مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية المجلد (35) العدد (6) 2013
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies -Economic and Legal Sciences Series Vol. (35) No. (6) 2013

النمذجة الرياضية للتنبؤ السنوي باستحقاق زكاة الثروة النقدية

الدكتور حيدر عباس*

(تاريخ الإيداع 26 / 5 / 2013. قُبِل للنشر في 22 / 10 / 2013)

□ ملخّص □

عند النظر في الممتلكات النقدية المتوفرة لدى المرء قد يحتاج المرء لمعرفة فيما إذا كان يجب عليه أداء الزكاة وفقا للمعايير الإسلامية في بداية العام المقبل. من أجل ذلك فإنه ينبغي عليه أن يحتسب مصروف العام كاملا، بالإضافة إلى ما يزيد عن ذلك، إذ توجب الزكاة على الجزء الزائد عن مصروف العام مما يمضي عليه العام دون أن يمس. وهذا الجزء الذي لم يمس من المال طيلة العام ينبغي أن يحقق مستوى معينا لا يقل عنه، وفي ضمن ذلك الشرط يتوجب على المرء أداء الزكاة عن الجزء الذي لم يمس فيما إذا بلغ حدا يحقق النصاب أو ما زاد عن النصاب، نتطرق لإيجاد صيغة المقدار الأدنى من المال النقدي الذي يلبي شرط وجوب الزكاة علية.

للتنبؤ بالقيمة الفعلية للمصروف السنوي ننظر إليه كمجاميع للمصاريف في كل شهر من شهور السنة، وذلك مع الأخذ بعين الاعتبار أثر التضخم المالي في كل شهر. ونبين من خلال النمذجة الرياضية القيمة الوسطى للمصروف السنوي والتي يتبين أنها تعادل القيمة الاسمية للمصروف السنوي مضافا إليها نسبة منها تعادل نصف معدل التضخم السنوي (وسطيا). يضاف إلى ذلك المبلغ الثابت الموافق لنصاب الزكاة. عندها نحصل على مبلغ إجمالي يشكل الحد الأدنى للمبلغ الذي يحقق شرط امتلاك مصروف السنة وفائض عنه يوجب أداء الزكاة.

الكلمات المفتاحية: النمذجة الرياضية، الزكاة، التضخم المالي.

* أستاذ مساعد – قسم الإحصاء التطبيقي– كلية الاقتصاد– جامعة دمشق– سورية.

Mathematical Modeling of Annually Predicting Zakat of Cash

Dr. Haidar Abbas*

(Received 26 / 5 / 2013. Accepted 22 / 10 / 2013)

□ ABSTRACT □

When considering the cash available, one might need to know whether he should perform Zakat according to Islamic standards at the beginning of next year. For this reason, one should count the expense of the whole year. The part of money that has not been touched throughout the year should achieve a certain level no less than the whole expense. Under these conditions, one must perform Zakat for the part that has not been touched as if it reaches the quorum or what outweighs quorum.

To predict the actual value of the annual expense, we need to sum expenses in each month of the year, and taking the impact of inflation in each month. So, the mathematicalmodel shows that the total value that will be the nominal annual expense plus a half percent of the annual rate of inflation of the nominal value. Then we found a formula amount lower of cash that meets the requirement of obligatory zakat considering the impact of inflation. Then the total amount will be the sum of these two parts.

Key words: Mathematical modeling, Zakat, inflation.

***Associate Professor , Department of Applied Statistics, Faculty of Economics, Damascus University, Syria.**

مقدمة:

إن احتساب المبلغ النقدي الذي تجب عليه الزكاة وفق الشريعة الإسلامية هو أمر غير معقد، حيث تقتصر المسألة على النظر إلى المبلغ النقدي الذي بقي جامدا مدة عام دون أن يمس، فإن كان هذا المبلغ يبلغ الحد الأدنى الذي تجب عليه الزكاة (نصاب الزكاة) فعندئذ تستخرج منه النسبة المحددة 2.5%. لكننا في هذا البحث لا نناقش هذه الحالة البسيطة وإنما ننجز صيغا رياضية تساعد في التنبؤ بالحالة المادية بعد مرور عام من اللحظة الراهنة، فتتمثل المشكلة بالمسألة الآتية: نفترض أن المرء يمتلك مبلغا من المال النقدي، ونريد ان نعرف فيما إذا كان هذا المبلغ يكفي لمصروف العام القادم وفيما إذا كان سيتبقى منه فائض يستوجب أداء الزكاة عليه. لمعرفة ذلك نقوم بإجراء حسابات استباقية، فيتم إيجاد صيغة لاحتساب مصروف العام في ظروف معيشة اعتيادية، ويتم تحديد الصيغة التي تضمن بقاء مبلغ فائض عن المصروف المعيشي، وأن يكون المبلغ الفائضيصل حدا يستوجب أداء الزكاة عليه "النصاب".

أهمية البحث وأهدافه:

إن مراجعة الفتاوي الفقهية تبين أن الحالات الخاصة هي التي تكون غالبا موضوع الاستفتاء، ونظرا لصعوبة الحسابات الرياضية والتعقيدات المرافقة لكل حالة فإن الإجابة التي تقدم في الفتوى تكون عمومية وتقريبية. وهنا تظهر مؤشرات أهمية البحث عبر إظهار كيفية توظيف النمذجة الرياضية في إدارة بعض العمليات الحياتية، إذ يمكن الوصول عبر الحسابات بالنماذج الرياضة المنجزة إلى مقادير محددة بدقة بغية معرفة كيفية التصرف السليم في ظروف الشك، وذلك مما يساهم في إنارة دهاليز الحيرتجاه أداء الواجبات الشرعية.

علما أن ما نتطرق له خلال البحث لا يتداخل مع الفقه إلا في تحديد مفهوم الزكاة ونصابها. فما يتم إنجازه في البحث هو أداة رياضية لاستخدامها في تفاصيل موضوع شرعي تم تحديد جوابه من ناحية الموقف الشرعي.

منهجية البحث:

من أجل معالجة مشكلة البحث فإنه ينبغي احتساب مصروف العام، وتحديد المبلغ المتبقي زيادة عن ذلك، وعندها تؤدى الزكاة من الجزء الزائد عن مصروف العام مما مضى عليه العام دون أن يمس (زعتري 2003). وهذا الجزء الذي لم يمس من المال طيلة العام ينبغي أن يحقق مستوى معينا لا يقل عنه، ولن نتطرق لتفاصيل زكاة المال (فيما يخص الأنواع المختلفة منه كالمواشي والمعادن) ومقاديرها وإنما سنتطرق فقط لإيجاد صيغة المقدار الأدنى من الثروة النقدية الذي يكفي المرء كمصروف سنوي ويفيض عنه ما يعادل نصاب الزكاة.

نعتمد الأساليب الرياضية لنمذجة العمليات الاقتصادية(Faye,2007) مع الأخذ بعين الاعتبار المحددات الشرعية المتعلقة بمفهوم نصاب الزكاة. أثناء حل المسائل نستخدم حالة التضخم المالي بنسب موجبة حصرا. نقوم أولا باحتساب الصيغة المحددة لمصروف المرء سنويا مع احتساب التضخم المالي انطلاقا من قيمة محددة للمصروف الشهري.أما المبلغ الفائض عن المصروف السنوي والذي لم يمس طيلة العام، فإنه يمكن تقديره بأخذ قيمة نصاب الزكاة النقدي للحظة الراهنة ومن ثم ضربها بمعامل التضخم السنوي، أو بالحساب المباشر من المعادل بالذهب.

هدف البحث :

نهدف لإيجاد صيغة رياضية تتيح بالتنبؤ بالمصروف السنوي للشخص مع الأخذ بعين الاعتبار حدوث تضخم مالي، وبناء على توفر المصروف السنوي فإن الفائض عنه خلال العام يستوجب أداء الزكاة عليه.

وصولا لتحقيق هدف البحث فقد تم إنجاز الخطوات الآتية:

-إيجاد صيغة التضخم المالي السنوي بدلالة التضخم الشهري.

-العلاقة العكسية لحساب التضخم الشهري بدلالة التضخم السنوي.

-إيجاد معدل ازدياد المصروف السنوي بالنظر لحدوث تضخم مالي شهري محدد.

-توصيف الارتباط بين معدل ازدياد المصروف السنوي وبين التضخم السنوي بشكل تقريبي.

-إيجاد الصيغة الإجمالية التي تحدد كفاية المبلغ النقدي لمصروف سنوي وفائض يعادل نصاب الزكاة.

النتائج والمناقشة:

نبين أولا دلالات التعابير المستخدمة في البحث:

-**المصروف السنوي:** متطلبات المعيشة لمدة عامواحد وتتضمن النفقات والمصاريف الأساسية التي تخصص لتوفير العناصر الحياتية كالسكن والمصاريف الأخرى الأساسية. و سيقتصر البحث على متطلبات المعيشة اليومية التي تتمثل في المصروف اليومي للشخص المستوفي لكافة مقومات المعيشة الأخرى.

-**المبلغ اللازم للمعيشة شهريا:** في الحالة العامة يكون المصروف الشهري متفاوتا وهو أمر يصعب تفاديه، وأيا كانت الطريقة المتبعة لتحديد المصروف الشهري فإننا سنستخدم في هذا البحث التعبير نفسهللمصروف الشهري والمتمثل بالرمز B، أما المصروف السنوي الثابت فنستخدم لأجله الرمز A وبالتالي يكون $A = 12B$.

-**النصاب الشرعي لاستحقاق زكاة الأموال:** تجب الزكاة على المبلغ المادي بشرطين الأول أن يكون متوفرا لمدة عام كامل دون المساس به، والشرط الثاني هو أن يبلغ قيمة محددة أو يزيد عنها[1].

تناقص الأموال بفعل التضخم المالي

ننجز الحسابات مع احتساب حالة التضخم المالي، والتضخم يحدث في كل بلد من بلدان العالم بنسب متفاوتة. لكن التفاوت في مستوى التضخم سواء في البلد نفسه أم في البلدان المختلفة لا يخرج عن مجال تنبئي محدد يحصر التذبذبات المحتملة في الظروف الطبيعية (عطوان 2003)، وهو ما يتم التقيد به في عملية إنجاز الجداول التوضيحية في البحث. والتضخم المالي يجري بصورة مستمرة، فهو يحدث يوميا وإن كان بنسب ضئيلة في ظروف الاقتصاد الطبيعي المستقر، ولن نتطرق للتضخم المالي في اليوم كونه غير مؤثر بشكل فعال في الحياة العملية وظروف الاقتصاد الطبيعي،خصوصا وأن الكثير من التعاملات المالية تحدث دوريا بشكل شهري كالمستحقات الشهرية والنفقات الشهرية وما شابهها. وهكذا فمن أجل الحصول على محاكاة واقعية يمكن الاقتصار على قيمة التضخم المالي في الشهر، وسنفترض أنه يجري بمعدل شهري ثابت مقداره b.

[1]- عام 2013 كان الحد الأدنى لنصاب الزكاة 350 ألف ل.س. http://www.syrianawkkaf.org/ministry/ministry/sadakat_alfeter/

معامل التضخم المالي الشهري

إذا كان المبلغ المتطلب للمعيشة في الشهر الأول يبلغ B فإن المبلغ اللازم للمعيشة طيلة الشهر الأول مع احتساب التضخم يبلغ

$$\varphi_1(b) = B(1+b)$$

حيث:b–معدل التضخم المالي في الشهر.

B–المبلغ اللازم للمعيشة في الشهر الواحد علما أنه يتم استلامه أول الشهر حكما.

$\varphi_1(b)$–المبلغ اللازم للمعيشة في الشهر الأول مع احتساب التضخم.

فإذا أجرينا التحويل الآتي: $\beta = \ln(1+b)$على أن نقتصر على الحالة العامة للتضخم وهي الحالة الموجبة، فعندئذ نلاحظ أنه:

إذا كانت $b = 0$فإن $\beta = 0$،وأن كون$b > 0$ يؤدي إلى أن$\beta > 0$ ،

وتكون الصيغة العامة للمصروف الشهري مع احتساب التضخم كما يأتي:

$$\varphi(b) = Be^{\ln(1+b)} = Be^{\beta}$$

ويكون لدينا من أجل الشهر 12 المصروف الآتي:

$$\varphi_{12}(b) = B(1+b)^{12}$$

أو بالنظر للتحويل السابق نكتب:$\varphi_{12} = Be^{12*\beta}$

والمعامل βيختلف عن <u>معدل</u> التضخم الماليفي الشهر،لذلك نكتفي بتسميته <u>معامل</u> التضخم المالي في الشهر، والعلاقة بينهما هي كما يلي:$b = e^{\beta} - 1$.

وبما أن βموجبة فالناتج كقيمة للمعاملb هودوما أكبر من الصفر.

معامل التضخم السنوي

إذا كان المبلغ اللازم للمعيشة مدة عام واحد في الظروف الثابتة يبلغA. فإن التضخم المالي خلال العام سوف يؤدي إلى تناقص قيمته الفعلية بنسبة معينة هي i وهي معدل التضخم المالي السنوي. وبالتالي فإن المبلغ المكافئ لهذا المبلغ ينبغي أن يكون:

$$\psi(i) = A(1+i) = Ae^{\ln(1+i)}$$

وبفرض : $\eta = \ln(1+i)$نكتب هذه العلاقة بشكل آخر:

$$\psi(\eta) = Ae^{\eta}$$

حيث η معامل التضخم المالي في العام الواحد.

ونصل هنا إلى ما يشابه الحالة السابقة من أجل التضخم الشهري حيث يكون لدينا:

من أجل $i = 0$ فإن $\eta = 0$، ومن أجل $i > 0$ فإن $\eta > 0$،

وكذلك سنقتصر على الحالة الموجبة. والعلاقة العكسية التي تربط بين هذين المعاملين هي كما يلي:

$$i = e^{\eta} - 1$$

صيغة حساب معدل التضخم السنويبدلالة معدل التضخم الشهري

لمعرفة العلاقة بين معدل التضخم الشهري ومعدل التضخم السنوي ننظر إلى وحدة النقد وتغير قيمتها من بداية الشهر الأول ولغاية نهاية الشهر الأخير من العام. ففي نهاية الشهر الأول تكون القيمة الفعلية لوحدة النقد بعد التضخم كما يلي: $1 + b$وفي نهاية الشهر الثاني تكون قيمتها

$$(1+b) + (1+b)b = (1+b)^2$$

وفي نهاية الشهر 12 تكون قيمتها (بالاستقراء) كما يلي: $(1+b)^{12}$

إن قيمة وحدة النقد في نهاية العام المكافئة فعليا للقيمة في بداية العام مع الأخذ بعين الاعتبار حدوث تضخم سنوي بمعدل i تكون $1+i$ وبالتالي نضع:

$$1+i=(1+b)^{12} \qquad (1)$$

أو:

$$i=(1+b)^{12}-1 \qquad (2)$$

ومع اعتبار أن: $\beta=ln(1+b)$،

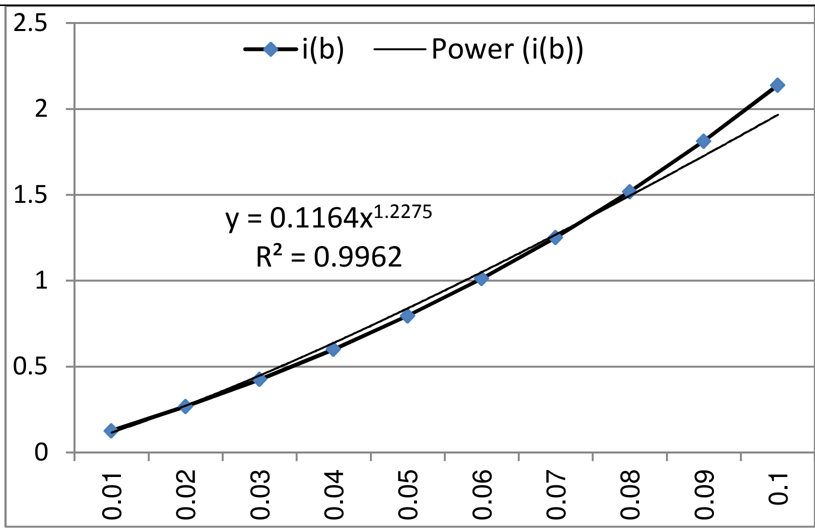
فإنه باستخدام المعامل بيتا يمكن أن نكتب: $i=e^{12\beta}-1$

أما بدلالة معدل التضخم الشهري نكتب هذا العلاقة كما يلي: $i=e^{12\ln(b+1)}-1$

وفيما يأتي نعرض (الجدول 1) لتبيان بعض القيم لمعدل التضخم السنوي i بالنظر إليه كتابع لمعدل التضخم الشهري b. كما يبين التمثيل البياني (الشكل 1) شكل المنحني الممثل للعلاقة بين هذين المعاملين، وتظهر صيغة التابع المحصل بنتيجة استيفاء القيم الموافقة. ونلاحظ أنه يمكن تمثيل العلاقة بينهما عبر دالة مناسبة من دوال القوى (لدى تجربة الصيغ الأخرى تبين لنا أن دالة القوى تعبر عن هذا الارتباط بشكل أفضل من التمثيل بدالة من نوع دوال التابع الأسي الطبيعي).

الجدول 1، التضخم السنوي بدلالة التضخم الشهري

b	i(b)
0.01	0.1268
0.02	0.2682
0.03	0.4258
0.04	0.6010
0.05	0.7959
0.06	1.0122
0.07	1.2522
0.08	1.5182
0.09	1.8127
0.1	2.1384



الشكل 1، تمثيل العلاقة بين التضخم السنوي والتضخم الشهري والتابع الأنسب

وبالعكس فإنه باستخدام العلاقة (1) يمكن حساب معامل التضخم الشهري انطلاقا من معامل التضخم السنوي كما يلي:

$$\ln(i+1)=12\ln(1+b)$$

أو باستخدام الترميزات السابقة: $\eta=12\beta$

وهي علاقة خطية بسيطة وبالتالي: $\beta=\frac{\eta}{12}$

ومنه نجد أن استخدام هذين المعاملين β وη بدلا من معدل التضخم المالي الشهري ومعدل التضخم المالي السنوي يمكن أن يوظف من أجل تسهيل الحسابات أو تبسيط اشكال الصيغ المحصلة أثناء الحسابات المختلفة.

صيغة حساب معدل التضخم الشهري بدلالة معدل التضخم السنوي

انطلاقا من الصيغة السابقة (1) ولكي نتمكن من حساب معدل التضخم الشهري بدلالة معدل التضخم السنوي فإننا نكتب العلاقة (1) كما يلي:

$$\ln(i+1) = 12\ln(1+b)$$

أو

$$\ln(1+b) = \frac{\ln(i+1)}{12}$$

وبالرفع للأساس الطبيعي

$$b+1 = e^{\frac{\ln(i+1)}{12}}$$

أو

$$b = e^{\frac{\ln(i+1)}{12}} - 1 \qquad (3)$$

أو بدلالة المعامل β تكتب كما يلي:

$$b = e^{\frac{\beta}{12}} - 1$$

وعند كتابة العلاقة بهذا الشكل لا تكون الدالة الأسية مناسبة (التي هي أصل تشكل الارتباط) لتمثيل العلاقة بين هذين المعاملين i, b، وذلك بالنظر للاستيفاءات المنجزة (في الشكل 2)، والتي اقتصرنامنها على إظهار التمثيل الأفضل لهذه الحالة، وهو بتابع قوى من الشكل:

$$f(x) = a_0 x^{a_1}, \quad a_0, a_1 > 0$$

وفيما يأتي نعرض جدولا آخر (الجدول 2) ويتم فيه تبيان قيم التضخم الشهري بالنظر إليها كتابع لقيم التضخم السنويوفقا للعلاقة (3)، والجدول يقتصر على حيز من القيم يشمل الحدود الطبيعية لمعدلات التضخم. والفائدة منه هو إمكانية الحصول على المعدل التنبئي لقيمة التضخم الشهري فيما إذا كان التضخم السنوي قد بلغ حدا معينا هو القيمة المبينة في العمود الأول.

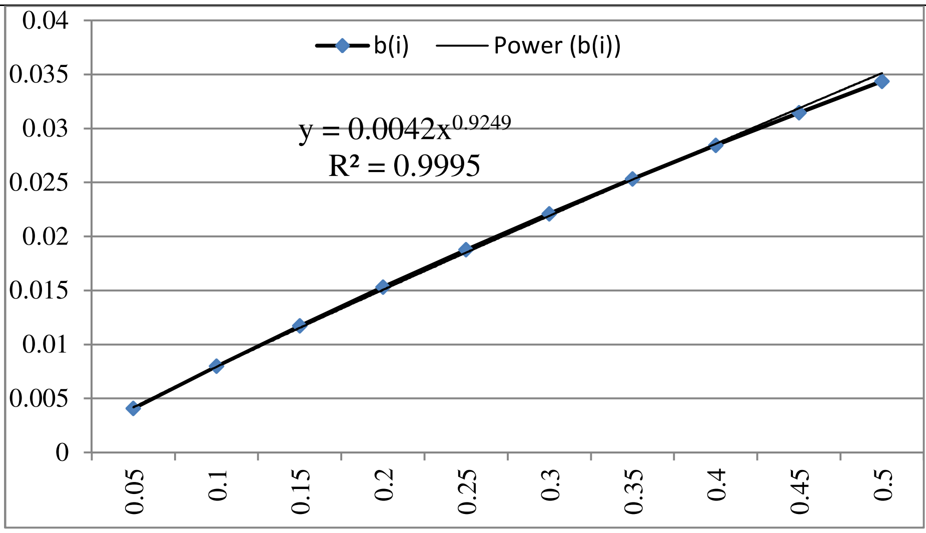
ومن أهم الملاحظات الظاهرة في التمثيل البياني (الشكل 2) أن شكل الدالة مقعر نحو الأسفل، وهو ما يمكن التأكد منه بسهولة عبر إيجاد المشتق من المرتبة الثانية للدالة المحصلة، فالمشتق الأول هو:

$$y' = 0.00388458x^{-0.0751}$$

وبالتالي فالمشتق الثاني سالب على طول المجال المدروس.

الجدول 2، التضخم الشهري بدلالة التضخم السنوي

i	b(i)
0.05	0.0041
0.1	0.0080
0.15	0.0117
0.2	0.0153
0.25	0.0188
0.3	0.0221
0.35	0.0253
0.4	0.0284
0.45	0.0314
0.5	0.0344



الشكل 2، تمثيل علاقة التضخم الشهري بدلالة التضخم السنوي والاستيفاء الأنسب

لقد اكتفينا ببضعة قيم في هذين الجدولين[1](المجال واسع نسبيا [0%، 50%] لكن الخطوة بين القيم كبيرة) لأن الهدف هو تبيان سلوك الدالة فقط. والأفضل في الحالة العامة أن تكون القيم المستوفاة أكثر عددا وذلك من أجل تحقيق المقاربة بشكل أكثر دقة. لكن بما أن هذه الصيغ قابلة لأن تحسب رياضيا فلا نحتاج لعمليات استيفاء التوابع في أي من الحالتين، إذ يمكن حساب العلاقة المباشرة والعلاقة العكسية بشكل صريح مع جدول وتمثيل بياني مناظر.

حساب المصروف السنوي في ظرف التضخم المالي الشهري

نصل الآن إلى المسألة الأساسية التي نحتاج لحلها، حيث نفرض أن الشخص المنظور يمتلك مبلغا نقديا مقداره Ω، وسوف يأخذ منه حاجته الشهرية أو السنوية، فعندئذ نفترض أنه في بداية العام ينبغي عليه أن يقتطع من الرصيد Ωالعام المبلغ اللازم للمعيشة عاما كاملا وليكن هو المبلغ ψ. علما أن مصروفه السنوي في العام السابق كان هو المبلغ الثابتA (أو أن متوسط إنفاقه في الشهر هو B). ونريد تحديد قيمة ψ بالنظر للتضخم المالي المتوقع في العام الجاري.

سوف نضطر للنظر في تجزئة أخرى إذ أننا سنعتبر أنه يأخذ من الرصيد السنوي حاجته الشهرية بالنظر للمتطلب الشهريB، فيأخذ الشخص حاجته في اليوم الأول من الشهر الأول على أن تكفيه لنهاية الشهر.

لذلك عند اقتطاع مستحقات كل شهر في بداية الشهر المرتقب سيتم احتساب التضخم السابق في الأشهر السابقة، لكن تتبقى إشكالية تتلخص في ضرورة اختيار أحد السلوكين:

---

[1]-إن الفرق بين الجدولين 1 و 2هو أن قيم التضخم الشهري في الجدول 1 مدورة لمرتبتين وقيم التضخم السنوي محسوبة تبعا لها. أما في الجدول 2 فإن قيم التضخم السنوي هي القيم المدورة لمرتبتين بينما قيم التضخم الشهري محسوبة منها (الجدول 2 هو جدول عكسي للجدول 1 لكن ليس من أجل القيم نفسها)

-أن يقتطع المرء المبلغ الثابت دون احتساب تضخم الشهر المرتقب. أي نحتسب التضخم المالي للأشهر السابقة فقط ونضيفه للمبلغ المقتطع وعندئذ يكون مصاريف الأيام الأخيرة من الشهر أكثر من المتوقع وسيحتاج لمبلغ يسد العجز.

-أن يقتطع المبلغ مع احتساب تضخم الشهر الذي سيتم إنفاق المبلغ فيه. وبالتالي فإنه في الأيام الأولى يكون مصروفه أقل من المتوقع.

والقرار الأسلم ببساطة هو اللجوء لاحتساب التضخم اليومي لكن هذه المسألة تصبح تفصيلية أكثر من اللازم، وغير واقعية في ظروف الاقتصادالعادي والتضخم الطبيعي. لذلك سنكتفي بحالة التضخم الشهري رغم أنها أيضا تفصيلية لكنها قد تكون ذات تأثير فعلي وبشكل ملموس.

وعندئذ فإن القرار الأسلم لحالتنا هذه يمكن أن يستنتج من كوننا ندرس مسألة وفرة المال الزائد لدى الشخص، وبالتالي لا نريد أن يقع المرء في ظروف الحاجة مهما كانت ضئيلة، لذلك سنحتسب أن الشخص يأخذ مصروف الشهر المقبل مع احتساب التضخم المالي في الشهر المرتقب.

وانطلاقا من المتطلب الشهري سنقوم باحتساب المتطلب السنوي مع الأخذ بعين الاعتبار التضخم الشهري. فإذا كان المصروف الشهري المناسب للشخص في حالة عدم حدوث تضخم هو المبلغ B.

فيكون المبلغ اللازم في الشهر الأول مع احتساب أثر التضخم هو: $B_1 = Be^{\beta}$

ويكون المبلغ المتطلب للمصروف في الشهر الثاني هو: $B_2 = Be^{2\beta}$

وهكذا لغاية الشهر الأخير من العام حيث سيكون المصروف المخصص للشهر الأخير كما يلي:

$$B_{12} = Be^{12\beta}$$

وبالتالي فإن إجمالي المتطلب للعام الجاري بدلالة المصروف الشهري ومعامل التضخم الشهريβ يكون:

$$\psi = B_1 + B_2 + \cdots + B_{12}$$

واستنادا إلى دساتير حساب مجموع متتالية هندسية [3] نكتب:

$$\psi = Be^{\beta}\,\frac{e^{12\beta}-1}{e^{\beta}-1}$$

وحيث أننا افترضنا أن متوسط المصروف الشهري B هو قيمة ثابتة فإن العلاقة السابقة يمكن أن تكتب كدالة متعلقة بالمعامل β فقط كما يلي:

$$\psi(\beta) = Be^{\beta}\,\frac{e^{12\beta}-1}{e^{\beta}-1}$$

وهذه الصيغة تعطينا المبلغ اللازم للشخص المنظور كمصروف للمعيشة في العام الجاري مع حدوث تضخم شهري بالمعامل β.

حساب معدل ازدياد المصروفالسنوي

هنا ننظر بشكل إجمالي عن الزيادة التي حصلت على المصروف السنوي كنتيجة لهذه التأثيرات المتراكمة شهريا من أعباء التضخم المالي، فنبحث عن المعدل العام لازدياد المصروف السنوي عن المقدار الثابت.

حيث أن المبلغ اللازم للمعيشة عاما كاملا بالنظر للمتطلب السنوي Aبدون احتساب التضخم المالي وهو يرتبط بالطبع مع المبلغ المتطلب شهريا بالعلاقة: $A = 12B$

ومع احتساب معدل التضخم الشهري فإن المبلغ اللازم للمعيشة عاما واحدا بدلالة المبلغ السنوي الثابت ومعدل سنوي مرتقب α مكافئ لإجمالي الزيادات الحاصلة في تضخم متطلبات كل شهر من الشهور هو:

$$\psi(\alpha) = Ae^{\alpha}$$

حيثαهو معامل مجهول يستلزم التحديد.وهذا المعامل α يختلف عن معامل التضخم السنوي η(لأن المعاملα لا يحتسب من أجل مبلغ ثابت يستهلك بعد فترة ثابتة) ويختلف عن معدل التضخم السنوي i.إنα هو معامل متعلق بازدياد المصروف السنوي بتأثير التضخم الذي يحدث لمصروف كل شهر (كما لو أنه معدل وسطي لتضخم المصروفات في جميع شهور السنة)، ويمكن أن نكتب:

$$Ae^{\alpha} = Be^{\beta} + Be^{2\beta} + \cdots + Be^{12\beta}$$

أو نكتب باستخدام خواص المتوالية الهندسية [3]:

$$Ae^{\alpha} = Be^{\beta}\frac{e^{12\beta}-1}{e^{\beta}-1}$$

نعوض المبلغ السنوي الثابت بمكافئه فنحصل على:

$$12Be^{\alpha} = Be^{\beta}\frac{e^{12\beta}-1}{e^{\beta}-1}$$

بالاختصار حيث B>0 نحصل على:

$$12e^{\alpha} = e^{\beta}\frac{e^{12\beta}-1}{e^{\beta}-1}$$

وبالتالي:

$$e^{\alpha} = e^{\beta}\frac{e^{12\beta}-1}{12(e^{\beta}-1)}$$

حيث: β –معامل التضخم الشهري، α–معامل تحديد ازدياد المصروف السنوي في حالة حدوث التضخم الشهري β.

ولكن المعامل αوبما أنه موجب ولا يساوي الصفر فبالتالي يمكن أن نكتبه عبر تحويل مناظر لتحويل المعاملات السابقة كما يلي:

$$\alpha = \ln(1 + \mathrm{a})$$

حيث يكون أيضا: $\alpha > 0 \Rightarrow \mathrm{a} > 0$

وبالتالي نكتب الصيغة السابقة كما يلي:

$$12(1 + \mathrm{a}) = (1 + b)\frac{(1+b)^{12}-1}{b}$$

أو بشكل آخر:

$$\mathrm{a} + 1 = (1 + b)\frac{(1+b)^{12}-1}{12b}$$

ومنها نحسب قيمة المعامل aوالذي يمثل معدل ازدياد المصروف السنوي بدلالة معدل التضخم المالي في الشهر كما يلي:

$$\mathrm{a} = (1 + b)\frac{(1+b)^{12}-1}{12b} - 1 \qquad (4)$$

ونلاحظ أن قيمة المعاملaتابعة فقط لمعدل التضخم الشهريb ويمكن أن نكتب $\mathrm{a}(b)$.

والمعاملa هو معامل يختلف عن التضخم المالي السنوي i لأن المعاملa يحتسب من أجل فترات مختلفة لأجزاء من المال على مدى العام(كما لو أنه معدل وسطي لآثار معدلات التضخم الشهرية). أما معدل التضخم المالي السنويiفرغم أنه نتيجة تراكمية للتضخم الشهري إلا أنه ينظر إليه بشمولية على مدى سنوي ويحتسب على كامل المبلغ من بداية العام حتى نهايته.

فيما يأتي نعرض جدول (الجدول 3) لقيمة معامل ازدياد المصروف السنويa بالنظر للتضخم المالي في الشهر ويتم حساب قيمة a من أجل عشرة قيم مختلفة لمعدل التضخم الشهري b. حيث:

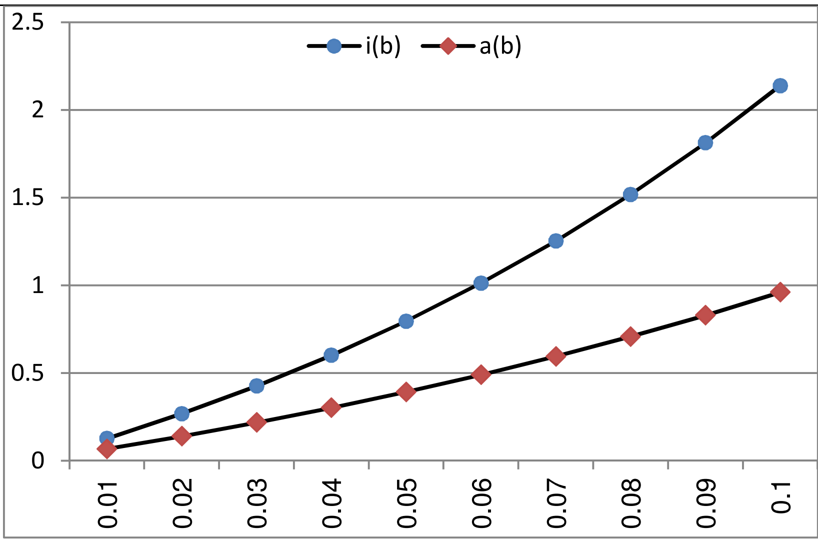
b–معدل التضخم الشهري الثابت فرضا.

i–معدل التضخم السنوي الحاصل بنتيجة التضخم الشهري.

a–معدلازدياد المصروف السنوي في حالة حدوث التضخم الشهري الثابت المبين في السطر الموافق نفسه، وهو محسوب وفق العلاقة (4).

جدول 3، معدل التضخم السنوي، ومعامل ازدياد المصروف السنوي

b	i(b)	a(b)
0.01	0.1268	0.0674
0.02	0.2682	0.1400
0.03	0.4258	0.2181
0.04	0.6010	0.3022
0.05	0.7959	0.3927
0.06	1.0122	0.4902
0.07	1.2522	0.5951
0.08	1.5182	0.7079
0.09	1.8127	0.8294
0.1	2.1384	0.9602



الشكل 3، التمثيل البياني لمعدل التضخم السنوي ومعدل ازدياد المصروف السنوي

نلاحظ من الجدول 3، أنه إذا كان معدل التضخم الشهري يبلغ 10% فإن معدل التضخم السنوي يزيد على مئتين بالمئة. وهذا ماحدث فعلا في بعض البلدان التي عانت من الانهيار الاقتصادي، فكانت المصارف تعطي فائدة سنوية على المبلغ بمعدلات شاذة تبلغ المئتين بالمئة شرط الإيداع لمدة عام كامل، وبالطبع كانت مع ذلك تحقق ربحا مقداره 13% حسبما يظهر في السطر الأخير من الجدول 3.

والآن، يمكن أن نحسب المصروف السنوي في ظروف التضخم المالي الشهري بالمقدار b انطلاقا من العلاقة (4) كما يلي:

$$\psi(a) = 12B[1 + a]$$

أو بدلالة b نكتب ذلك كما يلي:

$$\psi(b) = 12B[1 + (1 + b)\frac{(1+b)^{12}-1}{12b} - 1]$$

وبالاختصار نحصل على:

$$\psi(b) = B[(1 + b)\frac{(1+b)^{12}-1}{b}] \qquad (5)$$

إيجاد معدل التضخم الشهريبدلالة معدل ازدياد المصروف السنوي

نجري بعض خطوات التحليل البياني لاستيفاء القيم التقريبية ونبحث عن الصيغة التقريبية لحساب معدل التضخم الشهري bبالاستناد إلى معامل ازدياد المصروف السنوي a .

الجدول 4، معدل ازدياد المصروف السنوي بالارتباط مع معدل التضخم الشهري

b	i(b)	a(b)	a/i
0.001	0.0121	0.0065	0.5407
0.002	0.0243	0.0131	0.5397
0.003	0.0366	0.0197	0.5387
0.004	0.0491	0.0264	0.5377
0.005	0.0617	0.0331	0.5367
0.006	0.0744	0.0399	0.5357
0.007	0.0873	0.0467	0.5347
0.008	0.1003	0.0536	0.5338
0.009	0.1135	0.0605	0.5328
0.01	0.1268	0.0674	0.5318

إن دراسة العلاقة بين معدل التضخم الشهري ومعدل ازدياد المصروف السنوي أولى من دراسة العلاقة بين معدل التضخم السنوي ومعدل ازدياد المصروف السنوي (العلاقة العكسية من العلاقة 4). ذلك لأن معدل التضخم السنوي بدوره ما هو إلا حصيلة التضخم الشهري(يمكن دراسة كل منهما بشكل متشابه).

لإيجاد العلاقة العكسية من العلاقة (4)،أي لإيجاد $b(a)$سننشئ جدولا نحسب فيه الارتباط بين معامل ازدياد المصروف السنوي وبين معدل التضخم الشهري عبر الحساب المباشرمن العلاقة (4) لقيم معدل ازدياد المصروف السنوي الموافقة لقيم التضخم المالي الشهري ابتداء من القيمة 0.001 حتى القيمة 0.1 بفاصل ثابت يساوي 0.001، فنأخذ مئة قيمة[1] للمعدل bونحسب مقابلها قيمالمعامل a. وفي الجدول 4، نعرض فقط القيم العشرة الأولى من الجدول الكامل المستخدم لإنجاز عملية الاستيفاء (الجدول الأساسي المستخدم يتضمن مئة سطر) والقيم المقابلة لها للمعاملات المبينة والمحسوبة بالصيغ المنجزة أعلاه في البحث (نعتبر أنه لا داعي لعرض كامل الجدول ما دمنا نهدف للحصول على نتيجة الاستيفاء المبينة في الشكل 4). وقد استثنينا الحالة $b = 0$حيث نفرض أن $b > 0$ ، والفائدة من استثناء هذه النقطة هي أن يصبح استخدام التابع اللغاريتمي لتمثيل الارتباط جائزا (إن لزم الأمر).

ولحساب معدل التضخم الشهري بدلالة معدل ازدياد المصروف السنوي سنلجأ لطريقة الاستيفاء التابعي.

نعرض (في الشكل 4) التمثيل البياني الذي يعبر عن دالة ارتباط معدل ازدياد المصروف السنوي للتضخم aبالاستناد إلى قيم التضخم الشهريb، ونعرض نتيجة الاستيفاء بتابع خطيوبتابع القوى.

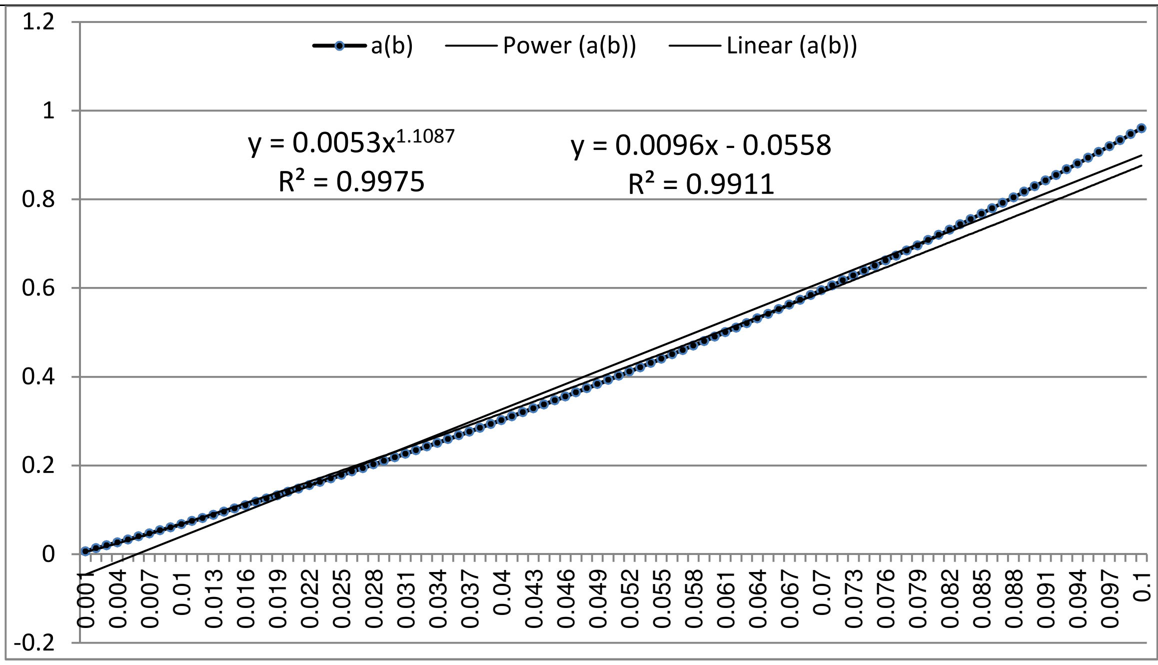
يتبين أن معامل التحديد للتمثيل الخطي يبلغ 0.9911، لكن من الواضح أن تمثيل الارتباط بتابع قوة هو الأفضل حيث بلغ معامل التحديد 0.9975، ولذلك ننطلق منه لدراسة الارتباط العكسي.فمن الاستيفاء المنجز لدينا العلاقة الآتية:

$y = 0.0053x^{1.1087}$ حيث : $R^2 = 0.9975$

وحيث x هنا تقوم مقام معدل التضخم الشهري b، بينما y تقوم مقام معدل ازدياد المصروف السنوي a.

أو حسب التعريفات المحددة في جدول البيانات الجدول 4، نكتب: $a = 0.0053x^{1.1087}$

[1] – أنجزنا جدولا يتضمن مئة قيمة بغية زيادة الدقة (انظر الشكل 4)، لكننا نعرض في الجدول 4 فقط القيم العشرة الأولى منه



الشكل 4،التمثيل البياني للعلاقة بين معدل التضخم الشهري (المحور الافقي) ومعدل ازدياد المصروف السنوي

والاستيفاء منجز بمساعدة الحاسوب (Kenneth,2004)وتطبيق دالات برنامج الإكسل[1]، حيث يتم اعتبار النقطة الأولى هي القيمة 1، والثانية 2، وهكذا وبالتالي ينبغي علينا إجراء التحويل التالي للحصول على القيم الحقيقية الممثلة للعمود b:$x = 1000b$

وباعتبار أن : $1000^{1.1087} = 2118.84896$

نحسب المعامل الثابت: $2118.84869 * 0.0053 = 11.2299$

وعندها نحصل على العلاقة الآتية:

$$\mathrm{a} = 11.2299b^{1.1087}$$

وبالتالي:

$$b^{1.1087} = \frac{\mathrm{a}}{11.2299}$$

وبالتالي فإن معدل التضخم الشهري يحسب كما يلي:

$$\ln(b) = \frac{\ln(\mathrm{a}) - \ln(11.2299)}{1.1087}$$

وبرفع الطرفين للأساس الطبيعي نحصل على دالة تتيح حساب التضخم الشهري من خلال إعطاء قيمة معينة لمعدل ازدياد المصروف السنوي.

$$b = e^{\frac{\ln(\mathrm{a}) - \ln(11.2299)}{1.1087}}$$

وهي صيغة تسمح بالحساب العكسي للتنبؤ بالتضخم المالي الشهري عند افتراض قيمة معينة لمعدل ازدياد المصروف السنوي. ورغم أنها ليست بسيطة إلا أنه يمكن توظيفها في تحديد معدل التضخم الشهري الموافق لمعدل معطى لازدياد المصروف السنوي.

[1]: ننبه إلى خاصية (بل لعلها نقطة ضعف في إكسل) أنه عند الاستيفاء بيانيا باستخدام برنامج إكسل تعتبر نقاط المحور الأفقي افتراضيا هي 1،2،3،... لذلك أجرينا التحويل المنجز للحصول على القيم الحقيقية (يمكن إنجاز الاستيفاء ببرمجيات لا تحتاج لهذا التحويل).

علاقة تقريبية بين معامل إزياد المصروف السنوي ومعدل التضخم السنوي

المعامل الأكثر أهمية لتطبيقات الحياة المالية هو معدل التضخم السنوي. ولذلك سنحسب نسبة معدل ازدياد المصروف السنويa إلى معدل التضخم السنويi .

بالنظر للأسطر العشرة الأولى من الجدول 4 نجد أن معدل التضخم السنوي يتراوح بين 1% إلى 13%لذلك فإن هذا الجدول يتضمن الحدود الطبيعية للتضخم السنوي (في ظروف الاقتصاد المستقر نسبيا) ونلاحظ أن النسبة $\frac{a}{i}$كحد وسطي تبلغ النصف.

وبناء عليه نقبل التقريب الآتي في أن معدل المصروف السنوي يكون معادلا لنصف نسبة التضخم السنوي بتقريب يصل إلى دقة 5%،

وهذا التقريب يمكن أن يعتبر تقريبا مقبولا اقتصاديا في المعاملات الحياتية والاقتصادية وفي ظروف الاختلافات بين التقديرات. وفيما يأتي نتائج اختبار المتوسط 0.5 للعينة المؤلفة من القيم العشرة المدرجة في الجدول السابق (العمود الأخير).

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
lambda_div_i	10	.5362246	.00298944	.00094534

ونلاحظ ضآلة قيمة الانحراف المعياري مما يعني أن القيم مركزة بشكل جيد.

One-Sample Test

	Test Value = 0.5					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
lambda_div_i	38.319	9	.000	.03622459	.0340861	.0383631

ويتبين أن القيم يمكن قبولها بتقريب مقبول من أجل مجال ثقة يبلغ 95%، حيث أن sig=0.

حساب المبلغ الإجمالي الذي يوجب أداء الزكاة

سوف نقوم بالحسابات الآتية:

1–حساب المصروف السنوي كحالة معيارية .

2–قيمة النصاب الأدنى لاستحقاق الزكاة بعد مضي سنة.

3–إيجاد المبلغ الممثل لكتلة النقد التي تحقق بالمجمل الحد الأدنى المتطلب شرعا لأداء الزكاة.

يتألف الحد الأدنى من المال النقدي من قسمين الأول هو كفاية المصروف لمدة عام. وهو المبلغ الذي أصبح بالإمكان احتسابه بمساعدة المعامل α كما يلي:

$$\psi(\alpha) = Ae^{\alpha} = 12Be^{\alpha}, \quad A, B > 0, \;\; \alpha > 0$$

والثاني هو تحديد النصاب χ الذي سيمر عليه عام ويكون باقيا هو محققا لنصاب الزكاة.

$$x(i) = \chi(1+i) = \chi(1+i) = \chi e^{12\ln(b+1)}, \quad \chi > 0, \;\; i > 0$$

حيث $x(i)$ هي قيمة نصاب الزكاة بعد مضي عام وبحدوث تضخم مالي بالمعدل السنوي(i). وهذا المقدار يمكن حسابه بطريقة أخرى تعتمد على المعادل الذهبي لنصاب الزكاة وتكون الصيغة مشابهة.

وبالتالي فإن المبلغ Ω الذي ينبغي أن يمتلكه الشخص حاليا (بداية العام)، والذي يضمن له مصروف المعيشة خلال العام المقبل وبقاء فائض مالي دون أن يمس ويبلغ أو يزيد عن الحد الأدنى لنصاب الزكاة يحتسب كما يلي:

$$\Omega \geq x(i) + \psi(a) \quad \chi > 0,\ \ i > 0$$

ويمكن أن نكتب كل القيم بدلالة معدل التضخم الشهري عبر استخدام العلاقات التي تربط بينها.

$$x(b) = \chi e^{12\ln(b+1)}, \quad \chi > 0,\ \ b > 0$$

و

$$\psi(b) = B(1+b)\frac{(1+b)^{12}-1}{b}$$

وبالتالي فإن إجمالي المبلغ المتطلب توفره في اللحظة الراهنة (أو بداية العام مثلا) والذي يضمن توفر المصروف السنوي طيلة العام المقبل وبقاء فائض نقدي لم يمس ويحقق نصاب الزكاة يحسب بدلالة معدل التضخم الشهري بالصيغة الآتية:

$$\Omega(b) \geq x(b) + \psi(b) \quad \chi > 0,\ \ i > 0$$

وذلك مع افتراض توفر قيمة معلومة لمتوسط المصروف الشهري B وللحد الأدنى لنصاب الزكاة χ في الحالة الجامدة (دون تضخم مالي).

بعض جوانب الجدوى التطبيقية للبحث

-تفيد الصيغة المنجزة رقم (2) في التنبؤ بمعدل التضخم السنوي منذ نهاية الشهر الأول، ويمكن سحب هذا المفهوم على الاستثمارات.

-تفيد الصيغة المنجزة رقم (3) في إيجاد معدل التضخم الشهري وذلك في حالة معرفة معدل التضخم السنوي.

-تفيد الصيغة المنجزة رقم (4) في إيجاد المعدل لنمو مبلغ محدد يتم توظيفه بشكل متكرر وتحقيق ربح محدد ثابت في كل توظيف.عند سحب هذه الصيغة على حالة الاستثمارات المتكررة كل شهر فيمكننا أن نحسب المعدل الوسطي السنوي لربح الشخص الذي يقوم بتوظيف مبلغ محدد شهريا ويحقق ربحا بالمعدل نفسه في كل توظيف.

-الصيغة (5) تفيد في التنبؤ بإجمالي حصيلة المبلغ وأرباحه عندما يتم توظيفه شهريا تحت معدل ربح ثابت.

-وفيما يأتي نعرض نموذجا تطبيقيا للتنبؤ السنوي باستحقاق زكاة الثروة النقدية:

بفرض أن المصروف الشهري يبلغ ($B = 20000$) فإن المصروف السنوي المتوقع يكون كما هو مبين في الجدول الآتي (الجدول 5) حيث العمود الأول هو التضخم الشهري المتوقع.

الجدول 5، نموذج معياري للتنبؤ بالمصروف السنوي واستحقاق الزكاة.

b	i(b)	a(b)	ψ(a)	*ψ(i)*	X(i)	Ω(b)
0.01	0.1268	0.0674	256188	*270438*	394389	650577
0.02	0.2682	0.1400	273612	*304378*	443885	717497
0.03	0.4258	0.2181	292356	*342183*	499016	791372
0.04	0.6010	0.3022	312540	*384248*	560361	872901
0.05	0.7959	0.3927	334260	*431006*	628550	962810
0.06	1.0122	0.4902	357648	*482927*	704269	1061917
0.07	1.2522	0.5951	382812	*540526*	788267	1171079

0.08	1.5182	0.7079	409908	*604361*	881360	1291268
0.09	1.8127	0.8294	439068	*675040*	984433	1423501
0.1	2.1384	0.9602	470460	*753223*	1098450	1568910

وقد أدرجنا العمود ψ(i) لتبيان الفرق بين الحسابات (غير السليمة فيه) والحسابات الصحيحة المنجزة باستخدام العمود ψ(a). أما العمود X(i)فهو يبين القيمة المتوقعة لنصاب الزكاة على اعتبار أن النصاب الحالي يبلغ 350000، ونلاحظ أن نصاب الزكاة المتوقع يحتسب بدلالة i وليس بدلالة a .

وفي العمود الأخير Ω(b) نحصل على مجمل المبلغ المتمثل بالمصروف السنوي ونصاب الزكاة. وتفسير السطر الأول منه مثلا هو أنه ضمن الشروط المحددة فإن المرء ينبغي أن يمتلك في اللحظة الحالية مبلغا مقداره 650577 وعندئذ يتوقع أن يتوجب عليه أداء الزكاة في العام القادم، أما إن كان المبلغ أقل من ذلك فلن يتوجب عليه.

الصيغة العامة للحد الأدنى للمصروف السنوي في ظروف تغير معدل التضخم الشهري

إن اعتبار معدل التضخم الشهري ثابتا هو تقريب مقبول، لكن الحالة الأدق هي أن نفترض أن معدل التضخم الشهري ليس مقدارا ثابتا. وعندئذ فإنه يمكن القيام بالخطوات السابقة نفسها، حيث نجد أن متطلبات الحياة للشهر الأول هي قيمة المصروف الشهري الثابتمعتعويض تضاؤله من بداية الشهر حتى نهايته بفعل التضخم المالي في الشهر الأول والذي سنرمز له b_1، وبالتالي ينبغي أن يمتلك المصروف الآتي للشهر الحالي:

$$\varphi_1 = B(1+b_1),\quad B>0,\ \ b_1\geq 0$$

وتكون متطلبات المعيشة للشهر الثاني عند حدوث تضخم مالي بالمعدل b_2 هي:

$$\varphi_2 = B(1+b_1) + B(1+b_1)b_2 = B(1+b_1)(1+b_2) = B\prod_{k=1}^{2}(1+b_k)$$

ومتطلبات المعيشة للشهر الثالث هي:

$$\varphi_3 = B(1+b_1)(1+b_2) + B(1+b_1)(1+b_2)b_3 = B\prod_{k=1}^{3}(1+b_k)$$

أو

$$\varphi_3 = B(1+b_1)(1+b_2)(1+b_3) = B\prod_{k=1}^{3}(1+b_k)$$

وهكذا دواليك إلى أن نحصل على متطلبات الحياة للشهر 12، والتي هي على الشكل الآتي:

$$\varphi_{12} = B(1+b_1)(1+b_2)\ldots(1+b_{12}) = B\prod_{k=1}^{12}(1+b_k)$$

حيث b_kهو معدل التضخم في الشهر k. وحيث $b_k \geq 0,\quad k=1,2,\ldots,12$

وبالتالي فإن مجمل المبلغ المتطلب لكامل العام يبلغ:

$$\psi = \sum_{n=1}^{12} B\prod_{k=1}^{n}(1+b_k) \qquad (6)$$

وهي الصيغة العامة لاحتساب الحد الأدنى من الثروة النقدية التي يمكن اعتبار الشخص المالك لها مكتفيا ماليا للعام الحالي.

الفرق بين احتساب هذا المبلغ واحتساب الفائدة المركبة هو أن هذا المبلغ يتم إنفاقه في الشهر المنظور وبالتالي لا يدخل في الحسابات المقبلة، فنحن سنتطلب مبلغا جديدا في كل شهر جديد لا تراكم عليه من فترات سابقة وهو خاضع لمعدل تضخم قد يكون مختلفا.

وفي حالة خاصة يمكن أن نحصل على الصيغة المعيارية للحد الأدنى للمصروف السنويبأن نجري تبسيطا للصيغة العامة (6)المحسوبةللمصروف السنوي، وعندها نقتصر على معطيات عامة يمكن اعتبارها معيارية في ظروف الحياة الاقتصادية العامة. وخاصة فيما يتعلق بالتضخم المالي فإننا سنعتبره يجري بصورة منتظمة طيلة حياة الشخص المعتبر. وعندئذ فإن الصيغة (6) تكتب كما يلي:

$$\psi(b) = \sum_{n=1}^{12} B \prod_{k=1}^{n}(1+b_k) = \sum_{n=1}^{12} B \prod_{k=1}^{n}(1+b) = \sum_{n=1}^{12} B(1+b)^n$$

$$\psi(b) = \sum_{n=1}^{12} B(1+b)^n \qquad (7)$$

وبنشر المجموع نحصل على:

$$\psi(b) = B(1+b) + B(1+b)^2 + \cdots + B(1+b)^{12}$$

وباستخدام خواص مجموع المتوالية الهندسية [3] نجد أن:

$$\psi(b) = B * b^{-1}(1+b)[(1+b)^{12} - 1] \qquad (8)$$

أو يمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$\psi(b) = B * (1+b^{-1})[(1+b)^{12} - 1]$$

دراسة رياضية لتغييردالة المصروف السنوي تبعا لتغير معدل التضخم

فيما يأتي سندرس دالة المصروف السنوي بالنظر إلى أن معدل التضخم المالي في الشهر هو المتغير الأساسي (بقية المعاملات تعامل على أنها ثوابت عددية)،عندئذ تكتب هذه الدالة بالنظر للعلاقة (8) كما يأتي:

$$\psi(b) = B[b^{-1} * (1+b)^{13} - b^{-1} * (1+b)]$$

أو

$$\psi(b) = B[b^{-1} * (1+b)^{13} - b^{-1} - 1]$$

وبالاشتقاق نحصل على:

$$\psi'(b) = B[-b^{-2} * (1+b)^{13} + b^{-1}13(1+b)^{12} + b^{-2}]$$

ولكي يكون المشتق موجبا ينبغي أن يتحقق ما يلي:

$$b^{-2} * (1+b)^{13} - b^{-2} < b^{-1}13(1+b)^{12}$$

أو بالتالي

$$(1+b) - 1 < 13b$$

ومنه وحيث أن $b > 0$ فإننا نحصل على: $1 < 13$

وهذا الشرط محقق دوما لذلك فإن هذه الدالة متزايدة دوما.

إن الفرق بين المعاملين i, a هو أن المعامل i يعبر عن القيمة التي وصل إليها التضخم في نهاية العام. أما المعامل a فهو معدل وسطي يعادل مجمل عمليات التضخم الجارية على قيمة المصروف الشهري المقدم على شكل دفعات خلال أشهر السنة.

الاستنتاجات والتوصيات:

إن أثر التضخم المالي يظهر جليا عند إجراء الحسابات المالية السنوية ويظهر له أثر مهم في قيمة المال خلال الفترة الزمنية الممتدة عاما كاملا. إن النمذجة المنجزة تبين أنه لا يصح الإجراء المتمثل بأن نأخذ المبلغ الثابت لمصروف العام ونضربه بمعامل التضخم السنوي، فهذا الحساب لا يعطي إجابة دقيقة لأن مصروف الشهر التاسع يختلف عن مصروف الشهر الثاني، نظرا لسريان مفعول التضخم خلال الفترة الفاصلة بينهما. كذلك لا يصح أن نأخذ مصروف الشهر الثابت الوسطي ونضربه بعدد أشهر السنة 12، ثم بمعامل التضخم الشهري، فهذا أيضا لا يعطي نتيجة دقيقة. لذلك فالحل هو ما انتهجناه في البحث عبر احتساب الصيغة المحاكية لعمليات انفاق المصروف الشهري في كل شهر بحد ذاته، مع احتساب حدوث التضخم المالي حسب الحد الذي بلغة في الشهر الذي يتم فيه إنفاق المبلغ المخصص.

بشكل وسطي وكتقريب مقبول يمكن اعتبار المصروف السنوي مع احتساب التضخم هو مبلغ يعادل المقدار الثابت للمصروف السنوي مضافا إليه نسبة منه تعادل نصف معدل التضخم المالي السنوي (أي $\Omega = A(1 + 0.5i)$ وذلك حسب العمود الأخير من الجدول 4). ومن ثم،فإن مقدار زكاة العام المقبل المتوقع يحتسب بعد اقتطاع هذا المبلغ المادي ثم بقاء فائض يعادل نصاب الزكاة.

المراجع:

1-زعتري، علاء الدين، المعاملات المالية، فتاوى فقهية معاصرة، دار بيت الحكمة، 1424هـ، 2003م.

2-عطوان مروان، الأسواق النقدية والمالية (البورصات ومشكلاتها في عالم النقد والمال)،ديوان المطبوعات الجامعية،103، الطبعة الثانية، الجزائر،2003،ص100.

3-القاضي، عبد الحليم، "الرياضة المالية"، جامعة المنوفية، مصر، 2008. ص 159.

4. Faye Duchin, Mathematical Models in Input-Output Economics, Department of Economics, Rensselaer Polytechnic Institute, Working Papers in Economics, USA, N0703, April 2007, p7.

5. Kenneth P. Bogart, Scot Drysdale, and Cliff Stein, Discrete Math for Computer Science Students, Columbia University, 2004. p.131.