مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الهندسية المجلد (21) العدد (8) 1999
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Engineering Science Series Vol. (21) No (8) 1999

اقتراح قانون لوصف سلوك البيتون الليفي الخاضع لحمولات ضغط ستاتيكية

الدكتور بسام حويجة*

(ورد إلى المجلة في 1999/4/12، قبل للنشر في 1999/11/4)

□ الملخّص □

نهدف من هذه الدراسة إلى تحديد تأثير دليل التقوية للألياف الفولاذية ($V_f.L/\phi$)، باعتبار أن V_f: النسبة الحجمية للألياف و L/ϕ: عامل الشكل (L: طول الليف، ϕ: قطر الليف)، على الخواص الميكانيكية للبيتون. تُظهر نتائج هذا البحث أن زيادة دليل التقوية تحسن كلاً من مقاومة الضغط، المتانة والتشوه النسبي للبيتون.

تم تطوير علاقات تجريبية تصف تأثير النسبة الحجمية للألياف (V_f) وعامل الشكل (L/ϕ) على: المقاومة المميزة للبيتون على الضغط، التشوهات عند الذروة، عامل المرونة ومقاومة البيتون على الشد المباشر والانعطاف ...الخ.

تم اقتراح نموذج لوصف سلوك البيتون المدعم بألياف فولاذية تحت تأثير حمولات ضغط ستاتيكية، مع سرعة تشوهات منخفضة. يصف هذا النموذج العلاقة بين الإجهادات والتشوهات بشكل كامل ومستمر، حيث تمت مقارنته مع المنحنيات التجريبية الموجودة في المراجع العلمية والتي تم إنجازها في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين، وكانت النتائج إيجابية وتبين أن هناك توافقاً معتدلاً بين هذه النتائج والنموذج المقترح.

* أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية – كلية الهندسة المدنية – جامعة تشرين – اللاذقية – سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية - سلسلة العلوم الهندسية المجلد (21) العدد (8) 1999
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research –Engineering Science Series Vol. (21) No (8) 1999

A Behavior Law for Steel Fiber Reinforced Concrete Subjected to Static Compression Loadings

Dr. Bassam HWAIJA*

(Received 12/4/1999, Accepted 4/11/1999)

❐ ABSTRACT ❐

This study seeks to identify the influence of the reinforcing index of steel fiber ($V_f.L/\phi$) as a particularly important factor on mechanical properties of concrete. The results show that as the reinforcing index increases the compressive strength, toughness and ultimate strain in compression increase. Empirical expressions were developed for the volume fraction (V_f) and aspect ratio (L/ϕ) effects on mechanical behavior of concrete.

In this paper, experimental equations have been developed to describe the behavior of the steel fiber reinforced concrete subjected to uniaxial compression loading at low strain rates, the fracture strength, the entire stress-strain relationship. Good agreement has been obtained between this model and the experimental results.

* Associate Professor, Department of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Latakia, Syria.

1 – مقدمة

لا تخفى على أحد أهمية معرفة السلوك الميكانيكي للمادة ودوره الأساسي في التكنولوجيا الحديثة، وفي تحديد مقاومة المنشآت المدنية؛ لذلك قام الباحثون بالعمل على دراسة وتحديد قانون سلوكية المواد في مختلف المجالات (الستاتيكي والديناميكي). نقوم هنا بدراسة البيتون الليفي الذي تؤثر في سلوكه مجموعة من المتحولات الداخلية (مثل التركيب الحبي للحصويات – عيار الأسمنت والماء – نسبة الفراغات والعيوب الأولية كالشقوق المجهرية – النسبة الحجمية للألياف V_f % – عامل الشكل للألياف L/ϕ ...الخ)، وجملة من العوامل الخارجية (كسرعة ونوع التحميل – الرطوبة – الحرارة ...الخ) [3,2,1] .

نستطيع تحديد ثلاثة مستويات لدراسة سلوك المادة الأسمنتية:

- **مستوى مجهري:** تتم فيه دراسة العمليات الفيزيائية والكيميائية الرابطة بين مكونات المادة. ويصل طول العينات المدروسة في هذا المستوى إلى حوالي عشرة ميليمترات.
- **مستوى مرئي:** تدرس فيه خواص المادة كوسط مستمر. يتم وصف العلاقات اللاخطية للخصائص الميكانيكية، وتحدد قوانين السلوكية (إجهاد – تشوه) الموافقة، بحيث يمكن استعمالها مباشرة في الحساب.
- **مستوى بين المستويين السابقين:** يمكن أن ندرس في هذا المستوى مجموعة من الظواهر كتشكل الشقوق وآلية تشوه وانهيار المادة.

يتم وصف السلوك الميكانيكي للمادة بالعلاقة الأساسية التالية:

$$\sigma = f(\varepsilon) \qquad (1)$$

حيث: σ تمثل الإجهادات، و ε تمثل التشوهات، إذ يتم ربط الإجهادات بالتشوهات بنماذج مستنتجة من تجميع قوانين المرونة، اللدونة، اللزوجة، ميكانيك الانكسار أو التضرر (Damage).

لقد تم إجراء العديد من الدراسات لتحديد السلوك الميكانيكي للبيتون الخاضع لحمولات ضغط ستاتيكية، ووضعت النماذج التي تصف هذا السلوك، وتم إدخالها مباشرة في برامج تحليل وتصميم العناصر الإنشائية من البيتون المسلح. نلاحظ وجود نوعين من هذه النماذج [5,4,2]: نماذج عامة، ونماذج خاصة.

- **النماذج الخاصة:** تعتمد هذه النماذج على مبدأ ميكانيك الانكسار، ويتم إعدادها استنادا إلى العلاقات الرياضية لمعايير انتشار العيوب والتشققات ضمن المادة، بحيث يتم تحديد الثوابت عن طريق التجربة. وهي مفيدة جدا عند دراسة بعض الظواهر التي ترتبط بالبنية الأساسية للمادة

وعدم تجانسها، حيث تمكننا من معرفة تأثير بعض المتغيرات المحلية (مثل صلابة الحصويات مقارنة مع صلابة المادة الأسمنتية الرابطة، التلاحم ...الخ) على سلوك المادة ، بالتالي التحديد الأمثل للخلطة التي تعطي بيتوناً عالي الجودة. في الواقع، إن هذا النوع من النماذج يسمح بالانتقال من المستوى المجهري الخاص إلى المستوى المرئي العام من خلال التحقق من بعض الملاحظات التجريبية الأساسية، كتطور سرعة انتشار الأمواج فوق الصوتية أو قياس التغيرات الحجمية بدلالة التحميل. نذكر من هذه النماذج الخاصة [3,2] : نموذج آليفي، بوتمور، كارتوس، وزيلنسكي ...الخ.

- **النماذج العامة:** إن هذا النوع من النماذج أكثر استعمالا في التطبيقات العملية (حساب المنشآت)؛ لأنها تقدم وصفا عاما للمادة (المادة متجانسة) وكذلك تحتوي على عدد أقل بكثير من الثوابت والمتغيرات الموجودة في النماذج الخاصة السابقة. ويتم شرح سلوك المادة عن طريق علاقات رياضية تربط الإجهادات بالتشوهات، بالاعتماد على نظريات ميكانيك الأوساط المستمرة، مثل: المرونة، اللدونة والتضرر، ويمكن أن تكون ناتجة بشكل مباشر من التجارب العملية، حيث يتم – عادة– دراسة سلوك المادة عن طريق تحليل المنحني $(\sigma - \varepsilon)$ الناتج عن تجربة الضغط البسيط، الذي يتألف من قسمين: قسم صاعد من المبدأ حتى الذروة (الإجهاد الأعظمي أو مقاومة المادة) وقسم هابط من الذروة حتى الانهيار، ونذكر منها: نموذج سواريس وشاه (Sauris and Shah) مازار(Mazard) ، كوك (Cook) ، بازان وكيم (Bazant and Kim)، تويس (Twest)، الهيئة الأوروبية للبيتون (C.E.I.B)، وانغ وشاه ونعمان (Wang , Shah and Naaman)، سارجان (Sargin)، براكاش وساندرا وسانجيفا (Prakash,Sundara, and Sanjeeva)، السليفاني وآخرون Al-Sulayfani et al.) الخ [5,4,3,2].

نشير إلى أن معظم النماذج السابقة تم إعدادها لوصف سلوك البيتون العادي، وبالمقابل يوجد عدد قليل جدا من الدراسات التي تشرح سلوك البيتون الليفي. لذلك نقترح في هذه الدراسة نموذجاً لوصف سلوك البيتون المدعم بألياف فولاذية تحت تأثير حمولات ضغط ذات سرعة تشوهات منخفضة، وننصح باستخدامه في حساب المنشآت بهدف الوصول إلى حالة التصميم الاقتصادي الأمثل؛ كون هذا البيتون مادة إنشائية مكلفة نسبيا بسبب غلاء الألياف الفولاذية المستوردة (علما أننا نحاول تصنيعها محليا). ويصف هذا النموذج العلاقة بين الإجهادات والتشوهات بشكل كامل ومستمر،حيث تمت مقارنته بالمنحنيات التجريبية الموجودة في المراجع العلمية وتلك المنجزة من قبلنا في مخبر

تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية في جامعة تشرين، وكانت النتائج إيجابية، وتبين أن هناك توافقاً جيداً بين التجارب والنموذج المقترح.

2 – البرنامج التجريبي

توجد أشكال مختلفة ومتعددة للألياف الفولاذية المضافة للخلطة البيتونية [5,4,2]، ولقد تمَّ تعديلها مع الزمن لتحسين تلاحمها مع الخلطة البيتونية : مستقيمة ملساء، متموجة، مجعدة، مطروقة و بعكفات متلاصقة. وتُصنَّع الألياف ذات العكفات لتحسين فعاليتها في التقوية، إذ إنها تعتمد في عملها على التلاحم بينها وبين المونة الأسمنتية، وتستخدم الألياف المتلاصقة بواسطة غراء قابل للانحلال في الماء للحصول على قابلية تشغيل جيدة أثناء الخلط. يتراوح طول الليف بين 6 mm و60 mm، وقطره بين 0,15mm و 1,2 mm . أما أبعاد الليف المربع أو المستطيل : 0,5×0,5 mm $\Rightarrow$1×1 mm

تبلغ مقاومة الألياف على الشد: (340~2400) MPa .

توجد طرق مختلفة لتحديد الخلطة البيتونية الحاوية على ألياف فولاذية : طرق تجريبية – توصيات القواعد الأوربية أو الأمريكية أو اليابانية، وتبين معظم الأعمال المخبرية والحقلية أنه يتوجب تحقيق الاشتراطات التالية للحصول على خلطة بيتونية جيدة:

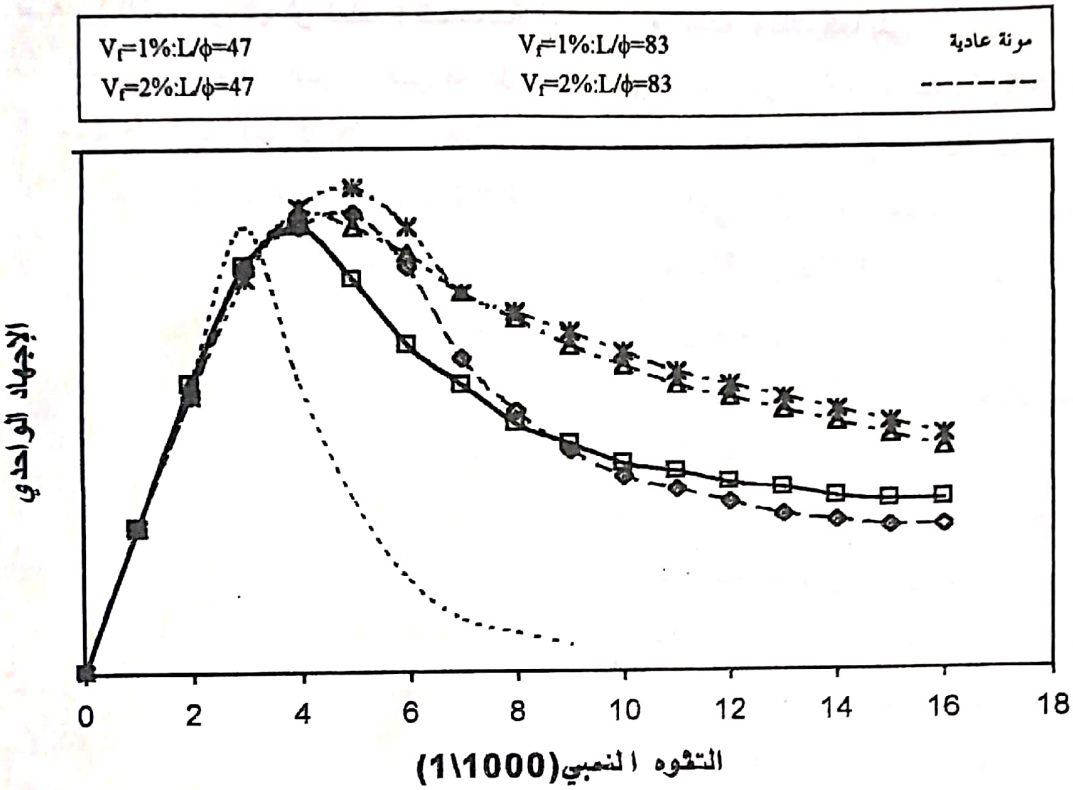
- تدرج حبي مستمر للحصويات.
- زيادة نسبة النواعم المارة من المنخل (0.315)، حوالي % 10 إلى % 20 من المجموع المار.
- تقليل عيار الألياف (النسبة الحجمية للألياف V_f%) عندما يراد استخدام المضخات بالصب (حوالي % 25)، وأيضا تقليل نسبة الحصويات الكبيرة كلما ازداد طول الليف (L).
- لا تؤثر المواد الإضافية (المدنات) في النسبة المثلى {رمل / (رمل+بحص)}.
- عندما تزداد النسبة الحجمية للألياف (V_f%) في الخلطة عن (1%) يفضل ألا يزيد قطر الحصويات الأعظمي عن (10 mm) في حالة الميكروبيتون عند استخدام ألياف قصيرة وعن (10mm) في حالة المونة الأسمنتية عند استخدام ألياف طويلة.
- يجب توزيع الألياف بشكل متجانس في الخلطة البيتونية، والانتباه إلى إمكانية تشكل تعشيش للألياف (كرات) في الخلطة، إذا لم نتخذ إجراءات معينة خاصة، عندما نزيد من زمن الخلط، أو يكون عيار الألياف قريبا من العيار الأعظمي المحسوب نظرياً.
- تتم عملية الخلط بإدخال الألياف في الجبالة مع الحصويات الجافة، ثم

يضاف الماء تدريجيا، أو عند نهاية دورات الخلط لمركبات البيتون، بالاستعانة بالتجهيزات الخاصة، مثل : مناخل هزازة ، مضخات غازية، وغيرها، وتوجد حالياً في الأسواق جملة من التجهيزات الآلية لهذا الغرض، وذلك حسب طبيعة الألياف المستخدمة.

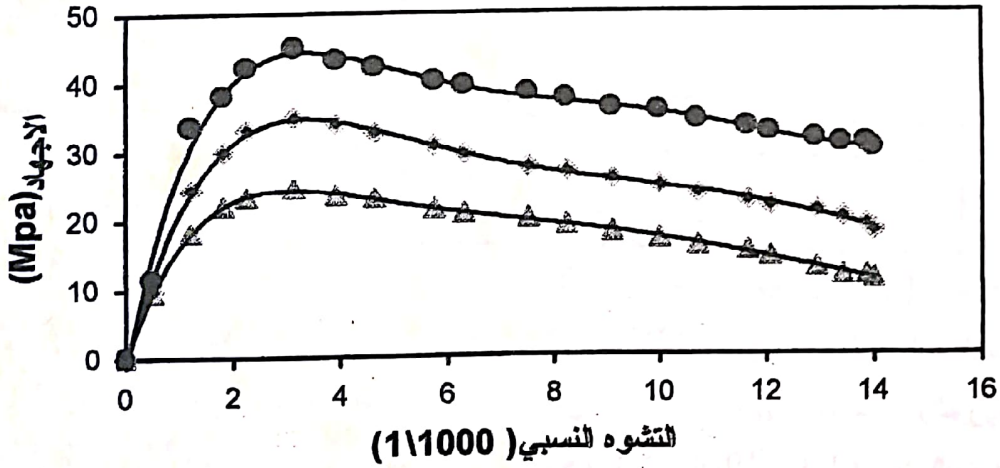
- يتوجب صب البيتون المدعّم بألياف فولاذية بحيث يتم إملاء القالب بسهولة، ويجب إعداد دراسة دقيقة عندما نريد استخدام الرجاجات، ومن المفضل عدم استخدام الإبر الرجّاجة خشية تجمع الألياف حول بئر الرج، وينصح باستخدام الهزازات المتوضعة على الكوفراج، باستخدام الصفائح الرجاجة.
- كما هو الحال في البيتون العادي، يجب الانتباه، بحيث نحقق كثافة عالية للقوالب، وعدم هروب المونة أو الروبة الأسمنتية، الأمر الذي يسمح بمرور الألياف بين عناصر الكوفراج، وكشف محلي للحصويات وتجنب تكدس الألياف بعضها على بعض، وهذا ما يولد إعادة الصب من جديد، أو القيام بعملية الإصلاح والترميم.

يمكن، بعد دراسة وتحليل نتائج التجارب التي أجريت على البيتون المدعم بألياف فولاذية، تحديد تأثير كل من النسبة الحجمية للألياف (V_f%) وعامل الشكل (L/ϕ) في الخصائص الميكانيكية للبيتون على النحو التالي: تعتمد الألياف على خاصة التلاحم بينها وبين البيتون في نقل الإجهادات [10,9,8,7,6,5]، مما يجعل أي تغيير في عامل الشكل (L/ϕ) يؤثر إيجابا في مقاومة البيتون المدعم بألياف فولاذية والمعرض لحمولات ضاغطة، فتعطي زيادته انخفاضاً في ميل المنحي ($\sigma-\varepsilon$) ابتداءً من الذروة وحتى الانهيار، وبالتالي زيادة واضحة في المتانة التي هي قدرة المادة على امتصاص الطاقة، الشكلين (1 و 2)، وتؤثر هذه الزيادة سلباً في قابلية تشغيل الخلطة، مما يقود لاستخدام الألياف المتلاصقة. هذا، وتؤدي زيادة النسبة الحجمية للألياف (V_f %) إلى الزيادة في المقاومة (إجهادات الذروة)، وإلى تحسين سلوك البيتون ما بعد الذروة وابتعاده عن الانهيار الهش، ولكن بالمقابل تنخفض قابلية التشغيل أيضاً مع ازدياد هذه النسبة. في الواقع إن المميزات الهامة للبيتون الليفي يوضّحها مخطط الإجهاد – التشوه ($\sigma-\varepsilon$) الذي يملك استمرارية واضحة ما بعد الذروة ويختلف عن البيتون العادي الذي يحصل فيه هبوط سريع مع ميلان كبير لهذا المنحني بعد تلك النقطة.

يبين الشكل (1) تأثير كل من (V_f, L/ϕ) في منحني الإجهاد – التشوه (σ-ε) للمونة الأسمنتية المدعمة بألياف فولاذية في حالة الضغط، بالمقارنة مع المنحني الموافق للمونة الأسمنتية العادية (العينات التجريبية اسطوانية الشكل بأبعاد: ϕ75x150 mm) [7]. نلاحظ الاختلاف



الشكل (1): تأثير عامل الشكل والنسبة الحجمية للألياف في المنحني (σ-ε) [7]



الشكل (2): المنحنيات التجريبية (σ-ε) للبيتون الليفي على الضغط البسيط [6,5]

الواضح بين سلوك المادتين، وغياب ظاهرة الانكسار الهش للمادة المدعمة بألياف وذلك بسبب الزيادة في معدل التماسك والمتانة. أما الشكل (2) فيظهر ثلاثة منحنيات تجريبية (σ-ε) عائدة لثلاثة أنواع من البيتون الليفي (ثلاث مقاومات مميزة f'_c) في حالة الضغط (العينات التجريبية اسطوانية الشكل بأبعاد: ϕ150x300 mm و ϕ100x200 mm) [6,5] . بالتالي يجب ملاحظة التعديلات الحاصلة في خواص المادة نتيجة تأثير كل من : النسبة الحجمية للألياف V_f %، شكل الألياف وطبيعتها (L/ϕ)، وتركيب الخلطة.

بالرغم من أن موضوع هذا البحث، يرتبط بدراسة البيتون الليفي، وتحديد قانون سلوكيته تحت تأثير حمولات ضاغطة، فإنه من الضروري عرض ملخص سريع للخواص الميكانيكية الأخرى لهذه المادة، وذلك كما يلي:

- تبين الدراسات المخبرية [6,5] أنه يوجد تحسن هام في مقاومة البيتون الليفي على الشد المباشر، التي تعتبر مهملة في حالة البيتون العادي، إضافة إلى التوزع المنتظم للتشققات الصغيرة. وهذا يتحقق من خلال تحكم الألياف بعملية التشقق.
- يوضح الجدول (1) بعض النتائج التي تم تسجيلها من خلال اختبارات الشد بالفلق على عينات أسطوانية، أبعادها: ϕ100x200 mm من البيتون الليفي [6,5] ، والتي تبيِّن بوضوح تزايد مقاومة الشد بالفلق f_{sp} مع تزايد النسبة الحجمية للألياف وطولها.

الجدول (1) تأثير إضافة الألياف في مقاومة الشد بالفلق [6,5]

V_f(%)	0	1	2	3	L (mm)
$f_{sp}(MPa)$	2,97	3,56	3,86	4,52	12,50
	2,97	4,12	4,96	5,53	18,75
	2,97	4,32	5,08	7,19	25,00

- تبين الأبحاث والتجارب المخبرية [6,5,2] التي أجريت على البيتون الليفي وجود تحسن في مقاومة البيتون القصوى للشد بالانعطاف f_{fb}، حيث تدعم هذه الميزة الهامة للبيتون سلوكه بعد التشقق الأول إزاء الإجهادات المطبقة وتبعده عن الانهيار الهش (طاقة الانهيار الكبيرة للبيتون الليفي). يحوي الجدول (2) نتائج اختبارات الانعطاف التي أجريت على عينات موشورية بأبعاد 10x10x40 cm [6] من البيتون الليفي بنسب حجمية مختلفة، ويمكننا ملاحظة مدى فعالية الألياف في تحسين المقاومة على الانعطاف. وهذا ما تؤكده

التجارب التي أجريت على عينات موشورية بأبعاد 15x15x70cm [10]، والتجارب التي قمنا بها على عينات موشورية بأبعاد 10x10x50 cm [5]. بالمقابل فإن استخدام ألياف ذات عامل شكل مرتفع يؤدي إلى زيادة المقاومة، إلا أن هذه الزيادة محكومة بضرورة تحقيق قابلية تشغيل جيدة للخلطة، كما رأينا سابقا في حالة الضغط. أخيراً، نذكر أن الألياف الفولاذية تساهم إلى حد كبير في زيادة المقاومات المبكرة للبيتون.

الجدول (2) : تأثير إضافة الألياف في مقاومة البيتون للشد بالانعطاف [6,5]

النسبة الحجمية للألياف (%) V_f		0	1	2	3
مقاومة الانعطاف عند الشق الأول (MPa)	L = 12.5 (mm)	5,36	4,71	4,96	5,64
المقاومة القصوى (MPa)		5,36	5,72	7,24	7,75
مقاومة الانعطاف عند الشق الأول (MPa)	L = 18.75 (mm)	5,36	4,37	5,47	5,64
المقاومة القصوى (MPa)		5,36	5,05	7,41	9,56
مقاومة الانعطاف عند الشق الأول (MPa)	L = 25 (mm)	5,36	4,96	6,06	6,30
المقاومة القصوى (MPa)		5,36	5,57	12,14	13,16

3 – البرنامج التحليلي – إعداد قانون السلوكية

لوحظ من خلال الدراسة التي تم ذكرها، أن الألياف الفولاذية المضافة إلى الخلطة البيتونية، تحسن من خصائصها الميكانيكية (المقاومة، طاقة الانكسار واللدونة) أثناء تعرضها لحمولات ستاتيكية. بالتالي فإن القوانين التي تصف السلوك الستاتيكي للبيتون العادي، لا يمكن تطبيقها على حالة البيتون المدعم بألياف فولاذية، وأنه من الضروري إعداد قانون يصف سلوك هذه المادة بشكل دقيق، كامل ومستمر، ويتبع لمتحولاتها، من أجل استخدامه في تصميم العناصر البيتونية المسلحة والمدعمة بألياف فولاذية. ويكتب هذا النموذج على الشكل التالي:

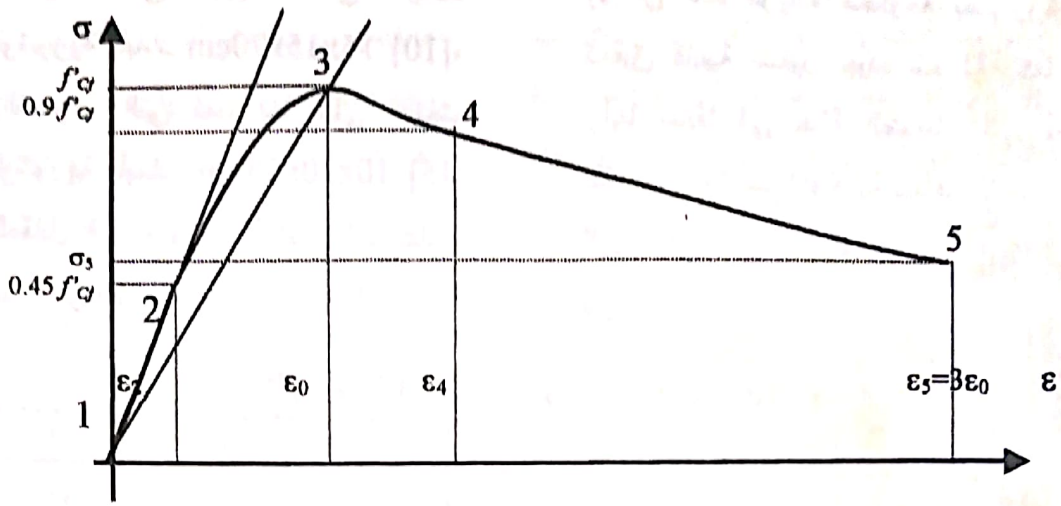
$$\sigma = f(\varepsilon, V_f\% , L/\phi) \qquad (2)$$

حيث: σ: الإجهادات وتؤخذ بالـ Mpa.

ε: التشوهات النسبية الموافقة لـ σ.

يمكن الآن تقديم دراسة تحليلية لقانون السلوكية لمادة البيتون المدعم بألياف فولاذية:

من خلال دراسة و تحليل المنحنيات التجريبية (σ-ε) للبيتون المدعم بألياف فولاذية، والخاضع لحمولات ضغط ستاتيكية، يتبين أنها تأخذ مظهرا عاما يوافق النموذج الموضح بالشكل (3).



الشكل (3): المنحني النموذجي لعلاقة الإجهاد بالتشوه لبيتون ليفي (حالة الضغط)

تحدّد النقاط الخمس المميزة المبينة على الشكل، الشروط الطرفية اللازمة لحساب ثوابت العلاقة التحليلية لقانون سلوكية البيتون الليفي.

يمكن اقتراح العلاقة التالية لوصف السلوك الميكانيكي للبيتون الليفي، حيث شكله العام معادلة من الدرجة الثالثة:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\varepsilon}}{A\bar{\varepsilon}^{3} + B\bar{\varepsilon}^{2} + C\bar{\varepsilon} + D} \qquad (3)$$

حيث: $\bar{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_0$ و $\bar{\sigma} = \sigma / f'_{cf}$

ε_0: تشوه الذروة، ε: التشوه الموافق لـ σ، f'_{cf} المقاومة المميزة للبيتون الليفي، وهي تابعة لـ L/ϕ, V_f وفق العلاقات التجريبية التالية : حيث إنّ النسبة الحجمية للألياف تتراوح بين:

$$0 \le V_f \le 2$$

$$f'_{cf} = f'_c\left(0.97 + 0.072 * V_f \, L/\phi\right) \Leftrightarrow L/\phi = 50$$

$$f'_{cf} = f'_c\left(0.987 + 0.0603 * V_f \, L/\phi\right) \Leftrightarrow L/\phi = 75$$

$$f'_{cf} = f'_c\left(0.986 + 0.0079 * V_f \, L/\phi\right) \Leftrightarrow L/\phi = 100$$

A, B, C, D: ثوابت المعادلة وتحدّد من الشروط الطرفية التالية:

عند المبدأ 1:

1) $\dfrac{d\bar{\sigma}_1}{d\bar{\varepsilon}_1} = \dfrac{E_c}{E'_c}$

Ec: عامل المرونة الأولي.

$E'_C = \frac{f'_{cf}}{\varepsilon_0}$: عامل المرونة القاطع عند الذروة.

النقطة 2: الإجهاد $0.45 f'_{cf} = \sigma_2$

$$2)\ \bar{\sigma}_2 = 0.45 \Leftrightarrow \bar{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 / \varepsilon_0 = \frac{2*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0008}{6*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0029}$$

النقطة 3: الذروة

$$3)\ \overline{\sigma_3} = 1 \Leftrightarrow \overline{\varepsilon_3} = 1$$

عند الذروة

$$3')\ \frac{d\overline{\sigma_3}}{d\varepsilon_3} = 0 \Leftrightarrow \varepsilon_3 = \varepsilon_0$$

النقطة 4: نقطة الانعطاف

$$4)\ \overline{\sigma_4} = \frac{0.9 f'_{cf}}{f'_{cf}} = 0.9 \Leftrightarrow \bar{\varepsilon}_4 = \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_0} = \frac{1*10^{-6} * f'_{cf} + 0.005}{6*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0029}$$

النقطة 5: نهاية المسار، وتحدّد عندما يصبح التشوه $\varepsilon_5 = 3\varepsilon_0$، لأنه بعد هذا المقدار تصبح الزيادة في المتانة ضئيلة .

$$5)\ \overline{\sigma_5} = \frac{\sigma_5}{f'_{cf}} = \frac{0.1559 * f'_{cf} + 18.198}{f'_{cf}} \Leftrightarrow \overline{\varepsilon_5} = \frac{\varepsilon_5}{\varepsilon_0} = \frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 3$$

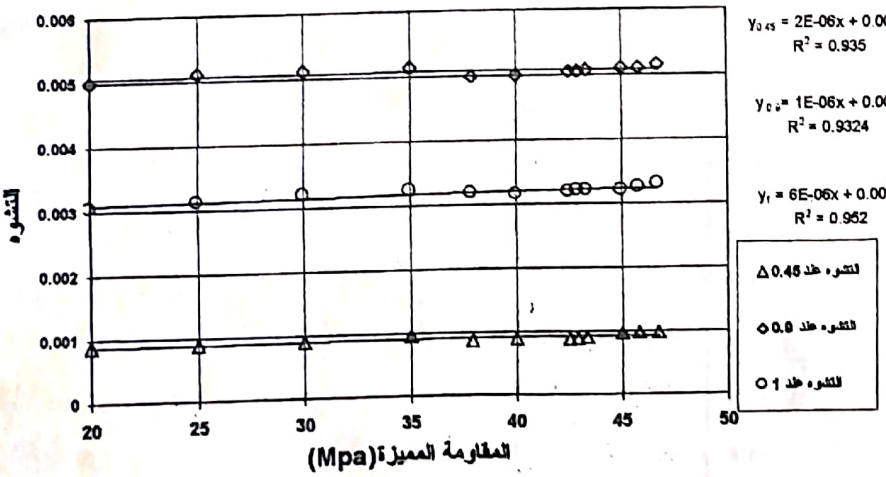
يتألف هذا النموذج من قسمين لهما المعادلة نفسها، ولكن تختلف الثوابت حسب الشروط الطرفية، قسم صاعد من المبدأ حتى الذروة وقسم هابط من الذروة، حتى النهاية.

– **القسم الصاعد:** لحساب ثوابت معادلة هذا القسم، تعوض الشروط الطرفية (1-2-3-3') للحصول على أربع معادلات بأربعة مجاهيل، هي A, B, C, D، وبحلها نحصل على قيم الثوابت. حيث إن ε_2 يعطى بعلاقته بـ f'_{cf} المستنتجة من المنحنيات التجريبية:

التشوه عند النقطة (2) وكذلك $\varepsilon_2 = 2*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0008 \ , r = 0.935$

التشوه عند نقطة الانعطاف(4) $\varepsilon_4 = 1*10^{-6} * f'_{cf} + 0.005, r = 0.93$

تشوه الذروة الموضحة بالشكل (4). $\varepsilon_0 = 6*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0029, r = 0.952$



الشكل (4): علاقة التشوهات النسبية بالمقاومة المميزة (Mpa)

عامل المرونة القاطع عند الذروة :

$$E'_C = \frac{f'_{cf}}{\varepsilon_0} = \frac{f'_{cf}}{6*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0029}$$

عامل المرونة الأولي:

$$E_C = \frac{0.45 * f'_{cf}}{2*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0008}$$

يحدد الثابت D استنادا للشرط (1):

$$1)\, x = 0 \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{E_C}{E'_C}$$

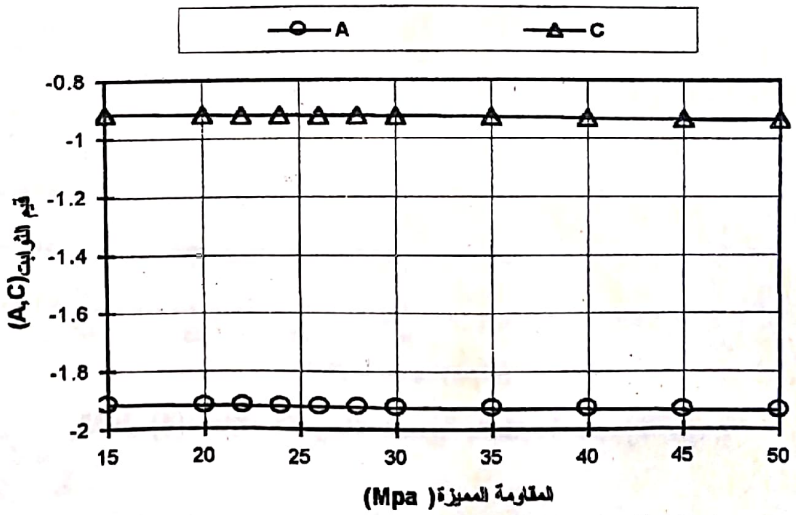
$$\Rightarrow \frac{D}{D^2} = \frac{E_C}{E'_C} \Rightarrow D = \frac{E'_C}{E_C} = \frac{2*10^{-6} * f'_{cf} + 0.0008}{2.7*10^{-6} * f'_{cf} + 0.001305}$$

وبقية الثوابت A, B, C يتم الحصول عليها من المعادلات الثلاث التالية، المستخرجة اعتمادا على الشروط الثلاثة المتبقية:

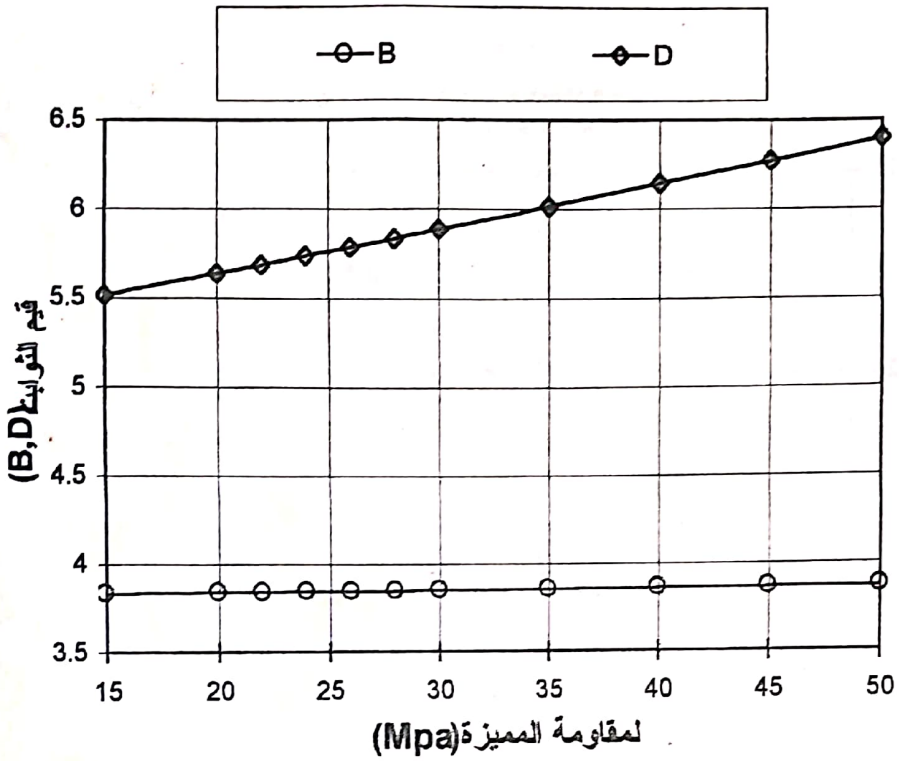
$$\begin{matrix} 2) \Rightarrow \\ 3) \Rightarrow \\ 3') \Rightarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} \left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right)^3 & \left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right)^2 & \left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right) \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left[\frac{\left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right)}{0.45\left(6\times10^{-6}\times f'_{cf}\right)}\right] - \left[\frac{\left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right)}{0.45\left(6\times10^{-6}\times f'_{cf}\right)}\right] \\ \left[1 - \frac{\left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right)}{0.45\left(6\times10^{-6}\times f'_{cf}\right)}\right] \\ \left[\frac{\left(2\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0008\right)}{0.45\left(6\times10^{-6}\times f'_{cf}\right)}\right] \end{bmatrix}$$

بحل هذه المعادلات نحصل على قيم A وB وC بدلالة f'_{cf}. ويوضح الشكل (5) قيم هذه الثوابت بدلالة f'_{cf} .



الشكل (5-1): ثوابت القسم الصاعد للنموذج المقترح (A,C)



الشكل (5-2): ثوابت القسم الصاعد للنموذج المقترح (B,D)

(قيم D مضروبة بـ 10^6)

- **القسم الهابط:** تحدد ثوابت المعادلة لهذا القسم باستخدام الشروط الطرفية (3-'3-4-5) حيث:

التشوه عند نقطة الانعطاف (4) $\varepsilon_4 = 1\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.005 \;;r = 0.93$

الإجهاد عند نقطة الانعطاف (4) $\sigma_4 = 0.9\times f'_{cf}$

التشوه والإجهاد عند نهاية المسار $\Rightarrow \varepsilon_5 = 3\varepsilon_0 \;;\sigma_5 = 0.1559\times f'_{cf} + 18.198 : r = 0.93$

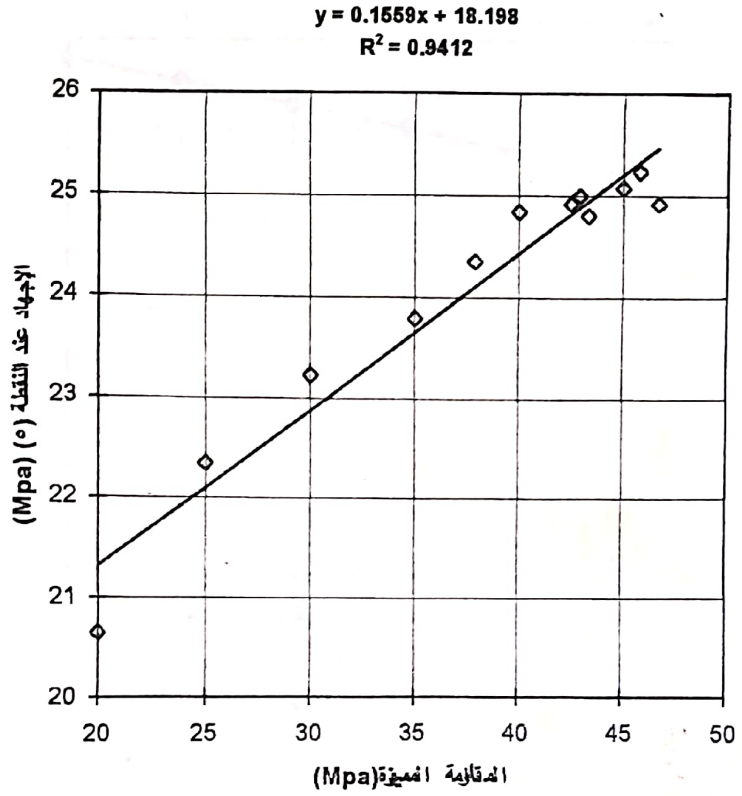
الشكل (6) يوضح طريقة استنتاج σ_5 .

$$3) \Rightarrow \overline{\sigma_3} = 1 \,,\, \overline{\varepsilon_3} = 1$$

$$3') \Rightarrow \frac{d\overline{\sigma_3}}{d\overline{\varepsilon_3}} = 0 \Leftrightarrow \overline{\varepsilon_3} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 1$$

$$4) \Rightarrow \overline{\sigma_4} = 0.9 \Leftrightarrow \overline{\varepsilon_4} = \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_0} = \frac{1\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.005}{6\times10^{-6}\times f'_{cf} + 0.0029}$$

$$5) \Rightarrow \bar{\sigma}_5 = \frac{\sigma_5}{f'_{cf}} = \frac{0.1559 \times f'_{cf} + 18.198}{f'_{cf}} \Leftrightarrow \bar{\varepsilon}_5 = \frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$$



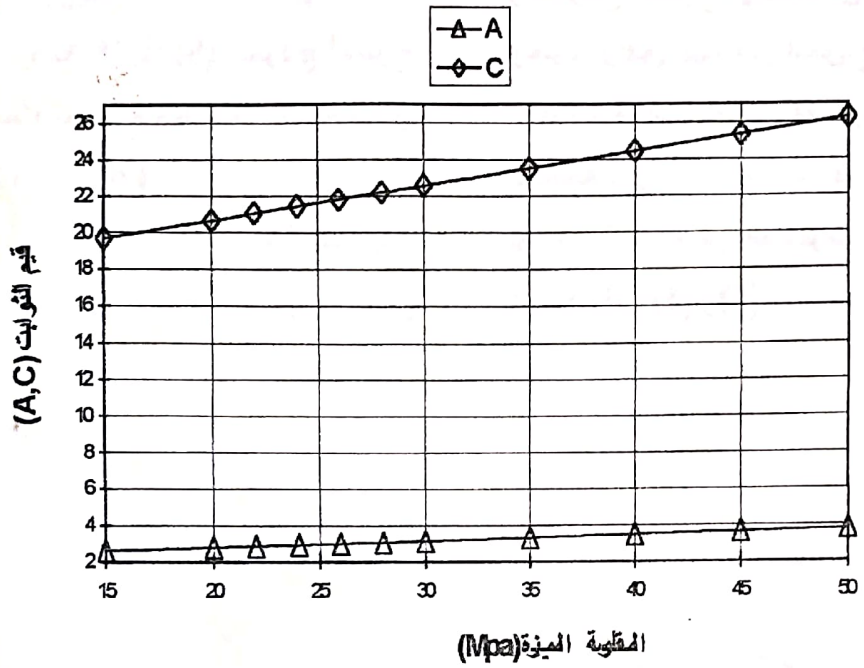
الشكل (6): علاقة الإجهاد عند النقطة (5) بالمقاومة المميزة (Mpa)

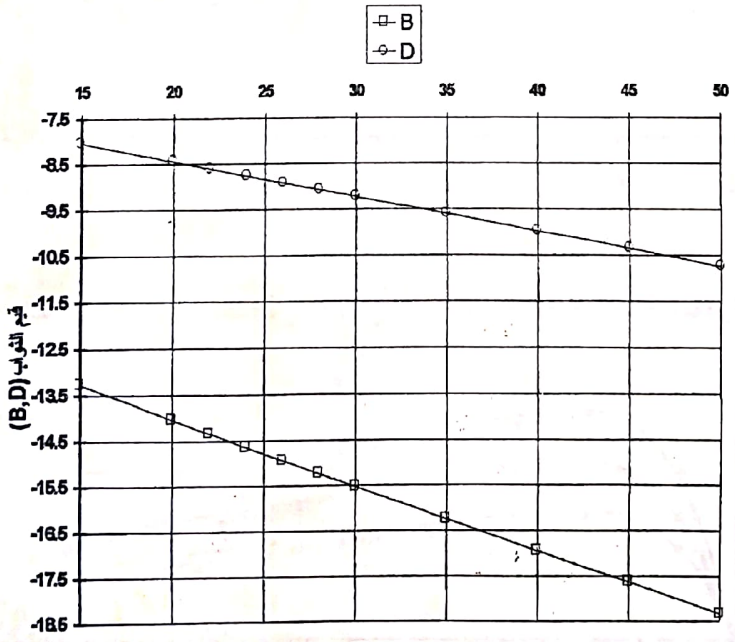
$$\begin{matrix} 3) \Rightarrow \\ 3') \Rightarrow \\ 4) \Rightarrow \\ 5) \Rightarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ \left(\frac{1\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.005}{6\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.0029}\right)^3 & \left(\frac{1\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.005}{6\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.0029}\right)^2 & \left(\frac{1\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.005}{6\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.0029}\right) & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{1\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.005}{0.9\left(6\times10^{-6}\times f'_{cf}+0.0029\right)} \\ \frac{3\times f'_{cf}}{0.1559\times f'_{cf}+18.198} \end{bmatrix}$$

بحل هذه المعادلات يتم الحصول على قيم الثوابت A, B, C, D للقسم الهابط، وهي موضحة في الشكل (7) كتوابع لـ f'_{cf}.

يمكن عند كل قيمة لـ f_{cf} الحصول على قيم ثوابت القسم الصاعد، وثوابت القسم الهابط، ومن ثم تعويضها في معادلة النموذج المقترح. وبالتالي رسم العلاقة بين σ و ε.



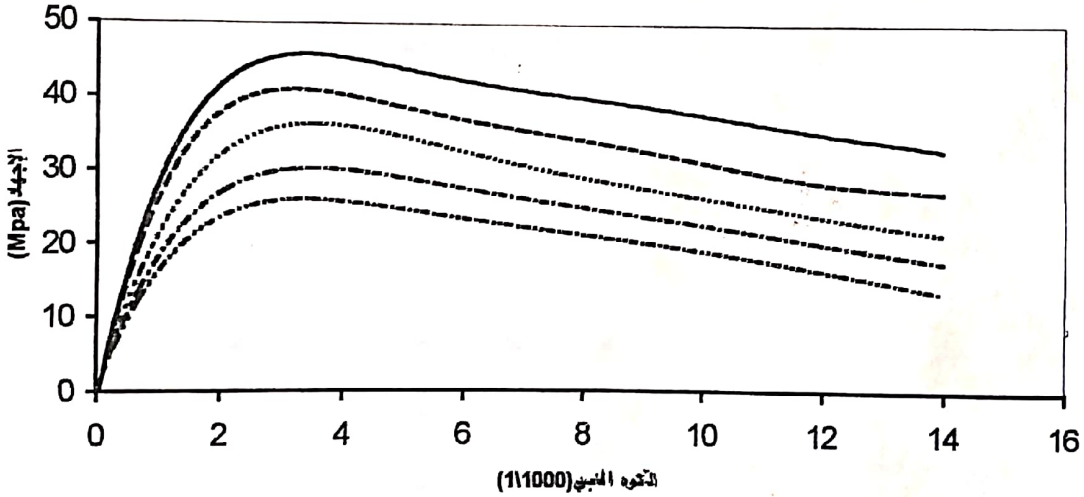


الشكل (7): ثوابت القسم الهابط للنموذج المقترح

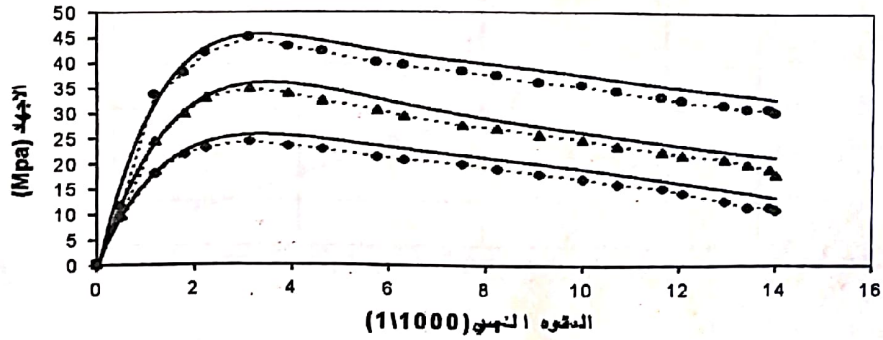
4 – مقارنة النموذج المقترح بالنتائج التجريبية

يوضح الشكل (8) النموذج المقترح لمقاومات مميزة مختلفة، تقع بين (26 – 45 Mpa).

ويبين الشكل (9) ثلاثة منحنيات تجريبية لخلطات من البيتون الليفي بمقاومات مميزة مختلفة: $f'_{Cf} = 26;35,7\ \&\ 45 MPa$، حيث تتم المقارنة في كل منها بين المنحني التجريبي والنموذج المقترح. يلاحظ من هذه الأشكال وجود توافق جيد بين النموذج والمنحنيات التجريبية، مع بعض الفروقات الطفيفة الناتجة عن أخطاء التقريب في حساب ثوابت المعادلة من المنحنيات الخاصة بها، في الأشكال (5) و(7).



الشكل(8): تطبيق النموذج المقترح على قيم مختلفة للمقاومة المميزة



الشكل(9): مقارنة النموذج المقترح بالتجربة ($f'_{Cf} = 26;35,7\ \&\ 45 MPa$)

نموذج ——— ، تجربة ---------

5- النتائج

استناداً للدراسات المرجعية والتحليلية التي تمَّ عرضها في هذا البحث، فقد تم التوصل للنتائج التالية:

- زيادة دليل التقوية للألياف الفولاذية ($V_f.L/\phi$) في الخلطة البيتونية تحسن الخواص الميكانيكية للبيتون : المقاومة، المتانة والتشوه النسبي للبيتون.
- تطوير علاقات تجريبية، تصف تأثير النسبة الحجمية للألياف (V_f)، وعامل الشكل (L/ϕ) في المقاومة المميزة للبيتون على الضغط، التشوهات عند الذروة، عامل المرونة ... الخ.
- إعداد نموذج يصف سلوكية البيتون الليفي في حالة الضغط البسيط، من خلال رسم العلاقة (σ-ε) بشكل كامل ومستمر، حيث تمت مقارنته بالمنحنيات التجريبية الموجودة في المراجع العلمية، وتلك المنجزة في هذا البحث. وكانت النتائج إيجابية، وتبين أن هناك توافقاً مقبولاً بين التجارب والنموذج المقترح. بالتالي إمكانية إدخال هذا النموذج في برامج حساب المنشآت البيتونية المسلحة، التي تعتمد في أغلبيتها على قانون هوك الخطي، الذي لا يمثل السلوك الفعلي لهذه المادة.

REFERENCES المراجع

1- CHRISTIAN MEYER, 1996 – Design of Concrete Structures – Prentice Hall International Series,New Jersey.

2- HWAIJA,Bassam, 1991,"Contribution à l` étude du comportement des microbétons sous chargements ststique et dynamique", thèse de Doctorat 1991, Nantes, France.

3- AL-SULAYFANI, BAYAR, 1986,"Contribution à l`étude du comportement des ossatures en béton armé sous sollisitations cycliques pour analyse non-linéaire globale",thése de docteur de l'université de Nantes-France.

4 – حويجة، بسام. 1994 – النماذج المرجعية التي تصف سلوك البيتون على الضغط محاضرات دراسات عليا في كلية الهندسة المدنية، جامعة تشرين، اللاذقية.

5 – حويجة، بسام. 1998 – تقرير بحث علمي بعنوان : "دراسة مرجعية حول البيتون الليفي" كلية الهندسة المدنية، جامعة تشرين، اللاذقية.

6- SHAH, S. P. and NAAMAN, A. E. 1976 – Mechanical Properties of Glass and Steel Fiber Reinforced Mortar. *ACI Journal* / January 1976, Title no. 5-73, pp. 50-53.

7- FANELLA, D. A. and NAAMMAN 1985 – Stress – Strain Properties of Fiber Reinforced Mortar in Compression. ACI Journal / July – August 1985, Title no. 82-41, pp. 475-483.

8- HUGHES, B. P. and FATTUHI, N. I. 1976 – Stress – Strain Curves for Fiber Reinforced Concrete in Compression. *Cement and Concrete Research*, Vol. 7, pp. 173-184.

9- BALAGURU, P. N. and SHAH, S. P. 1992 – *Fiber Reinforced Cement Composite*, MC – Graw. Hill, Inc. NewYork.

10- SOROUSHIAN, P. and LEE, C. 1990 – Distribution and Orientation of Fiber in Steel Fiber Reinforced Concrete . *ACI Materials Journal* /Sep – Oct. 1990, Vol. 87, No.5.