

Using Weibull Distribution In Estimating Survival Probability For Syrian Population For Period (1998-2017)

Dr Abdulhadi Mamdouh AL Rifai*
Hala Mohammed Ntefeh**

(Received 30 / 1 / 2022. Accepted 18 / 4 / 2022)

□ ABSTRACT □

An Attempt Was Made To Apply The Survival Or Reliability Function Of Continuous Probability (Weibull Distribution) On Surviving Syrian Population Of Data During The Observational Years 2016,2017,2018,Considering 2017 As The Base Year, For The Period (1998-2017), The Survival Probabilities Were Calculated By Using (Knapp Zeuner) Method After Using (Sprague Coefficient Table) To Break Up Five Categories Into One-Age Categories, We Estimated The Two Parameters Of The Distribution Using (Least Square Method), And Calculated(Hazard Function). The Possibility Of Using Survival Function Was Tested By (Anderson Darling) Test, The P-Value Was Calculated. The Results Were: Predicting Survival Hazard Probability To Population In Syria By Using Weibull Distribution, There Is A Direct Effect Of Increasing Age On Hazard And Cumulative Function And Inverse Effect On Survival Function .

Keywords: Weibull Distribution, Reliability Function, Hazard Function, Sprague coefficient Table, Anderson Darling test, Knapp Zeuner method.

*Professor - Statistics And Programming Department, Faculty Of Economics, Tishreen University, Latakia, Syria, abdul-hadi.al-rifai@tishreen.edu.sy

** Postgraduate Students - Statistics And Programming Department, Faculty Of Economics, Tishreen University, Latakia, Syria, hala.ntefeh@tishreen.edu.sy

استخدام توزيع وايبل في تقدير احتمال البقاء على قيد الحياة لسكان سورية للفترة (2017-1998)

الدكتور عبد الهادي ممدوح الرفاعي*

هلا محمد نتيفة**

(تاريخ الإيداع 2022 / 1 / 30. قِيلَ للنشر في 2022 / 4 / 18)

□ ملخص □

جرت محاولة تطبيق دالة البقاء أو دالة الموثوقية لتوزيع وايبل (Weibull Distribution) الاحتمالي المستمر على بيانات لعدد السكان السوريين الباقين على قيد الحياة من الذكور والإناث خلال أعوام المراقبة 2016 و2017 و2018، واعتبار عام 2017 عام الأساس للفترة (1998-2017)، تم حساب احتمالات بقائهم باستخدام قانون (Knapp ZEUNER) وبمساعدة جدول معاملات سبراغ (Sprague coefficient Table) لتفكيك فئات السن الخماسية الى فئات أحادية السن، كما تم تقدير معلمتي توزيع وايبل الاحتمالي باستخدام طريقة المربعات الصغرى، وحساب دالة الخطر الآني (Hazard Function) للتوزيع، ولمعرفة إمكانية استخدام دالة البقاء لتوزيع وايبل في إيجاد احتمالات البقاء تم اختبارها باستخدام اختبار (Anderson darling)، وتم حساب P-VALUE لتوضيح تأثير متغير السن على احتمالات البقاء. ومن أهم النتائج: إمكانية استخدام دالة البقاء لتوزيع وايبل والدوال المرتبط بها في تقدير احتمالات البقاء واحتمال الخطر الآني واحتمال الوفاة لسكان سورية في الفترة المدروسة، يوجد تأثير طردي لتزايد عمر السكان على دالتي الوفاة والخطر الآني للوفاة وتأثير عكسي لتزايد عمر السكان على دالة البقاء.

الكلمات المفتاحية: توزيع وايبل، دالة الموثوقية، دالة الخطر، اختبار اندرسون دارلينغ، قانون ناب زونر، جدول سبراغ.

* أستاذ - قسم الإحصاء والبرمجة، كلية الاقتصاد، جامعة تشرين، اللاذقية، سورية. abdul-hadi.al-rifai@tishreen.edu.sy

** طالبة دكتوراه - قسم الإحصاء والبرمجة، كلية الاقتصاد، جامعة تشرين، اللاذقية، سورية. hala.ntefeh@tishreen.edu.sy

مقدمة:

يعد توزيع وايبل من التوزيعات الإحصائية المستمرة المهمة في مجالات حياتية عديدة، كتحليل الموثوقية الصناعية وحالات الإخفاق والتنبؤ بالأحوال الجوية ووصف سرعة الرياح وهندسة نظم الاتصالات وتحليل معدل الوفيات وتقدير احتمالات البقاء على قيد الحياة لسكان دولة ما خلال فترة زمنية مدروسة والتنبؤ بها، وما نريد تطبيقه في هذا البحث هو تقدير احتمالات البقاء على قيد الحياة باستخدام دالة الموثوقية أو دالة البقاء على قيد الحياة لوايبل على سكان الجمهورية العربية السورية من عمر أقل من عام وحتى عمر العشرين عام وذلك بمراقبة السنوات (2016، 2017، 2018) وباعتبار 2017 سنة أساس، وبما أن سنوات المراقبة تقع في فترة زمنية لا تشبه الفترات الزمنية السابقة لها ابدأ، لما عانته سورية من ظروف استثنائية شكلت خلل كبير في المؤشرات الديموغرافية فيها، أهمها زيادة عدد الوفيات بشكل غير متوقع وأيضاً زيادة الهجرة غير الشرعية، فباعتبار أن دالة الموثوقية تقيس احتمالية عدم فشل الجهاز الى الوقت t (محمود، 2019) فهي ان تقيس احتمال عدم الوفاة أو احتمال البقاء على قيد الحياة ، ونظراً للظروف الاستثنائية التي مرت بها سورية في هذه الفترة وبهدف الحصول على بيانات أقرب ما تكون للصحة سنحسب دالة الخطر الآتي لكل فئة عمرية مدروسة أحادية السن لتقدير احتمال وفاة الأشخاص لأسباب خارجية لا علاقة لها بالأفراد المدروسين.

الدراسات السابقة (Literature review): تناولت كثير من الدراسات تطبيق توزيع وايبل الاحتمالي في تقدير احتمالات البقاء والتنبؤ بالاحتمال المتوقع لمفردات المجتمع المراقب ومن أبرز هذه الدراسات:

1-دراسة (مخول وغانم، 2011) بعنوان " فعالية استخدام وايبل الاحتمالي في التنبؤ" هدفت الدراسة الى معرفة خضوع بيانات فعلية لدرجات الحرارة والأمطار لمدينة دمشق لتوزيع وايبل الاحتمالي، وأعطت الدراسة تأكيداً على إمكانية استخدام توزيع وايبل الاحتمالي المعمم في ايجاد الاحتمال المتوقع لدرجة الحرارة العظمى وعدم إمكانيةه في التنبؤ بكميات الأمطار لعدم خضوع هذه الظاهرة لتوزيع وايبل.

2-دراسة (عبد الرحمن وآخرون، 2013) بعنوان " استخدام دالة البقاء لتوزيع وايبل لبناء جداول الحياة الذاتية بالاعتماد على توقعات الفرد الذاتية" حيث أعد القائمون على الدراسة استبياناً للمجتمع المراقب لتحقيق هدف الدراسة في تقدير احتمالات البقاء على قيد الحياة الذاتية للأشخاص المراقبين مقيداً ببعض الخصائص الفردية كحالة الأشخاص الزوجية والدخل للذكور والإناث، وتوصلت الدراسة الى بناء نموذج لتقدير احتمالات البقاء والعمر المتوقع للأشخاص المراقبين وبناء جداول الحياة الذاتية.

3-دراسة (محمد وآخرون، 2016) بعنوان " تقدير نماذج البقاء اعتماداً على توزيع زمن البقاء" هدفت الدراسة الى تقدير احتمالات البقاء للمرضى المصابين بسرطان الثدي للفترة 2010-2014 بدءاً من تاريخ تشخيص المرض حتى تاريخ الوفاة وكان توزيع وايبل احدى التوزيعات الاحتمالية المطبقة في الدراسة عندما يخضع زمن البقاء لهذا التوزيع، كما جرت مقارنته مع التوزيع اللوغارتمي الطبيعي والتوزيع الأسّي وكان أفضل نموذج احتمالي لزمن البقاء هو نموذج وايبل الاحتمالي بناء على قيمة اختبار كاي مربع.

يتشابه البحث القائم مع الدراسة الأولى في استخدامه لتوزيع وايبل الاحتمالي، ولكننا استخدمنا دالة البقاء لتوزيع وايبل ذي المعلمتين لتقدير احتمالات البقاء لكل نوع على حدى، بينما استخدمت الدراسة الأولى دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع وايبل الاحتمالي المعمم ، ويتشابه مع الدراسة الثانية والثالثة في استخدام دالة البقاء لتوزيع وايبل في حساب احتمالاتها وتختلف عن الدراسة الثانية في اعتماد البحث القائم على بيانات فعلية لفترة محددة ومقارنتها مع المقدرة

دون استخدام الاستبانة لمجموعة من الأشخاص لسنة محددة، وتختلف عن الدراسة الثالثة في بيان فعالية توزيع واييل فقط في التقدير والتنبؤ دون مقارنتها مع توزيعات احتمالية أخرى.

ما يميز البحث القائم عن الأبحاث السابقة الذكر أنه تم استخدام طرق إحصائية كطريقة (knapp Zuener) على بيانات لسكان سورية للفترة (1998-2017) لحساب احتمالات البقاء على قيد الحياة الفعلية لكل من الذكور والاناث على حدى، وذلك لعدم توفر هذه البيانات في المجموعة الإحصائية السورية وهي موضحة في الجدول (2)، وذلك بعد الاستعانة بجدول معاملات سبراغ لتفكيك فئات السن الخماسية الى فئات أحادية، كما تم تقدير احتمالات البقاء باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية وتحويلها الى خطية وتم التأكد من خضوع احتمالات البقاء لتوزيع واييل الاحتمالي باستخدام اختبار (Anderson Darling) ومنحنى (P-value).

مشكلة البحث:

تتجسد مشكلة البحث في النقطتين الأساسيتين الآتيتين:

- 1- عدم توفر القيم الفعلية لاحتمالات البقاء على قيد الحياة لسكان سورية وعدم توفر تعداد لسكان سورية في فئات عمرية أحادية السن.
- 2- عدم وجود طريقة فعالة لتقدير معاملات دالة البقاء على قيد الحياة المجهولة لاستخدامها في تقدير نسب السكان الباقين على قيد الحياة في سورية للفترة المدروسة وهي هنا (1998-2017) ودراسة فعاليتها في التنبؤ بها للفترات القادمة.

أهمية البحث وأهدافه :

تأتي أهمية البحث من استخدامه لدالة البقاء أو دالة الموثوقية والدوال ذات العلاقة بها كمخرجات هامة لتوزيع واييل في تقدير دالة البقاء والتركيز على مقدرتها في التنبؤ باحتمال البقاء لسكان سورية للفترة المدروسة، ولا يخفى على أحد أهمية معرفة احتمال البقاء على قيد الحياة كعنصر أساسي لشركات التأمين في حسابات التأمين على الحياة وأهميته الكبيرة في بناء كل عناصر جداول الحياة لسكان البلد المدروس.

لذلك انصب هدف البحث على المعرفة النظرية لدالة البقاء لواييل والدوال ذات العلاقة بها والمعرفة التطبيقية لطريقة تقدير معالم دالة البقاء لواييل باعتبارها دالة غير خطية باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية وتحويلها الى دالة خطية.

منهجية البحث:

اعتمد البحث المنهج الوصفي التحليلي في توصيف دالة البقاء لواييل والدوال ذات العلاقة بها وذكر خصائصها وتقدير معالمها باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية، وذلك لتقدير احتمال البقاء لسكان سورية في الفترة المدروسة وإمكانية التنبؤ بها لفترات قادمة، كما تم وصف طريقة (knapp Zeuner) في حساب احتمالات البقاء على قيد الحياة الفعلية لسكان سورية ، كما تم أخذ البيانات الأساسية من قاعدة البيانات المفتوحة التي أتاحتها البنك الدولي للمعلومات (<https://data.albankaldawli.org> world Bank open data) والتي أتاحتها البنك على شكل فئات عمرية خماسية السن، ثم تم تفكيكها الى فئات أحادية السن عبر الإستعانة بجدول معاملات سبراغ ، وتم تسليط الضوء على كيفية تطبيق اختبار اندرسون دارلينغ وكيفية حساب قيمة P-value ، بالإضافة الى حساب دالة الكثافة الإحتمالية ودالة الوفاة التراكمية ودالة الخطر الآني لكل فئة عمرية أحادية السن من عمر أقل من عام حتى عمر عشرين عاماً.

فرضيات البحث :

يقوم البحث على الفرضيتين البحثيتين الآتيتين:

- تتبع احتمالات بقاء الأشخاص على قيد الحياة للذكور والاناث لتوزيع وايبل الاحتمالي.
- يوجد أثر ذو دلالة إحصائية لتقدم عمر الأشخاص على احتمال بقاءهم على قيد الحياة في سورية للفترة المدروسة.

مكان وزمان البحث (Time & Place of Research):

تم تطبيق دالة البقاء لتوزيع وايبل على بيانات السكان الباقين على قيد الحياة من الذكور والاناث في الجمهورية العربية السورية للفترة (1998-2017)، ولأعمار السكان الأقل من عام حتى عمر العشرين عام، والذين تمت مراقبتهم خلال الأعوام 2016، 2017، 2018 واعتبار عام 2017 عام الأساس.

الموثوقية (Reliability):

الموثوقية مصطلح يشير الى الوثوق بشيء (الباقر، 2017)، وهو مصطلح احصائي يستخدم لتحليل المتغيرات العشوائية ذات القيم الموجبة التي تمثل الوقت حتى حدوث الفشل لأي مركبة أو آلة أو جهاز أو منتج، بمعنى احتمال استمرار هذه الآلة بالعمل دون أعطال خلال فترة زمنية محددة ويرمز لها بالرمز $R(t)$ ، وعندما يتعلق الأمر بالسكان تسمى دالة الموثوقية بدالة البقاء على قيد الحياة أو دالة الحياة وتعني احتمال استمرار حياة السكان أو بقائهم على قيد الحياة خلال فترة زمنية محددة t ويرمز لها بالرمز $S(t)$.

دالة البقاء على قيد الحياة (Survival function):

تعرف دالة البقاء على قيد الحياة بأنها احتمال عدم وفاة الشخص خلال فترة زمنية معينة $[0, t]$ ولها الرمز $S(t)$ وتعرف رياضياً بالشكل التالي (الباقر، 2017):

$$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t) \quad (1)$$

$S(t)$ دالة البقاء على قيد الحياة

T متغير عشوائي يشير الى الفترة الزمنية التي عاشها الشخص حتى حدوث الوفاة، فتكون فترة حياة الشخص حتى حدوث الوفاة أكبر أو تساوي الصفر $t \geq 0$.

$F(t)$ دالة توزيع وايبل التراكمية وهي دالة متممة لدالة البقاء تمثل احتمال وفاة الشخص خلال فترة زمنية معينة $[0, t]$

وعند دراسة دالة البقاء لتوزيع وايبل فستكون على الشكل التالي:

$$S(t) = e^{-\frac{t^\beta}{\theta}} \quad \beta > 0, \theta > 0 \quad (2)$$

β معلمة الشكل لتوزيع وايبل (Shape Parameter)

θ معلمة القياس لتوزيع وايبل (Scale Parameter)

$S(t)$ دالة البقاء لتوزيع وايبل بمعلمتين الشكل والقياس أما معلمة الموقع لتوزيع وايبل فهي مساوية للصفر.

تتمتع دالة البقاء على قيد الحياة بخصائص مهمة (الباقر، 2017)

1- أنها موجبة ومستمرة ولجميع قيم t

2- دالة متناقصة مع الزمن أي تتناسب عكسياً مع الزمن بمعنى $S(t=0) = 1$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0$

3- باعتبار $S(t)$ دالة احتمالية فإن قيمها محصورة بين الصفر والواحد $0 \leq S(t) \leq 1$

1- الدوال المرتبطة بدالة البقاء على قيد الحياة:

هناك دوال أساسية ومهمة لا بد من ذكرها تربطها بدالة البقاء علاقات إما طردية أو عكسية كما يمكننا باستخدامها وتطبيقها للحصول على دالة البقاء بدالاتها وهي كمايلي:

1- دالة التوزيع التراكمية للوفاة (Cumulative distribution function of Failure):

تمثل هذه الدالة دالة التوزيع التجميعية للزمن t حتى حدوث الوفاة بمعنى احتمال وفاة الشخص قبل الوقت t ، أو احتمال ألا يتجاوز زمن حياة الأشخاص في المجتمع الزمن t ، وتسمى أيضا بدالة اللاموثوقية فهي بذلك الدالة المتممة لدالة الموثوقية أو دالة البقاء (والتي تمثل احتمال أن يتجاوز زمن حياة شخص ما من المجتمع الفترة الزمنية t)، وتمثل بذلك احتمال عدم البقاء على قيد الحياة (D'Agostino; Stephens,1986,p54)

$$F(t) = P(T < t) = 1 - S(t) = 1 - e^{-\frac{t^\beta}{\theta}} \quad (3)$$

هذه الدالة موجبة متزايدة وأعلى قيمة لها هي الواحد الصحيح.

2- دالة الكثافة للوفاة (Failure density function):

وهي احتمال حدوث الوفاة للأشخاص خلال الفترة $(t, t+\Delta t)$ وتمثل Δt التغير في قيمة المتغير العشوائي T أي (Unconditional failure rate) وتطلق على هذه الدالة أيضا معدل الفشل أو معدل الوفاة اللاشروطي (D'Agostino; (محمود،2019) (2016) (محمد وآخرون (2018) (كريم، 2018) (Stephens,1986,p54):

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} = d(1 - S(t)) = -\dot{S}t = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\frac{t^\beta}{\theta}} \quad (4)$$

تعبير K عن مشتق دالة البقاء، تتميز دالة البقاء بأنها موجبة دوماً ومجموع المساحة تحت منحنى الدالة يساوي الواحد الصحيح.

3- دالة خطر الوفاة (Hazard function)

وهي دالة احتمالية شرطية وتمثل احتمال وفاة الشخص خلال الفترة الزمنية $(t, t+\Delta t)$ نتيجة أسباب خارجية لا علاقة لها بالشخص أو المفردة حتى الزمن t ويرمز لها بالرمز $h(t)$ ويطلق عليها أيضا المعدل الآني أو اللحظي للوفاة ويعبر عنها بالعلاقة التالية: (Lawless,2003)

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t < T < t + \Delta t) | T > t}{\Delta t} = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (5)$$

$$h(t) = \frac{\frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\frac{t^\beta}{\theta}}}{e^{-\frac{t^\beta}{\theta}}} = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \quad (6)$$

من العلاقة (5) يتضح أن دالة ها زارد أو دالة خطر الوفاة الآنية تتناسب عكسياً مع دالة البقاء على قيد الحياة وطردياً مع دالة الكثافة الاحتمالية، كما نلاحظ أن دالة وفاة أي شخص $(f(t))$ خلال الفترة $(t, t+\Delta t)$ تمثل حاصل ضرب دالة الخطورة بدالة البقاء على قيد الحياة، وعملياً بمعرفة اثنين من الدوال الثلاث نتمكن من الوصول الى الدالة المجهولة، كما يتضح إمكانية الحصول على دالة الخطورة بمجرد الوصول الى دالة البقاء.

4- دالة خطر الوفاة التجميعية (Cumulative Hazard function):

وتمثل دالة خطر الوفاة التجميعية مجموعة المخاطر التي يمكن أن يواجهها شخص ما من المجتمع المراقب حتى اللحظة t ونحصل عليها من جمع قيم معدلات الفشل أو معدلات الوفاة اللحظية خلال الفترة $(0, t)$ ويرمز لها ب $H(t)$ رياضياً:

$$H(t) = \int_0^t h(t)dt \quad (7)$$

وبتعويض العلاقة (4) في العلاقة (5):

$$h(t) = \frac{-S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln S(t) \quad (8)$$

وذلك لأن لوغاريتم دالة البقاء يساوي مشتق دالة البقاء على نفسها وفق قواعد اللوغاريتمات

$$\int_0^t h(t)dt = -\ln S(t) = -\ln S(t) + \ln S(0) = -\ln S(t) \quad (9)$$

$S(t=0) = 1$ حسب خصائص دالة البقاء.

ومنه يمكن استنتاج دالة البقاء على قيد الحياة بدلالة دالة الخطورة التجميعية:

$$S(t) = e^{-H(t)} \quad (10)$$

2- المربعات الصغرى اللاخطية Non-Linear Least Square:

ان نموذج الانحدار اللاخطي هو نموذج يحوي معلمات غير خطية في دالة النموذج، ولتحويل دالة النموذج من علاقة غير خطية الى علاقة خطية يتم إجراء تحويل بسيط باستخدام التحويل اللوغاريتمي.

يعبر عن نموذج الانحدار اللاخطي لهذا البحث بالصيغة التالية (عبد الرحمن وآخرون، 2013)

$$P_{i,t} = S_{i,t}(t_i) + \varepsilon_{i,t} \quad (11)$$

حيث:

t سن الوفاة

$P_{i,t}$ احتمال ان الفرد (i) سيعيش الى العمر t

$S_{i,t}$ دالة بقاء الفرد على قيد الحياة باستخدام دالة وايبل

$\varepsilon_{i,t}$ الخطأ العشوائي بوسط حسابي يساوي الصفر وتباين يساوي الواحد

ان مقدرات المربعات الصغرى اللاخطية هي قيم المعلمات لدالة البقاء التي تقلل المقدار التالي الى أقل ما يمكن:

$$\minimize \sum [P_{i,t} - \widehat{S}_{i,t}]^2 \quad (12)$$

$$S_t = e^{-\frac{t^\beta}{\theta}} \quad (13)$$

سيتم استخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية لتحويل دالة البقاء لوايبل الى صيغة نموذج انحدار خطي (مخول وغانم، 2011)، ثم تقدير معلمي دالة البقاء لوايبل، نأخذ اللوغاريتم الطبيعي مرتين متتاليتين لمعكوس دالة البقاء. لوايبل

$$\ln \left(\ln \left(\frac{1}{1 - F(t)} \right) \right) = \ln \frac{1}{\theta} + \beta \ln t_i \quad (14)$$

بمقارنة العلاقة (14) بصيغة الانحدار الخطي في العلاقة (15) نحصل على (16):

$$Y_i = \lambda t_i + a \quad (15)$$

$$Y = \ln \ln(1 / (1 - F(t))) \quad T = \ln t_i \quad a = \ln \frac{1}{\theta} \quad \lambda = \beta \quad (16)$$

بما أن قيمة $F(t)$ تابعة لقيمتي β, θ يمكننا كتابتها بالشكل $F(t_i; \beta, \theta)$ حيث $i=1, 2, \dots, n$

$$Y = \ln \left(\ln \left(1 - F(t_i; \beta, \theta) \right) \right) = \ln \ln \left(\frac{1}{1 - \widehat{F}_{(i)}} \right) \quad (17)$$

$\widehat{F}_{(i)}$ هي نقطة تقدير ل $F(t_i; \beta, \theta)$ التي يتم إيجادها من خلال إحدى الطرق اللامعلمية الآتية:

$$\widehat{F}_{(i)} = \frac{i - \frac{3}{8}}{n + 0.25}, \quad \widehat{F}_{(i)} = \frac{i}{n+1}, \quad \widehat{F}_{(i)} = \frac{i - 0.5}{n}$$

$$\widehat{\beta}_{LS} = \frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z})}{\Sigma(Z_i - \bar{Z})^2} \quad (18)$$

$$\widehat{a} = \bar{Y} - \widehat{\beta} \bar{t} \quad (19)$$

وبعد تقدير معلمتي توزيع وايبل $(\hat{\lambda}; \hat{\theta})$ نستطيع تقدير احتمال البقاء لكل فئة عمرية أحادية السن من العلاقة:

$$\widehat{S}_{i,t} = e^{-\frac{t \widehat{\beta}}{\widehat{\theta}}} \quad (20)$$

وسيتم اختبار خضوع احتمالات البقاء على قيد الحياة المقدرة لتوزيع وايبل الاحتمالي، وبالتالي معرفة مدى ملائحته للنتائج وذلك باستخدام قيمة اختبار A^2n (Anderson Darling)، وفي مراجع أخرى يرمز لهذا الاختبار ب AD من خلال ترتيب قيم احتمالات البقاء المقدرة مرة بطريقة تصاعدية ومرة بطريقة تنازلية وحساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لقيم احتمالات البقاء المقدرة، ثم تطبيق العلاقة التالية:

(www.statisticshowto.com/anderson-darling-test)

$$A^2n = AD = \left| -n - \frac{1}{n} S \right| \quad (21)$$

$$S = \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F(T_i) + \ln(1 - F(T_{n-i+1}))]$$

$i=1, 2, \dots, n$ تسلسل قيم احتمالات البقاء المقدرة والمرتبطة تصاعدياً (ascending order)، n حجم العينة $\ln F(T_i)$ اللوغاريتم الطبيعي لقيم دالة التوزيع الطبيعي التراكمية والتي تحسب باستخدام دالة $\ln F(T_i)$ norm distribution (t; av; s; true) على برنامج Advanced Excel حيث t تمثل احتمالات البقاء المقدرة بترتيب تصاعدي (ascending order)، av المتوسط الحسابي لاحتمالات البقاء على قيد الحياة المقدرة، s بحجم صغير يمثل الانحراف المعياري لهذه القيم، $true$ تدل على دالة التوزيع التراكمية.

$\ln((1 - F(T_{n-i+1}))$ يمثل اللوغاريتم الطبيعي لقيم دالة التوزيع الطبيعي التراكمية لاحتمالات البقاء المقدرة ولكن بترتيب تنازلي (descending order)

وفي حال استخدام عينة صغيرة يتم تعديل قيمة اختبار (Anderson Darling) وفق العلاقة التالية:

$$AD^* = AD \cdot \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n} \right) \quad (22)$$

AD^* القيمة المعدلة لاختبار (Anderson Darling)

ولرسم منحنى القيمة المتوقعة (P) (Expected value) واحتمالات البقاء على قيد الحياة المقدرة لمعرفة مدى تقارب القيم المقدرة من القيم المتوقعة لها نحن نحتاج الى حساب قيمة معامل التوزيع التراكمية (Cumulative Distribution Factor) كما يلي:

$$CDF1 = \frac{1}{2n} \quad (23)$$

$$CDF(2) = CDF1 + \frac{1}{n} , \quad CDF(3) = CDF(2) + \frac{1}{n} , \dots$$

$$CDF(n) = CDF(n-1) + \frac{1}{n} \quad (24)$$

ثم تطبيق NORM.INV(CDF;AV;ST) لنحصل على P-value ونطبق NORM.S.INV(CDF) لنحصل على Z ثم يتم رسم P-value كتابع ل Z ورسم قيمة احتمالات المقدرة كتابع ل Z أيضا، فإذا كانت القيم المقدرة قريبة جدا من منحى P-value فهذا يعني وجود تأثير للمتغير المستقل على القيم المقدرة وليس عائد للصدفة، ويمكن حساب P-value ومقارنتها مع مستوى دلالة محدد وسنرى ذلك بالتفصيل في الجانب التطبيقي من البحث.

3- الدراسة التطبيقية:

بعد استعراضنا لأحد دوال توزيع وايبل الاحتمالي والدوال المرتبطة بها يتبين لنا أهمية استخدام التوزيعات الاحتمالية كأساليب إحصائية في التقدير والتنبؤ للظواهر الحياتية، بغية التوصل الى نماذج إحصائية تهدف الى تشخيص هذه الظواهر وتقديرها وتحليلها ودراسة التفاعل فيما بينها، باستخدام الطرائق الإحصائية والرياضية لمعرفة اتجاهاتها، وتفسيرها من خلال تقدير مؤشرات تقديرها دقيقتاً ما أمكن بحيث تكون الأساس في وضع الخطط اللازمة لإيجاد الحلول الممكنة لكيفية التعامل معها مستقبلا، ولما كان تقدير احتمالات البقاء على قيد الحياة للسكان في كل فئة عمرية من المسائل السكانية الهامة والمرتبطة بمختلف جوانب الحياة الاجتماعية والاقتصادية والخدمية، ركزنا في هذه الدراسة التطبيقية على حساب الاحتمالات الفعلية للبقاء على قيد الحياة في كل فئة عمرية لكل من الذكور والاناث باستخدام طريقة (Knapp-Zeuner) بالإعتماد على مراقبة السنوات 2016-2017-2018 حيث تم اعتماد سنة 2017 كسنة أساس وسنة 2016 ما قبل سنة الأساس و2018 ما بعد سنة الأساس (الأفندي، 1982) كما في العلاقتين (25) و(26):

$$l_{t+1} = \frac{2017}{2017-t} L_t - \frac{2018}{2017-t} d_t \quad (25)$$

$$l_t = \frac{2017}{2017-t} L_t + \frac{2017}{2017-t} d_t \quad (26)$$

$$P_t = \frac{\frac{2017}{2017-t} L_t - \frac{2018}{2017-t} d_t}{\frac{2017}{2017-t} L_t + \frac{2017}{2017-t} d_t} \quad (27)$$

P_t احتمال البقاء على قيد الحياة للأشخاص في العمر t

l_t عدد الاحياء من السكان الذين اتموا العمر t خلال العام المدروس (هنا 2017)

l_{t+1} عدد الاحياء الذين اعمارهم t واتموا العمر (t+1)

$\frac{2017}{2017-t} L_t$ عدد الأشخاص الأحياء بين العمر (2017-t) والعمر t في 2017

$\frac{2017}{2017-t} d_t$ عدد الوفيات بين العمر (2017-t) و العمر t في 2017

$\frac{2018}{2017-t} d_t$ عدد الأشخاص الذين توفوا في بحر عام 2018 دون أن يبلغ كل منهم العمر (t+1)

بالنسبة لحساب أعداد السكان في كل فئة عمرية أحادية السن واجهنا مشكلتين: الأولى هي عدم توفرها في المجموعة الإحصائية السورية الا في ثلاث سنوات فقط متفرقة وغير متتالية وهي السنوات التي أجري فيها التعداد السكاني للأعوام (1981-1994-2004)، وباعتبار أن متطلبات متغيرات الدراسة بحاجة الى ثلاث سنوات متتالية يتوفر فيها أعداد السكان في كل فئة عمرية أحادية السن استعنا في الحصول على أعداد السكان المتوفرة بشكل فئات خماسية من قاعدة البيانات المفتوحة التي أتاحتها البنك الدولي للمعلومات world Bank open data (<https://data.albankaldawli.org>)، وهي معلومات أطلقها البنك الدولي في الأول من الشهر السابع عام

2010 وجعلها متاحة لخدمة المشاريع الجاري إعدادها وتنفيذها والأنشطة التحليلية والاستشارية، أما المشكلة الثانية فكانت في عدم توفر بيانات أعداد السكان لفئات أحادية السن كي تتمكن من حساب احتمالات البقاء على قيد الحياة لكل الأفراد في كل فئة عمرية أحادية السن، لذلك تم الإستعانة بجدول معاملات سبراغ لتفكيك أعداد السكان في الفئات العمرية الخماسية الى فئات عمرية أحادية لكل من الذكور والاناث، ثم تم حساب أعداد السكان الباقين على قيد الحياة من العمر أقل من واحد حتى عمر العشرين بتطبيق قانون العلاقاتين (25) (26) وبتطبيق العلاقة (27) تم التوصل الى قيم احتمالات البقاء الفعلية للفئات العمرية أحادية السن بالاعتماد على مراقبة السنوات كما ذكرنا 2016-2017-2018 وهي موضحة في الجدول رقم (2)، كما ركزنا في هذه الدراسة على دراسة اتجاهات احتمالات البقاء بالاستناد الى دالة البقاء لتوزيع وايبيل، وتقدير معلمته باستخدام طريقة المربعات الصغرى في إيجاد الاحتمال المتوقع للبقاء لكل من الذكور والاناث، وذلك بعد ترتيب أعمار السكان ترتيباً تصاعدياً باعتبارها المتغير المؤثر على احتمالات البقاء، وبتطبيق الخطوات التي تم سردها في الجزء النظري من البحث وفق طريقة المربعات الصغرى وبمساعدة برنامج اكسل المتقدم لكل من الذكور والاناث تم تقدير معلمتي دالة البقاء لتوزيع وايبيل β, θ لتلك البيانات باستخدام القيمة التقديرية $\widehat{F}_{(i)} = \frac{i-0.5}{n}$ وهي موضحة في الجدول رقم (1):

الجدول رقم (1) القيم التقديرية لمعلمتي توزيع وايبيل للسن للذكور والاناث

| المعلم | القيمة |
|----------|---------|
| β | 1.3267 |
| θ | 25.4929 |

المصدر: من اعداد الباحث والاستعانة ببرنامج اكسل

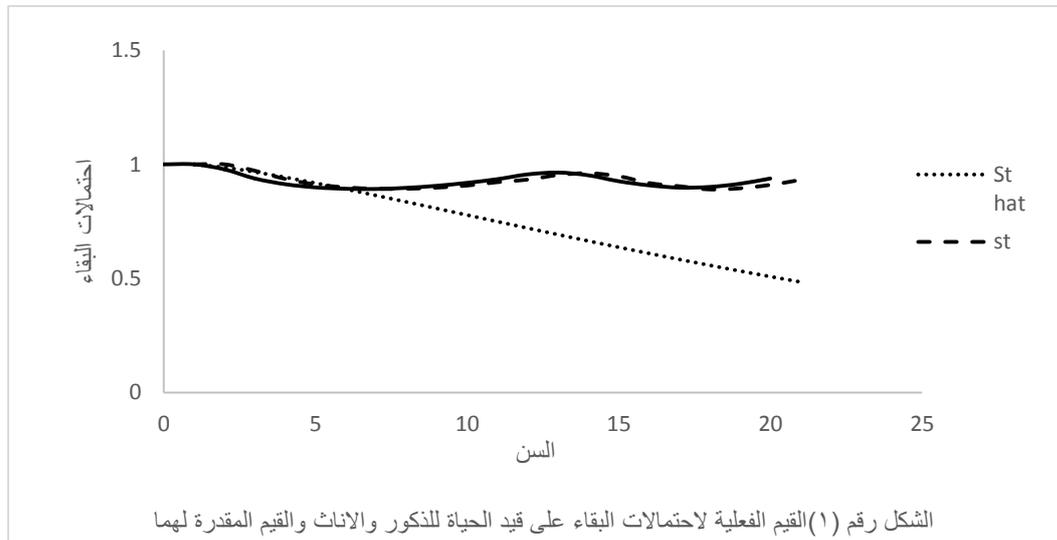
جدول (2) الترتيب التصاعدي للفئات العمرية أحادية السن وما يقابلها من احتمالات البقاء على قيد الحياة الفعلية والمقدرة لكل من الذكور والاناث لسورية في للفترة (1998-2017)

| فئات السن الأحادية t | احتمالات البقاء على قيد الحياة للاناث $St\ female$ | احتمالات البقاء على قيد الحياة للذكور $St\ male$ | احتمالات البقاء المقدرة باستخدام معلمتي توزيع وايبيل St وبترتيب تنازلي | احتمالات البقاء المقدرة باستخدام معلمتي توزيع وايبيل St وبترتيب تصاعدي |
|---------------------------|---|---|--|--|
| 0-1 | 1 | 1 | 1 | 0.4845 |
| 1-2 | 1 | 1 | 0.9864 | 0.5081 |
| 2-3 | 0.978 | 0.972 | 0.9664 | 0.5325 |
| 3-4 | 0.938 | 0.936 | 0.9432 | 0.5576 |
| 4-5 | 0.913 | 0.912 | 0.9179 | 0.5833 |
| 5-6 | 0.899 | 0.899 | 0.8912 | 0.6097 |
| 6-7 | 0.893 | 0.893 | 0.8635 | 0.6367 |
| 7-8 | 0.892 | 0.893 | 0.8353 | 0.6642 |

| | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| 8-9 | 0.897 | 0.898 | 0.8066 | 0.6921 |
| 9-10 | 0.906 | 0.907 | 0.7778 | 0.7201 |
| 10-11 | 0.919 | 0.922 | 0.7491 | 0.7491 |
| 11-12 | 0.935 | 0.933 | 0.7204 | 0.7778 |
| 12-13 | 0.956 | 0.953 | 0.6921 | 0.8066 |
| 13-14 | 0.964 | 0.961 | 0.6642 | 0.8353 |
| 14-15 | 0.952 | 0.948 | 0.6367 | 0.8635 |
| 15-16 | 0.926 | 0.918 | 0.6097 | 0.8912 |
| 16-17 | 0.908 | 0.904 | 0.5833 | 0.9179 |
| 17-18 | 0.898 | 0.890 | 0.5576 | 0.9432 |
| 18-19 | 0.901 | 0.895 | 0.5325 | 0.9664 |
| 19-20 | 0.915 | 0.910 | 0.5081 | 0.9864 |
| 20-21 | 0.938 | 0.932 | 0.4845 | 1 |

المصدر: أعدت البيانات بالإستعانة بأعداد السكان لكل من الأعوام 2016-2017-2018 ومعلمتي توزيع وايبل المقدر في حساب \hat{St}

أعطت طريقة المربعات الصغرى خطأ للتقدير $SSE=1.159$ للذكور و $SSE=1.191$ للإناث

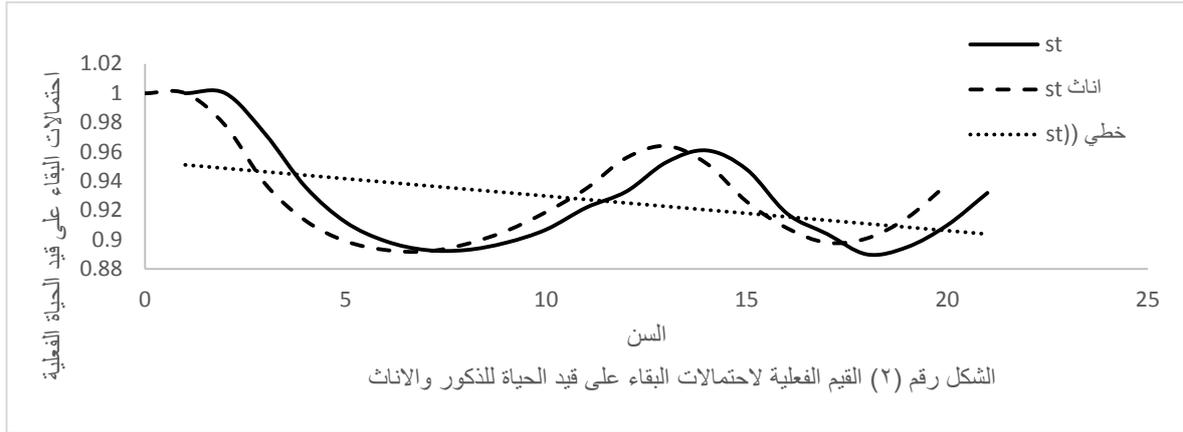


الشكل رقم (1) القيم الفعلية لاحتمالات البقاء على قيد الحياة للذكور والإناث والقيم المقدر لهما

الشكل رقم (1) يوضح القيم الفعلية لاحتمالات البقاء على قيد الحياة لكل من الذكور والإناث والقيم المقدر لهما

المصدر تم الرسم بالاعتماد على بيانات الجدول رقم (2) وقيم St المقدر

فلاحظ شبه انطباق للقيم الفعلية للذكور والإناث والقيم المقدر حتى عمر 7 سنوات ثم تقارب مقبول بين منحنىي القيم الفعلية ومنحنىي القيم المقدر حتى عمر العشر سنوات ثم تباعد واضح للقيم المقدر عن القيم الفعلية وخاصة في الفئات العمرية الأخيرة وهذا يعود لاختلاف ظروف البلاد ما بين قبل الحرب وأثناء الحرب وعلى الرغم من هذا التباعد في الفئات الأخيرة بين القيم الفعلية والمقدر إلا أن المنحنيات تحافظ على نفس الاتجاه.



المصدر: تم الرسم بالاعتماد على بيانات الجدول رقم (2)

من الواضح أن اتجاه قيم احتمالات البقاء على قيد الحياة لكل من الذكور والإناث متناقص مع تقدم العمر أي يتناقص احتمال بقاء الشخص على قيد الحياة كلما تزايد عمره، أما بالنسبة للقيم الفعلية فهي متأرجحة بين تناقص لاحتمالات البقاء على قيد الحياة حتى العمر 7 سنوات للذكور و6 سنوات للإناث ثم تزايد حتى العمر 14 للذكور و13 للإناث وبعدها تناقص حتى العمر 18 للذكور و17 للإناث ولكن إذا وضعنا اتجاه لهاتين السلسلتين المتأرجحتين نراه عموماً باتجاه متناقص مع تزايد العمر ومرافق لاتجاه القيم المقدرة لهما.

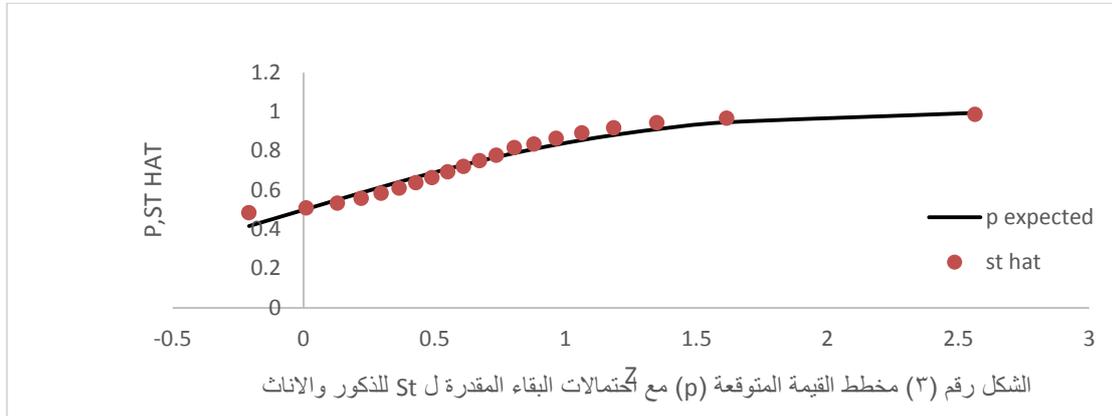
من خلال استخدامنا لاختبار (Anderson Darling) لمعرفة مدى ملاءمة بيانات احتمالات البقاء المقدرة لتوزيع واييل الاحتمالي باستخدام معلمتي دالة الموثوقية، والذي تم توضيح خطوات حساب قيمة (S) في الجدول رقم (4) في الملحق، وبوضع الفرضية التي تنص على خضوع احتمالات البقاء على قيد الحياة لتوزيع واييل الاحتمالي وبتطبيق العلاقة (21) حصلنا على النتائج الموضحة في الجدول رقم (3).

جدول رقم (3) نتائج اختبار (Anderson Darling) و P-value

| المعاملات | القيم |
|-------------------------|----------|
| n= | 21 |
| av | 0.749358 |
| st | 0.167532 |
| (sum s)/n | -21.3218 |
| AD=A ² 2n= | 0.32184 |
| adjustedAD | 0.334976 |
| p value= | 0.507345 |
| significance level0.025 | 0.815 |

المصدر تم الحساب بالاعتماد على بيانات الجدول (2)

بلغت قيمة $AD = A^2n$ للذكور والاناث (0.32184) ولصغر حجم العينة تم تعديل قيمة الاختبار بتطبيق العلاقة (22) فأصبحت قيمته (0.3347) وبمقارنة هذه القيمة بالقيمة الجدولية عند مستوى معنوية ($\alpha = 0.025$) وحجم عينة (20) وهي أقرب قيمة لحجم العينة في البحث ($n=21$) كما هي موضحة في الملحق جدول (1) والبالغة (0.815) فأنا نقبل خضوع بيانات احتمالات البقاء على قيد الحياة للذكور والاناث لتوزيع وايبل الاحتمالي، لأن قيمة A^2n المعدلة المحسوبة أقل من قيمتها الجدولية.



المصدر: من اعداد الباحث بعد حساب قيمة **P-value** و **z** في الجدول (5) في الملحق وبالاتماد على عمودي الترتيب التصاعدي والتنازلي ل St من الجدول رقم (2)

ولدى النظر الى منحنى القيمة المتوقعة p (**P-value**) واحتمالات البقاء المقدرة للذكور والاناث في الشكل رقم (3) يتضح مدى تقارب النقاط المقدرة من القيم المتوقعة لها ويؤكد على خضوع احتمالات البقاء لتوزيع وايبل الاحتمالي ذي المعلمتين، وبالتالي يمكن استخدام توزيع وايبل الاحتمالي في تقدير احتمالات البقاء في سورية. بالنسبة ل **P-value** والتي يتم حسابها بتطبيق دالة norm.inv (الدالة العكسية لدالة التوزيع الطبيعي التراكمي) بمتوسط وانحراف معياري للتوزيع (خطوات حساب قيمة **P-VALUE** موضحة في الجدول رقم (5) في الملحق، فهي تحسب لمعرفة تأثير تقدم العمر على احتمالات البقاء الخاضعة لتوزيع وايبل، فتكون فرضية العدم: لا يوجد تأثير لتقدم عمر الأشخاص على احتمال بقاءهم على قيد الحياة ويوجد سبب خارجي اخر مؤثر على احتمالات البقاء أو راجع للصدفة أما الفرضية البديلة فيوجد تأثير واضح لتقدم عمر الأشخاص على احتمال بقاءهم على قيد الحياة. ولقبول أو رفض فرضية العدم يتم تحديد مستوى دلالة معين بشكل مسبق، حيث اتفق الاحصائيون على $\alpha = 0.05$ وتبين هذه النسبة مقدار الجزء الطرفي لمنحنى الدراسة والتي تعطي نتائج أسبابها غير محددة في الدراسة أي بمعنى أبسط نتائج أسبابها الصدفة، ثم تتم مقارنة قيمة **P-value** المحسوبة مع α ، فإذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من مستوى الدلالة نقبل فرضية العدم والا سيتم رفضها وقبول الفرضية البديلة.

تعطي العلاقة (28) **P-value** لاختبار (Anderson Darling) المعدل $AD^* = A^2n$ وحجم عينة صغيرة لأجل $0.2 < A^2n = AD < 0.34$ ويوجد في الملحق الجدول رقم (2) الذي يوضح عدة علاقات ل **P-VALUE** لكل قيمة ناتجة لاختبار (Anderson Darling) المعدل. (Jantschi, 2018)

$$AD^* = AD \cdot \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n}\right)$$

$$P - value = 1 - \exp(-8.318 + 42.796 \cdot (AD^*) - 59.938 \cdot (AD^*)^2) \quad (28)$$

تم حساب قيمة P وكانت مساوية ل (0.507) وهي أكبر من (0.05) أي الدراسة دالة إحصائياً ونقبل بتأثير تقدم عمر الأشخاص على احتمالات بقائهم على قيد الحياة الخاضع لتوزيع وايبل الاحتمالي وأن تأثير العمر فعلي وغير راجع للصدفة أو لسبب خارجي.

وعند حساب كل من قيم دالة البقاء $S(t)$ لكل عمر وما يقابلها من قيم دالة خطر الوفاة الآتية من دالة $h(t)$ وقيم دالة الوفاة $f(x)$ كما هي موضحة في الجدول رقم (4):

الجدول رقم (4) قيم دالة الكثافة الاحتمالية ودالة خطر الوفاة ودالة البقاء على قيد الحياة لكل عمر

| ht | fx | st hat | Age |
|----------|----------|-------------|-----|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0.018067 | 0.017822 | 0.986474607 | 1 |
| 0.022658 | 0.021897 | 0.966419738 | 2 |
| 0.025867 | 0.024398 | 0.943185293 | 3 |
| 0.028416 | 0.026083 | 0.917892053 | 4 |
| 0.030565 | 0.02724 | 0.891193891 | 5 |
| 0.032441 | 0.028014 | 0.863539373 | 6 |
| 0.034117 | 0.028497 | 0.835262372 | 7 |
| 0.035638 | 0.028747 | 0.806623435 | 8 |
| 0.037036 | 0.028808 | 0.777831919 | 9 |
| 0.038333 | 0.028714 | 0.749059185 | 10 |
| 0.039546 | 0.028491 | 0.720447113 | 11 |
| 0.040686 | 0.028159 | 0.692113944 | 12 |
| 0.041764 | 0.027738 | 0.664158477 | 13 |
| 0.042787 | 0.027241 | 0.636663232 | 14 |
| 0.043763 | 0.026682 | 0.609696888 | 15 |
| 0.044695 | 0.026072 | 0.583316236 | 16 |
| 0.045589 | 0.025419 | 0.557567766 | 17 |
| 0.046449 | 0.024733 | 0.532488991 | 18 |
| 0.047276 | 0.024022 | 0.508109568 | 19 |
| 0.048075 | 0.02329 | 0.484452252 | 20 |

المصدر: تم التنفيذ بالاستعانة ببرنامج اكسل المتقدم ووفق قيمتي معلمتي دالة البقاء المقدره لوايبل

تبين أن القيم الاحتمالية لدالة الكثافة لتوزيع وايبل $f(t)$ متزايدة مع تقدم الأشخاص بالسن فهي تعطي احتمال وفاة الأشخاص بين الفئة العمرية والفئة العمرية التالية لها بدون أي شروط، فمثلا بلغت احتمالية وفاة الأطفال دون عمر السنة 0.018 وبين السنة والسنتين 0.022 وبين السنتين والثلاث سنوات 0.024 واستمر احتمال الوفاة بالتزايد لصبح ما يقارب 0.3 حتى سن 18 و 19 عام، اما دالة خطر الوفاة الآتية لتوزيع وايبل فأظهرت- حسب طبيعتها المتعارف عليها- تزايد لاحتمالية الوفاة الآتية مع تقدم سن الأشخاص الا انها تعطي احتمالية الوفاة الآتية للأفراد لأسباب خارجية لا علاقة لها بالشخص كونها دالة شرطية بخلاف دالة الكثافة الاحتمالية ، فبلغ احتمال وفاة الأطفال الآتية بين العمر أقل من سنة 0.018 و 0.022 بين السنة الأولى و السنتين من العمر حتى وصلت الى 0.048 بين 19 سنة ودون العشرين من العمر ، في حين أعطت دالة البقاء احتمال وقدره 0.98 لبقاء الأفراد على قيد الحياة في العمر سنة و 0.96 في عمر السنتين و 0.80 في عمر 8 سنوات و 0.48 في عمر 20 عام، فبالتالي هي دالة متناقصة مع تقدم سن الأشخاص وهي تتناسب تناسب عكسي مع دالة خطر الوفاة فكلما زاد احتمال بقاء الأفراد على قيد الحياة في سن معين قل احتمال وفاتهم الآتية والعكس صحيح.

النتائج والتوصيات:

من خلال ما تم استعراضه في هذا البحث من الناحية النظرية والتطبيقية حول دالة البقاء لتوزيع وايبل الاحتمالي ذي المعلمتين، يمكننا استنتاج ما يلي:

1- إمكانية تطبيق دالة البقاء لتوزيع وايبل والدال المرتبطة بها على بيانات سكان سورية نظراً لخضوعها لهذا التوزيع الاحتمالي حسب ما وضحه اختبار Anderson Darling.

2- يوجد تأثير طردي لتزايد عمر السكان على دالة الوفاة ودالة الخطر الآني للوفاة وتأثير عكسي لتزايد عمر السكان على دالة البقاء

3- يوجد شبه انطباق بين القيم الفعلية لاحتمالات البقاء على قيد الحياة للسنوات الأولى من عمر الأفراد وتتباعد القيم الفعلية عن المقدره بتقدم العمر وهذا يعود لأسباب خارجية ناتجة عن ظروف الحرب التي تعرضت لها البلاد في سنوات المراقبة. وبناء على ما تقدم فإننا نوصي بالآتي:

- الاستفادة من التوزيعات الاحتمالية في الدراسات السكانية ولاسيما توزيع وايبل والدوال الاحتمالية المرتبطة به في تقدير احتمالات البقاء على قيد الحياة وخطورة الوفاة الآنية واحتمالات الوفاة العمرية
- إمكانية اعتماد الجهات المستفيدة من تقدير احتمالات البقاء للسكان على منهجية البحث المتبعة في التقدير
- أهمية توفير معلومات عن أعداد السكان في كل فئة عمرية على الأقل لثلاث سنوات متتالية عند إجراء التعدادات السكانية وبفئات عمرية أحادية السن لزيادة دقة ومنطقية التقدير.

References:

- 1-Alafandi, Abdulkadir. *Insurance mathematics*. First edition, Directorate of University Books and Publications, Aleppo,1982,686.
 - 2-Albakir, Zenab. *Estimates of Reliability Function of Poisson distribution with practical application*. Karbalaa, Iraq,2017,96.
 - 3-Abdulrahman, Yasmeen; Albayati, Mahmood; Alapati. *Using Weibull distribution's survival function to construct subjective life tables based on an individual's subjective expectations*. Qadisiya Journal for administrative and Economic Sciences, Sixteenth volume,2014, P. (220-229).
 - 4-Kareem, Atheer. *Analysis of Survival function when risk factor is proportional to time*. Karbalaa, Iraq,2018.
 - 5- Mahmood, Ahmad; Ahmad, Ahmad; Yosef, Amira. *Estimating of Survival models depending on the distribution of the Survival time*. Sudan,2016.
 - 6- Mahmood, Shaimaa. *Estimates of Reliability Function for complete data*. Iraq Journal for Statistic Sciences, Iraq, Thirty's number,2019, p. (25-28).
 - 7-Makhoul, Mtanios; Ghanem, Adnan. *Using Probability Weibull distribution in Forecasting*. Damascus University Journal for Administrative and Legal Sciences, Economic Faculty, Damascus University, twenty seventh volume, fourth number,2011, p. (120-138)
- المراجع باللغة الإنكليزية
- 8-B. D'Agostino, R; A. Stephens, M. *goodness-of-Fit Techniques*, Journal of Educational Statistics, American Educational Research Association Vol. 12, No. 4, 1987, pp. 412-416. <<http://www.jstor.org>>

9-<http://www.statisticshowto.com/Anderson-darling-test>

10-Jantschi, L; D. Bolboaca, S. *Computation of Probability Associated with Anderson-Darling Statistic*, 2018, <http://www.mdpi-res.com>, Sunday, 3p.m

11-Lawless, J.F. 2003. *Statistical model and methods for life time data*. Jhon Wiley and Sons, Inc. New Jersey. USA

الملحق:

الجدول رقم (1) القيم الجدولية لاختبار (Anderson Darling) حسب حجم العينة n ومستوى الدلالة a

| n \ a | 1% | 2.5% | 5% | 10% |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 10 | 0.926 | 0.779 | 0.683 | 0.578 |
| 20 | 0.969 | 0.815 | 0.704 | 0.591 |
| 50 | 1.021 | 0.861 | 0.735 | 0.616 |
| 100 | 1.047 | 0.884 | 0.754 | 0.631 |
| ∞ | 1.092 | 0.918 | 0.787 | 0.656 |

المصدر: <http://www.statisticshowto.com/Anderson-darling-test>

الجدول رقم (2) قيمة إحصاء Anderson Darling من أجل العينات الصغيرة وقوانين p-value المقابلة لها

| Anderson Darling Statistic | Formula for p-value calculation |
|----------------------------|--|
| $AD \geq 0.6$ | $\exp(1.2937 - 5.709 \cdot (AD^*)) + 0.0186 \cdot (AD^{*2})$ |
| $0.34 < AD^* < 0.6$ | $\exp(0.9177 - 4.279 \cdot (AD^*) - 1.38 \cdot (AD^{*2}))$ |
| $0.2 < AD^* < 0.34$ | $1 - \exp(-8.318 + 42.796 \cdot (AD^*) - 59.938 \cdot (AD^{*2}))$ |
| $AD^* \leq 0.2$ | $1 - \exp(-13.436 + 101.14 \cdot (AD^*) - 223.73 \cdot (AD^{*2}))$ |

المصدر: <http://www.statisticshowto.com/Anderson-darling-test>

الجدول رقم (3) أعداد السكان للسنوات 2016-2017-2018 حسب فئات السن الأحادية

| السن | 2016 | | 2017 | | 2018 | |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | ذكور | اناث | ذكور | اناث | ذكور | اناث |
| 0 | 179203 | 170065 | 173064 | 164385 | 180045 | 171715 |
| 1 | 190493 | 181792 | 182016 | 173695 | 182438 | 174440 |
| 2 | 198507 | 190170 | 188526 | 180512 | 184167 | 176454 |
| 3 | 203615 | 195570 | 195853 | 185096 | 185280 | 177809 |
| 4 | 206185 | 198365 | 195254 | 187707 | 185827 | 178555 |
| 5 | 206584 | 198928 | 195987 | 188606 | 185856 | 178744 |
| 6 | 205183 | 197630 | 195312 | 188053 | 185414 | 178427 |
| 7 | 202348 | 194844 | 193485 | 186308 | 184552 | 177655 |

| | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 8 | 198448 | 190942 | 190766 | 183631 | 183317 | 176479 |
| 9 | 193853 | 186297 | 187412 | 180283 | 181758 | 174951 |
| 10 | 188331 | 180691 | 183340 | 176187 | 179984 | 173180 |
| 11 | 181652 | 173907 | 178467 | 171268 | 178106 | 171278 |
| 12 | 177178 | 169265 | 174758 | 167468 | 175866 | 168998 |
| 13 | 176474 | 168315 | 173153 | 165721 | 173190 | 166272 |
| 14 | 178112 | 169661 | 172887 | 165278 | 170310 | 163330 |
| 15 | 179267 | 170528 | 172287 | 164498 | 167406 | 160354 |
| 16 | 180702 | 171674 | 171730 | 163763 | 164290 | 157170 |
| 17 | 180806 | 171537 | 170888 | 162734 | 162192 | 154958 |
| 18 | 178559 | 169125 | 169442 | 161095 | 162692 | 154282 |
| 19 | 174916 | 165382 | 167661 | 159129 | 161692 | 154573 |
| 20 | 171664 | 162071 | 166053 | 157388 | 162583 | 154798 |

المصدر: البنك الدولي للمعلومات بفئات خماسية وتم تحويلها الى فئات أحادية بالاستعانة بجدول معاملات سبراغ

جدول رقم (4) خطوات حساب قيمة اختبار (Anderson Darling)

| s | (2i-1) | $\ln p + \ln(1 - F_{Tn-i+1})$ | $\ln(1 - F_{Tn-i+1})$ | F_{n-i+1} desc or | $\ln F_{Ti}$ | F_{Ti} as or |
|---------|--------|-------------------------------|-----------------------|---------------------|--------------|----------------|
| -5.5646 | 1 | -5.564590793 | -2.698366667 | 0.932684629 | -2.866224126 | 0.056913419 |
| -15.408 | 3 | -5.136007674 | -2.54483122 | 0.921513702 | -2.591176454 | 0.074931834 |
| -23.264 | 5 | -4.652762141 | -2.327396876 | 0.90245065 | -2.325365265 | 0.097747734 |
| -29.125 | 7 | -4.160650708 | -2.090343241 | 0.876355311 | -2.070307467 | 0.12614699 |
| -33.099 | 9 | -3.67764982 | -1.850162485 | 0.84278838 | -1.827487335 | 0.16081714 |
| -35.362 | 11 | -3.214735246 | -1.616441248 | 0.801395774 | -1.598293998 | 0.202241248 |
| -36.131 | 13 | -2.779280303 | -1.395290128 | 0.752238857 | -1.383990175 | 0.250576711 |
| -35.644 | 15 | -2.376237665 | -1.190536535 | 0.695941918 | -1.18570113 | 0.305531887 |
| -35.213 | 17 | -2.071368741 | -1.067046428 | 0.655976884 | -1.004322313 | 0.366292783 |
| -31.891 | 19 | -1.678490709 | -0.838122926 | 0.567478363 | -0.840367783 | 0.431551777 |
| -29.112 | 21 | -1.386296384 | -0.691725857 | 0.499288833 | -0.694570527 | 0.499288833 |
| -26.022 | 23 | -1.131397703 | -0.564845046 | 0.431551777 | -0.566552657 | 0.567478363 |
| -21.945 | 25 | -0.877797961 | -0.456168233 | 0.366292783 | -0.421629728 | 0.655976884 |
| -19.632 | 27 | -0.727098105 | -0.364609031 | 0.305531887 | -0.362489074 | 0.695941918 |
| -16.621 | 29 | -0.573152693 | -0.288451316 | 0.250576711 | -0.284701377 | 0.752238857 |
| -13.868 | 31 | -0.447349397 | -0.225949043 | 0.202241248 | -0.221400354 | 0.801395774 |
| -11.43 | 33 | -0.346366031 | -0.175326646 | 0.16081714 | -0.171039384 | 0.84278838 |
| -9.3389 | 35 | -0.266826762 | -0.134843098 | 0.12614699 | -0.131983664 | 0.876355311 |
| -7.6036 | 37 | -0.205502395 | -0.102861124 | 0.097747734 | -0.102641272 | 0.90245065 |
| -6.2254 | 39 | -0.159625484 | -0.077887852 | 0.074931834 | -0.081737633 | 0.921513702 |
| -5.2597 | 41 | -0.12828534 | -0.058597186 | 0.056913419 | -0.069688154 | 0.932684629 |

المصدر: من اعداد الباحث بالاعتماد على قيم St المقدره بالترتيبي التصاعدي والتنازلي والموجودة في الجدول رقم (1)

جدول رقم (5) خطوات حساب P-value

| Z | P- value | CDF | i2 |
|------------|-------------|-----------|----|
| -0.2082457 | 0.417518569 | 0.0238095 | 1 |
| 0.0097368 | 0.503884345 | 0.0714286 | 2 |
| 0.1299831 | 0.551710106 | 0.1190476 | 3 |
| 0.2205632 | 0.58728374 | 0.1666667 | 4 |
| 0.2969116 | 0.616732981 | 0.2142857 | 5 |
| 0.3653067 | 0.642558758 | 0.2619048 | 6 |
| 0.4290614 | 0.666060725 | 0.3095238 | 7 |
| 0.4902548 | 0.688023179 | 0.3571429 | 8 |
| 0.5503948 | 0.708975709 | 0.4047619 | 9 |
| 0.6107359 | 0.72931278 | 0.452381 | 10 |
| 0.6724697 | 0.749357648 | 0.5 | 11 |
| 0.7368806 | 0.769402515 | 0.547619 | 12 |
| 0.805518 | 0.789739586 | 0.5952381 | 13 |
| 0.8804497 | 0.810692116 | 0.6428571 | 14 |
| 0.9647085 | 0.83265457 | 0.6904762 | 15 |
| 1.0632096 | 0.856156537 | 0.7380952 | 16 |
| 1.1849547 | 0.881982314 | 0.7857143 | 17 |
| 1.3496232 | 0.911431555 | 0.8333333 | 18 |
| 1.6164844 | 0.947005189 | 0.8809524 | 19 |
| 2.5643105 | 0.99483095 | 0.9285714 | 20 |
| #NUM! | 1.081196726 | 0.9761905 | 21 |

المصدر: تم التنفيذ بتطبيق العلاقتين (23) (24) والدوال التراكمية للتوزيع الطبيعي المذكورة في الجزء النظري من البحث