مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (35) العدد (3) 2013
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (35) No. (3) 2013

البولارون في طبقة رقيقة بلورية مستقطبة

الدكتور محمد فاهود*

(تاريخ الإيداع 1 / 7 / 2013. قُبِل للنشر في 19 / 9 /2013)

□ ملخّص □

يتضمن هذا العمل المفاهيم التالية: تعريف البولارون، المفاهيم الثانوية للبولارونات، بولارون كبير، بولارون صغير، تطوير النظرية الكمية للكمون الذاتي للإلكترون في جملة مؤلفة من تماس ثلاث طبقات رقيقة لأنصاف نواقل مختلفة، إيجاد الطاقة الكمونية للبولارون، ودراسة الحالة التي يكون فيها الإلكترون داخل الطبقة الرقيقة أو على سطحها. دراسة تأثير انزوتروبية العازلية الكهربائية للطبقات في عبارة الطاقة الكمونية للإلكترون (الثقب) في طبقة رقيقة.

الكلمات المفتاحية: الاستقطاب الأيوني، بولارون، بولارون سطحي، فونون، إثارات سطحية،

* أستاذ مساعد – قسم الفيزياء– كلية العلوم – جامعة تشرين– اللاذقية– سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية – سلسلة العلوم الأساسية المجلد (35) العدد (3) 2013
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Basic Sciences Series Vol. (35) No. (3) 2013

Polaron in Thin Layer of polarized crystal

Dr. Mohammad Fahoud*

(Received 1 / 7 / 2013. Accepted 19 / 9 /2013)

□ ABSTRACT □

This paper contains the following concepts: definitions about polaron, concepts of polarons, large polaron, small polaron, and development of quantum theory for electron self-action potential in a system consisting of three contact different semi-conductor thin layers, finding polaron potential energy, and studying the case in which an electron is located inside the thin layer or on its surface. Studying the effect of dielectric anisotropy of layers on electron-(hole) potential energy in the above mentioned thin layers.

Keywords: Ion Polarization, Polaron, Surface polaron, Phonon, Surface excitations.

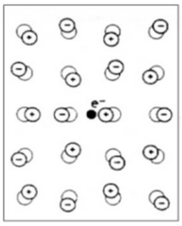
* **Associate professor at physics department- faculty of sciences – tishreen university - Lattakia – Syria.**

مقدمة:

يمكن أن تتشكل في البلورات الأيونية حالة خاصة لإلكترونات الناقلية، وقد درس هذه الظاهرة بيكار (S.I. Pekar) 1946 ودعى تلك الحالة بالبولارونات.

لكن أول من أثار مفهوم البولارون لانداو (Landau L.D)عام 1933 [1]. وفقاً للنداو فإن حقل كمون كولون لإلكترون الناقلية في البلورة الأيونية يسبب تشوهاً لمحيط الأيون الذي بدوره يتفاعل مع الإلكترون مغيراً طاقته وكتلته (self action). وتشكل الحركة البطيئة للإلكترون متبوعةً بالتشوّه المرافق للشبكة شبه جسيم يدعى بولارون.

تظهر إذاً البولارونات نتيجة استقطاب أيونات الشبكة الأيونية بواسطة إلكترون الناقلية، وينتج عن استقطاب البلورة نقص في طاقة الإلكترون، وذلك بسبب ظهور حفرة كمون في مجال وجود الإلكترون(حبس الإلكترون)، وينتج عن حصر الإلكترون استقطاب البلورة، يتغير كمون إلكترون الناقلية نتيجة إزاحة أيونات البلورة، ويوصف الإلكترون الموجود في الحفرة الكمونية بواسطة تابع موجي متخامد. ينتج عن تموضع الإلكترون استقطاب البلورة الذي يحفظ وجود الإلكترون. هذا التموضع الآلي للإلكترون يمكن أن ينزاح بحرية في كامل البلورة، يسمى الاستقطاب في هذه الحالة الاستقطاب اللاعطالي.



الشكل(1): يوضح بولارون إلكترون الناقلية في وسط بلوري أيوني ، يدفع الإلكترون الأيون السالب ويجذب الأيون الموجب.

إذا كانت سعة قياس التابع الموجي Ψ للغمامة الإلكترونية في حالة الاستقطاب كبيراً مقارنة مع ثابت الشبكة يسمى البولارون، في هذه الحالة بالبولارون كبير نصف القطر(نصف قطر البولارون أكبر من ثابت الشبكة)[2]، أو بمعنى آخر بولارون فروليخ Fröhlich.

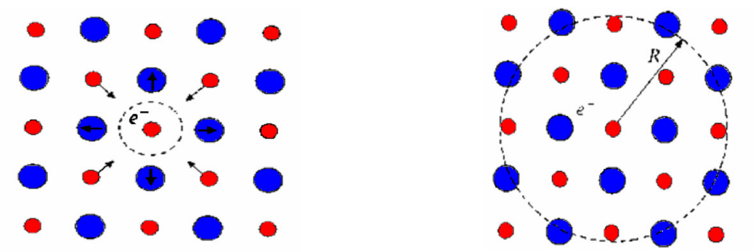
تمت دراسة مثل هذا البولارون بواسطة ثابت عددي α بدون أبعاد سُمي ثابت ترابط فروليخ، ويُحدد بالعلاقة التالية [3]:

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}\sqrt{\frac{m_b c^2}{2\hbar\,\omega_{Lo}}}\left(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0}\right)$$

حيث ε_0 ثابت العازلية الكهربائية الساكنة $(\omega \to 0)$، ε_∞ ثابت العازلية الكهربائية عند $(\omega \to \infty)$، ωLo التردد الزاوي للفونونات الضوئية ذي الخط الطولي، m_b الكتلة الفعّالة للبولارون، وتكون كتلة البولارون أكبر من كتلة الإلكترون ، وقد وضع ريتشارد فاينمان (Richard Feynman) تقريباً يربط كتلة البولارون بكتلة إلكترونه وبثابت الترابط α [3].

$$m^* \approx m_b\,(1+\frac{\alpha}{6})\ \ (\text{for}\ \alpha << 1)\,,\ m^* \approx m_b\,(0.02\,\alpha^4)\ \ (\text{for}\ \alpha >> 1)$$

يكون في معظم المواد نصف قطر البولارون أكبر من ثابت الشبكة للمادة، تعالج المسألة في هذه الحالة بوصفها وسطاً استقطابياً مستمراً، وقد اعتبر فروليخ أن البولارون ابسط مثال على نظرية الحقول الكمية، واستُنتج هاملتون البولارون باستخدام نظرية الحقول الكمية نتيجة تفاعل إلكترون – فونون حيث افترض فروليخ في استنتاجه أن البلورة عبارة عن وسط مستمر، وأن للإلكترون كتلة فعّالة تنتج من معدل تأثير كمون الشبكة على الإلكترون [4]. تُعرّف الفرضيات (استمرارية الوسط واستبدال كتلة الإلكترون الحر بالكتلة الفعّالة) بتقريب الاستمرارية وتقريب الكتلة الفعّالة على التوالي. ولكن، عندما يكون استقطاب الحث الذاتي مثاراً بواسطة إلكترون أو ثقب فإن نصف قطر البولارون يكون من مرتبة ثابت الشبكة، ويظهر بولارون (Holstein) صغير نصف القطر بحيث يمكن أن ينحصر في حجم مثل حجم الخلية ويكون مدى تفاعله صغير جداً.



الشكل (2): a بولارون كبير b بولارون صغير

يوصف البولارون بواسطة طاقة ارتباطه E_0 ، الكتلة الفعّالة m^* وبواسطة سلوكه التجاوبي للحقول الكهربائية والمغناطيسية الخارجية (مثال: قابلية الحركية للتيار المستمر، ومعامل امتصاص الضوء).

يمكن حل مسألة تأثير إلكترون – ثقب (الاكستون) بطريقتين:

- الطريقة الأولى كلاسيكية(الإلكتروديناميك): حيث يعتبر مسوغ استخدام هذه الطريقة تحقق المتراجحة $\omega_e << \omega_{p\ell}^{v} , \omega_{p\ell}^{s_{1,2}}$ حيث ω_e تردد اهتزاز بولارون –الإلكترون، و $\omega_{p\ell}^{v} , \omega_{p\ell}^{s_1}$ التردد السطحي والحجمي لاهتزاز الشبكة الأيونية (التردد الضوئي). أي لا يستطيع الإلكترون في هذه الحالة اللحاق باهتزاز الشبكة (بمعنى آخر يبقى إلكترون منطقة الناقلية مرتبطاً بالثقب في منطقة التكافؤ ولا يُشكل الإلكترون في هذه الحالة شحنة تيارية، إنما يشكل ما يسُمى اكستون).
- الطريقة الثانية: كوانتية وهي موضوع الدراسة في هذا العمل، ويكون في هذه الحالة $\omega_e \sim \omega_{p\ell}^{v} , \omega_{p\ell}^{s_{1,2}}$ يتحقق هذا الشرط في البلورات الأيونية[5].

توجد دراسات عديدة حول التأثير المتبادل بين الإلكترون والاهتزازات الضوئية السطحية والحجمية (البولارون السطحي والبولارون الحجمي). وقد استعمل إيفانس وميلس(Evans and Mills)[6] لدراسة البولارون السطحي كمون القسم العطالي للاستقطاب في هاملتون التأثير المتبادل ، وللحصول على الحد الكلاسيكي (كمون الخيال الكهربائي لحاملة الشحنة) اعتبر إيفانس وميلس أن حد الاستقطاب اللاعطالي يساوي الواحد. غير أن إيفارد وليكاري (Evrard and Licari)[7] أكدا عدم دقة ذلك التقريب. وأن الهاملتونيان المستنتج من قبلهما للإلكترون – فونون لا يعدّ كاملاً، وبالتالي فإنه لحل مسألة البولارون السطحي من الضروري الأخذ بالحسبان ليس فقط التأثير المتبادل

إلكترون – فونون، وإنما تأثير إلكترون منطقة الناقلية مع منطقة التكافؤ، حيث يمكن النظر في هذه الحالة إلى الإلكترون على أنه شبه جسيمة (بولارون إلكتروني)[9,8].

تمت دراسة البولارون السطحي تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي، وذلك باختيار نوعين من الارتباط التجريبي لوصف حالتي الإلكترون، الأول عندما يكون الإلكترون على سطح المادة مباشرة، والارتباط الثاني عندما يكون محصوراً في شريط رفيع جداً على بعد محدد من السطح، حيث بينت الدراسة أن الارتباط القوي بين الإلكترون والفونونات السطحية يزيد من انجذاب الإلكترون إلى السطح، مما يجعله في حالة أكثر استقراراً على السطح. كما وجد أن المجال المغناطيسي يعزز من تأثير الفونونات في الإلكترون خصوصاً بالقرب من السطح[10].

أهمية البحث وأهدافه:

تُعدُّ دراسة الخصائص الكهربائية للأفلام الرقيقة مهمة جداً في التطبيقات العملية، لذلك فإن هذا العمل يهدف إلى إيجاد الكمون الكوانتي للإلكترون(البولارون) في طبقة رقيقة (فلم رقيق) من جملة مكونة من تماس ثلاث طبقات من مواد مختلفة، ويتم بعد ذلك حساب طاقة ارتباط البولارون بدلالة سماكة الطبقة ومعامل انزوتروبية العازلية الكهربائية للطبقة.

طرائق البحث ومواده:

لحل المسألة المطروحة كوانتياً لابد من إيجاد الكمون الكوانتي لأن المسألة في هذا البحث لا تعدُّ كلاسيكية ضمن الشرط ($\omega_{ex} << \omega^{v}_{p\ell}, \omega^{s}_{p\ell_j}$)، وإنما تعدُّ حاملة الشحنة في هذه الحالة شبه جسيمة لها نصف قطر (البولارون) وليس شحنة نقطية كما في الحالة الكلاسيكية. نستخدم في حل المسألة التقريب المستمر، أي اعتبار أن نصف قطر البولارون أكبر من ثابت الشبكة (بولارون فروليخ)، وتقريب الكتلة الفعالة. وسوف نستفيد من الكمون المستنتج من قبل بريكسينا وفيرسفوفا [11,12].

النتائج والناقشة:

1- **الطاقة الكمونية للبولارون** في جملة مؤلفة من تماس ثلاث طبقات

تمت الدراسة النظرية للكمون الذاتي لحاملة الشحنة في جملة مؤلفة من التحام عدة طبقات انطلاقاً من معادلات مكسويل ، وتم الحصول على عبارة الكمون الذاتي [11] عند تحقق الشرط $Z>>R_{pl}$ (المركبة الإحداثية لحاملة الشحنة وفق المحور z أكبر بكثير من نصف قطر بولارون تلك الشحنة). واعتبرت حاملة الشحنة كأنها شحنة نقطية.

$$(1)\ v_{sa}(z) = \frac{e^2}{\gamma\varepsilon_2 d}\int_0^{\infty}\frac{dx}{(e^{2x} - \delta_1\delta_3)}\{\delta_1\delta_3 + e^{x}[f_1 ch(2x\frac{z}{d}) + f_2 sh(2x\frac{z}{d})]\}$$

حيث $v_{sa}(z)$ الطاقة الكمونية الذاتية لحاملة الشحنة، $\gamma_k = \left(\frac{\varepsilon_k^{\perp}}{\varepsilon_k''}\right)^{1/2}$ معامل لا تماثل العازلية الكهربائية للفلم (الانزوتروبية، معامل تغير الصفات الكهربائية باختلاف الاتجاهات) و $\delta_j = \frac{\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_j}{\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_j}, \quad j = 1,3$

$f_1 = (\frac{\bar{\varepsilon}_2^2 - \bar{\varepsilon}_1\bar{\varepsilon}_3}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)}$ وأن $f_2 = \frac{(\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_3)\bar{\varepsilon}_2}{(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_1)(\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_3)}$ و d سماكة الطبقة الوسطى المدروسة.

لكن قيمة الكمون الذاتي في (1) المحسوبة بالطريقة الكلاسيكية [11] تسعى إلى اللانهاية عند حدود الطبقة، أي أن:

$$\lim v_{sa}(\pm\frac{d}{2}) \to \infty$$

ولحل تلك المشكلة لابد من حل المسألة باستخدام الطريقة الكوانتية حيث تعتبر الشحنة شبه جسيم (بولارون) له نصف قطر محدد $R_{p\ell} = (\frac{\hbar}{2m^*\omega_{p\ell}})^{1/2}$ ، $\omega_{p\ell}$تردد بلازما إلكترونات التكافؤ، بدلاً من اعتبار الشحنة نقطة مادية في الحل الكلاسيكي (يعدُّ التأثير بين إلكترون منطقة الناقلية وبلازما إلكترونات التكافؤ شبه جسيم يسمى بولارون).؟

لتكن جملة مكونة من ثلاث طبقات انزوتروبية، تسعى سماكة الطبقة الأولى والثالثة إلى اللانهاية، وأن مبدأ الجملة الإحداثية في منتصف الطبقة الوسطى. ولتبسيط الدراسة سنعدّ الطبقتين الأولى والثالثة خلاء أي $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$

يعطى الكمون الكلي للبولارون (بولارن الإلكترون) [11,12] بالعلاقة التالية:

$$v_t(z) = v_{sa}(z) + w_{ph}^{s_1}(z) + w_{ph}^{s_2}(z) + w_{ph}^{v}(z) \qquad (2)$$

حيث

$$v_{sa}(z) = \frac{e^2}{\gamma\varepsilon_2 d}\int_0^{\infty}\frac{dx}{(e^{2x} - \delta_1\delta_3)}\{\delta_1\delta_3 + e^x[f_1 ch(2x\frac{z}{d}) + f_2 sh(2x\frac{z}{d})]\} \qquad (3)$$

$v_{sa}(z)$ الكمون الذاتي المعّبر عنه بالعلاقة (1) والذي تم الحصول عليه بالطريقة الكلاسيكية كما ذُكر أعلاه (من حل معادلات مكسويل). و $w_{ph}^{s_1}(z), w_{ph}^{s_2}(z)$ كمون تأثير الإلكترون مع الفونونات السطحية (مع الاهتزاز الضوئي على السطحين للطبقة المدروسة)، $w_{ph}^{v}(z)$ كمون تأثير الإلكترون مع الاهتزاز الحجمي، حيث إن:

$$w_{ph}^{s_1}(z) = -\frac{2e^2}{\gamma}\int_0^{\infty}dQ[\frac{1}{\varepsilon_\infty + \varepsilon\, cth\gamma\frac{Qd}{2}} - \frac{1}{\varepsilon_0 + \varepsilon\, cth\gamma\frac{Qd}{2}}]\frac{ch^2(\gamma Qz)}{ch^2(\frac{\gamma Qd}{2})\, th(\frac{\gamma Qd}{2})(1+\gamma^2 R_{S_1}^2 Q^2)}$$

بفرض أن: $\gamma Qz = \gamma z\frac{2x}{\gamma d} = 2\frac{z}{d}x$, $Q = \frac{2x}{\gamma d}$, $\gamma\frac{Qd}{2} = x$ وأن

Q المتجه الموجي للفونونات السطحية. وأن نصف قطر البولارون السطحي هو: $R_s = (\frac{\hbar}{2m_e\omega_s})^{1/2}$

ينتج أن:

$$w_{ph}^{s_1}(z) = -\frac{2e^2}{\gamma d}\int_0^\infty dx\,[\frac{1}{\varepsilon_\infty + \varepsilon_2\,\mathrm{cthx}} - \frac{1}{\varepsilon_0 + \varepsilon_2\,\mathrm{cthx}}]\frac{ch^2(\frac{2z}{d}x)}{sh2x(1+\frac{4R_s^2}{d^2}x^2)} \quad (4)$$

نكتب بشكل مماثل بالنسبة للسطح الثاني:

$$w_{ph}^{s_2}(z) = -\frac{2e^2}{\gamma d}\int_0^\infty dx\,[\frac{1}{\varepsilon_\infty + \varepsilon_2\,\mathrm{thx}} - \frac{1}{\varepsilon_0 + \varepsilon_2\,\mathrm{thx}}]\frac{sh^2(\frac{2z}{d}x)}{sh2x(1+\frac{4R_s^2}{d^2}x^2)} \quad (5)$$

وأن كمون التأثير الحجمي:

$$w_{ph}^{v}(z) = -\frac{e^2}{d}(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0})[\sum_{m=1,3,5,....}\cos^2(\frac{m\pi}{d}z)\int_0^\infty \frac{dq^2}{[\gamma^2q^2 + (\frac{m\pi}{d})^2[1+R_v^2(\gamma^2q^2+(\frac{m\pi}{d})^2)]}$$
$$+\sum_{m=2,4,6,....}\sin^2(\frac{m\pi}{d}z)\int_0^\infty \frac{dq^2}{[\gamma^2q^2 + (\frac{m\pi}{d})^2[1+R_v^2(\gamma^2q^2+(\frac{m\pi}{d})^2)]}] \quad (6)$$

q المتجه الموجي للفونونات الحجمية.

نحصل بالتعويض من (3) - (6) في (2) على الطاقة الكمونية الكلية بالعلاقة التالية:

$$v_t(z) = \frac{e^2}{\gamma\varepsilon_2 d}\int\frac{dx}{(e^{2x}-\delta_1\delta_3)}\{\delta_1\delta_3 + e^x[f_1ch(2x\frac{z}{d}) + f_2sh(2x\frac{z}{d})]\}$$
$$-\frac{2e^2}{\gamma d}\int_0^\infty dx[\frac{1}{\varepsilon_\infty - \varepsilon_2\mathrm{cthx}} - \frac{1}{\varepsilon_0 - \varepsilon_2\mathrm{cthx}}]\frac{ch^2(\frac{2z}{d}x)}{sh2x(1+\frac{4R_S^2}{d^2}x^2)} -$$
$$\frac{2e^2}{\gamma d}\int_0^\infty dx[\frac{1}{\varepsilon_\infty - \varepsilon_2\mathrm{thx}} - \frac{1}{\varepsilon_0 - \varepsilon_2\mathrm{thx}}]\frac{ch^2(\frac{2z}{d}x)}{sh2x(1+\frac{4R_S^2}{d^2}x^2)}$$
$$-\frac{e^2}{d}(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0})[\sum_{m=1,3,5,....}\cos^2(\frac{m\pi}{d}z)\int_0^\infty \frac{dq^2}{[\gamma^2q^2 + (\frac{m\pi}{d})^2[1+R_v^2(\gamma^2q^2+(\frac{m\pi}{d})^2)]}$$
$$+\sum_{m=2,4,6,....}\sin^2(\frac{m\pi}{d}z)\int_0^\infty \frac{dq^2}{[\gamma^2q^2 + (\frac{m\pi}{d})^2[1+R_v^2(\gamma^2q^2+(\frac{m\pi}{d})^2)]}]$$

(7)

2- طاقة ارتباط البولارون في جملة ثلاثية الطبقات كتابع لمعامل انزوتروبية العازلية الكهربائية وسماكة الصفيحة.

يعطى التابع الموجي في طبقة رقيقة بالعلاقة التالية:

$$\psi(z)=\sqrt{\frac{2}{d}}\cos(\frac{\pi z}{d}n)\quad ,\ n=1,2,3,...... \tag{8}$$

نحسب طاقة البولارون من أجل الكمون الكلي في (7) على التابع الموجي في (8) كما يلي:

$$E=<\psi(z)\left|v_t(z)\right|\psi(z)>=\int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{d}{2}}\psi^*(z)\,v_t(z)\,\psi(z)\,(z)\,dz=$$

$$\frac{2e^2}{\gamma\,\varepsilon_2\,d^2}\int_0^\infty\int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{d}{2}}\frac{dx\,dz}{(e^{2x}-\delta_1\delta_3)}\{\delta_1\delta_3\cos^2(\pi\frac{z}{d})\quad+\cos^2(\pi\frac{z}{d})\,e^x[f_1\,ch(2x\frac{z}{d})+f_2\,ch(2x\frac{z}{d})]\}$$

$$-\frac{4e^2}{2\gamma\ d^2}\{\int_0^\infty\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}dxdz[\frac{1}{\varepsilon_\infty+\varepsilon_2 cthx}-\frac{1}{\varepsilon_0+\varepsilon_2 thx}]\frac{\cos^2(\pi\frac{z}{d})ch^2(\frac{2z}{d}x)}{sh2x(1+\frac{4R_{S_1}^2}{d^2}x^2)}$$

$$+\int_0^\infty\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}dxdz[\frac{1}{\varepsilon_\infty+\varepsilon_2 cthx}-\frac{1}{\varepsilon_0+\varepsilon_2 thx}]\frac{\cos^2(\pi\frac{z}{d})sh^2(\frac{2z}{d}x)}{sh2x(1+\frac{4R_{S_1}^2}{d^2}x^2)}\}$$

$$-\frac{e^2}{\gamma d^2}(\frac{1}{\varepsilon_\infty}-\frac{1}{\varepsilon_0})\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}dz\cos^2(\pi\frac{z}{d})\{\sum_{m.m'=1,3,5,....}\cos(\frac{m\pi}{d}z)\cos(\frac{m'\pi}{d}z)\,\tilde{J}(m,m',\frac{R_v}{d})$$

$$+\sum_{m.m'=2,4,6,....}\sin(\frac{m\pi}{d}z)\sin(\frac{m'\pi}{d}z)\,\tilde{J}(m,m',\frac{R_v}{d})\,\}$$

(9)

حيث:

$$\tilde{J}(m,m',\frac{R_v}{d})=\int_0^\infty\frac{dq^2}{[\gamma^2q^2+(\frac{m\pi}{d})^2][1+R_V{}^2(\gamma^2q^2+(\frac{m\pi}{d})^2)]}$$

نحصل بإجراء الحساب في العلاقة (9) على النتيجة التالية:

$$E=\frac{e^2}{4\gamma\varepsilon_0 d}\int_0^\infty\frac{dx}{(e^{2x}-\delta_1\delta_3)}\{\delta_1\delta_3+e^x[f_1(\frac{\pi^2-x^2}{x^3+\pi^2x})sh(x)\}$$

$$-\frac{e^2}{4\gamma\, d}\{\int_0^\infty dx[\frac{1}{\varepsilon_\infty+\varepsilon_2\, cthx}-\frac{1}{\varepsilon_0+\varepsilon_2\, cthx}]\frac{(1+\frac{\pi^2-4x^2}{4x^3+x\,\pi^2}sh(2x)}{(1+\frac{4R_s^2}{d^2}x^2)\,sh(2x)}$$

$$+\int_0^\infty dx\,[\frac{1}{\varepsilon_\infty+\varepsilon_2\, thx}-\frac{1}{\varepsilon_\infty+\varepsilon_0\, thx}]\frac{(-1+\frac{\pi^2-4x^2}{4x^3+x\,\pi^2}sh(2x)}{(1+\frac{4R_s^2}{d^2}x^2)\,sh(2x)}\}$$

$$-\frac{e^2\, d\, m^*\omega_{12}}{\gamma\,\hbar}(\frac{1}{\varepsilon_\infty}-\frac{1}{\varepsilon_0})\{\frac{8}{\pi^4}\sum_{m=1,2,3,....}\{\frac{[\frac{1}{4m^2-1}-\frac{1}{4(1-m)^2-1}]^2\ln[\frac{(2m-1)^2}{\tilde{\gamma}(d)}]}{[4(m-1)m+-\tilde{\gamma}(d)]}$$

$$+\frac{[\frac{1}{4(m+1)^2-1}-\frac{1}{4(m-1)^2-1}]^2\ln[\frac{4m^2}{3+\tilde{\gamma}(d)}]}{[4(m^2-1)+1-\tilde{\gamma}(d)]}\}$$

(10)

حيث:

$$\tilde{\gamma}(d)=\frac{d^2}{\pi^2 R_v^2}$$

$$f_1(\varepsilon_1,\varepsilon_3)=\frac{\varepsilon_2^2-\varepsilon_1\, cth\zeta_1.\,\varepsilon_3 cth\zeta_3}{(\varepsilon_2+\varepsilon_1.cth\zeta_1)(\varepsilon_2+\varepsilon_3.cth\zeta_3)} \qquad (11)$$

$$f_2(\varepsilon_1,\varepsilon_3)=\frac{(\varepsilon_1\, cth\zeta_1-\varepsilon_3\, cth\zeta_3)\varepsilon_2}{(\varepsilon_2+\varepsilon_1\, cth\zeta_1)(\varepsilon_2+\varepsilon_3\, th\zeta_3)}$$

وأن: $\zeta_{1,3}\equiv\gamma_{1,3}\eta\, d$ ، $\vec{\eta}=\eta_x\vec{e}_1+\eta_y\vec{e}_2$ متجه ثنائي بعد للترددات الفراغية.

يكون في الحالة الخاصة عندما $d_1=d_3\to\infty$ فأن:

$$f_1(\varepsilon_1,\varepsilon_3)=\frac{\varepsilon_2^2-\varepsilon_1\,.\,\varepsilon_3}{(\varepsilon_2+\varepsilon_1)(\varepsilon_2+\varepsilon_3)} \qquad (12)$$

$$f_2(\varepsilon_1,\varepsilon_3)=\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_3)\varepsilon_2}{(\varepsilon_2+\varepsilon_1)(\varepsilon_2+\varepsilon_3)}$$

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

1-إن إسهام الكمون الحجمي عند حدود الطبقة يساوي الصفر العلاقة(6)، يُفسر ذلك بسبب ضعف التأثير المتبادل بين الإلكترون والاهتزاز السطحي [13].

2-ينتج من عبارة الطاقة الكمونية (7) أنها تسعى إلى قيمة محددة عند حدود الطبقة $(z=\pm\frac{d}{2})$ وليس إلى اللانهاية كما في عبارة الطاقة الكمونية العلاقة رقم (1) المستخرجة بالطريقة الكلاسيكية.

3-نستنتج أن سبب تباعد الطاقة الكمونية الذاتية $v_{sa}(z)$ لحاملة الشحنة إلى اللانهاية عند حدود الطبقة هو بسبب افتراضنا أن الشحنة المدروسة هي شحنة نقطية وبالتالي تم حل المسألة كلاسيكياً باستخدام حل معادلة بواسون، في حين في الواقع أن التأثير بين الشحنة والوسط المستقطب يعدُّ شبه جسيمة له نصف قطر يسمى بولارون ويجب حل المسألة كوانتياً.

4-عندما تكون سماكة الطبقة أكبر بكثير من قطر البولارون $(d >> R_{ps,v})$ فإننا نحصل على نتيجة [14].

التوصيات:

- عند تماس طبقة نصف لانهائية مع خلاء (Vacuum) يلزم نقل مبدأ الجملة الإحداثية من منتصف الطبقة إلى بدايتها (الطرف الأيسر) وجعل سماكة الطبقة تسعى إلى اللانهاية$(d \to \infty)$.
- تُعدُّ العلاقة (10) عن طاقة البولارون بدلالة d سماكة الطبقة و γ معامل انزوتروبية العازلية الكهربائية. يمكن إظهار دور هذين المعاملين بشكل واضح إن أمكن كتابة برنامج حاسوبي لهذه العلاقة ورسم طاقة البولارون بتابعية هذين العاملين.
- يمكن تعميم الدراسة السابقة على طبقة بلورية ملاصقة من الجانبين لطبقتن مختلفتين بدلاً من كونهما فراغاً أو الخلاءً.

المراجع:

[1] Landau L.D. and Lifshitz E.M., Quantum Mechanics, Oxford, pergamon, (1965).
[2] А.И.Ансельм. *ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ПОЛУПРОВОДНИКОВ. МОСКВА (1978).*
[3] J.T. Devreese, *“Polarons,” in Digital Encyclopedia of Applied Physics, edited by G. L. Trigg (Wiley, online,2008). Article also available at cond-mat/0004497v2.*
[4] Fröhlich H. Philos. *Mag. Suppl., 3, p.325, (1954)*
[5] В.В.Брыкcии . Д.Н.Мин. Ю.А.Фирсов. У Ф Н. 113.29.197*4*
[6] *E*.Evans, D.Mills. *properties of surface polaron in semi infinite polar crystal. Phys,Rev.B8.4004,1973.*
[7] J.Licari, R.Evrard. Phys.B4, 15,1977.
[8] J.Hermanson. *Elem.Excitation. Sol. Mol.Atoms, P. 99-211,Part b. London- New York. 1974.*
[9] Y.Toyozawa. Progr. Theor. Phys. (Kyoto),12,421,1954.
[10] Monther Taha Al-mokayed, *The Surface Polaron Under The Effect of Magnetic Field. The Islamic University of Gaza. 2005.*
[11]Fahoud. M, *Coulomb potential of electron and holes (exciton) in thin films and the effect of anisotropic coefficient of dielectric constant. Tishreen University Journal.2011.*

[12] БрЫксин В. В. ФиРСОВ Ю.А. *ВЗИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛКТРОнА С ПОВЕРХНТНЫМИ ФОНОНАМИ В ПЛАСТИНЕ ИОННОГО КРИСТАЛЛА //ФТТ. Т.113.- С.496-503. 1971.*

[13]Л.В.Келдыш.-*Кулоновское взимодеиствие в Тонких пленках полупроводников и полуметаллов. Письма в ЖЭТФ. Том 29. Вып. Стр.716- 719.1979.*

[14]N.A. Babaev, V.S. Bagaev , F.V. Garin, A.V. Kochemasov,etc…, *Size quatization of excitons in CdTe, Moscow; Institute of Aplied physics, Academy of sciences of the USSR, No. 5, 190-193. 1988.*