

## كمون كولون للإلكترون والثقب (الأكستون) في الأفلام الرقيقة، وتأثير معامل عدم التناحي للعازلية الكهربائية

الدكتور محمد فاهود \*

(تاريخ الإيداع 18 / 10 / 2011. قُبِلَ للنشر في 19 / 12 / 2011)

### □ ملخص □

تبين أن طاقة كمون كولون للإلكترون والثقب في الأفلام الرقيقة تزداد بإنقاص سماكة الفلم الذي يحتوي على الشحنات المدروسة. كما تبين أن لظاهرة عدم التماثل للصفات الكهربائية باختلاف الاتجاهات (إنزوتروبية العازلية الكهربائية) تأثيراً كبيراً في طاقة كمون كولون، ووجد أن طاقة ارتباط الأكستون وسويات طاقته تتعلق بكل من سماكة الأفلام، وبالعلاقة بين العازلية الكهربائية لتلك الأفلام.

**الكلمات المفتاحية:** أكستون فان - موت ( Wannier -Mott exciton ) ، كمون كولون ، الكمون الذاتي ، الأفلام الرقيقة ، طاقة حاملة الشحنة.

\* أستاذ مساعد في قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة تشرين، اللاذقية، سورية.

## Coulomb Potential of Electron and Holes (Exciton) in Thin Films and the Effect of Anisotropic Coefficient of Dielectric Constant

Dr. Mohammad Fahoud\*

(Received 18 / 10 / 2011. Accepted 19 / 12 / 2011)

### □ ABSTRACT □

The Coulomb potential of electrons and holes in the thin films increases with decreasing of film thickness which contains the studied Charges. It is found In addition, the binding energy of exciton and its energy levels depend on the film thickness and the dielectric constant of this layers.

**Key Words:** Wannier, Mott exciton, Coulomb potential, Self action potential, Thin Films, Charge carrier energy.

---

\* Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Sciences, Tishreen University, Lattakia, Syria.

**مقدمة:**

تعد دراسة الطاقة الكامنة للإلكترون والتقب (الأكستون) في الأفلام الرقيقة من المسائل الهامة في فيزياء أنصاف النواقل. فما هو الأكستون؟

الأكستون (exciton) عبارة عن إلكترون وتقب يرتبطان بقانون كولون، كما أن طاقة توليد الأكستون أصغر من فجوة الطاقة ( $E_b$ )، إذا كانت طاقة ارتباط الإلكترون والتقب قوية يسمى الأكستون فرنكل (From 0.1-1eV)، وإذا كانت طاقة الارتباط ضعيفة يسمى أكستون فان - موت (Wannier - Mott exciton)

(From 4.9meV, 6.1meV (GaAs, InP) TO 29meV , 69meV(ZnS , ZnO))

وقد لوحظ عام 1920م خطوط امتصاص ضيقة في طيف جزيئات بلورة وذلك من قبل كل من العلماء

W. de Haas , I. Obreimov , P. Pringsbein , A. Kronenberger و آخرين.

وقد ترجمت هذه المعطيات من قبل علماء فيزياء نظريين كان أشهرهم العالم الروسي النظري Ykov Frenkel حيث قدم مفهوم الأمواج الأكستونية في البلورة عام 1936م [1]. عالج فرنكل كمون البلورة كاضطراب لتداخل كمون كولون بين الإلكترون والتقب في خلية البلورة. وفي عام 1950 قدم الفيزيائي السويسري Gregory Hugh Wannier والفيزيائي النظري الإنكليزي Sir Nevil Francis Mott تصوراً للأكستون في بلورة نصف ناقل، وكان عكس أكستون فرنكل، فأكستون فان - موت (Wannier - Mott) حجمه أكبر بعشرات المرات من ثابت الشبكة وطاقة ارتباطه صغيرة (بضعة ميلي إلكترون فولت).

ومنذ بداية عام 1980م بدأ التقدم العلمي في تقنية تنمية أنصاف النواقل، بحيث سمحت دراسة أكستونات فان - موت لحالات مختلفة، كحالة تشكل الإلكترون والتقب في حلقتين كوانتيتين متحدتي المركز [2] حيث وجد أن كمون التفاعل يعطى بالعلاقة التالية:

$$V_{int}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{q_1 q_2}{\epsilon \sqrt{(z_1 - z_2)^2 + (\rho_1 - \rho_2)^2 + 4\rho_1 \rho_2 \sin^2\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)}}$$

تتغير  $z$  و  $\rho$  من  $-\infty$  إلى  $+\infty$ ، وتمت دراسة حالة تشكل أكستونات فان - موت حيث تكون الألكترونات في سلك كوانتي (وحيد البعد) والتقوب في طبقة كوانتية (ثنائية البعد) عمودية على السلك [3]، يعطى كمون كولون للإلكترون والتقب في هذه الحالة بالعلاقة التالية:

$$V_{int}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{q_1 q_2}{\epsilon \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}}$$

وتمت دراسة حفر كمونية يتشكل فيها مزيج من أكستونات فرنكل وأكستونات فان - موت [4]، وقد كانت الفكرة الأساسية وراء دراسة البنى غير المتجانسة هي اكتشاف حفر كمونية صناعية (غير حقيقية)، ودراسة الحواجز الكمونية للإلكترونات والتقوب في مواد أنصاف نواقل مختلفة. حيث إن شكل الكمون في منطقة التكاثر وفي منطقة الناقلية يكون محدداً في هذه المواد بمواضع حواف هذه المواد، وقد سمحت دراسة هندسة تنمية البلورات الدقيقة بإنتاج عدد كبير من الأجهزة الإلكترونية الضوئية بما في ذلك الترانزستور - الداويد - الليزر، وصناعة الحواسيب والذواكر الإلكترونية، والخلايا الشمسية.... وكذلك سمحت لاكتشاف تأثيرات هامة مثل مفعول هول - كمون كولون - الحث الضوئي.... وأن القياس الكبير لأكستونات فان - موت (W-M) يجعلها حساسة بقوة إلى فروق النانومتر لمواضع حواف المنطقة

التي يمكن إنجازها في بنى نصف الناقل [5]، وفي سياق مناقشة تأثير كمون كولون للإلكترون والثقب في الأفلام الرقيقة فقد تم حساب كمون شحنة نقطية في فلم نصف ناقل مع الأخذ بعين الاعتبار ظاهرة الحجب وكذلك بدون ظاهرة الحجب [6]، وقد تمت دراسة معامل إنزوتروبية الكتلة الفعالة للإلكترون والثقب على أكستون (W-M) [7]، وبينت الدراسة مدى تأثير معامل إنزوتروبية الكتلة الفعالة للإلكترون والثقب على طاقة ارتباط الأكستون وعلى الدالة الموجية، حيث وجد أنه عندما:  $\mu_{//} \rightarrow \infty$  ,  $\mu_{//} \gg \mu_{\perp}$  مركبة الكتلة في اتجاه المحور z و  $\mu_{\perp}$  مركبة الكتلة في المستوي المتجانس xy ) فإنه يتم الحصول على أكستون ثنائي البعد، (يسمى الأكستون ثنائي البعد عندما ينعدم امتداد الدالة الموجية في أحد الاتجاهات، مثلاً في اتجاه المحور z) أي يفترض أن يكون الإلكترون والثقب في هذه الحالة في مستوي واحد xy (  $z_e = z_h = 0$  ) كما أن طاقته تكون مختلفة.

وقد أخذ بعين الاعتبار الامتداد الفراغي للدالة الموجية باتجاه المحور z في [8]، وتم حساب التصحيح في الطاقة  $E_{n,m}$ . وحُسبت في العمل [9] طاقة ارتباط أكستون فان-موت (W-M) في حفرة كمونية عرضها L باستعمال نموذجين، الأول: باستخدام دالة تجريبية للإكستون ببارامترين، والثاني عندما يكون الأكستون في الحالة بين ثنائية وثلاثية البعد  $2 \leq \alpha \leq 3$ . وتمت مقارنة مناطق الطاقة التي يتشكل فيها أكستون (W-M) في بلورات من النوع  $(P_{1-x}As_x)_2$  و  $Zn_{1-x}Cd_xP_2$  وفي درجات حرارة منخفضة (1.8K) [10]. حيث تبين أن نقصان فجوة الطاقة في  $Zn(P_{1-x}As_x)_2$  عند زيادة x تتم بببطء. وتبين أن اعتماد كلٍ من  $E_g$  و  $R_y$  على x يكون أكثر في طبقة  $Zn(P_{1-x}As_x)_2$  مما هو عليه في  $Zn_{1-x}Cd_xP_2$ .

هذا وقد بينت مجموعة الأبحاث [12,11] دراسة طيف طاقة الأكستون وطاقة الكمون تحليلياً بدلالة سماكة الطبقة d. ووجد أنه عندما تكون d سماكة الطبقة التي يتشكل فيها الأكستون أقل بكثير من نصف قطر بور للإكستون ( $d \ll a_{ex}$ )، فإن الأكستون يسمى شبه ثنائي البعد، لكن في جمل فيزيائية حقيقية مكونة من عدة طبقات غير متناحية (إنزوتروبية) تحقق الشرط السابق عملياً غير ممكن، ويصل الفرق بين طاقة الأكستون عملياً ونظرياً حتى 50% في حفرة كمون GaAs مغطاة بطبقة من  $Al_xGa_{1-x}As$  من أجل  $\ell = 30 \text{ \AA}$  ,  $x = 0.3$ . ووجد بين أندريوشن وسيلين أن طاقة الحالة الأساسية للإكستون ونصف القطر تتعلق بسماكة الأفلام [13]. ووجد أنه في نصف الناقل الذي له ثابت عازل كهربائي كبير  $10-100 \sim \epsilon$ ، فإن تأثير كمون كولون المتبادل بين الإلكترونات الحرة والثقوب يضعف، وبالتالي فإن طاقة أكستون (W-M) تكون صغيرة ونصف قطره يكون كبيراً.

$$E_0 = \frac{\mu e^4}{2\epsilon^2 \hbar^2} \leq 10^{-2} \text{ eV} , a_{ex} = \frac{\epsilon \hbar^2}{\mu e^2} \geq 10^{-6} \text{ cm}$$

كما أكد كيلدش أن تأثير كولون المتبادل بين الشحنات في الطبقات (الأفلام) الرقيقة يزداد بإنقاص سماكة الطبقة d (ظاهرة كيلدش)، إذا كانت العازلية الكهربائية للطبقة التي يتشكل فيها الأكستون أكبر من العازلية الكهربائية للقاعدة الحاملة. وعندما تكون المسافة بين الإلكترون والثقب  $d \leq$  (سماكة الفلم)، فإن الدور الأساسي يكون للحقل الناتج عن هذه الشحنات في الوسط المحيط بالفلم (الكمون الذاتي) [14]. ودرست الصفات الضوئية في حالات حدية، كما دُرِس تأثير حقل الشحنات الفراغية على انعكاس الضوء بواسطة الأكستون [15]، [16].

غير أنه إلى الآن لم يتم تناول دراسة ظاهرة اختلاف الصفات الكهربائية باختلاف الاتجاهات للطبقات الرقيقة بشكلٍ وافٍ، وكذلك دراسة الكمون الذاتي للإلكترون والثقب على طاقة أكستون فان-موت. لذلك سنعرض في هذا البحث تأثير ذلك ما أمكن.

### أهمية البحث وأهدافه:

لدراسة طيف طاقة أكستون فان - موت ( Wannier - Mott exciton ) في أفلام أنصاف النواقل الرقيقة لابد من معرفة صيغة كمون التأثير بين الإلكترون والثقب. لذلك فإن هذا البحث يهدف إلى استخراج عبارة كمون كولون للإلكترون والثقب (الأكستون) في جملة مكونة من التحام ثلاث طبقات من أنصاف نواقل مختلفة ، ودراسة دور كلٍ من  $l_k$  سماكة الطبقة  $k$  و  $\epsilon_k$  معامل إنزوتروبية العازلية الكهربائية (اختلاف الخصائص الكهربائية باختلاف المناحي) على عبارة الكمون  $v(Z_e, Z_h)$ .

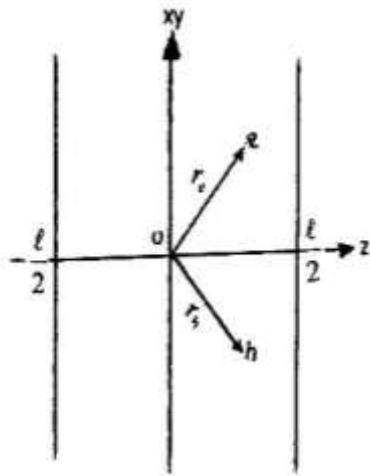
### طرائق البحث ومواده:

تعتبر معادلات مكسويل نقطة الانطلاق الأساسية في هذا العمل وخاصة معادلة بواصون التالية:

$$\text{div}(\vec{\epsilon}_2 \text{grad } v_2(\vec{r}, \vec{r}')) = -\rho(\vec{r})$$

لأن المسألة في هذا البحث تعتبر كلاسيكية ضمن الشرط  $(\omega_{ex} \ll (\omega_{p\ell}^v, \omega_{p\ell}^s))$ ، واعتبار أن الإلكترون يتحرك في منطقة الناقلية والثقب في منطقة التكافؤ، وأن مناطق الطاقة غير متحللة. لذلك سنحل معادلة تفاضلية متجانسة من المرتبة الثانية وبعد ذلك معادلة تفاضلية غير متجانسة (معادلة بواصون)، وسنستخدم الشروط الحدودية للطبقات في أثناء الحل وطرق التقريب في ميكانيك الكم.

### النتائج والمناقشة:



بفرض أن جملة مكونة من ثلاث طبقات ( $k=1, 2, 3$ )، من أجل  $k=2$  فلم رقيق من مادة نصف ناقلة (الطبقة المدروسة)، يُعَيَّن بالعلاقة  $-\frac{l}{2} \leq z \leq \frac{l}{2}$  متماثل الاستقطاب ثابت عازليته الكهربائية  $\epsilon_2$ ، ومن أجل  $k=1$  (تعين الطبقة الحاملة أو القاعدة) يتعين الوسط الأول (الطبقة الأولى) الملاصق للفلم من جهة اليسار بـ  $z \leq -\frac{l}{2}$ ، يعتبر الوسط متجانساً ثابت عازليته الكهربائية  $\epsilon_1$ ، ومن أجل  $\frac{l}{2} < z$  يتعين الوسط (الطبقة الثالثة) الملاصق للفلم من اليمين  $k=3$ ، يعتبر الوسط أيضاً متجانساً ثابت عازليته الكهربائية  $\epsilon_3$ . عندئذٍ يمكن إيجاد التأثيرات التالية:

1. تأثير مباشر بين الإلكترون والثقب (كمون كولون).
2. تأثير الإلكترون مع خيال الثقب وتأثير الثقب مع خيال الإلكترون.
3. تأثير الإلكترون (الثقب) مع خياله من الجانبين (الكمون الذاتي).

لحساب هذه التأثيرات لابد من حساب الكمون  $v(\vec{r})$  الناتج من توزيع شحنات كثافتها  $\rho(\vec{r})$  في الفلم المتماثل الاستقطاب.

يمكن إيجاد الكمون  $v(\vec{r})$  من حل جملة المعادلات التالية:

$$\text{div} (\vec{\epsilon}_1 \text{grad } v_1(\vec{r}, \vec{r}')) = 0 \quad (1)$$

$$\text{div} (\vec{\epsilon}_2 \text{grad } v_2(\vec{r}, \vec{r}')) = -\rho(\vec{r}) \quad (2)$$

$$\text{div} (\vec{\epsilon}_3 \text{grad } v_3(\vec{r}, \vec{r}')) = 0 \quad (3)$$

يُعبّر عن قيمة  $\epsilon_k$  باتجاه المحور  $z$  العمودي على مستوى الفلم بالرمز  $\epsilon_k''$  وعن قيمة  $\epsilon_k$  في المستوى  $xy$  (مستوى الطبقة) بالرمز  $\epsilon_k^\perp$  ونستخدم الرموز التالية:

معامل انزوتروبية العازلية الكهربائية للفلم (معامل تغير الصفات الكهربائية باختلاف الاتجاهات)  $\epsilon_k = \sqrt{\frac{\epsilon_k^\perp}{\epsilon_k''}}$

$$\bar{\epsilon}_k = \sqrt{\epsilon_k^\perp \epsilon_k''} \quad , \quad \xi_k = \sqrt{\epsilon_k} \eta \ell_k \quad , \quad \ell_k = z_k - z_{k-1} \quad k = 1, 2, 3$$

نكتب تنسور العازلية الكهربائية بالشكل التالي:

$$\bar{\epsilon}_k^{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_k^\perp & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_k^\perp & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_k'' \end{pmatrix} \quad i, j = x, y, z \quad \epsilon_k^{xx} = \epsilon_k^{yy} = \epsilon_k^\perp \quad , \quad \epsilon_k^{zz} = \epsilon_k''$$

ويمكن التعبير عن هذا التنسور بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\epsilon_k^{ij} = \delta^{ij} [\epsilon_k^\perp \delta_{i1} + \epsilon_k^\perp \delta_{i2} + \epsilon_k'' \delta_{i3}]$$

المهم هو حل المعادلة (2) حيث يوجد الإلكترون والنقبة (الأكستون)، بفرض أن الفلم ( $k=2$ ) متجانس ومتماثل الخواص في المستوي  $xy$  ، عندئذٍ فإن الكمون  $v \equiv v(\vec{\rho}, z)$  وكثافة الشحنة  $\rho(\vec{\rho}, z)$  يمكن التعبير عنهما بدلالة مركبات فورييه بالشكل التالي:

$$v_k(\vec{\rho}, z) = \int \frac{d^2 \eta}{(2\pi)^2} e^{-i\vec{\eta}\vec{\rho}} v_k(\vec{\eta}, z) \quad (4)$$

$$\rho_k(\vec{\rho}, z) = \int \frac{d^2 \eta}{(2\pi)^2} e^{-i\vec{\eta}\vec{\rho}} \rho_k(\vec{\eta}, z) \quad (5)$$

$$\vec{\eta} = \eta_x \vec{i} + \eta_y \vec{j} \quad , \quad \vec{\rho} = x \vec{i} + y \vec{j} \quad \text{حيث:}$$

بالتعويض من (4) في المعادلة (1) أو (3) نحصل على المعادلة المتجانسة التالية:

$$\frac{d^2 v(\vec{\eta}, z)}{dz^2} - \epsilon_k \eta^2 v(\vec{\eta}, z) = 0 \quad (6)$$

يعطى الحل العام لهذه المعادلة بالشكل التالي:

$$v(\eta, z) = \frac{\text{sh}[\sqrt{\epsilon_k} \eta (z - z_{k-1})]}{\text{sh} \xi_k} v(\eta, z_k) + \frac{\text{sh}[\sqrt{\epsilon_k} \eta (z_k - z)]}{\text{sh} \xi_k} v(\eta, z_{k-1}) \quad (7)$$

وفي الأفلام التي لا تحوي شحنات سطحية وإنما على شحنات حجمية كثافتها  $\rho(\vec{\rho}, z)$  فمن الضروري حل معادلة تفاضلية غير متجانسة (بطرف ثانٍ)، أي يجب حل المعادلة رقم (2) لإيجاد كمون الإلكترون والنقبة (الأكستون)، لذلك نعوض من (4) و (5) في المعادلة رقم (2) نحصل على:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \bar{e}_3 + i\bar{\eta}\right) \bar{e}_k \left(\frac{\partial}{\partial z} \bar{e} + i\bar{\eta}\right) v_k(\bar{\eta}, z) = \varepsilon_0^{-1} \rho_k(\bar{\eta}, z)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \varepsilon_k^+ \eta^2\right) v_k(\bar{\eta}, z) = -(\varepsilon_0 \varepsilon_k'')^{-1} \rho_k(\bar{\eta}, z)$$

أو بالشكل التالي:

$$\frac{d^2 v(\eta, z)}{dz^2} - \varepsilon_2 \eta^2 v(\eta, z) = \frac{-1}{\varepsilon_0 \varepsilon_k''} \rho(\eta, z) \quad (8)$$

يمكن حل هذه المعادلة باستخدام الشروط الحدودية، استمرارية الكمون عند الحدود الفاصلة.

$$v_{k-1}(\bar{\eta}, z)|_{z=z_{k-1}} = v_k(\bar{\eta}, z)|_{z=z_{k-1}} \equiv v(\bar{\eta}, z_{z=z_{k-1}})$$

فنحصل على حل المعادلة (8) للإلكترون والثقب في الطبقة الوسطى ( $k=2$ ) حيث يوجد الإلكترون والثقب

بالشكل التالي:

$$v(\eta, z) = \frac{e}{2 \varepsilon_0 \varepsilon_2'' \eta} \int_{z_1}^{z_2} dz' \rho(\bar{\eta}, z') \left\{ e^{-\varepsilon_2 \eta |z-z'|} + \frac{2}{(e^{2\varepsilon_2} - \delta_1 \delta_2)} [\delta_1 \delta_2 \operatorname{ch} \varepsilon_2 \eta (z-z') + \right.$$

$$+ e^{\varepsilon_2} \left[ \frac{\bar{\varepsilon}_2^2 - \bar{\varepsilon}_1 \bar{\varepsilon}_3 \operatorname{cth} \xi_1 \operatorname{cth} \xi_3}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_1 \operatorname{cth} \xi_1)(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3 \operatorname{cth} \xi_3)} \times \operatorname{ch} \varepsilon_2 \eta (z+z' - 2\ell_1 - \ell_2) \right.$$

$$\left. \left. + \frac{(\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{cth} \xi_1 - \bar{\varepsilon}_3 \operatorname{cth} \xi_3) \bar{\varepsilon}_2}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_1 \operatorname{cth} \xi_1)(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3 \operatorname{cth} \xi_3)} \times \operatorname{sh} \varepsilon_2 \eta (z+z' - 2\ell_1 - \ell_2) \right] \right\} \quad (9)$$

$$\delta_j = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_j}{\varepsilon_2 + \varepsilon_j} ; j=1, 3 \quad \text{حيث:}$$

نناقش بعض الحالات الخاصة لعبارة كمون الإلكترون والثقب (9)، نجد من العلاقة السابقة أنها تتعلق بكل من سماكة الطبقات الأولى والثانية والثالثة، وتتعلق كذلك بمعامل العازلية الكهربائية للطبقات الثلاث ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ )، والأهم من كل ذلك هو تعلق عبارة الكمون في (9) بمعامل ( $\varepsilon_2$ ) عدم التماثل للصفات الكهربائية وفق المناحي في الطبقة الوسطى ( $k=2$ ) حيث يوجد الإلكترون والثقب.

عندما تسعى سماكة الطبقة الأولى والثالثة ( $k=1, 3$ ) إلى عدم النهاية أي عندما:  $\xi_1 \rightarrow \infty, \xi_3 \rightarrow \infty \Rightarrow \ell_1 \rightarrow \infty, \ell_3 \rightarrow \infty$  وبوضع  $\varepsilon_2 = 1$  واعتبار  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon$  (الطبقتين من الجانبين متماثلتين) في العلاقة العامة (9) نحصل على نتيجة العمل [6].

$$v_2(\eta, z_e, z_h) = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2 \eta} \left\{ e^{-\eta |z_e - z_h|} + \frac{2\delta}{e^{2\eta \ell_2} - \delta^2} [\delta \operatorname{ch} \eta (z_e - z_h) + e^{\eta \ell_2} \operatorname{ch} \eta (z_e + z_h - \ell_2)] \right\} \quad (10)$$

وأن:  $\delta = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon}{\varepsilon_2 + \varepsilon}$  من الحالات التقريبية لعبارة الكمون  $v(\bar{\rho}, z_e, z_h)$ ، عندما  $\rho \gg \ell_2$  (سماكة الطبقة

اصغر بكثير من المسافة بين الشحنتين) أي يكفي أن نعوض في (10)  $\eta \ell_2 \ll 1$  نحصل على:

$$v_2(\eta) = \frac{2\pi e \varepsilon}{\varepsilon_2} \left[ \frac{e^{\eta \ell_2} + \delta}{e^{\eta \ell_2} - \delta} \right] \quad (11)$$

لا تتعلق عبارة للكمون في هذه الحالة بإحداثيات الشحنتين أي  $z_e$  أو  $z_h$ .

يمكن من العلاقة (11) رياضياً توضيح تأثير  $\varepsilon$  للوسط المحيط بالطبقة  $k=2$  المدروسة. وذلك في الحالات الحدية التالية:

1.  $\varepsilon_2 \gg \varepsilon$  يقال في هذه الحالة أن الكثافة البصرية للطبقة  $k=2$  أكبر من الكثافة البصرية للوسط المحيط. ويكون،  $\delta = 1 - \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_2}$  وتأخذ العلاقة في (11) الشكل التالي:

$$v_2(\eta) = \frac{4\pi e' e}{\varepsilon_2 \ell_2 \eta \left( \eta + \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_2} \right)} \quad (12)$$

بالتعويض من (12) في (4) نحصل حسب [17] على:

$$v_2(\rho) = \frac{2ee' \int_0^\infty \frac{J_0(\eta\rho)}{\eta + \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_2 \ell_2}} d\eta}{\varepsilon_2 \ell_2} = \frac{\pi ee'}{\varepsilon_2 \ell_2} \left[ H_0 \left( \frac{2\varepsilon\rho}{\varepsilon_2 \ell_2} \right) - N_0 \left( \frac{2\varepsilon\rho}{\varepsilon_2 \ell_2} \right) \right] \quad (13)$$

حيث:  $J_0$  ,  $H_0$  و  $N_0$  دوال بيسل وسترفي ونيمان من الرتبة صفر، تعطى قيمة الكمون في (13) عند تحقق الشرط:  $\frac{2\varepsilon\rho}{\varepsilon_2 \ell_2} \gg 1$  (المسافة بين الشحنتين كبيرة جداً مقارنة مع سمك الطبقة  $k=2$ ) بالعلاقة التالية:

$$v_2(\rho) = \frac{ee'}{\varepsilon\rho} \quad (14)$$

ينتج من كمون كولون للتأثير المتبادل بين الشحنتين  $e$  و  $e'$  العلاقة (14) كما لو أن الطبقة  $k=2$  غير موجودة، وتعتبر العلاقة (14) عن كمون للتأثير المتبادل بين الشحنتين  $e$  و  $e'$  في وسط ثابت عازليته الكهربائية  $\varepsilon_2$ .  
2.  $\varepsilon_2 \approx \varepsilon$  أي أن الكثافة البصرية للطبقة للوسط المحيط واحدة. ينتج أن:  $|\delta| \ll 1$  والكمون هو:

$$v_2(\eta) = \frac{2\pi ee'}{\varepsilon\eta} = \frac{2\pi ee'}{\varepsilon_2\eta} \quad (15)$$

بالتعويض من (15) في (4) عندما  $\rho \gg \ell_2$  نحصل حسب [17] على الكمون بالشكل:

$$v_2(\rho) = \frac{ee'}{\varepsilon_2} \int_0^\infty J_0(\eta\rho) d\eta = \frac{ee'}{\varepsilon_2\rho} = \frac{ee'}{\varepsilon\rho} \quad (16)$$

3.  $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$  الكثافة البصرية للطبقة أقل بكثير من الكثافة البصرية للوسط المحيط، وتكون نتيجة كما في الحالة الأولى والثانية. ينتج من المناقشة السابقة أنه عندما تكون المسافة بين الإلكترون والنقبة كبيرة جداً بالنسبة إلى سمك الطبقة، فإن كمون كولون للإلكترون والنقبة يعطى وكأن الطبقة غير موجودة. بعد أن بينا دور سماكة الطبقة على كمون كولون في حالة خاصة. يمكن كتابة المعادلة العامة (9) بالنسبة للإلكترون والنقبة بالشكل التالي:

$$v(\vec{\rho}, z_e, z_h) = \int \frac{d^2\eta}{(2\pi)^2} e^{i\vec{\eta}\vec{\rho}} v(\vec{\eta}, z_e, z_h) \quad (17)$$

حيث:



$$v(\vec{\eta}, z_e, z_h) = \frac{e}{2\varepsilon_0\varepsilon_2\eta} \left\{ e^{-\varepsilon_2\eta|z_e-z_h|} + \frac{2}{e^{2\varepsilon_2} - \delta_1\delta_3} \times [\delta_1\delta_3 \text{ch } \varepsilon_2 \eta |z_e - z_h| + e^{\varepsilon_2} \left( \frac{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)} \text{sh } \varepsilon_2 \eta |z_e - z_h| + \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \cdot \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)} \text{ch } \varepsilon_2 \eta |z_e - z_h| \right) \right] \right\}$$

أو بالشكل المختصر التالي:

$$v(\vec{\eta}, z_e, z_h) = \frac{e}{2\varepsilon_0\varepsilon_2} \left\{ e^{-\varepsilon_2\eta|z_e-z_h|} + \frac{2}{e^{2\varepsilon_2} - \delta_1\delta_3} \times [\delta_1\delta_3 \text{ch } \varepsilon_2 \eta |z_e - z_h| + e^{\varepsilon_2} (f_1 \text{ch } \varepsilon_2 \eta |z_e + z_h| + f_2 \text{sh } \varepsilon_2 \eta |z_e + z_h|) \right] \right\} \quad (18)$$

$$f_1 = \frac{\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)} \quad ; \quad f_2 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \cdot \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)} \quad \text{حيث:}$$

### الاستنتاجات والتوصيات:

#### الاستنتاجات:

يعتبر هذا العمل خطوة هامة جداً في دراسة الأفلام الرقيقة وخاصة لدراسة طيف طاقة الأكستونات والصفات الضوئية والكهربائية، ويتميز هذا العمل بإظهار دور معامل اختلاف الصفات الكهربائية باختلاف الاتجاهات في أفلام أنصاف النواقل الرقيقة (معامل إنزوتروبية العازلية الكهربائية  $\varepsilon_2$  للطبقات)، ويمكن الحصول على الكمون الذاتي للإلكترون والنقبة من العلاقة العامة (9) بوضع  $z_c = z_e, z_h$ .

غير أن حل معادلة شرودنغر من أجل هذا الكمون غير ممكن تحليلياً بسبب صعوبة الكمون  $V(\rho, z_e, z_h)$  لذلك يجب استخدام طرق تقريب كطريقة التغيرات، ومن أجل سماكات مخلتقة، كأن تسعى سماكة الفلم  $(k=2)$  إلى الصفر  $l_2 \rightarrow 0$  نحصل على أكستون ثنائي البعد  $2D$ ، وعندما  $l_2 \rightarrow \infty$  نحصل على أكستون ثلاثي البعد  $3D$ . وسيتم توضيح دور معامل إنزوتروبية العازلية الكهربائية  $\varepsilon_2$  للطبقات ودور سماكة الفلم  $l_2$  وكل من معامل العازلية الكهربائية للطبقات الثلاث  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$  بشكل أكثر توضيح عند حل معادلة شرودنغر من أجل الكمون السابق للحصول على طاقة أكستون فان - موت  $(W - M)$ ، وهذا ما نأمل القيام به في عمل قادم.

#### التوصيات:

بعد أن تم الحصول على الصيغة العامة لكمون كولون للإلكترون والنقبة في طبقة فلم نصف ناقل مع الأخذ بعين الاعتبار معظم معاملات الطبقة التي يُدرس فيها الأكستون، كمعامل السماكة ومعامل العازلية الكهربائية ومعامل الإنزوتروبية لمادة الفلم وللطبقات المجاورة، يمكن الحصول على كمون التأثير الذاتي لكل من الإلكترون والنقبة من العبارة العامة لكمون كولون ودراسة تأثيره. نستنتج من كل ما تقدم أنه لا بد من حل معادلة شرودنغر من أجل الكمون السابق ودراسة طاقة ارتباط أكستون فان - موت  $(W - M)$ ، لطبقات أنصاف نواقل محددة (كتشكل الأكستون في طبقة  $\text{CdTe}$  يجاورها من الجانبين طبقتان مختلفتان أو كحالة تشكل الأكستون في  $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ .....)

ودراسة تأثير المعاملات السابقة، كما أنه أصبح بالإمكان دراسة طاقة ارتباط الأكستون في حالة التحلل (الأكستون الثقيل - الأكستون الخفيف)، ودراسة عدة حالات خاصة وصولاً إلى دراسة الصفات الضوئية للأكستون ومقارنة نتائج الدراسة النظرية مع الدراسة العملية.

## المراجع:

- 1- Ансельм, А . И. *ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ПОЛУПРОВОДНИКОВ*. МОСКВО, 1978, 615.
- 1- انسلم ا. إ. مقدمة في نظرية أنصاف النواقل . موسكو، 1978، 615.
- 2- BECERRA, F.J ; REYES, J.A ; DEL CASTILLO-MUSSOT, M. *Exciton formed by electron and hole separated in concentric quantum rings*. Mexico.2002. V.13. 43-53.
- 3- ADRIAN REYES, J; HONORRATO A. COYOTTECATL; MARCELO DEL CASSTILLO-MUSSOT, GREGORIO H. COCOLETZI. *Wannier – Mott excitons formed by electrons in a quantum wire and holes in a perpendicular quantum layer*. Mexico. 2002. V.15.124-130.
- 4- JOSEPH L. BIRMAN, NGUUYEN QUE HUONG. *Wannier–Frenkel hybrid exciton in organic–semiconductor quantum dot . hetero structures*. Journal of Luminescence. 2007. V. 125. 196–200
- 5-DICARLO,A. etal; phys .Rev. B57. 1998. 9770
- 6- РЫТОВА, И. С . *Экранированный потенциал точечного заряда в тонкой пленке.*, N<sup>0</sup>. 3, 1967, 30-37.
- 6- ريتقا، ي . س. الكمون المحجوب لشحنة نقطية في فلم رقيق، منشورات جامعة موسكو، العدد الثالث، 1967، 30-37.
- 7-SHINADA, M; SUGANA, S. *Interband optical transitions in Extremely Anisotropic semiconductors. I.Bound and Unbound Exciton Absorption*. J. of the Phys. Sos. Of Japan, 1966 V.21. N<sup>0</sup>. 10.-p.p.1936-1946
- 8- LEE, Y. C; LENN, D. J. *Wannier – excitons in thin crystal film*.phys .Rev . V.19. N<sup>0</sup>. 4. 1979. p.p.1982-1989.
- 9- CASTILLO, M.DEL - MUSSOT, VAZQUEZ, G.J. and REYES, J.A. *Variational anisotropic model of Wannier excitons compared with fractional-dimensional space approach*. Mexico, 2002, V.48. N<sup>0</sup>.6.504-507.
- 10- YESHCENO, O.A; BILYI, M.M; YANCHUK, Z.Z. *Comparison study of energy bands and Wannier – Mott excitons in mixed Zn(P<sub>1-x</sub>As<sub>x</sub>)<sub>2</sub> and Zn<sub>1-x</sub>Cd<sub>x</sub>P<sub>2</sub> crystals*; Physics Department, Taras Shevchenko National Kyiv University, 6 Akademik Glushkov prosp., 03127. 2002
- 11- Эфрос А. Л. *Экситоны в структурах с квантовыми ямами*, ФТП. Т.20 N<sup>0</sup>. 7. 1986. С. 1281-1287.
- 11- ايفروس. ال. ل. الاكستونات في الحفر الكمونية للطبقات . مجلة الفيزياء وتقنية أنصاف النواقل، الجزء عشرون، العدد السابع، 1986، 1281-1287.
- 12 – KUNZ, C. *Electron Hole in interaction in deep level spectra*; JOURNAL DE PHYSIQUE Colloque C4,supplément au. N<sup>0</sup>. 7. Tome. 39.1978. p.112.

- 13- Андриюшии Е.А, Силин А.П. 1980. *Экситоны в Тонких полупроводниковых пленках*. ФТТ.Т.22. N 2 . 1980. С.2877-2880  
13- اندريوشن. ي. ا. سيلين. ا. ب. *الاكستونات في طبقات أنصاف النواقل، فيزياء الجسم الصلب، الجزء الثاني والعشرون، العدد الثاني، 1980، 2877-2880.*
- 14- Кельш, Л.В. 1979. *КУЛОНОВСКОЕ ВЗИМОДЕЙСТВИЕ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И ПОУМИТАЛОВ*. ЖЭТФ. Т.29 N<sup>0</sup>. 11. С.716-719  
14- ل. ف. كيلدش. تأثير كولون المتبادل في الأفلام الرقيقة لأنصاف النواقل وأنصاف المعادن، مجلة الفيزياء التقنية والالكترونيات، الجزء التاسع والعشرون، العدد الحادي عشر، 1979، 716-719.
- 15- Берил, С. И. Покатилов, Е. П. *ЭКСИТОНЫЕ СОСТОЯНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ КРИСТАЛЛА*, ФТП. Т. 14 N<sup>0</sup>. 1. 1980. С. 37-42  
15- س. ي. بيريل، ي. ب. بكتيلف. حالة الاكستون على سطح البلورة، مجلة فيزياء أنصاف النواقل التقنية، الجزء الرابع عشر، العدد الأول، 1980، 37-42.
- 16- Киселев, - В. А. *ЭКСИТОННОЕ ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ПРИ НАЛЧИИ БАРЬЕРА ШОТТКИ*. ФТТ. Т.21 N<sup>0</sup>. 4. 1979. С.169-1074.  
16- ف. ا. كيسيليف. الانعكاس الاكستوني للضوء بوجود حاجز شوتكي، || مجلة فيزياء الجسم الصلب. الجزء الحادي والعشرون، العدد الرابع، 1979، 169-174.
- 17-ГРАДШТЕИН, И.С, *ТАБЛИЦЫ, ИНТЕГРАЛОВ, СУММ, РЯДОВ, И ПРОИЗВЕДЕНИЙ*. МОСКВО, 1963, 1097.  
17- غرادشتين. ي. س. جداول، تكاملات، جمع، متسلسلات، ضرب. موسكو، 1963، 1097.

