a \hat{B}_i^b \hat{B}_j^c \hat{B}_j^d +$$
$$\alpha_4 \sum_{a=1}^{8} \sum_{b=1}^{8} \sum_{c=1}^{8} \sum_{d=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} S^{abcd} \hat{B}_i^a \hat{B}_i^b \hat{B}_i^c \hat{B}_i^d$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{eff(1)f} = {} & \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1}\left(\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{N}_i^a+12\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2\right)\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left[\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.\left(f^{abc}\right)^2\right. \\
& \left.\left(\hat{D}_i^{+b}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_j^{+c}+\hat{D}_j^c\right)\left(\hat{D}_i^{+b}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_j^{+c}+\hat{D}_j^c\right)\right]+\alpha_3\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{d=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.\left[S^{abcd}\left(\hat{D}_i^{+a}+\hat{D}_i^a\right)\right. \\
& \left.\left(\hat{D}_i^{+b}+\hat{D}_i^b\right)\left(\hat{D}_j^{+c}+\hat{D}_j^c\right)\left(\hat{D}_j^{+d}+\hat{D}_j^d\right)\right]+\alpha_4\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{d=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}\left[S^{abcd}\left(\hat{D}_i^{+a}+\hat{D}_i^a\right).\left(\hat{D}_i^{+b}+\hat{D}_i^b\right).\right. \\
& \left.\left(\hat{D}_i^{+c}+\hat{D}_i^c\right)\left(\hat{D}_i^{+d}+\hat{D}_i^d\right)\right] \qquad (21)
\end{aligned}$$

بعد إجراء الجداءات نجد أن :

$$\hat{H}_{eff(1)} = \hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_0\,\tilde{\alpha}_1}\left(\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{N}_i^a+12\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)}+\alpha_2\right)\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left[\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}..\left(f^{abc}\right)^2\right.$$

$$\left(\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}+\right.$$

$$\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}+$$

$$\left[S^{abcd}\left(\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d+}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{v}\hat{D}_j^{d+}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d+}+\right.\right.$$

$$\left.\left.\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}+\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\right)\right]+\alpha_3\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{d=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}.$$

$$\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d+}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d+}+$$

$$\left.\left.\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c+}\hat{D}_j^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_j^{c}\hat{D}_j^{d}\right)\right]+\alpha_4\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{d=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}\left(S^{abcd}\left(\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d+}+\right.\right.$$

$$\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d+}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d+}+$$

$$\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d}+\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d+}+$$

$$\hat{D}_i^{a+}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d}+$$

$$\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b+}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d+}+$$

$$\left.\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c+}\hat{D}_i^{d}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d+}+\hat{D}_i^{a}\hat{D}_i^{b}\hat{D}_i^{c}\hat{D}_i^{d}\right) \qquad (22)$$

لنحسب التطور الزمني للقيمة الوسطى في صورة شرودنجر لمؤثر الطاقة المغناطيسية $\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a$

$$\left\langle \sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)(t)\right\rangle = T_r\left(\hat{\rho}(t)\left(\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(T_r\left(\hat{\rho}(t)\,\hat{B}_i^a\,\hat{B}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\left(T_r\left(\hat{\rho}(t)\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\left(\hat{D}_i^{a+}+\hat{D}_i^a\right)\right)\right)$$

$$\left\langle \sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{B}_i^a\hat{B}_i^a\right)(t)\right\rangle = \sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\frac{\hbar}{2\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}\Big[\left(2n_i^a+1\right)\rho_{n_i^a,n_i^a}(t)$$

$$+\sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a-1}\,\rho_{n_i^a,n_i^a-2}(t)+\sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a+2}\,\rho_{n_i^a,n_i^a+2}(t) \qquad (23)$$

الآن نحسب التطور الزمني للقيمة الوسطى في صورة شرودنجر لمؤثر الطاقة الكهربائية $\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a$

$$\left\langle \sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a\right)(t)\right\rangle = T_r\left(\hat{\rho}_{(t)}\left(\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{\pi}_i^a\hat{\pi}_i^a\right)\right)$$

$$=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(T_r\left(\hat{\rho}_{(t)}\left(\hat{\pi}_i^a\,\hat{\pi}_i^a\right)\right)\right)$$

$$\left\langle\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{\pi}_i^a\,\hat{\pi}_i^a\right)(t)\right\rangle=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\frac{-\hbar\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2}\left[-\left(2n_i^a+1\right)\rho_{n_i^a,n_i^a}(t)\right.$$
$$\left.+\sqrt{n_i^a}\sqrt{n_i^a-1}\,\rho_{n_i^a,n_i^a-2}(t)+\sqrt{n_i^a+1}\sqrt{n_i^a+2}\,\rho_{n_i^a,n_i^a+2}(t)\right]\qquad(24)$$

ثـــم لنحســـب التطـــور الزمنـــي للقيمـــة الوســـطى لمـــؤثر الحقـــل المغناطيســـي الملـــون المتجـــانس (غلوبال) بعد أن ندخل دفع بدائي π^0 على الجملة حتى تصبح غير متناظرة وعندها تكون الجملة قد نقلت مرتين من وضع التوازن ، أولاً من خلال الدفع البدائي π^0 وثانياً من خلال حدود التأثير المتبادل فيصبح عندها مؤثر هاملتون :

$$\hat{H}'^{0}_{eff(1)}=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_0\left(\hat{\pi}_i^a\,\hat{\pi}_i^a-\pi^0\right)+\frac{1}{2}\tilde{\alpha}_1\,\hat{B}_i^a\,\hat{B}_i^a\right]$$

ونرمز لمؤثر الكثافة المتعلق بمؤثر هاملتون الجديد بـ $\hat{\rho}'$

$$\left\langle\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a(t)\right\rangle=T_r\left(\hat{\rho}'(t)\left(\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a\right)\right)$$
$$=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(T_r\left(\hat{\rho}'(t)\,\hat{B}_i^a\right)\right)$$

$$\left\langle\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\hat{B}_i^a(t)\right\rangle=\sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{n_i^a}\left(\sqrt{n_i^a+1}\,\rho'^{(t)}_{n_i^a,n_i^a+1}+\sqrt{n_i^a}\,\rho'^{(t)}_{n_i^a,n_i^a-1}\right)\qquad(25)$$

حيث مصفوفة الكثافة تحقق المعادلة:

$$i\hbar\frac{d\hat{\rho}}{dt}=\hat{H}\,\hat{\rho}-\hat{\rho}\,\hat{H}\qquad(26)$$

وبالتالي:

$$i\hbar\frac{d}{dt}\left\langle\ldots n_i^a\ldots\left|\hat{\rho}\right|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle=\left\langle\ldots n_i^a\ldots\left|\hat{H}\,\hat{\rho}\right|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle-\left\langle\ldots n_i^a\ldots\left|\hat{\rho}\,\hat{H}\right|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle$$
$$=\sum_{n_i^a}\left(\left\langle\ldots n_i^a\ldots\left|\hat{H}\right|\ldots n_i'^a\ldots\right\rangle\left\langle\ldots n_i'^a\ldots\left|\hat{\rho}\right|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle-\left\langle\ldots n_i^a\ldots\left|\hat{\rho}\right|\ldots n_i'^a\ldots\right\rangle\left\langle\ldots n_i'^a\ldots\left|\hat{H}\right|\ldots m_i^a\ldots\right\rangle\right)$$
$$i\hbar\frac{d}{dt}\rho_{n_i^a,m_i^a}=\sum_{n_i'^a}\left(H_{n_i^a,n_i'^a}\,\rho_{n_i'^a,m_i^a}-\rho_{n_i^a,n_i'^a}\,H_{n_i'^a,m_i^a}\right)\qquad(27)$$

نستطيع حساب التطور الزمني للقيمة الوسطى في المعادلات (23) و(24) و (25) عددياً بالحل المكرر للمعادلة (27)

من أجل ذلك نحسب $H_{n_i^a, m_i^a}$ و $\rho_{n_i^a, m_i^a}$

نحسب $H_{n_i^a, m_i^a}$ من المعادلة (22) فنجد:

$$H_{n_i^a, m_i^a} = \left\langle ...n_i^a ... \left| \hat{H} \right| ....m_i^a ..... \right\rangle = \hbar \sqrt{\tilde{\alpha}_0 \tilde{\alpha}_1} \left(\sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} m_i^a \delta_{n_i^a, m_i^a} + 12 \right)$$

$$+ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{g^2(L)} + \alpha_2 \right) \sum_{a=1}^{8} \sum_{b=1}^{8} \sum_{c=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left[\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}} \left(f^{abc} \right)^2 \right.$$

$$\Big(\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^c+2}\,\delta_{n_i^a, m_i^b+2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c+2}$$

$$+ \sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\,.\,m_j^c\,\delta_{n_i^a, m_i^b+2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ m_i^b \sqrt{n_j^c+1}\sqrt{n_j^c+2}\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^b+2} + m_i^b m_j^c \delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\left(m_j^c+1 \right).\delta_{n_i^b, m_i^b+2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_i^b+2}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^c-1}\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b+2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c-2}$$

$$+ m_i^b \left(m_j^c+1 \right)\delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c} + m_i^b \sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^c-1}\,\delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c-2}$$

$$+ \left(m_i^b+1 \right)\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^c+2}\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c+2} + \left(m_i^b+1 \right) m_j^c \delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^c+2}\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b-2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c+2}$$

$$+ \sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\,.\,m_j^c\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b-2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$+ \left(m_i^b+1 \right)\left(m_j^c+1 \right)\delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c} + \left(m_i^b+1 \right)\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^c-1}\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b}\,\delta_{n_j^c, m_j^c-2}$$

$$+ \sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\left(m_j^c+1 \right)\delta_{n_i^b, m_i^b-2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c}$$

$$\left. + \sqrt{m_i^b}\sqrt{m_i^b-1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^c-1}\,.\,\delta_{n_i^b, m_i^b-2}\,\delta_{n_j^c, m_j^c-2} \Big) \right]$$

$$+\alpha_3\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{d=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}\Bigg[S^{abcd}\Big(\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d-1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}.$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1},$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}$$

$$+\alpha_4\sum_{a=1}^{8}\sum_{b=1}^{8}\sum_{c=1}^{8}\sum_{d=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}$$

$$\frac{\hbar^2}{4\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}\Big(S^{abcd}\big(\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a+1}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a+1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b+1}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b+1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c+1}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c+1}\delta_{n_j^d,m_j^d-1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d+1}.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1}$$

$$\delta_{n_j^c,m_j^c-1}\delta_{n_j^d,m_j^d+1}+\sqrt{m_i^a}\sqrt{m_i^b}\sqrt{m_j^c}\sqrt{m_j^d}\,.\delta_{n_i^a,m_i^a-1}\delta_{n_i^b,m_i^b-1},$$

$$\left.\delta_{n_j^c،m_j^c-1}\delta_{n_j^d،m_j^d-1}\right] \qquad (28)$$

لنحسب الآن $\rho_{n_i^a،m_i^a}$:

$$\left\langle n_i^a\middle|\hat{\rho}\middle|m_i^a\right\rangle=\int dB_i^a dB_i'^a\left\langle n_i^a\middle|B_i^a\right\rangle\left\langle B_i^a\middle|\hat{\rho}\middle|B_i'^a\right\rangle\left\langle B_i'^a\middle|m_i^a\right\rangle \qquad (29)$$

وبما أن :

$$\hat{\rho}=\frac{e^{-\beta\hat{H}_{eff}^0}}{T_r\left(e^{-\beta\hat{H}_{eff}^0}\right)}$$

ولدينا حسب [17] و [34]:

$$\left\langle B_i^a\middle|e^{-\beta\hat{H}_{eff}^0}\middle|B_i'^a\right\rangle=\left[\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\pi\hbar\sinh\left(\hbar\sqrt{\hat{\alpha}_1\hat{\alpha}_0}\beta\right)}\right]^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{4\hbar}\left[\left(B_i^a+B_i'^a\right)^2\tanh\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\beta}{2}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(B_i^a-B_i'^a\right)^2\coth\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\beta}{2}\right)\right]\right\}$$

$$T_r\left(e^{-\beta\hat{H}_{eff}^0}\right)=Z(T،V،8)=\left[Z(T،V،1)\right]^8=\left[\frac{1}{2\sinh\left(\frac{1}{2}\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\beta\right)}\right]^8$$

وبالتالي يكون:

$$\left\langle B_i^a\middle|\hat{\rho}\middle|B_i'^a\right\rangle=\frac{\left\langle B_i^a\middle|e^{-\beta\hat{H}_{eff}^0}\middle|B_i'^a\right\rangle}{T_r e^{-\beta\hat{H}_{eff}^0}}$$

$$\left\langle B_i^a\middle|\hat{\rho}\middle|B_i'^a\right\rangle=\left[2\sinh\left(\frac{1}{2}\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\beta\right)\right]^8\left[\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\pi\hbar\sinh\left(\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\beta\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left\{\frac{-\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{4\hbar}\left[\left(B_i^a+B_i'^a\right)^2\tanh\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\,\beta}{2}\right)+\left(B_i^a-B_i'^a\right)^2\coth\left(\frac{\hbar\sqrt{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_0}\,\beta}{2}\right)\right]\right\} \quad (30)$$

كمـا أن كـلاً مـن $\left\langle n_i^a \middle| B_i^a \right\rangle$ و $\left\langle B_i'^a \middle| m_i^a \right\rangle$ هـي توابـع خاصـة للهـزاز التـوافقي $\hat{H}_{eff}^0$
أي أن:

$$\left\langle n_i^a \middle| B_i^a \right\rangle=\Psi_{n_i^a}\left(B_i^a\right)=N_{n_i^a}H_{n_i^a}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right)\exp\left\{\frac{-\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{2\hbar}\left(B_i^a\right)^2\right\} \quad (31)$$

حيث :

$$N_{n_i^a}=\left(\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2^{n_i^a}\,n_i^a!}} \quad (32)$$

$$H_{2n_i^a}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right)=(-1)^{n_i^a}\frac{\left(2n_i^a\right)!}{n_i^a!}\,{}_1F_1\left(-n_i^a;\frac{1}{2};\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}\left(B_i^a\right)^2\right) \quad (33)$$

$$H_{2n_i^a+1}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right)=(-1)^{n_i^a}\frac{2\left(2n_i^a+1\right)!}{n_i^a!}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}}B_i^a\right){}_1F_1\left(-n_i^a;\frac{3}{2};\frac{\sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1}{\tilde{\alpha}_0}}}{\hbar}\left(B_i^a\right)^2\right) \quad (34)$$

$${}_1F_1(a;c;x)=\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\frac{(a)_\upsilon}{(c)_\upsilon}\frac{x^\upsilon}{\nu!}=1+\frac{a}{c}\frac{x}{1!}+\frac{a(a+1)}{c(c+1)}\frac{x^2}{2!}+\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

النتائـج والمناقشة:

1- حسبنا ولأول مرة التطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الطاقة المغناطيسية $\left\langle \sum_{a=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}\left(\hat{B}_i^a\,\hat{B}_i^a\right)(t)\right\rangle$

بالعلاقة (23) والتطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الطاقة الكهربائية $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right)(t) \right\rangle$

بالعلاقة (24) بدلالة $\rho_{n_i^a, m_i^a}^{(t)}$.

2- حسبنا ولأول مرة التطور الزمني للقيمة الوسطى لمؤثر الحقل المغناطيسي $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \hat{B}_i^a(t) \right\rangle$

بدلالة $\rho'^{(t)}_{n_i^a, m_i^a}$.

3- أصبح بالإمكان حل المعادلة التفاضلية (27) عددياً بالحل المكرر بعد أن حسبنا $H_{n_i^a, m_i^a}$ وَ $\rho_{n_i^a, m_i^a}$ وبالتالي الحصول على $\rho_{n_i^a, m_i^a}^{(t)}$ عددياً وهذا يمكن من الحصول على قيم عددية تمثل $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \right)(t) \right\rangle$ و $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right)(t) \right\rangle$ من العلاقتين (23) و (24) وبالتالي رسم منحني بياني يمثل تطور كلا القيمتين الوسطيتين مع الزمن .

4- أصبح بالإمكان دراسة تغير التطور لكلٍ من $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{B}_i^a \hat{B}_i^a \right)(t) \right\rangle$ و $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \left(\hat{\pi}_i^a \hat{\pi}_i^a \right)(t) \right\rangle$ عند درجات حرارة مختلفة واستنتاج $\mathrm{T}_{cr.}$ من خلال هذا التغير ومقارنتها مع نتائج سابقة. كما يمكن استنتاج زمن طور بلازما الكواركات والغليونات من خلال ملاحظة تغير التطور من أجل درجة الحرارة نفسها $\mathrm{T}_{cr.}$ بعد زمنٍ قصير.

5- النتيجتان (3) و (4) صالحة أيضاً بالنسبة لـ $\left\langle \sum_{a=1}^{8} \sum_{i=1}^{3} \hat{B}_i^a(t) \right\rangle$ في العلاقة (25) بعد أن نستبدل $\rho_{n_i^a, m_i^a}^{(t)}$ بـ $\rho'^{(t)}_{n_i^a, m_i^a}$ في النتيجتين

المراجع:

1- EBOLI , O. ; JACKIW, R. and SO-YOUNG , PI.- *Quantum fields out of thermal equilibrium* phys.Rev.D, U.S.A. vol .37, N°.12, 1988 , 3557-3581.

2- VAN BAAL , P. and AVERBACH , A. *An Analysis of transverse fluctuations in multidimensional tunneling* . Nucl . phys . B.North – Holland vol .275, N°.17,1986 ,93-120.

3- ILGENFRITZ , EM .and KRIPFGANZ , J.- *Quantum liouville equation and nonequilibrium processes in quantum field theory* phys . Lett . A. North – Holland vol .108 , N°.3, 1985, 133-136.

4- KRIPFGANZ , J. and ILGENFRITZ , EM .*Reheating after inflation* class . Quantum Grav. U.K. vol .3 , N°.5 , 1986, 811-815.

5- KRIPFGANZ , J. and PERLT,H. *Approach to non-equilibrium behaviour in quantum field theory* .Ann. of phys. U.S.A. vol . 191, N°.2, 1989, 241-257 .

6- RING WALD, A.- *Evolution equation for the expectation value of a scalar field in spatially flat RW universes* . Ann. Phys . U.S.A. vol . 177, N°.1, 1987, 129 -166 .

7- KRIPFGANZ , J. and RING WALD, A.- *Electroweak baryon number violation at finite temperature* . Z. Phys. C - Particles and Fields. Germany vol . 44, 1989 ,213-225

8- T HOOFT , G.- *Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle*. phys.Rev.D U.S.A. vol 14, N°.12, 1976, 3432-3450.

9- CALLAN , C. ; DASHEN, R .and GROSS , D.- *The structure of the gauge theory vacuum*. Phys.lett . B North – Holland vol. 63, N°.3 , 1976, 334-340

10-/ ADLER , S. *Axial-Vector Vertex in Spinor Electrodynamics*. phys . Rev . U.S.A. vol.177, N°.5 , 1969 , 2426-2438.

11-/ BELL, J. and JACKIW , R.- *A strong – coupling analysis of the lattice CPN- 1 models*. muovo cimento A Italy vol . 60 , 1969 ,47.

12- JACKIW , R. *Mean field theory for non – equilibrium quantum fields* . Physica A U.S.A vol .158 , N°.1 , 1989,269-290 .

13- SEMENOFF, G. and NATTAN, W.- *Feynman rules for finite-temperature Green's functions in an expanding universe* phys.rev.D U.S.A. vol. 31, N°.4 , 1985,689-698.

14- BENDER, M.; FRED, C. ; JAMES E.O DELLS,J. and SIMMONS, L.M.- *Quantum Tunneling Using Discrete-Time Operator Difference Equations*. phys .Rev. Lett . U.S.A.vol.55 N°. 9, 1985, 901-903.

15- KEIL,W. and RAND, K. *Mass and wave Function Renormalization at Finite Temperature*. Physica A , U.S.A. vol . 158 N°.1 , 1989,47-57.

16- NIEMI, J.; GORDON, W. and SEMENOFF, G. -*Thermodynamic calculations in relativistic finite-temperature quantum field theories* . Nucl . phys . B North-Holland vol .230, N°.2 1984,181-221

17-/ AL – CHATOURI ,S.- *Untersushungen zum realzeit – verhalten quantenfeldtheoritische modelle* Dissertation , Leipzig uni. – 1991 –, 101P.

18- BERGES , J. ; BORSANYI , SZ. ; SEXTY , D. and STAMATESCU, I.- O.- *Lattice simulations of real – time quantum fields* phys . Rev . D U.S.A . vol 75, 045007, 2007.

19- ALEXEI BAZAVOV,A. ; BERND BERG, and VERLYTSKY, A.- *Non – equilibrium signals of the SU (3) deconfining phase transition* Pos U.S.A. Vol 127, 2006 ,1-7

20- BERGES , J. and BORSANYI , SZ.- *Progress in non equilibrium quantum field theory III* nuclear physics A , North-Holland vol. 785,N°.1-2, 2007, 58- 67.

21- FRAGA , E.S. ; KODAMA , T. ; KREIN , G. ; MIZHER ,J. and PALHARES , L.F.- *Dissipotion and memory effects in pure glue deconfinement.* nuclear physics A - North Holland vol. 785,N°.1-2, 2007, 138- 141 .

22- LUSCHER , M. *Mass spectrum of YM gauge theories on a torus*. Nucl . physics B North-Holland vol. 219,N°.1, 1983, 233- 261

23- LUSCHER , M. and MUNSTER , G . *Weak-coupling expansion of the low-lying energy values in the SU(2) gauge theory on a torus* Nucl . phys . B North-Holland vol. 232, N°.3, 1984 , 445 -472

24- VAN BAAL , P. and KOLLER , J .- *Finite-Size Results for SU(3) Gauge Theory*. phys . Rev lett . U.S.A.vol. 57, N°.22, 1986, 2783-2786.

25- KOLLER , J . and VAN BAAL , P. - *A non-perturbative analysis in finite volume gauge theory* Nucl . phys . B North-Holland vol. 302, N°.1, 1988 ,1-64.

26- KOLLER , J . and VAN BAAL , P.- *SU(2) Spectroscopy intermediate volumes* phys . Rev lett . U.S.A vol. 58, N°.24, 1987 ,2511-2514

27- KOLLER , J . and VAN BAAL , P.- *A rigorous nonperturbative result for the glueball mass and electric flux energy in a finite volume* Nucl . phys . B North-Holland vol 273 , N°.2 ,1986 , 387-412

28- VAN BAAL , P. and KOLLER , J . *QCD on a torus, and electric flux energies from tunneling* Ann . phys . U.S.A. vol. 174 , N°.2, 1987, 299-371

29-/ KRIPFGANZ , J. and MICHAEL , C .- *Fermionic contributions to the glueball spectrum in a small volume* phys . lett . B North-Holland vol 209,N°.1, 1988 , 77-79.

30- KRIPFGANZ , J. and MICHAEL , C .- *Glueballs with dynamical fermions in a small volume* Nucl. phys . B North-Holland vol 314, N°.1, 1989, 25-29

31- GREINER , W. Band4 : *Quanten mechanic* 1. 3. Auflage , verlag Harri Deutsch , 1983,384 .

32- GREINER , W.,NEISE , L. and STOCKER , H., Band 9 *Thermodynamik* und *: statistishe Mechanic*. 1. Auflage , verlag Harri Deutsch, 1987 , 484 .

33- GREINER , W. Band 4A : *Quanten theorie* . 2. Auflage , verlag Harri Deutsch, 1985,287

34- PATHRIA , R.K.-*Statistical Mechanics* , Great Britain by BPC Wheatons Ltd, Exeter, 1995,529.