مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الاقتصادية المجلد (20) العدد (1) 1998
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Economical Science Series Vol. (20) No (1) 1998

استخدام تحليل التباين المشترك في السيطرة على الاختلافات التجريبية

الدكتور محمد الحسين الصطوف*

(قبل للنشر في 1997/3/13)

❐ ملخص ❐

يميل بعض الباحثين إلى تصميم تجاربهم وتنفيذها، وبعد الانتهاء من الحصول على بيانات، ينظرون في تحليل هذه البيانات إحصائياً. وهذا خطأ كبير، لأن إغفال الجانب الإحصائي -غالباً- ما يؤدي إلى اختيار تصميم خاطئ، لا تستخلص منه أية نتائج يقتد بها. وعلى العكس من ذلك، إذا أخذ الجانب الإحصائي بعين الاعتبار، فإنه لا يعاون فقط على تحليل البيانات تحليلاً علمياً سليماً، بل يسهم بشكل أساسي في اختيار التصميم الأكثر كفاءة، أي الذي يعطي أكبر قدر من المعلومات والنتائج بأدنى حد من الجهد التجريبي، وهو إضافة إلى ذلك يقلل من مصادر أخطاء التجريب، ويوضح طريقة تقدير هذه الأخطاء؛ لأن خطة التحليل الإحصائي هي جزء رئيسي من تصميم التجربة.

هذا، ويمكن التحكم في مقدار الخطأ التجريبي عن طريق:

1. استخدام تصميم تجريبي أكثر كفاءةً تبعاً لمدى التجانس بين الوحدات التجريبية.
2. استخدام البيانات المتلازمة (تحليل التباين المشترك).
3. اختيار حجم وشكل الوحدة التجريبية المناسب مع عدد مناسب من المكررات.
4. تحسين الطرق الفنية المستخدمة في التجربة، مع الاهتمام بدقة القياسات وتسجيل البيانات.

وعموماً، إذا لم يكن بالإمكان السيطرة على الاختلافات بين الوحدات التجريبية عن طريق تجميعها في قطاعات متجانسة، فعندئذٍ نقوم بقياس المتغيرات ذات العلاقة، ونستخدم تحليل التباين المشترك.

وما يجب ملاحظته هنا، أن تحليل التباين المشترك لعدد من التصاميم المعروفة، ما هو إلا امتداد طبيعي للطرق التي سنوردها في البحث، بالنسبة للتصاميم الأساسية والأكثر استعمالاً من قبل الباحثين.

* أستاذ مساعد في قسم الإحصاء – كلية الاقتصاد – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الاقتصادية المجلد (20) العدد (1) 1998
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Economical Science Series Vol. (20) No (1) 1998

Application of Common Differentiation in Control of Experimental Variations

Dr. Mouhammad AL-SATOUF*

(Accepted 13/3/1997)

❐ ABSTRACT ❐

Some researchers are inclined to execute and draw the designs of their experiments; and after having finished from obtaining the descriptions, they look to the analysis of these data statistically. This is a great error because dropping the statistical side leads almost to choosing a wrong design of which cannot be abstracted any dependable results. On the contrary of that, if the statistical side is taken into consideration, it does not only assist to analyse the data a proper scientific analysis, but also contributes basically in choosing the design which is most qualified, that is the design which gives the greatest quantity of information and results at a less experimental effort, and it is in addition to that decreases the sources of experimental error and clarifies the method of these errors estimation, because the plan of statistical analysis is a major in correcting the experiment.

Thus, we are able to control the estimated experimental error and command it through:

1. *The use of experimental design more efficient according to the range of homogeneity among the experimental units.*
2. *Using the inseparable data (analysis of concomitant differential).*
3. *Choosing the shape and size of the experimental unit suitable with a suitable number of repeaters.*
4. *Improving the technical methods used in the experiment with an eye on the accuracy of measures and data registration.*

In general if it is impossible to control the differences among the experimental units by gathering and use the common differential analysis.

What we should notice here is that the analysis of the common variable / difference to a number of known designs is but a natural extension to the methods which we shall imply in the research with regards to the basic designs most used by the researchers.

* Associate Professor at Statistics Department, Faculty of Economics, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

لكي يمكن إجراء تجربة جيدة يعتمد على نتائجها بقدر كبير من الثقة، لا بد من توافر شروط أو متطلبات، ونظراً لأهمية التأكد من توفير كل الظروف التي تزيد من جودة التجربة ورفع كفاءتها، لابد من تقدير تأثيرات المعاملات والفروق بينها تقديراً صحيحاً، وفي هذه الحالة، فإننا نتوقع أن الوحدات التجريبية التي تتلقى معاملة ما يجب ألا تعكس غير اختلافات عشوائية، عن تلك التي تتلقى معاملة أخرى، بما في ذلك معاملة المقارنة، أي التي تترك دون معاملة. وبالتالي فإن دقة أية تجربة تعتمد على كل من الاختلافات الذاتية بين مواد التجربة، ومدى دقة الطرق والوسائل التجريبية، كذلك عدد الوحدات التجريبية وتكرار المشاهدات، لكل وحدة تجريبية، إضافة إلى التصميم المستخدم في التجربة. وهذا يعني أن تحقيق الدقة في التجربة إنما يعني المقدرة في السيطرة على الخطأ التجريبي عن طريق:

1. استخدام تصميم تجريبي أكثر كفاءة تبعاً لمدى التجانس بين الوحدات التجريبية.
2. استخدام البيانات المتلازمة (تحليل التباين المشترك).
3. اختيار حجم وشكل الوحدة التجريبية المناسب مع عدد من المكررات.
4. تحسين الطرق المستخدمة في التجربة مع الاهتمام بدقة القياسات وتسجيل البيانات.

من ذلك نرى أن الهدف الرئيسي من التحكم في الوحدات التجريبية، بعد التعرف عليها، هو اختيار أسلوب التحليل الإحصائي الملائم لاختيار التصميم الأكثر كفاءة، والذي يؤدي إلى تقليل الخطأ التجريبي وزيادة دقة الاختبارات والاستنتاجات.

أهداف استخدامات تحليل التباين المشترك:

قبل أن ندخل في مناقشة طرق تحليل التباين المشترك، ينبغي علينا توضيح أهمية استخدام هذه الوسيلة في التحليل الإحصائي. وعموماً، نستطيع أن نلخص أهم استعمالات تحليل التباين المشترك في النقاط الثلاث التالية:

1. للسيطرة على الخطأ التجريبي وزيادة دقة التجربة.
2. لضبط متوسطات المعاملات الخاصة بالمتغير المعتمد غير المستقل (Y)، بالنسبة للاختلافات الحادثة في قيم المتغيرات المستقلة المرافقة (XS)، أي إزالة إيّ تحيز راجع للمتغير المرافق.
3. لتقدير القيم الغائبة، وتعتبر هذه الطريقة أفضل من استعمال المعادلات الخاصة بتقدير قيم البيانات المفقودة في التصاميم المختلفة.

وعموماً، فإن القاعدة التي نتبعها

في هذا المجال -إذا لم يكن بالإمكان السيطرة على الاختلافات بين الوحدات التجريبية عن طريق تجميعها في قطاعات متجانسة- هي قياس المتغيرات ذات العلاقة واستخدام تحليل التباين المشترك.

ولكي يمكن إيضاح أهمية استخدامات تحليل التباين المشترك، لابد لنا من استعراض ذلك التحليل بعدد من التصاميم الأساسية والأكثر استعمالاً من قبل الباحثين (سرحان، 1969، أبو يوسف 1989).

1- تحليل التباين المشترك للتصميم العشوائي الكامل C.R.D:

- **تمثيل البيانات بالرموز:** لو رمزنا لقيم مشاهدات المتغير تحت الدراسة بالحرف y، وللمجاميع بصورته الكبيرة Y، مع استخدام رموز جانبية لتحديد المشاهدة المقصودة، فإننا كذلك -وكما سبق أن اتفقنا- سنرمز لقيم المشاهدات المرافقة والخاصة بالمتغير المستقل بالحرف x، ولمجاميعه بصورته الكبيرة X، وسنستخدم كذلك نفس الرموز الموجودة مع y لتمييز المشاهدة المرافقة لها، أي أن لكل قيمة مشاهدة من قيم المتغير المدروس (المتغير المعتمد) Y_{ij} ستكون لها قيمة مرافقة X_{ij}.

- **النموذج الرياضي:** يكون النموذج الرياضي لتحليل التباين المشترك لتجارب التصميم العشوائي الكامل كما يلي:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta\left(x_{ij} - \overline{X}...\right) + \varepsilon_{iy} \begin{cases} i = 1,2,....,t \\ j = 1,2,....,r \end{cases}$$

حيث تشير رموز هذه المعادلة الخطية إلى:

Y_{ij}: وهي قيمة المشاهدة الخاصة بالوحدة التجريبية j التي أخذت المعاملة i، والتي تتكون من المكونات التالية:

μ: وهي القيمة الحقيقية للوسط الحسابي للمجتمع (مجتمع المشاهدات، الذي تعتبر بيانات تجربتنا عينة مأخوذة منه) وتقدر بقيمة $\overline{Y}..$، أي الوسط الحسابي العام للمشاهدات.

τ_i: وهي قيمة تأثير المعاملة، وتقدر بقيمة انحراف الوسط الحسابي للمعاملة i عن الوسط الحسابي العام.

$\left(x_{ij} - \overline{X}...\right)$: وهي قيمة انحراف المتغير المرافق (المستقل) عن الوسط الحسابي لهذا المتغير.

β: وهي قيمة معامل الانحدار العام لجميع المعاملات.

ε_{iy}: وترمز لمكون الخطأ التجريبي الخاص بالوحدة التجريبية j التي أخذت المعاملة i، وهو خطأ عشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً ومستقلاً، بمتوسط عام يساوي صفراً وتباين يساوي δ_{ε}^2.

$$\left(\varepsilon_{ij} \sim NID\left(O, \delta_{\varepsilon}^2\right)\right)$$

ولقد سبق لنا أن عرفنا أن النموذج الرياضي لتحليل تباين تجارب التصميم العشوائي الكامل هو:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{iy} \begin{cases} i = 1,2,\dots,t \\ j = 1,2,\dots,r \end{cases}$$

وبمقارنة المعادلتين يتضح أن تحليل التباين يجري للمتغير المدروس Y، بعد إضافة الجزء الراجع إلى الاختلافات في قيم المتغير المستقل غير المتحكم فيه، أي المتغير x.

– جدول تحليل التباين المشترك: يوضح الجدول (1) تحليل التباين المشترك لتجارب التصميم العشوائي الكامل C.R.D، ومن الجدول يتضح أننا نقوم بحساب مجموع مربعات الانحرافات الكلية، ثم نقوم بتجزئتها إلى مكوناتها، وذلك بالنسبة لكل من المتغيرين Y وx، وكذلك بالنسبة لحاصل ضربهما xy.

جدول (1) تحليل التباين المشترك لتجارب التصميم العشوائي الكامل C.R.D

S.O.V	d.f.	sum of squares sum of cross products (SS. and SCP)				Adjusted	Adjusted	F
		xx	xy	yy	d.f.	SS'	M.S.	
Treatments	t-1	t_{xx}	t_{xy}	t_{yy}	t-1	$t'_{yy} = (t_{yy} + e'_{yy}) - e'_{yy}$	$MS't = \frac{t'yy}{t-1}$	$F = \frac{MS't}{MSe'}$
Error	t(r-1)	e_{xx}	e_{xy}	e_{yy}	t(r-l)-1	$e'_{yy} = e_{yy} - \frac{(e_{xy})^2}{e_{xx}}$	$MS'e = \frac{e'yy}{t(r-1)-1}$	
Total	rt-1	T_{xx}	T_{xy}	T_{yy}				
Treat+Error	rt-1	$t_{xx} + e_{xx}$	$t_{xy} + e_{xy}$	$t_{yy} + e_{yy}$	(r't-1)-1	$(t_{yy} + e_{yy})' = (t_{yy} + e_{yy}) - \frac{(t_{xy} + e_{xy})^2}{(t_{xx} + e_{xx})}$		

وفيما يلي خطوات حساب مجاميع المربعات (أي مجاميع مربعات الانحرافات) ومكوناتها لكل من المتغيرين، y (وهو المتغير تحت الدراسة، وهو غير مستقل أي معتمد) والمتغير x (وهو المتغير المرافق وهو مستقل)، وكذلك حاصل ضرب المتغيرين xy:

- حساب مجموع المربعات الكلية للمتغير Y، ويرمز له بـT_{yy}:

$$T_{yy} = \sum y_{iy}^2 - \frac{(Y..)^2}{rt}$$

- حساب مجموع مربعات المعاملات للمتغير y ويرمز له t_{yy}:

$$t_{yy} = \frac{\sum Y_i^2}{r} - \frac{(Y..)^2}{rt}$$

- حساب مجموع مربعات الخطأ للمتغير y، ويرمز له e_{yy}:

$$e_{yy} = T_{yy} - t_{yy}$$

- حساب مجموع المربعات الكلية للمتغير x، ويرمز له T_{xx}:

$$T_{xx} = \sum x_{iy}^2 - \frac{(X..)^2}{rt}$$

- حساب مجموع مربعات المعاملات للمتغير x، ويرمز له t_{xx}:

$$t_{xx} = \frac{\sum X_i^2}{r} - \frac{(X..)^2}{rt}$$

- حساب مجموع مربعات الخطأ للمتغير x، ويرمز له e_{xx}:

$$e_{xx} = T_{xx} - t_{xx}$$

- حساب مجموع نواتج ضرب المتغيرين y و x الكلية، ويرمز لها T_{xy}:

$$T_{xy} = \sum x_{iy} y_{ij} - \frac{(X..)(Y..)}{rt}$$

- حساب مجموع نواتج ضرب المتغيرين y و x للمعاملات، ويرمز لها t_{xy}:

$$t_{xy} = \frac{\sum X_i Y_i}{r} - \frac{(X..)(Y..)}{rt}$$

- حساب مجموع نواتج ضرب المتغيرين y و x للخطأ، ويرمز لها e_{xy}:

$$e_{xy} = T_{xy} - t_{xy}$$

وعلى ذلك:

(1)- لاختبار الفرضية بعدم وجود اختلافات بين متوسطات المعاملات غير المعدلة للمتغير y. فإن اختيار F يكون كالمعتاد:

$$F = \frac{t_{yy} / t-1}{e_{yy} / t(r-1)} = \frac{MSt \text{ for y}}{MSe \text{ for y}}$$

(2)- لاختبار الفرضية بعدم وجود اختلافات بين متوسطات المعاملات للمتغير x يكون اختيار F:

$$F = \frac{t_{xx} / t-1}{e_{xx} / t(r-1)} = \frac{MSt \text{ for x}}{MSe \text{ for x}}$$

(3)- لاختبار الفرضية بعدم وجود اختلافات بين متوسطات المعاملات للمتغير y المعدلة لانحدار y على x، يكون اختبار F على أساس التباينات المعدلة:

$$F = \frac{MSt'}{MSe'}$$

نود أن نشير هنا، إلى أن هذا الاختبار مبني على افتراض أن معامل الانحدار العام β في النموذج الرياضي الخاص بهذا التصميم لا يساوي صفراً. وعلى ذلك، فإنه لمن المفضل، قبل أن نختبر الفرضية بعدم وجود اختلافات بين

التأثيرات الحقيقية لمتوسطات المعاملات للمتغير y المعدلة، أن نختبر أولاً:

$$H_0 : \beta = 0$$

وذلك لأننا إذا لم نستطع تقرير ذلك (أي تقرير أن $\beta \neq 0$)، ونكون مطمئنين لهذا القرار، فإن تحليل التباين المشترك المعتاد في هذه الحالة تحيط به كثير من الشكوك. وإن اختبار F المناسب لاختبار فرضية العدم: $H_0 : \beta = 0$ هو:

$$F = \frac{(exy)^2 / exx}{MSe'}$$

وتكون درجات حرية F في هذا الاختبار هي:

بالنسبة للتباين الأول (أي الصورة أو البسط) هي: $V_1 = i$

بالنسبة للتباين الثاني (أي المخرج أو المقام) هي: $V_2 = t(r-1)-1...$

ومن المعتاد، إضافة إلى إجراء اختبار F الذي أوضحناه سابقاً لاختبار تأثير المعاملات (للمتغير y)، أن نعد جدولاً لمتوسطات المعاملات المعدلة، ليساعدنا في شرح وتفسير نتائج التجربة. وهذه المتوسطات المعدلة، يمكننا أن نحسبها عن طريق تطبيق المعادلة التالية، بالنسبة لمتوسط كل معاملة من المعاملات t كما يلي:

$$adj.\bar{y}i = \bar{y}i - b\left(\bar{X}_i - \bar{X}..\right).. \quad i = 1,2,...,t$$

حيث b: هي معامل انحدار y على x، وتقدر كما يلي:

$$b = \frac{e_{xy}}{e_{xx}}$$

ويتم تقدير تباين المتوسط المعدل لأي معاملة كما يلي:

$$S^2_{(adj-\bar{y}_i)} = MSe'\left(\frac{1}{r} + \frac{\left(\bar{X}_{i.} - \bar{X}..\right)^2}{e_{xx}}\right)$$

أما تباين الفرق بين المتوسطين المعدلين لأي معاملتين فيتم تقديره كما يلي:

$$S^2_{(adj.\bar{y}_{i.} - adj-\bar{y}'_{i.})} = MSe'\left(\frac{2}{r} + \frac{\left(\bar{X}_{i.} - \bar{X}'..\right)^2}{e_{xx}}\right)$$

2- تحليل التباين المشترك لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة: R.C.B.D:

- النموذج الرياضي: يكون النموذج الرياضي لتحليل التباين في تجارب تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، هو ما تمثله المعادلة الخطية التالية (بشر، 1974؛ Anderson, 1974):

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + \beta\left(x_{ij} - \bar{X}...\right) + \varepsilon_{iy} \begin{cases} i = 1,2,....,t \\ j = 1,2,....,r \end{cases}$$

حيث إن:

Y_{ij}: ترمز لقيمة المشاهدة المسجلة في الوحدة التجريبية الموجودة في القطاع j والتي أخذت المعاملة i.

μ: وترمز لقيمة الوسط الحسابي للمجتمع الذي تعتبر مشاهدات التجربة عينة ممثلة له.

τ_i: وترمز لتأثير المعاملة i.

ρ_j: وترمز لتأثير القطاع j.

β: وهو معامل الانحدار العام لجميع المعاملات.

$(x_{ij} - \overline{X}...)$: وهو قيمة انحراف المتغير المرافق الخاص بهذه الوحدة التجريبية (أي x_{ij}) عن الوسط الحسابي لهذا المتغير.

ε_{iy}: وهي قيمة الخطأ التجريبي الخاص بهذه الوحدة التجريبية، وهو خطأ عشوائي من مجتمع يتوزع توزيعاً طبيعياً ومستقلاً، بمتوسط عام يساوي صفراً، وتباين يساوي σ_ε^2.

– **جدول تحليل التباين المشترك:** ويوضح الجدول (2) تحليل التباين المشترك لتجارب تصميم القطاعات العشوائية الكاملة R.C.B.D وطرقه، وبالتالي صيغ حساب مجاميع المربعات لكل من المتغير y و x ومجاميع نواتج ضربهما.

جدول (2) تحليل التباين المشترك لتجارب تصميم القطاعات العشوائية الكاملة R.C.B.D

S.O.V	d.f.	sum of squares sum of cross products (ss. and SCP)				Adjusted	Adjusted	F
		xx	xy	yy	d.f.	SS'	M.S'.	
Blocks	r-1	r_{xx}	r_{xy}	r_{yy}				
Treatments	t-1	t_{xx}	t_{sy}	t_{yy}	t-1	$t'_{yy} = \left(t_{yy} + e'_{yy}\right) - e'_{yy}$	$MS't = \frac{t'yy}{t-1}$	$\frac{MS't}{MSe'}$
Error	(t-1)(r-1)	e_{xx}	e_{xy}	e_{yy}	(t-1)(r-l)-1	$e'_{yy} = e_{yy} - \frac{\left(e_{xy}\right)^2}{e_{xx}}$	$MS'e = \frac{e'yy}{(t-1)(r-1)-1}$	
Total	rt-1	T_{xx}	T_{xy}	T_{yy}				
Treat+Error	r(t-1)	$t_{xx} + e_{xx}$	$t_{xy} + e_{xy}$	$t_{yy} + e_{yy}$	(rt-1)-1	$\left(t_{yy} + e_{yy}\right)' = \left(t_{yy} + e_{yy}\right) - \frac{\left(t_{xy} + e_{xy}\right)^2}{\left(t_{xx} + e_{xx}\right)}$		

وفيما يلي خطوات حساب مجاميع المربعات (أي مجاميع مربعات الانحرافات) ومكوناتها لكل من المتغيرين، x و y، وكذلك حاصل ضرب المتغيرين xy:

- مجموع المربعات الكلية للمتغير Y، ويرمز له بـT_{yy}:

$$T_{yy} = \sum y_{ij}^2 - \frac{(Y..)^2}{rt}$$

- مجموع مربعات المعاملات للمتغير y، ويرمز له t_{yy}:

$$t_{yy} = \frac{\sum Y_i^2}{r} - \frac{(Y..)^2}{rt}$$

- مجموع مربعات القطاعا ت للمتغير y، ويرمز له r_{yy}:

$$r_{yy} = \frac{\sum Y^2.j}{t} - \frac{(Y..)^2}{rt}$$

- مجموع مربعات الخطأ للمتغير y، ويرمز له e_{yy}:

$$e_{yy} = T_{yy} - t_{yy} - r_{yy}$$

- مجموع المربعات الكلية للمتغير x، ويرمز له بـT_{xx}:

$$T_{xx} = \sum x_{iy}^2 - \frac{(X..)^2}{rt}$$

- مجموع مربعات المعاملات للمتغير x، ويرمز له t_{xx}:

$$t_{xx} = \frac{\sum X_i^2}{r} - \frac{(X..)^2}{rt}$$

- مجموع مربعات القطاعا ت للمتغير x، ويرمز له r_{xx}:

$$r_{xx} = \frac{\sum X^2.j.}{t} - \frac{(X..)^2}{rt}$$

- مجموع مربعات الخطأ للمتغير x، ويرمز له e_{xx}:

$$e_{xx} = T_{xx} - t_{xx} - r_{xx}$$

- حساب مجموع نواتج ضرب المتغيرين x و y الكلية، ويرمز لها T_{xy}:

$$T_{xy} = \sum x_{ij} y_{ij} - \frac{(X..)(Y..)}{rt}$$

- حساب مجموع نواتج ضرب المتغيرين y و x للمعاملات، ويرمز لها t_{xy}:

$$t_{xy} = \frac{\sum X_i Y_i}{r} - \frac{(X..)(Y..)}{rt}$$

- حساب مجموع نواتج ضرب المتغيرين y و x للقطاعات، ويرمز لها r_{xy}:

$$r_{xy} = \frac{\sum X.jYj}{t} - \frac{(X..)(Y..)}{rt}$$

- مجموع مربعات نواتج ضرب المتغيرين y و x للخطأ، ويرمز لها e_{xy}:

$$e_{xy} = T_{xy} - t_{xy} - r_{xy}$$

وكما أشرنا سابقاً في حالة التصميم العشوائي الكامل، سوف نرغب في حساب متوسطات المعاملات المعدلة والخاصة بالمتغير تحت الدراسة y، وربما كذلك في اختبار فرضية العدم القائلة بأن معامل الانحدار β يساوي صفراً (أي $H_0 : \beta = 0$) - فبالنسبة لحساب المعاملات المعدلة، يتم إجراؤها بسهولة، باستخدام المعادلة التالية:

$$adj.\bar{y}_i = \bar{y}_i' - b(\bar{X}_{i.} - \bar{X}..)$$

حيث b: هي معامل انحدار y على x، والذي يحسب باستعمال قيمتي مجموع مربعات الخطأ التجريبي للمتغير x (أي e_{xx})، ومجموع نواتج ضرب المتغيرين y و x للخطأ التجريبي (أي e_{xx}) كما يلي:

$$b = \frac{e_{xy}}{e_{xx}}$$

أما تباين المتوسط المعدل لأي معاملة، فيقدر بتطبيق المعادلة التالية:

$$S^2_{\bar{y}'_{i.}} = MSe'\left(\frac{1}{r} + \frac{\left(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..}\right)^2}{e_{xx}}\right)$$

وتباين الفرق بين المتوسطين المعدلين لأي معاملتين (ولتكن المعاملتان t_1 وt_2)، يحسب كما يلي:

$$S^2_{\left(\bar{y}'_{i.} - \bar{y}'_{2}\right)} = MSe'\left(\frac{2}{r} + \frac{\left(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{2..}\right)^2}{e_{xx}}\right)$$

لاختبار فرضية العدم $H_0 : \beta = 0$ نجري اختبار F التالي:

$$F = \frac{(e_{xx})^2 / e_{xx}}{MSe'}$$

ودرجات حرية F في هذا الاختبار هي:

$V_1 = 1$, $V_2 = (r-1)(t-1)-1$

3- تحليل التباين المشترك في التجارب العاملية:

إن تحليل التباين المشترك، في التجارب التي تكون معاملاتها عبارة عن التوفيق بين عدة عوامل (أي ذات طبيعة عاملية)، يتبع نفس الأسلوب الذي أوضحناه في الأجزاء السابقة، والإضافة الوحيدة التي نقترحها -عندما نعرف أننا نتعامل مع مجموع من المعاملات العاملية- هي أننا نستطيع في هذه الحالة أن نختبر بين المتوسطات المعدلة لكل عامل من العوامل المدروسة، وكذلك لجميع التداخلات بينها.

وفي هذا المجال، يمكننا استعراض تحليل التباين لتجربة عاملية ذات عاملين في تصميم قطاعات عشوائية كاملة:

النموذج الرياضي لتجربة عاملية ذات عاملين، وبها متغير مرافق (x)، كما هو موضح في المعادلة الخطية التالية، التي تبين مكونات إحدى مشاهدات المتغير تحت الدراسة (y) (Bancroft, 1968 – Chew, 1958):

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta j + (\alpha\beta)_{ij} + \sigma_{\left(X_{ijk} - \overline{X}_{..}\right)} + \rho_{k+\varepsilon_{ijk}}$$

$$\begin{cases} i = 1,2,\ldots,a \\ j = 1,2,\ldots b \\ k = 1,2,\ldots r \end{cases}$$

حيث إن:

y_{ijk}: ترمز لقيمة المشاهدة المسجلة من الوحدة التجريبية الموجودة في المكرر (القطاع) K، والتي أخذت المستوى i من العامل الأول (A)، والمستوى j من العامل الثاني (B).

μ: وترمز للمتوسط العام للمجتمع الذي تعبر مشاهدات التجربة عينة ممثلة له.

α_i: وترمز لتأثير المستوى من العامل الأول (A).

β_j: وترمز لتأثير المستوى من العامل الثاني (B).

$(\alpha\beta)_{ij}$: وترمز لتأثير التداخل بين المستوى i من العامل (A)، والمستوى j من العامل (B).

σ: وترمز لمعامل الانحدار العام لجميع المعاملات (أي انحدار y على X).

$\left(X_{ijk} - \overline{X}_{..}\right)$: وترمز لمقدار انحراف المتغير المرافق الخاص بهذه الوحدة التجريبية، عن المتوسط العام لهذا المتغير.

ρ_k: وترمز لتأثير القطاع الذي توجد به الوحدة الجريبية التي أخذت منها المشاهدة.

ε_{ijk}: ويرمز للخطأ التجريبي الخاص بهذه المشاهدة، وهو خطأ عشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً ومستقلاً بمتوسط عام يساوي الصفر، وتباين يساوي σ^2.

أما الجدول (3) فيبين تحليل التباين المشترك لمثل هذا النوع من التجارب، (Nalimov, 1985).

جدول (3) تحليل التباين المشترك لتجربة عاملية في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة:

S.O.V	d.f	SS and SCP		
		xx	xy	YY
Replicates	r-1	r_{xx}	r_{xY}	r_{YY}
Treat Comb	(ab-a)	t_{xx}	t_{xy}	t_{YY}
A	a-1	A_{xx}	A_{xY}	A_{YY}
B	b-1	B_{xx}	B_{xY}	B_{YY}
AB	(a-1)(b-1)	AB_{xx}	AB_{xY}	AB_{YY}
Error	(r-1)(ab-1)	e_{xx}	e_{xY}	e_{YY}
Total	rab-1	T_{xx}	T_{xY}	T_{YY}
A+Error	(a-1)+(r-1)(ab-1)	$A_{xx}+e_{xx}$	$A_{xY}+e_{xY}$	$A_{YY}+e_{YY}$
B+Error	(b-1)+(r-1)(ab-1)	$B_{xx}+e_{xx}$	$B_{xY}+e_{xY}$	$B_{YY}+e_{YY}$
AB+Error	(a-1)(b-1)+(r-1)(ab-1)	$AB_{xx}+e_{xx}$	$AB_{xY}+e_{xY}$	$AB_{YY}+e_{YY}$

تتمة الجدول (3)

S.O.V Replicates	Adjusted S.S S.S'	Adjusted M.S (M.S')	F
Treat Comb			
A	$A'_{YY} = \left(A_{YY} + e_{YY}\right)' - e'_{YY}$	$MSA' = \frac{A'YY}{a-1}$	$\frac{MSA'}{MSe'}$
B	$B'_{yy} = \left(B_{yy} + e_{yy}\right)' - e'_{yy}$	$MSB' = \frac{B'YY}{b-1}$	$\frac{MSB'}{MSe'}$
AB	$AB'_{yy} = \left(AB_{yy} + e_{yy}\right)' - e'_{yy}$	$MS(AB') = \frac{AB'YY}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{MS(AB')}{MSe'}$
Error	$e'_{yy} = e_{yy} - \frac{\left(e_{xy}\right)^2}{e_{xx}}$	$MSe' = \frac{e'_{yy}}{(r-1)(ab-1)-1}$	
Total			
A+Error	$\left(A_{yy} + e_{yy}\right)' = \left(A_{yy} + e_{yy}\right) - \frac{\left(A_{xy} + e_{xy}\right)^2}{\left(A_{xx} + e_{xx}\right)}$		
B+Error	$\left(B_{yy} + e_{yy}\right)' = \left(B_{yy} + e_{yy}\right) - \frac{\left(B_{xy} + e_{xy}\right)^2}{\left(B_{xx} + e_{xx}\right)}$		
AB+Error	$\left(AB_{yy} + e_{yy}\right)' = \left(AB_{yy} + e_{yy}\right) - \frac{\left(AB_{xy} + e_{xy}\right)^2}{\left(AB_{xx} + e_{xx}\right)}$		

أمـا عن كيفية حساب مكونات الجدول السابق الخاص بتحليل التباين المشترك لمثل تلك التجارب، فسنتابعه في الخطوات التالية:

$$T_{yy} = \sum Y_{ijk}^2 - \frac{(Y..)^2}{abr}$$

$$A_{yy} = \frac{\sum Y_i^2}{br} - \frac{(Y..)^2}{abr}$$

$$B_{yy} = \frac{\sum Y.j^2}{ar} - \frac{(Y..)^2}{abr}$$

$$AB_{yy} = \frac{\sum Y_{ij}^2}{r} - \frac{\sum Y_i^2..}{br} - \frac{\sum Y.j^2}{ar} - \frac{(Y..)^2}{abr}$$

$$r_{yy} = \frac{\sum Y..K^2}{ab} - \frac{(Y..)^2}{abr}$$

$$e_{yy} = T_{yy} - A_{yy} - B_{yy} - AB_{yy} - r_{yy}$$

$$T_{xx} = \sum X_{ijk}^2 - \frac{(X..)^2}{abr}$$

$$A_{xx} = \frac{\sum X_i^2..}{br} - \frac{(X..)^2}{abr}$$

$$B_{xx} = \frac{\sum X.j^2.}{ar} - \frac{(X..)^2}{abr}$$

$$AB_{xx} = \frac{\sum X_{ij}^2}{r} - \frac{\sum X_i^2..}{br} - \frac{\sum X^2.j.}{ar} + \frac{(X..)^2}{abr}$$

$$r_{xx} = \frac{\sum X^2..K}{ab} - \frac{(X..)^2}{abr}$$

$$e_{xx} = T_{xx} - A_{xx} - B_{xx} - AB_{xx} - r_{xx}$$

$$T_{xy} = \sum X_{ijk}^2 \, Y_{ijk} - \frac{(X...)(Y..)}{abr}$$

$$A_{xy} = \frac{\sum X_i..Y_i..}{br} - \frac{(X...)(Y..)}{abr}$$

$$B_{xy} = \frac{\sum X_j.Y_j}{ar} - \frac{(X...)(Y..)}{abr}$$

$$AB_{xy} = \frac{\sum X_{ij}.Y_{ij}}{r} - \frac{\sum X_i..Y_i..}{br} - \frac{\sum X_i Y_j}{ar} + \frac{(X..)(Y..)}{abr}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum X..KY..k}{ab} - \frac{(X..)(Y..)}{abr}$$

$$e_{xy} = T_{xy} - A_{xy} - B_{xy} - AB_{xy} - r_{xy}$$

أمـا مـن حيـث الجـانب التطـبيقي بعض نتائج التجارب العملية، فإننا نقدم فيما لعناصـر البحث، ونماذجـه الرياضية علـى يـلي نـتائج إحـدى التجارب التي أجريت في

مركز تربية الدواجن بمدينة سبها في الجماهيرية الليبية لعام 1995، من أجل مقارنة تأثير أربعة أنواع من العلائق على تغذية الدواجن وذلك باستخدام التصميم العشوائي الكامل. وسوف نستخدم أسلوب تحليل التباين المشترك الذي عرضناه في الفقرات السابقة من هذا البحث، وفق التصميم المتبع في التجربة المذكورة أعلاه، وذلك بهدف إمكانية السيطرة على الاختلافات القائمة بين الوحدات التجريبية "الدواجن" كما في الجدول (4).

الجدول (4) يبين الزيادة في أوزان الدواجن (Y) في نهاية فترة التجربة، كما يبين الأوزان الأولية (X) للدواجن عند بداية التجربة، وكررت كل معاملة ست مرات (r = 6).

المعاملات t_i	المتغير	المشاهدات							المجاميع
t_1	X_{1j} Y_{1j}	30 165	27 170	20 130	21 156	33 167	29 151	$X_{1.}$ $Y_{1.}$	160 939
t_2	X_{1j} Y_{1j}	24 180	31 169	20 171	26 161	20 180	25 170	X_{2} $Y_{2.}$	146 1031
t_3	X_{1j} Y_{1j}	34 156	32 189	35 138	35 190	30 160	29 172	$X_{3.}$ $Y_{3.}$	195 1005
t_4	X_{1j} Y_{1j}	41 201	32 173	30 200	35 193	28 142	36 189	$X_{4.}$ $Y_{4.}$	202 1098
								$X_{..}$ $Y_{..}$	= 703 = 4073

فلكي نحلل بيانات هذه التجربة، لنستطيع الوصول إلى قرار بخصوص مقارنة المعاملات المختلفة، نتبع نفس الخطوات السابق توضيحها، كما يلي:

$$T_{xx} = (30)^2 + \ldots + (36)^2 - \frac{(703)^2}{(6)(4)} = 726.96$$

$$txx = \frac{(160)^2 + (146)^2 + (195)^2 + (202)^2}{6} - \frac{(703)^2}{(6)(4)} = 365.46$$

$$e_{xx} = T_{xx} - t_{xx} = 361.50$$

$$T_{yy} = (165)^2 + (170)^2 + \ldots + (189)^2 - \frac{(4073)^2}{(6)(4)} = 8100.96$$

$$t_{yy} = \frac{(939)^2 + (1031)^2 + (1005)^2 + (1098)^2}{6} - \frac{(4073)^2}{(6)(4)} = 2163.31$$

$$e_{yy} = T_{yy} - t_{yy} = 5937.83$$

$$T_{xy} = (30)(165) + (27)(170) + \ldots + (36)(189) - \frac{(703)(4073)}{(6)(4)} = 948.04$$

$$t_{xy} = \frac{(160)(939) + (146)(1031) + \ldots + (202)(1089) + (1098)}{6} - \frac{(703)(4073)}{(6)(4)} = 451.2$$

$$e_{xy} = T_{xy} - e_{xy} = 496.83$$
$$t_{xx} + e_{xx} = 726.96$$
$$t_{xy} + e_{xy} = 948.04$$
$$t_{yy} + e_{yy} = 8100.96$$

$$\left(t_{yy} + e_{yy}\right) = \left(t_{yy} + e_{yy}\right) - \frac{\left(t_{xy} + e_{xy}\right)^2}{\left(t_{xx} + e_{xx}\right)}$$

$$= (8100.96) - \frac{(948.04)^2}{726.96} = 6864.61$$

$$e'_{yy} = 5937.83 - \frac{(496.83)^2}{361.50} = 5255.01$$

$$t'_{yy} = 6864.61 - 5255.01 = 1609.60$$

$$MSt' \frac{1609.6}{3} = 536.53$$

$$M'Se = \frac{5255.01}{19} = 276.58$$

ويمكننا الآن أن نلخص الحسابات السابقة في جدول تحليل التباين المشترك كما في الجدول (5).

جدول (5) تحليل التباين المشترك لتجربة مقارنة تأثير أربعة أنواع من العلائق باستخدام التصميم العشوائي الكامل:

S.O.V	d.f	S.S			d.f'	S.S'	MS'	F
		XX	XY	YY				
SSt	3	365.46	451.21	2136.13	3	1609.6	536.6	1.94
SSe	20	631.5	496.83	5937.83	19	5255.01	276.58	
Total	23	726.96	948.04	8100.96				
SSt+SSe	23	726.96	948.04	8100.96	22	6864.61		

ولاختبار الفرضيات التي سبق مناقشتها، نجري اختبار F المناسب لكل منهما كما هو موضح في الخطوات التالية:

1- لاختبار فرضية العدم بأن معامل الانحدار الحقيقي β يساوي صفراً (أي H_0: $\beta = 0$):

نجد أن:

$$F = \frac{(e_{xy})^2 / c_{xx}}{MSe'} = \frac{(496,83)^2 / 361,50}{276,58} = 2.4$$

وعند درجات الحرية لهذا الاختبار $V_1 = 1$ and $V_2 = 19$، نجد أن قيمة F الجدولية عند مستوى 0.05 هي $= 19$ و 4.38 $\left(F_{(0.05)}\right)1$.

لدى المقارنة نستنتج أن معامل الانحدار β غير معنوي. أي لا يتضمن أية اختلافات جوهرية.

2- ولاختبار الفرضية بعدم وجود اختلافات بين القيم الخاصة بالمتغير Y

$(H_0 : Y = 0)$، نجد أن:

$$F = \frac{t_{yy}/t-1}{e_{yy}/t(r-1)} = \frac{2163,13/3}{5937,83/20} = 2.4$$

عند درجات الحرية $V_1 = 3$ and $V_2 = 20$ قيمة F الجدولية هي: $[F(0.05)]3$و$20 = 3.10$

نتيجة المقارنة نقبل بالفرضية، وعلى ذلك نقرر عدم وجود اختلافات حقيقية بين متوسطات المعاملات غير المعدلة الخاصة بزيادة وزن الدواجن (بيانات المتغير Y).

3- لاختبار الفرضية حول عدم وجود اختلافات بين متوسطات المعاملات الخاصة بالمتغير X:

$$F = \frac{t_{xx}/t-1}{e_{xx}/t(r-1)} = \frac{365,46/3}{361,50/20} = 6.7^{**}$$

عند درجات الحرية: $V_1 = 3$ and $V_2 = 20$ فإن قيمة F الجدولية هي: $[F_{(0.01)}]3$و$20 = 4.94$. وعيه فإننا نقرر أن هناك اختلافاً حقيقياً موجوداً بين متوسطات المعاملات بالنسبة للوزن الأول:

4- لاختبار الفرضية القائلة بعدم وجود اختلافات بين متوسطات المعاملات الخاصة بالمتغير Y بعد تعديلها لانحدار Y على X:

نجد أن:

$$F = \frac{MSt'}{MSe'} = \frac{536.53}{276.58} = 1.94$$

عند درجات الحرية: $V_1 = 3$ and $V_2 = 19$ قيمة F الجدولية: $[F_{(0.01)}]3$و$19 = 3.13$.

وهذا الاختبار الأخير، هو الاختبار المذكور في جدول تحليل التباين المشترك لبيانات التجربة السابقة، ونظراً لأن قيمة F المحسوبة (1.94) أقل من قيمة F الجدولية (3.13)، فإننا لا نستطيع رفض فرضية العدم، التي تفرض عدم اختلافات بين التأثيرات الحقيقية للمعاملات الأربع (العلائق الأربع)، على الزيادة في أوزان الدواجن، بعد تعديلها بالنسبة للأوزان الأولية للوحدات التجريبية (الدواجن).

أما من حيث المقترحات، فيمكننا القول:

1- إذا لم يكن بالإمكان السيطرة على الاختلافات بين الوحدات التجريبية، عن طريق تجميعها في قطاعات متجانسة، فعندئذٍ نقوم بقياس المتغيرات ذات العلاقة، ونستخدم تحليل التباين المشترك.

2- العمل على تكرار التجارب تحت ظروف مختلفة، سواء في المناطق أو السنوات أو التصاميم، بهدف إتاحة إمكانية الوصول إلى درجة كبيرة من الثقة، والاعتماد على عمليات الإدماج كإحدى وسائل تنظيم التجارب، وخاصة العاملية منها، بهدف تحقيق درجة عالية من الدقة التي نتوقعها كنتيجة لتجربة ما، حتى يتسنى لنا تحديد تلك النتائج إحصائياً وفق أسس علمية، تكون حصيلتها توضيح تلك التجارب للباحثين، وتمكينهم من اتخاذ قراراتهم العلمية بقناعة علمية كافية.

3- مـن المصـادف فـي تجربتـنا السـابقة المتعلقة بدراسـة تأثير تغذيـة الدواجـن علـى أوزانهـا الأوليـة، لـم نجـد أيـة اخـتلافات بيـن الـتأثيرات الحقيقيـة لـلمعاملات الأربـع (العلائـق الأربـع)، علـى الـزيادة فـي أوزان الدواجـن، بعد تعديلها عن طريق أسلوب التحليل المتبع (تحـليل التـباين المشـترك)، بالنسـبة لـلأوزان الأوليـة لـلوحدات التجريـبية (الدواجن). وبالتالي نقرر في هذه الحالة أن اخـتلاف الأوزان الابـتدائية لـلدواجن له تأثير في زيادة أوزانها.

لـذا، يجـب الاعـتماد علـى دراسـة الـزيادة فـي أوزان الدواجـن علـى أسـاس المتغير المرافق (الأوزان الأولية للدواجن)، قـبل بدايـة الـتجربة، عـن طـريق الـتحكم بالاخـتلافات التجريـبية، مـن خـلال أسـلوب تحـليل التـباين المشـترك المسـتخدم فـي التجربة السـابقة، ويمكـن تعميـم ذلـك علـى كافة التجارب المشابهة في هذا المجال.

REFERENCES المراجع

- أبو يوسف،محمد "الإحصاء في البحوث العلمية" المكتبة الأكاديمية – القاهرة 1989.
- بشر، محمد علي "مقدمة في طرق الإحصاء وتصميم التجارب" دار المعارف –مصر 1974.
- سرحان،أحمد عبادة – ثابت محمود "تصميم وتحليل التجارب" دار الكتب الجامعية، القاهرة، 1969.
- Anderson, V.L., and R.A. McLean "Design of Experiments" New York, 1974.
- Bancroft, T.A.: "Topics in Intermediate Statistical Methods" New York, 1968.
- Chew, V. (ed). "Expeimental Designs in Industry". New York. 1958.
- Nalimov, V.V.: "The Application of Mathematical Statistics to Chemical Analysis". Addision-Wesley, 1985.