مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الإقتصادية المجلد (23) العدد (3) 2001
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research-Economic Science Series Vol (23) No (3) 2001

بعض النماذج الرياضية المستخدمة لتقييم، ومقارنة العقود التجارية لأجل

الدكتور عبد الهادي الرفاعي*

(قبل للنشر في 2001/2/4)

□ الملخّص □

تتحدث هذه الدراسة عن عملية المقارنة بين العقود التجارية من وجهة نظر المشتري، أو المستورد (في حالة التجارة الخارجية) . حيث أن المشتري (أو المستورد) يسعى دوماً نحو اختيار البديل ذي السعر الأدنى ، ولكن بما أن أغلب عمليات الشراء، أو الاستيراد تتم عن طريق القروض التجارية، أو المصرفية ، وشروط هذه القروض تختلف من حالة إلى أخرى ، فإننا سوف نحاول هنا، أن نقارن بين العقود التجارية من وجهة نظر المشتري، وذلك من خلال مقارنة القيم الحالية لهذه العقود المختلفة، واختيار العقد (أو البديل) ذي القيمة الحالية الأقل (مفترضين مسبقاً أن المشتري يوافق على باقي شروط العقد القانونية، والإدارية، والفنية .... إلخ). وفي حال عدم ذكر أحد البنود (المتغيرات) لواحد من العقود كالسعر، أو معدل الفائدة ، فسوف نبحث في عملية تحديد حد أعلى لهذا المتغير (البند غير المحدد)، حتى يكون هذا العقد، أو البديل منافساً لغيره من البدائل .

* مدرس في قسم الإحصاء – كلية الاقتصاد – جامعة تشرين – اللاذقية – سوريا .

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية _ سلسلة العلوم الإقتصادية المجلد (23) العدد (3) 2001

Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research-Economic Science Series Vol (23) No (3) 2001

Some Mathematical Types Which Has Been Used to Evaluate and Compare Commercial Contracts Forwarding

Dr. Abdul Hadi Alrifah*

(Accepted 4/2/2001)

□ ABSTRACT □

This Study is about the process of comparison between the commercial contracts according to the buyer or importer 's point of view (in the case of external trade) . Whereas the buyer or the importer always seeks to choose the substitute which has less price, but because the most processes of buying or importing are completely through the commercial or bank loans, and the conditions of these loans differ from case to case ,so we will try to compare between the commercial contracts according to the buyer's point of view by comparing the current prices of these different contracts and choosing the contract or the substitute which has the less current price (we have already to suppose that the buyer agrees to the rest legal, executive and technical conditions of the contract) . And if one of the items (new conditions) of a contract as the price .Or the interest rate is not mentioned, then we will determine a higher limit for this new condition (the unlimited item) till this contract or substitute becomes competitor to the other substitutes.

*** lecturer at Statistics Department, Faculty of Economics, Tishreen university, Latakia, Syria**

مقدمة :

في الواقع التجاري، وبما في ذلك التجارة الخارجية ، تواجهنا حالات محيرة، وذلك عندما يمكننا شراء نفس السلعة من أكثر من بائع (أو مورد) كل واحد منهم، يعرض شروطه، وخدماته بشكل، يختلف عن الآخر . وعندما يكون المشتري غير قادر على دفع ثمن مشترياته نقداً، فإنه يلجأ إلى الاقتراض ، والقرض في هذه الحالة، يمكن أن يحصل عليه من البائع نفسه (قرض تجاري)، أو من طرف ثالث (قرض مصرفي يحصل عليه من المصرف، أو من أي مؤسسة مالية أخرى) . إن شروط القرض، يجب أن تدرس بعناية فائقة عند المقارنة بين بديل وآخر ، حيث أن الخيار ذو السعر الأدنى، يمكن أن يكون مغطى بشروط ائتمانية غير مناسبة للمشتري (معدل الفائدة ، طول مدة الإعفاء ، مدة القرض .... إلخ) . لسهولة التحليل سوف نعتبر هنا، أن البائع هو نفسه المقرض (القرض تجاري) وشروط العقد هي نفسها شروط مبيع السلعة، وشروط القرض.

أهمية البحث: إن هذا البحث، يتمتع بأهمية علمية، وتطبيقية كبيرة في المجالات التجارية، ويمكن استخدام النماذج المقترحة فيه لمساعدة اللجان، أو الجهات المختصة، وأصحاب القرار في عملية اختيار العرض التجاري المناسب ويمكن استخدام هذه النماذج في جميع الشركات، والمؤسسات بغض النظر عن طبيعة عملها، أو المجال الذي تمارس نشاطها فيه، أو الدولة التي تعمل فيها سواء في الجمهورية العربية السورية، أو في غيرها من الدول.

الهدف من البحث: إن الهدف من هذه الدراسة، هو اقتراح بعض النماذج الرياضية، التي يمكن استخدامها في مقارنة بدائل العقود التجارية لأجل، واختيار البديل الأفضل من وجهة نظر المشتري (المدين)، أي اختيار البديل ذي القيمة الأدنى. وفي حال عدم إمكانية إجراء هذه المقارنة بسبب عدم الإفصاح عن أحد شروط العقد، فقد تم اقتراح بعض الطرائق الرياضية التي تفيد في تحديد هذا الشرط المجهول، بحيث يصبح هذا البديل منافساً للبديل الآخر.

منهج البحث: اعتمدنا في هذه الدراسة على منهج التحليل المقارن لبدائل العقود التجارية باستخدام بعض الطرائق الرياضية المناسبة.

فرضيات البحث: سوف نحاول في هذه الدراسة أن نبحث في الفرضيات التالية:

1) إن القروض لا تؤثر على القيمة النهائية للعقود .

2) إن معدل الفائدة المقارن، ليس له تأثير على عمليات المقارنة بين البدائل .

3) إن شروط استهلاك القرض (السلف ، معدل الفائدة ، مدد التسديد)، ليس لها أي تأثير على القيمة النهائية للعقد .

مقارنة العقود التجارية :

عند وجود عدة موردين (بائعين) لسلعة معينة، وكل منهم يعرض شروطه الخاصة(السعر وشروط الائتمان)، تظهر لدى المشتري مسألة المقارنة بين الشروط التي يقدمها هؤلاء الموردين . بطبيعة الحال مسألة المقارنة، واختيار شروط العقد (البديل)، لا تقتصر على عملية بيع وشراء السلع . الحديث يمكن أن يكون عن اختيار شروط استهلاك القرض فقط . المدخل التقليدي لمقارنة البدائل المختلفة، والمقترح من القرن الماضي، وكذلك المستعمل بشكل كبير في الوقت الحالي، يتلخص بمقارنة القيم الحالية لمختلف المدفوعات المتفق عليها في العقد . بعبارة أخرى ، جميع المدفوعات تحول إلى لحظة زمنية واحدة ، عادة إلى لحظة توقيع العقد . القيمة الحالية للمصاريف في هذه الحالة، يمكن اعتبارها المبلغ النقدي الذي إذا أودعناه في المصرف بنفس الفائدة، ولنفس المدة، كانت حصيلته تساوي إجمالي حصيلة جميع هذه المصاريف . البديل ذو القيمة الحالية الأقل، يعتبر هو البديل الأفضل للمدين (المشتري) عند قبوله بجميع الشروط الأخرى (التقنية – القانونية – الإدارية .... إلخ) . بدوره البائع(الدائن)، يفضل أن يبني قراره على مؤشرات الربحية الكاملة للعمليات المالية – الائتمانية . [العلي ، 1988 – ص 73] .

عند حساب القيم الحالية من أجل المقارنة بين العقود، فإن المرحلة الأساسية، تعتبر اختيار مستوى معين لسعر (معدل) الفائدة، الذي تتم بموجبه عمليات الخصم – معدل الفائدة المقارن ونرمز له بـ q . معدل الفائدة المقارن الذي يجب اعتماده في حالة معينة ، هو عملية تحتاج إلى دراية، وممارسة، ورأي اقتصادي خبير. من الضروري أن نذكر هنا بأنه بقدر ما يكون هذا المعدل أعلى، بقدر ما يكون تأثير عامل مثل عامل الزمن أكبر ، كما أن الدفعات الأكثر تباعداً تظهر تأثيراً أقل على القيمة الحالية للمصاريف . بعبارة أخرى ، زيادة معدل الفائدة المقارن، يقود المستثمر إلى تفضيل العقود التي تتميز بفترات زمنية أطول للتسديد (لاستهلاك القرض) [تشيتيركين ، 1992 – ص 188] . بالنظر إلى الحالة الأكثر تعقيداً، فإن تأثير عامل الزمن يمكن أن يتغير ، حيث أن ما يظهر أنه أفضل في شروط معينة، قد لا يظهر كذلك في شروط أخرى . في الواقع الدولي عند اختيار معدل الفائدة المقارن في الغالب، يُعتمد على القيمة المتوسطة الموجودة، أو المتوقعة لفوائد التسليف . يتم اختيار نقاط أكثر وضوحاً كربحية الأوراق المالية، وفوائد العمليات المصرفية ... إلخ مهما كان الأمر، فإن مقارنة جميع العقود، يجب أن تتم على أساس نفس معدل الفائدة ، الذي في الحالة العامة، يختلف عن معدلات الفوائد الموجودة، أو المتفق عليها في العقود . مما ذكر أعلاه، نستنتج أن المؤشرات المحسوبة بمعدل الفائدة المقارن، تعتبر شرطية (اصطلاحية) . غير أن هذا التناسب (أو الترتيب) لهذه العقود نوعاً ما يبقى ثابتاً ، حيث يمكن إثبات، أنه إذا كانت القيمة الحالية للمدفوعات بأحد العقود المقارنة أكبر من الآخر، فإن هذه العلاقة تبقى ثابتة من أجل جميع معدلات الفائدة المقارنة الأخرى ، عندما تزيد هذه المعدلات عن أعلى معدل فائدة في العقود المقارنة، أو العكس إذا كان معدل الفائدة المقارنة أقل من أدنى معدل من هذه المعدلات الموجودة في العقود .

للمقارنة بين العقود، لندرس بدايةً المسألة التي تكون فيها شروط استهلاك القرض منافسة . هذه الحالة، تظهر على سبيل المثال، عندما يطرح المورد عدة بدائل لدفع قيمة التوريدات . سعر السلعة في هذه الحالة، يبقى ثابتاً في جميع البدائل . في الحالة العامة ، معدلات الفوائد، يمكن أن تكون مختلفة – كلما طالت مدة القرض، كلما ارتفع معدل الفائدة كل عقد بديل، يتضمن الشروط التالية لاستهلاك القرض : المدفوعات المقدمة، أو السلف (قيمها ومواعيد دفعها) وطول فترة الإعفاء من التسديد، وكيفية دفع الفوائد فيها ، مدة القرض، وأخيراً كيفية استهلاك القرض، والمسألة تتحول بالتالي إلى حساب القيم الحالية، التي تأخذ بعين الاعتبار جميع هذه الشروط .

مثال رقم (1) : شركة لصناعة الطائرات المدنية، عرضت البدائل التالية لدفع قيمة طائرة، تبلغ 2 مليار دولار :

البديل الأول : % 5 من قيمة الطائرة، تدفع عند توقيع العقد ، % 5 من قيمة الطائرة، تدفع عند تسليم الطائرة (مع العلم أن مدة تسليم الطائرة، هي تسعة اشهر) ، باقي ثمن الطائرة، يدفع في فترة 5 سنوات على دفعات سنوية متساوية ولا توجد فترة إعفاء .

البديل الثاني : % 5 من قيمة الطائرة، تدفع عند توقيع العقد ، % 10 من قيمة الطائرة، تدفع عند تسليم الطائرة فترة الإعفاء 6 أشهر (تدفع الفوائد في نهايتها) ، باقي قيمة الطائرة يدفع على شكل دفعات سنوية لمدة 8 سنوات .

بفرض أن معدل الفائدة المركبة السنوية في البديلين كان 10% ، وكمعدل فائدة مقارن استخدم المعدل q = 15 % عند ذلك يمكن أن نكتب :

القيمة الحالية للبديل الأول :

$$A_1 = Q_1 + Q_2\ v^t + R\ a_{n;q}\ .\ v^t$$

القيمة الحالية للبديل الثاني :

$$A_1 = Q_1 + Q_2\ v^t +\ D\left[\left(1+i\right)^L\ -1\right] v^{t+L} + R\ a_{n;q}\ .\ v^{t+L}$$

حيث : Q_1 ، Q_2 – قيم المدفوعات المقدمة (السلف) ، t – مدة دفع الدفعة المقدمة (السلفة) الثانية ، L – طول مدة الإعفاء ، R – قيمة كل من الدفعات المتساوية لاستهلاك القرض (القسط) ، D – الباقي من القرض بعد دفع السلف ، $v=(1+q)^{-1}$ ، q – معدل الفائدة المقارن ، $a_{n;q}$ – معامل حساب القيم الحالية [1] .

عند تحديد الدفعات السنوية لاستهلاك القرض، سننطلق من أن المشتري، سوف يدفع مبلغاً يساوي السعر بعد استبعاد المدفوعات المقدمة السلف : $D = P - (Q_1 + Q_2)$. بمساواة باقي القرض مع القيمة الحالية للمدفوعات على استهلاك القرض نجد : $R = D / a_{n;i}$. وبالتالي ليس من الصعب الآن أن نحدد القيم A_1 , A_2 .

بالنسبة للبديل الأول :

مليون دولار $D = 2000 - (100 + 100) = 1800$

مليون دولار $R = 1800 / a_{5;10} = 1800 / 3,7907868 = 474,8355$

$a_{5;10} = 3,3521551$

وبالتالي :

مليون دولار $A_1 = 100 + 100.(1,15)^{-9/12} + 474,8355\ .\ 3,3521551.(1,15)^{-9/12} = 1623,370984$

بالنسبة للبديل الثاني :

مليون دولار $D = 2000 - (100 + 200) = 1700$

الفائدة في فترة الإعفاء

مليون دولار $1700\left[(1+0,10)^{0,5} - 1\right] = 82,97504$

مليون دولار $R = 1700 / a_{8;10} = 1700 / 5,334926 = 318,65483$

$a_{8;15} = 4,4873215$

وبالتالي :

مليون دولار $A_2 = 100 + 200.(1,15)^{-9/12} + 82,97504\ .\ (1,15)^{-15/12} + 318,65482\ 4,4873215(1,15)^{-15/12} = 1550,47105$

أي أن $A_2 < A_1$

مضمون التقديرات A_1 و A_2 واضح – إنه المبلغ الذي إذا استثمر بمعدل q في لحظة توقيع العقد ، سيغطي بشكل كامل جميع المدفوعات المتفق عليها . نلفت الانتباه هنا أيضاً ، أنه حتى الجزء الكبير نسبياً للسلفة (العامل السلبي للمشتري)في البديل الثاني، لم يستطع أن يرجح على ميزة الفترة الزمنية الأطول لاستهلاك القرض عند معدل فائدة$i<q$ كلما كان الفرق بين i،q أقل كلما كانت أفضلية البديل الثاني أقل نسبياً [تشيتيركين – 1992 ، ص 190] .

لنوسع المسألة السابقة، وندخل هنا إضافة لما ورد أعلاه ، الاختلاف في سعر السلعة، ومعدل الفائدة .

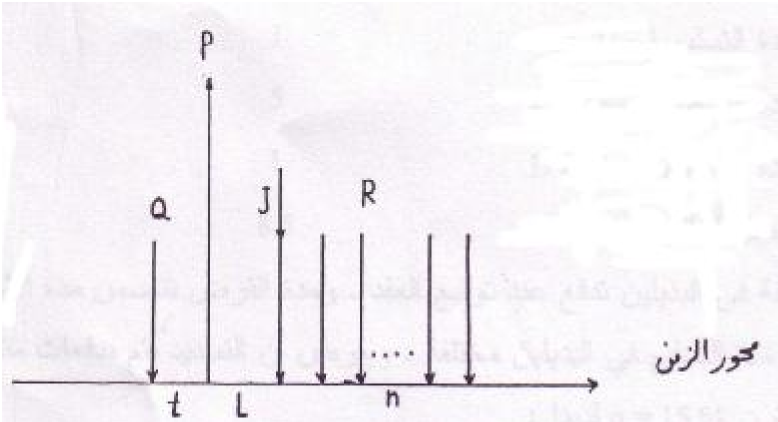
عند تشكيل معادلة من أجل تحديد القيم الحالية ، من الضروري أن نأخذ بعين الاعتبار عدة حالات . حيث الشرط الأهم المؤثر بشكل واضح على النتائج (القيمة الحالية للمدفوعات)، تعتبر تحديد اللحظة الزمنية التي عندها تتحدد المديونية وحجم القرض، ويبدأ عندها الاستهلاك . إذا كان العقد يلزم بتسليم المشتريات دفعة واحدة ، فإن المديونية تتحدد بلحظة تسليم المشتريات . أما إذا كان التسليم يتم على دفعات، وتم تحديد مواعيد التسليم، فإنه يمكن أن نحدد في العقد عدة لحظات زمنية لتحديد المديونية . سنتحدث فيما يلي عن طريقة للمقارنة، عندما يشترط أن القروض، تستهلك بعد التسليم الكامل للمشتريات . أما ما يتعلق بالسلف ، فإنه يفترض أنها تدفع في أي لحظة زمنية، يتفق عليها (في لحظة توقيع

---

[1] $a_{n;q}$ - معامل حساب القيم الحالية ويرمز له في بعض المراجع $a_{\overline{n|}q}$ ووهو عبارة عن القيمة الحالية لدفعات سنوية عادية متساوية قيمة كل منها وحدة نقدية واحدة [الأفندي ، 1981 – ص 65] وهو يساوي :

$$a_{n;q} = \sum_{k=1}^{n} v^k = \frac{v(v^n - 1)}{v - 1} = \frac{1 - v^n}{q} = \frac{1 - (1+q)^{-n}}{q}$$

وتصديق العقد مثلاً ، أو في أي لحظة زمنية تالية لذلك) . يفترض أنه عند تحديد المديونية، لا تحتسب فوائد عن مدفوعات السلف . فإذا كان غير ذلك، فإنه في جميع المعادلات التالية، يجب إجراء التصحيح اللازم .
عند مقارنة العقود على أساس القيم الحالية للمدفوعات، فإن على المشتري، أن يأخذ بعين النظر، أن مواعيد التسليم تُبدي تأثيراً لا بأس به على القيمة الحالية للعقد . إن إطالة فترة التسليم، تؤدي شكلياً إلى تخفيض القيمة الحالية للعقد ولكن غالباً المنفعة التي يمكن أن يجنيها المشتري من جراء عملية التعجيل في التسليم، لا تؤخذ بالاعتبار – يؤخذ بالاعتبار فقط الشروط المالية المباشرة للعقد . بهذا الشكل النتيجة البسيطة للمقارنة، تحصل فقط عندما تكون مواعيد التسليم للبدائل المقارنة واحدة ، فإذا كانت المواعيد مختلفة، فإن حساب القيم الحالية للمدفوعات حسب العقد، يعطي معلومات قيمة من أجل اتخاذ القرار . على أساسها يمكن تحديد كم يكلف المشتري إطالة، أو تقصير مدة التسليم .
طريقة حساب القيم الحالية الضرورية لمجموعة الدفعات، لن تختلف بالطبع عن ما شاهدناه أعلاه . الاختلاف الوحيد يتلخص بأن مجموع المصاريف لاستهلاك القرض، تعتمد على القيم المعطاة في كل عقد . بفرض السلفة، تدفع مرة واحدة في بداية العملية ، والتسليم يتم دفعة واحدة ، استهلاك القرض يتم على دفعات متساوية ، عن فترة الإعفاء، تدفع الفوائد في نهاية المدة.بهذه الشروط قمنا برسم الشكل البياني لتوزيع المدفوعات خلال الفترات الزمنية في الشكل رقم 1



الشكل رقم (1) توزيع المدفوعات خلال الفترات الزمنية

القيمة الحالية عند معدل فائدة مقارن q لهذه الحالة تساوي :

$$A = Q + J \cdot v^{t+L} + R \cdot a_{n\,;\,q} \cdot v^{t+L} \qquad (1)$$

حيث J – الفوائد في فترة الإعفاء (تدفع في نهاية مدة الإعفاء) ، معدلات الفوائد يمكن أن تكون بالطبع بسيطة، أو مركبة، وغالباً مركبة ، R – قسط استهلاك القرض ، فإذا كانت قيمة R ثابتة فإن $R = (P - Q)/a_{n\,;\,i}$.
المعادلة رقم (1) كتبت للحالة التي فيها تدفع أقساط تسديد القرض في نهاية السنة ، والفوائد عن فترة الإعفاء، تدفع في نهاية الفترة . ولكن بالطبع شروط العقد، يمكن أن تكون غير ذلك، وبالتالي سيتغير الشكل الرياضي لعملية استهلاك القرض . بفرض أن الفوائد تدفع بمعدل فائدة مركبة : $J = (P - Q)\left[(1+i)^L - 1\right]$. عند ذلك بإجراء تعديل بسيط على المعادلة رقم (1) نكتبها على الشكل :

$$A = Q + (P - Q)\left(\frac{a_{n\,;\,q}}{a_{n\,;\,i}} + \left[(1+i)^L - 1\right]\right) \cdot v^{t+L} \qquad (2)$$

إذا كانت الفوائد، تدفع بشكل دوري في فترة الإعفاء ، في نهاية كل سنة مثلاً ، فإنه يمكننا أن نكتب المعادلة رقم (2) على الشكل التالي (بشرط أن L – عدد صحيح) :

$$A = Q + (P - Q)\left(\frac{a_{n\,;\,q}}{a_{n\,;\,i}}\;.\;v^{t+L} + i\;.\,a_{L;q}\;.\,v^{t}\right) \qquad (3)$$

مثال رقم (2) : بفرض لدينا بديلين يتضمنان الشروط التالية :

المؤشر	البديل الأول	البديل الثاني
– السعر (مليار دولار) p	3	3,2
– السلفة (مليار دولار) Q	0,2	0,1
– مدة التسليم (سنة) t	1	1
– مدة القرض (سنة) n	5	7
– مدة الإعفاء (سنة) L	1	2
– معدل الفائدة (%) i	8,5	8

السلفة في البديلين تدفع عند توقيع العقد . ومدة القرض تتضمن مدة الإعفاء . جميع الشروط عدا مدة التسليم في البديلين مختلفة . وبفرض أن التسديد، يتم بدفعات متساوية، ومعدل الفائدة المقارن $q = 15\ \%$ لدينا :

للبديل الأول :

$$v^{t} = (1{,}15)^{-1} = 0{,}8695652 \quad ; \; a_{n\,;i} = a_{4;8,5} = \; 3{,}2755967$$

$$v^{t+L} = (1{,}15)^{-2} = 0{,}7561437 \quad ; \; a_{L\,;q} = a_{1;15} = \; 0{,}8695652$$

$$a_{n\,;q} = a_{4;15} = \; 2{,}8549784 \; ; \quad P - Q = 3 - 0{,}2 = 2{,}8$$

للبديل الثاني :

$$a_{n\,;i} = a_{5;8} = \; 3{,}99271 \; ; \; v^{t+L} = (1{,}15)^{-3} = 0{,}657516$$

$$v^{t} = (1{,}15)^{-1} = 0{,}8695652 \quad ; \; a_{L\,;q} = a_{2;15} = \; 1{,}6257089$$

$$a_{n\,;q} = a_{5;15} = \; 3{,}3521551 \; ; \quad P - Q = 3{,}2 - 0{,}1 = 3{,}1$$

وبالتالي بالنتيجة نجد :

مليار دولار $A_1 = 2{,}2252953$ ، مليار دولار $A_2 = 2{,}161880583$

إذن الأفضلية للبديل الثاني واضحة عند معدل الفائدة المستخدم للمقارنة . ونذكر بأن الأقساط السنوية في البديل الثاني تساوي :

$$R = \frac{P - Q}{a_{n\,;\,i}} = \; \frac{3{,}1}{3{,}99271} = 0{,}776415$$ مليار دولار

بفرض أن السلفة في البديل الأول، تساوي 0,1 مليار دولار، وفي البديل الثاني 0,3 مليار دولار ، وباقي الشروط بقيت على ما هي عليه دون تغيير ، عند ذلك نجد أن الأمر يختلف ونحصل على ما يلي :

مليار دولار $A_1 = 2{,}197627258$ ، مليار دولار $A_2 = 2{,}228856029$

نتيجة حساب القيم الحالية لدرجة واضحة، تتوقف على معدل الفائدة المقارن المستخدم في التحليل . بيد أن الترتيب الذي حصلنا عليه على أساس القيم الحالية للعقود، يتمتع بدرجة عالية من الثبات . يمكن أن يظهر أنه كان $A_1 < A_2$ عند قيم محددة لـ i_2, i_1 حيث $i_1 > i_2$ ومعدل فائدة مقارن q ، فإن العلاقة المحسوبة بين A_1 و A_2تبقى نفسها من أجل أي قيمة لـ q ، بشرط أن يكون $q > i_1$ أو $q < i_2$.

تحدثنا أعلاه عن طريقة مقارنة العقود في حالة توريد الطلبية، أو المشتريات دفعة واحدة . مبدئياً لا يتغير شيء في طريقة العمل في حالة توزيع الطلبية على دفعات، أو أجزاء . غير أن السؤال الذي يطرح نفسه هنا ، هو كيفية حساب قيم،

وتواقيت الدفعات . حل المسألة كما يبدو يجب أن نقسمه إلى مرحلتين : في المرحلة الأولى وانطلاقاً من معادلة التوازن، نحدد قيم دفعات التسديد ، أما في المرحلة الثانية، وانطلاقاً من قيم الدفعات المحسوبة، يتم حساب القيمة الحالية في الواقع أن هاتين المرحلتين، تشاهدان أيضاً في حالة الحديث عن التوريد دفعة واحدة . غير أننا لم نُعِرْ الانتباه إلى عملية حساب معادلة التوازن ، ذلك أن حساب قيم أقساط التسديد كان واضحاً .

لنكتب معادلة التوازن للعقد الذي يحتوي على توريدات متتابعة للسلع من حجم M_j وفترات زمنية T_j (الفترة الكلية هي $T = \sum_j M_j$) ، مدفوعات السلف بمقدار Q_1 و Q_2 ، مدة الإعفاء L (الفوائد تدفع بشكل دوري) ، القرض يسدد بشكل دفعات متساوية خلال n أعوام . عند ذلك المديونية المتجمعة في نهاية مدة التوريد (مع العلم أنه تحتسب فوائد عن مدفوعات السلف) تساوي :

$$D = \sum_j M_j (1+i)^{T_j} - \sum_k Q_k (1+i)^{T_k}$$

حيث T_j – المدة الزمنية من لحظة توريد الدفعة j حتى نهاية مدة التوريدات ،

T_k – المدة الزمنية من لحظة دفع السلفة k حتى نهاية مدة التوريدات .

i – معدل الفائدة المتفق عليه .

قيمة قسط تسديد القرض، تتحدد على الشكل التالي $R = D / a_{n\,;\,i}$

والقيمة الحالية لمجموع المدفوعات ، عند معدل فائدة مقارن يساوي q تتحدد في هذه الحالة على الشكل التالي :

$$A = Q_1 + Q_2 \,.\, v^t + J \,.\, a_{L\,;q} \,.\, v^T + R \,.\, a_{n\,;\,q} \,.\, v^{T+L} \qquad (4)$$

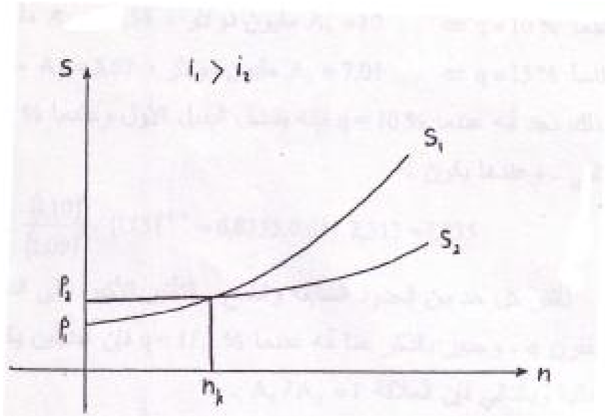
حيث t – مدة دفع السلفة الثانية ، $a_{L\,;\,q}$ – معامل حساب القيمة الحالية لدفعات الفوائد في مدة الإعفاء .

إضافة لما ذكر أعلاه، فإنه يمكن تشكيل معادلات لتحديد القيمة الحالية لمصاريف العقد لأي حالة أخرى بشكل مشابه .

حالات خاصة لمقارنة العقود :

إذا كانت مقارنة العقود في الحالة العامة، لا يمكن أن تتم بدون تشكيل معادلة توازن ملائمة ، فإنه في الحالات الخاصة – عندما لا توجد مجموعة شروط كاملة ، هناك إمكانية لأوضاع يمكن من أجلها وضع مجموعة من المعادلات التي تسهل عملية التحليل .

الوضعية الأكثر بساطة لهذه المسألة، تتلخص في مقارنة العقود التي يشترط فيها تسديد القرض دفعة واحدة في نهاية المدة . ومع أن المسألة بسيطة، وحلها واضح إلا أننا سنوردها هنا لاستكمال العرض التالي . عدا عن ذلك ، حتى في هذه الوضعية البسيطة ، هناك غموض في بعض النتائج التي نحصل عليها في سياق التحليل، لذلك لابد من دراستها لسهولة الدراسة، والترتيب نعود إلى الحالة التي يكون فيها مواعيد الدفع في البديليين واحدة . تختلف الأسعار $(P_1 < P_2)$، ومعدلات الفائدة $(i_1 > i_2)$. إذا لم تكن المسألة بهذا الشكل، فإنه لا ضرورة للمقارنة – الاختيار واضح . عند اختيار البديل الأفضل للمشتري، يكفي مقارنة المجاميع التراكمية للقرض (الحصيلة) . بمعنى السعر مضافاً إليه الفوائد على القرض S_1و S_2 كما يظهرها الشكل البياني رقم (2) . وهنا يمكننا إجراء المقارنة بدون استخدام معدل فائدة مقارن q . [جوكو فسكايا – 1977 ، ص 182] .



الشكل رقم (2)مقارنة حصيلة البديليين عندما $P_1 < P_2$ و $i_1 > i_2$

المسألة الأصعب بقليل، هي المقارنة بين العقود، التي تكون فيها مدة القرض مختلفة أي $(n_1 \neq n_2)$. إذن لدينا عقدين بالشروط التالية : $P_1 \ , \ i_1 \ , n_1$ و $P_2 \ , \ i_2 \ , n_2$. ليكن $P_1 < P_2$ ولكن $i_1 > i_2$. هنا من المنطقي مقارنة القيم الحالية للمدفوعات ، لأن المقارنة المباشرة لـ S_1 و S_2 غير صحيحة – هذه القيم تعود للحظات زمنية مختلفة المشتري يفضل البديل الأرخص ، بمعنى آخر ذو القيمة الحالية الأقل . من البديهي والواضح، أنه عندما تكون الفترات الزمنية للقرض غير طويلة، فإنه من الأفضل للمشتري، أن يختار البديل ذا السعر الأقل (عندما $n_1 = n_2 = 0$ المقارنة تتم فقط للأسعار) . كلما طالت الفترة الزمنية، كلما كان أفضل معدل الفائدة الأدنى . في لحظة معينة n_k يتساوى البديلان . يمكن ملاحظة أنه من المفيد تحليل العوامل المؤثرة على العلاقة A_1 / A_2 . لنقف قليلاً عند هذه المسألة . العلاقة السابقة يمكن أن نكتبها على الشكل التالي :

$$\frac{A_1}{A_2} = P_1 \cdot \left(\frac{1+i_1}{1+q}\right)^{n_1} / P_2 \cdot \left(\frac{1+i_2}{1+q}\right)^{n_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{(1+i_1)^{n_1}}{(1+i_2)^{n_2}} \times (1+q)^{n_2 - n_1} \quad (5)$$

من العلاقة السابقة، نستخلص ثلاثة حدود لهذه العلاقة : الحد الأول يعبر عن تأثير الأسعار ، الثاني – معدلات الفائدة (مع الأخذ بعين النظر الفترات الزمنية) ، الثالث – معدل الفائدة المقارن .

مثال رقم (3) : في عقد لشراء إحدى السلع بالائتمان كان هناك البديلان التاليان :

البديل الأول – $P_1 = 10$ مليون دولار ، $i_1 = 10\%$ ، $n_1 = 8$ سنة .

البديل الثاني – $P_2 = 12$ مليون دولار ، $i_2 = 9\%$ ، $n_2 = 14$ سنة .

القرض في البديلين يسدد دفعة واحدة في نهاية المدة . لنوجد القيم الحالية باستخدام قيمتين مختلفتين لمعدل الفائدة المقارن .

عندما $q = 10\%$ $\Rightarrow$ $A_1 = 10$ مليون دولار ، $A_2 = 10{,}56$ مليون دولار

عندما $q = 15\%$ $\Rightarrow$ $A_1 = 7{,}01$ مليون دولار ، $A_2 = 5{,}67$ مليون دولار

وبذلك نجد أنه عندما q = 10 % فإنه يفضل البديل الأول، وعندما q = 15 % يفضل البديل الثاني . وعندها يكون :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{10}{12} \cdot \frac{(1{,}10)^8}{(1{,}09)^{14}} \times (1{,}15)^{14-8} = 0{,}8333.0{,}641.2{,}313 = 1{,}235$$

تأثير كل حد من الحدود السابقة واضح . التأثير الأكبر على النتيجة، كان لمعدل الفائدة المقارن q . وجدير بالذكر هنا أنه عندما q = 11,1 % فإن البديلين يكون لهما نفس القيمة الحالية، وبالتالي فإن العلاقة $A_1 / A_2 = 1$.

يمكن أن نقترح طريقة أخرى لاختيار البديل الأرخص للعقد (السعر والفوائد ، الدفع في نهاية المدة) . الطريقة المقترحة، تتلخص في حساب مدة للقرض n_k نسميها المدة الحرجة، ومقارنة المدد الفعلية (n_1 و n_1) مع هذه المدة n_k . لتحديد

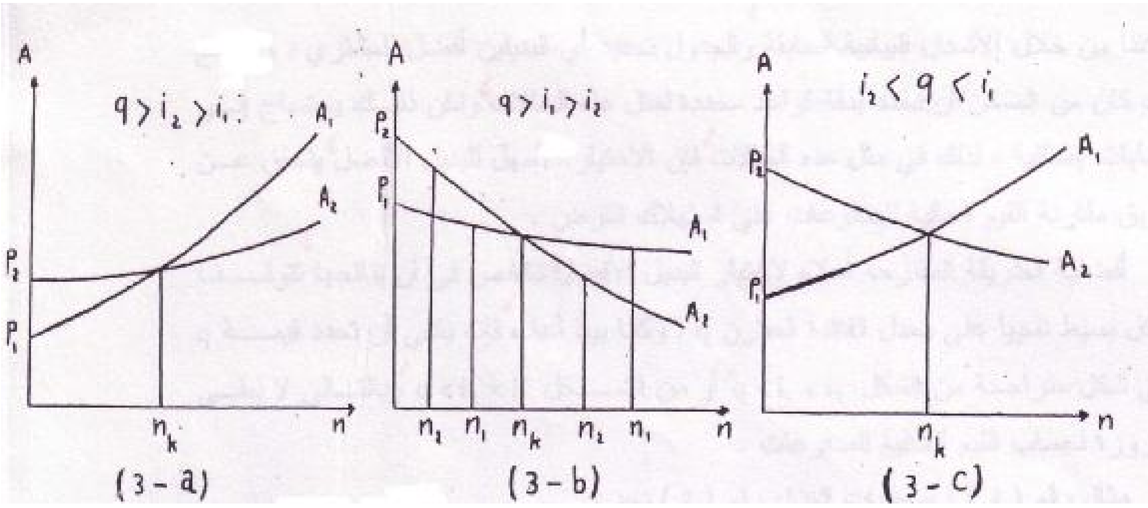
قيمة n_k سننطلق من أن n_k هي قيمة حيادية، وعندها تكون حصيلتي العقد في البديلين متساوية . في هذه اللحظة تتساوى حتى القيم الحالية للمدفوعات (انظر الشكل رقم (2) السابق) . ما ذكرناه هنا يعطينا الإمكانية لكتابة المساواة التالية :

$$P_1 \,.\, (1+i_1)^{n_k} = P_2 \,.\, (1+i_2)^{n_k}$$

ومنه :

$$n_k = \frac{\text{Ln}\,\dfrac{P_1}{P_2}}{\text{Ln}\,\dfrac{1+i_2}{1+i_1}} \qquad (6)$$

السؤال الذي يطرح نفسه الآن هو – كيف يمكن أن نستخدم n_k من أجل اختيار البديل الأفضل للمشتري ؟ للإجابة على هذا السؤال، لننظر إلى الشكل البياني، الذي يبين تغير القيم الحالية بناءً على تغير المؤشرات P ‘ I ‘ n ‘ q (انظر الشكل رقم (3) بحالاته الثلاثة C, b, a) .



الشكل رقم (3) تغير القيم الحالية بناءً على تغير P ‘ i ‘ n ‘ q

في الشكل البياني، يظهر تغير القيم الحالية للمدفوعات A بشرط أن $P_1 < P_2$ و $i_2 < i_1$ حيث أنه من الشكل(3 - a) يظهر البديل عندما $q < i_2$ وفي الشكل (3 - b) $q > i_1$ وفي الشكل (3 - C) $i_2 < q < i_1$. قاعدة اختيار البديل الأفضل رغم أنها غير صعبة ، فإنها تتوقف على العلاقة بين q وكلاً من i_1 و i_2 . والشكل البياني السابق بحالاته الثلاثة، يسمح باستنباط قواعد لاختيار البديل الأفضل للمشتري، وهذه القواعد، يمكن الحصول عليها مباشرة من الجدول رقم (1) التالي :

الجدول رقم (1)قواعد اختيار البديل الأفضل للمشتري حسب شروط العقد .

رقم القاعدة	العلاقة بين المدد الزمنية للبدائل والمدة الحرجة	رقم البديل الأفضل عندما		
		$i_2 < q < i_1$	$q > i_1 > i_2$	$q < i_2 < i_1$
1	$n_1 < n_2 < n_k$	1	-	1
2	$n_k < n_2 < n_1$	2	-	2
3	$n_1 < n_k < n_2$	-	2	1
4	$n_2 < n_k < n_1$	-	1	2
5	$n_2 < n_1 < n_k$	1	1	-

6	$n_k < n_1 < n_2$	-	2	2

المصدر : تشيتيركين – 1992 ، ص 197 .

إن القواعد المذكورة في الجدول رقم (1) السابق، لا تغطي كافة الحالات الممكن التعرض لها ، فمثلاً عندما $n_2 < n_1 < n_k$ و $n_k < n_1 < n_2$ ،ويكون كذلك $q < i_2 < i_1$ فإنه لا يمكننا من خلال الأشكال البيانية السابقة والجدول تحديد أي البديلين أفضل للمشتري، ومع ذلك كان من الممكن، أن نحدد بدقة قواعد محددة لمثل هذه الحالات ولكن ذلك يحتاج إلى حسابات إضافية ، لذلك في مثل هذه الحالات، فإن الاختيار الأسهل للبديل الأفضل، يتحقق عن طريق مقارنة القيم الحالية للمدفوعات على استهلاك القرض .

أفضلية الطريقة المقترحة أعلاه لاختيار البديل الأفضل، تتلخص في أن نتائجها، تتوقف بشكل بسيط نسبياً على معدل الفائدة المقارن q . وكما بيّنا أعلاه، فإنه يكفي أن تحدد قيمة q على شكل متراجحة من الشكل $q < i_1 < i_2$ أو من الشكل $q < i_2 < i_1$ وبالتالي لا يبقى ضرورة لحساب القيم الحالية للمدفوعات .

مثال رقم (4) : لمعطيات المثال رقم (3) نجد :

$$n_k = \frac{\mathrm{Ln}\,(10/12)}{\mathrm{Ln}\ (1{,}09/1{,}10)} = 19{,}96 \text{ سنة}$$

بالمقابل من أجل معدل فائدة مقارن q < 9 % ، فإن البديل الأفضل، هو البديل ذو السعر الأدنى (البديل الأول حسب القاعدة رقم (1) في الجدول رقم (1) $n_1 < n_2 < 19{,}9$) . من أجل معدل فائدة مقارن q > 10 % فإننا نصطدم بالحالة التي ليس لها قاعدة في الجدول، والاختيار يجب أن يُبنى على نتائج مقارنة قيم A_1 و A_2 .

مثال رقم (5) : لكي نوضح تأثير مدة القرض على القيمة الحالية للعقد ، نورد هذا المثال الذي حددنا فيه بديلين لهما نفس السعر، ومعدل الفائدة، ولكن مدد التسديد فيهما مختلفة، والبيانات كانت على الشكل التالي :

شروط العقد	البديل الأول	البديل الثاني
– السعر (مليون دولار) P	10	11,5
– معدل الفائدة (%) i	8,5	7
– مدة القرض (سنة) n		
a)	9	7
b)	12	14
C)	14	9

لنوجد المدة الحرجة n_k .

$$n_k = \frac{\mathrm{Ln}\,(10/11{,}5)}{\mathrm{Ln}\ (1{,}07/1{,}085)} = 10{,}04 \text{ سنة}$$

إذا كانت مدة القرض، تساوي 10,04 سنة، فالبديلان متساويان من الناحية المالية . غير أن المدد الزمنية للبدائل مختلفة لنقارن شروط العقد لكل بديل من حيث المدة ، آخذين بعين النظر أن q > 8,5 % .

a) $n_2 < n_1 < n_k$ Ü البديل الأفضل، هو البديل الأول (القاعدة رقم 5)

b) $n_k < n_1 < n_2$ Ü البديل الأفضل، هو البديل الثاني (القاعدة رقم 6)

c) $n_2 < n_k < n_1$ Ü البديل الأفضل، هو البديل الأول (القاعدة رقم 4)

من أجل التأكد ، نحسب القيم الحالية للمدفوعات ، فنحصل على النتائج التالية التي تظهر في الجدول رقم (2) والتي تؤكد ما توصلنا إليه أعلاه .

الجدول رقم (2) نتائج حسابات القيم الحالية للبديلين حسب المدة الزمنية للقرض

المدة الزمنية للقرض (سنة)	القيمة الحالية للمدفوعات (مليون دولار)

البديل الثاني	البديل الأول	البديل الثاني	البديل الأول	رقم الحالة
9,28	8,84	7	9	a
7,81	8,48	14	12	b
8,97	8,25	9	14	c

(اعتمدنا في حساب القيم الحالية q = 10 %، والتسديد دفعة واحدة في نهاية المدة)

مقارنة العقود التي تتضمن تسديد القروض دفعة واحدة في نهاية المدة، هي حالة واردة، ولكنها نادرة الحدوث القروض عادة تسدد على دفعات متتالية، ولكن ليس بالضرورة أن تكون الفواصل الزمنية بين الدفعات متساوية . كما ذكر أعلاه فإن مقارنة مثل هذه العقود، تتم عن طريق حساب، ومقارنة القيم الحالية . إذا كان القرض يسدد بأقساط متساوية، فإن علاقة القيم الحالية للأقساط، يمكن التعبير عنها بجداء الحدود الثلاثة التالية :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{a_{n_2;\, i_2}}{a_{n_1;\, i_1}} \times \frac{1-(1+q)^{-n_1}}{1-(1+q)^{-n_2}} \quad (7)$$

مضمون الحد الأول واضح، والحد الثاني، يبين تأثير معدلات الفائدة، ومدد القروض. أما الحد الثالث، فيبين تأثير معدل الفائدة المقارن q .

كما أسلفنا فإن اختيار البديل الأفضل عند تساوي جميع الشروط الخاصة بالعقود، يتحدد بقيمة q . في هذه الحالة (استهلاك القرض بأقساط دون سلفة) عند اختيار البديل الأفضل، يمكن أن نلجأ إلى تأثير المدة الحرجة للقرض n_k هذا الأخير نحدده انطلاقاً من المعادلة التالية (حيث في اللحظة n_k يكون $A_1 = A_2$) :

$$\frac{1-(1+i_1)^{-n_k}}{1-(1+i_2)^{-n_k}} = \frac{i_1}{i_2} \times \frac{P_1}{P_2} \quad (8)$$

المدة n_K تعتبر مدة محايدة ، حيث أنها تلعب هنا نفس الدور الذي يمكن أن تلعبه، فيما لو كان التسديد، يتم دفعة واحدة (انظر الشكل رقم (2)) . والمقارنة بشكل عام، تتم دون استعمال المعدل q، عدا عن ذلك، فإننا نستخدم نفس القاعدة في الاختيار [شالاشوف– 1987 ، ص 80] .

حل المعادلة رقم (4) فيما يتعلق بـ n_k ،يمكن الحصول عليه بمساعدة طريقة نيوتن، أو غاوص، أو أي طريقة أخرى مناسبة [فودنيف – 1989 ، ص 207 ، 214 ، 217] .

في الحالة العامة عندما تتضمن شروط العقد مدفوعات سلف، أو فترات إعفاء، فإن توزيع علاقة القيمة الحالية على حدود –كما رأينا أعلاه– غير ممكن، وكذلك لا يمكن إيجاد فترة حرجة، لذلك يبقى المخرج الوحيد، هو حساب القيم الحالية، ومقارنتها .

تحديد قيم مجالية لمتغيرات العقود :

يمكن استخدام طريقة أخرى لاختيار عقد بديل أفضل بالنسبة للمشتري (أو المقترض) ، هذه الطريقة، تعتمد على حساب قيم مجالية (قصوى) لمتغيرات العقد (break - even analysis) ، بمعنى تحديد قيم قصوى للسعر، أو لمعدل الفائدة لأحد البدائل المقارنة . تحت اسم القيمة المجالية للمتغير يفهم قيمته التي يكون عندها البديل المقارن أفضل من الآخر مع الاحتفاظ بباقي الشروط . هذه الطريقة، يمكن أن يستخدمها المشتري للحصول على بديل أفضل، عندما يكون هناك إمكانية لتعديل شروط أحد البدائل . القيم المجالية للمتغيرات، تؤمن تساوي القيم الحالية لمدفوعات المشتري في البديلين، وبالتالي تأخذ بالحسبان جميع شروط هذه البدائل.

بفرض أن أحد الموردين، يقترح سعراً أقل من المورد الآخر $(P_1 < P_2)$. نذكر هنا بأن مشكلة الاختيار، تظهر فقط عندما $i_1 > i_2$ ، معدل الفائدة i_2 غير مُعلن (قابل للتفاوض) لذلك عوضاً عن مقارنة القيم الحالية للمدفوعات، نوجد

الآن القيمة المجالية العظمى (الحد الأعلى) لمعدل الفائدة للبديل الثاني (ونرمز له بـ i'_2) عنده يكون البديل الثاني أفضل من البديل الأول ، بذلك نجد أنه عند أي معدل للفائدة $i_2 < i'_2$ فإن البديل الثاني، يكون أفضل من الأول وبالمثل يمكن إيجاد القيمة العظمى المسموح بها لـ P_2 (نرمز لها بـ P'_2) .

نلاحظ هنا بأن مجال تطبيق هذه الطريقة واسع جداً، ولا يقتصر على مقارنة بدائل العقود التجارية فقط ، حيث يمكن أن تستخدم في الحالات التي تتطلب تحديد قيمة عظمى لمنطقة الحلول المقبولة، وهذه القيمة العظمى نسميها – نقطة التعادل أو النقطة الحرجة (break – even point) [غوشكوف – 1989 – 5 ، ص 37] .

لنوجد القيم المجالية i'_2 و P'_2 في الحالة البسيطة ، عندما يسدد القرض دفعة واحدة في نهاية المدة بدون دفعات سلف عند ذلك نجد أنه حتى تتساوى القيمة الحالية للبديلين، يجب أن يكون :

$$P_1\left(\frac{1+i_1}{1+q}\right)^{n_1} = P_2\left(\frac{1+i_2}{1+q}\right)^{n_2}$$

وبالتالي نجد :

$$i'_2 = (1+q)\,.\left[\frac{P_1}{P_2}\times\left(\frac{1+i_1}{1+q}\right)^{n_1}\right]^{\frac{1}{n_2}} - 1$$

كما نجد :

$$P'_2 = P_1\,.\frac{(1+i_1)^{n_1}}{(1+i_2)^{n_2}\,.(1+q)^{n_1-n_2}} \qquad (9)$$

قواعد الاختيار الآن بسيطة ، فعندما تكون قيمة i_2 غير معلنة، فإن البديل الثاني، يكون أسوأ من الأول عندما $i_2 > i'_2$ البديلين متساويين عندما $i_2 = i'_2$ ،ويكون البديل الثاني أفضل من الأول عندما $i_2 < i'_2$.

وعندما يكون السعر غير معلن، فإن البديل الثاني، يكون معادلاً للأول عندما $P_2 = P'_2$ وأفضل من الأول من الناحية المالية عندما $P_2 < P'_2$. إن القيم P'_2 و i'_2 تتعلق إلى درجة كبيرة بالفترات الزمنية n_1 و n_2 ،وكذلك بمعدل الفائدة المقارن q . في الحالة الخاصة عندما $n_1 = n_2 = n$ فإننا نصل إلى الحل المناسب بدون استخدام معدل فائدة مقارن q أي :

$$i'_2 = (1+\ i_1)\times\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad \text{و} \qquad P'_2 = P_1\times\left(\frac{1+i_1}{1+i_2}\right)^{n} \quad (10)$$

لو انتقلنا إلى حالة أعم ، حيث القرض يسدد بدفعات متساوية (يفصل بينها فترات متساوية) ، فإن المعدلات المجالية للفائدة نوجدها على مرحلتين ، في المرحلة الأولى ، نحدد معامل تحويل القيم الحالية ، المكافئ لشروط العقد الأساسية ومن ثم في المرحلة الثانية، نحدد معدل الفائدة المجالي المطلوب اعتماداً على معامل تحويل القيم الحالية [تشيتيركين – 1992 ، ص 202] .

ننطلق من المعادلة :

$$P_1\ \times\frac{a_{n_1\ ;\ q}}{a_{n_1\ ;i_1}} = P_2\ \times\frac{a_{n_2\ ;\ q}}{a_{n_2\ ;i_2}}$$

ومنه :

$$a_{n_2\ ;i'_2} = \frac{1-(1+i'_2)^{-n_2}}{i'_2} = \frac{P_2}{P_1}\ \times\frac{a_{n_2\ ;\ q}}{a_{n_1\ ;q}}\times a_{n_1\ ;i_1}$$

وعلى أساس القيمة $a_{n_2\ ;i'_2}$ التي حصلنا عليها نجد القيمة المطلوبة لـ i'_2 . القيمة P'_2 نوجدها بشكل أبسط .

$$P'_2 = P_1 \times \frac{a_{n_2\,;\,i_2}}{a_{n_1\,;\,i_1}} \times \frac{a_{n_1\,;\,q}}{a_{n_2\,;\,q}} \quad (11)$$

مثال رقم (6) : بفرض لدينا $P_1 = 15$ مليون دولار ، $i_1 = 10\%$ ، $n_1 = 8$ سنوات ، $P_2 = 16$ مليون دولار i_2 غير معلنة ، n = 10 سنوات . حتى يكون البديل الثاني منافساً للأول، نحدد الحد الأعلى لقيمة i_2 . مع العلم أن القرض، يسدد بدفعات متساوية في نهاية كل سنة . (سوف نستخدم q = 15 %) عند ذلك

$$a_{n_2\,;\,i'_2} = a_{10;\,i'_2} = \frac{16}{15} \times \frac{a_{10\,;15}}{a_{8;\,15}} \times a_{8;\,10} = 1{,}06667 \times \frac{5{,}01877}{4{,}48732} \times 5{,}33493 = 6{,}36472$$ مليون دولار

وبالتالي القيمة الحرجة لمعدل الفائدة الثاني $i'_2 = 9{,}19\%$

لنغير الآن قليلاً : بفرض أن $i_2 = 9\%$ وأن P_2 غير مُعلن، فإننا نجد :

$$P'_2 = 15 \times \frac{a_{10\,;\,9}}{a_{8\,;10}} \times \frac{a_{8\,;\,15}}{a_{10\,;15}} = 15 \times \frac{6{,}41766}{5{,}33493} \times \frac{4{,}48732}{5{,}01877} = 16{,}13$$ سنة

بشكل مشابه يمكن أن نحدد قيم مجال لمعدل الفائدة، والسعر لحالات اصعب . مثلاً اذا كان العقد يشترط دفع سلفة، فإن قيمة معامل تحويل القيمة الحالية للبديل الثاني (وبالتالي القيمة الحرجة لـ i_2) والسعر المجالي للبديل الثاني نجدها على الشكل التالي :

$$a_{n_2\,;\,i'_2} = \frac{P_2 - Q_2}{A_1 - Q_2} \times a_{n_2\,;q}$$

$$P'_2 = \left(A_1 - Q_2\right) \times \frac{a_{n_2\,;i_2}}{a_{n_2\,;q}} + Q_2 \quad (12)$$

أخيراً من أجل بديل، يحتوي على مجموعة كاملة من الشروط (دفع سلفة وفترة إعفاء)، وبشرط أن الفوائد عن فترة الإعفاء تدفع مع قيمة القرض نجد :

$$\frac{a_{n_2\,;\,i'_2}}{\left(1+i'_2\right)^t} = \frac{P_2 - Q_2}{A_1 - Q_2} \times a_{n_2\,;q} \times (1+q)^{-t} \quad (13)$$

تحديد القيمة i'_2 هنا ليس بهذه البساطة، ويحتاج إلى طرائق خاصة . أما تحديد قيمة P'_2 فيمكن الحصول عليه مباشرة على الشكل التالي :

$$P'_2 = \frac{A_1 - Q_2}{a_{n_2\,;q}} \times a_{n_2\,;\,i_2} \times \left(\frac{1+q}{1+i_2}\right)^t + Q_2 \quad (14)$$

النتائج:

من خلال هذه الدراسة الموجزة، نستطيع أن نستخلص النتائج التالية :

1) إن القروض يمكن– وبشكل واضح –أن تغير القيمة النهائية للعقد وكقاعدة – ترفع هذه القيمة.

2) إن معدل الفائدة المقارن له تأثير واضح على عمليات المقارنة بين البدائل ، فبقدر ما يكون هذا المعدل أعلى بقدر ما يكون تأثير عامل الزمن أكبر ، حيث أن المستثمر يفضل عادة البدائل التي تكون فيها المدة الزمنية لاستهلاك القرض أطول .

3) إن دفعات السلف (مقدارها ومواعيد دفعها)، وكذلك معدلات الفائدة، ومواعيد دفع الأقساط (دفعات التسديد) جميعها لها تأثير واضح في عمليات المقارنة من خلال تأثيرها على القيمة الحالية للبدائل .

ختاماً يمكن أن نقول بأن شروط القروض، يجب أن تدرس بعناية فائقة عند اختيار العقد البديل ، بحيث لا تكون أفضلية البديل ذي السعر الأدنى مرفوضة بسبب شروط الائتمان غير المناسبة للمشتري، وهذا ينطبق على التجارة الداخلية والخارجية على حد سواء .

المراجـع:

....

1- الأفندي ، عبد القادر ، 1981 – رياضيات التأمين ، منشورات جامعة حلب ، حلب .

2- تشيتيركين ، ي ، م ، 1992 – طرائق الحسابات المالية، والتجارية ، العمل ، موسكو . (باللغة الروسية) .

3- جوكوفسكايا ، م ، ف ، ، 1977 – استخدام الطرائق الرياضية في أبحاث التجارة الخارجية ، مجموعة مقالات معهد موسكو للعلاقات الدولية ، موسكو . (باللغة الروسية) .

4- شالاشوف ، ف ، ب ، ماسوكافا ، ت ، د ، 1987 – العلاقات الائتمانية المصرفية للتجارة الخارجية للاتحاد السوفييتي ، أكاديمية التجارة الخارجية لعموم الاتحاد السوفييتي ، العلاقات الدولية ، موسكو . (باللغة الروسية) .

5- العلي ، ابراهيم محمد ، 1988 – الرياضيات الاقتصادية (المالية والإدارية) ، منشورات جامعة تشرين اللاذقية .

6- غوشكوف ، أ ، 1989 – طرائق تقدير فعالية بدائل التبادل التجاري الخارجي . مجلة التجارة الخارجية موسكو العدد 5 ، ص 37 – 41 . (باللغة الروسية) .

7- فودنيف ، ف ، وآخرون ، 1989 – المعجم الرياضي – الطبعة الثانية ، المدرسة العليا ، موسكو . (باللغة الروسية) .