

النمذجة التخالفية لنظام الفرملة (ABS) باستخدام سلاسل ماركوف

الدكتور محمد المحاييري*

الدكتور حسن البستاني**

محمد ملحم***

(تاريخ الإيداع 9 / 12 / 2014. قُبل للنشر في 25 / 2 / 2015)

□ ملخص □

تعد النظم المضمنة المقادة بالحدث (*event driven embedded systems*) أحد المكونات الأساسية للنظم المضمنة التخالفية (*Heterogeneous Embedded Systems*) ولتصميم هذه النظم نحن بحاجة إلى توصيفها على مستوى النظام (*System level*) عن طريق وضع نموذج تصميم عتادي برمجي مشترك قادر على استيعاب السلوك المختلف لكل من (*HW, SW*). هدف هذا البحث هو بناء نموذج تصميم مشترك (*Discrete Event Co-design Model*) على أساس سلاسل ماركوف (*Markov chains*) قادر على توصيف النظم المقادة بالحدث، ومن ثم استخدام النمذجة التخالفية عن طريق تضمين النمذجة المقطعة زمنياً (*Discrete time modeling*) ضمن النموذج (*Discrete Event Model*) بغرض تطبيقه على نظام الفرملة (*ABS*) *Anti-lock Braking System*. ولتحقيق هذا النموذج نستخدم (*PtolemyII*) و هو إطار برمجي مبني على أساس لغة *Java*، من إنتاج (*University of California, Berkeley*) كجزء من مشروع *Ptolemy*. وتأتي أهمية هذا البحث ليكون كنواة للحصول على نموذج تصميم مشترك للنظم المضمنة التخالفية في الأعمال المستقبلية.

الكلمات المفتاحية: Embedded Systems, Discrete Event systems, Discrete time Systems,

MoD, MoC, Markov chains, HW/SW Co-design Model, ABS, Ptolemy II.

*أستاذ مساعد - قسم هندسة الحواسيب و الأتمتة- كلية الهندسة الميكانيكية و الكهربائية- جامعة دمشق- سورية.

** مدرس - كلية تكنولوجيا المعلومات و الإتصالات- طرطوس- جامعة تشرين- سورية.

*** طالب دراسات عليا (دكتوراه) - قسم هندسة الحواسيب و الأتمتة- كلية الهندسة الميكانيكية و الكهربائية- جامعة دمشق- سورية.

Heterogeneous Modeling for ABS Using Markov Chains

Dr. Mohammad Mahairey*
Dr. Hasan Albustani**
Mohammed Melhem***

(Received 9 / 12 / 2014. Accepted 25 / 2 / 2015)

□ ABSTRACT □

Event driven embedded systems are one of the essential structures of heterogeneous embedded systems. The difference behavior of hardware and software motivates the usage of high-level system design approaches such as Hardware Software co-design Model. The objective of this paper is to obtain a new Co-design model for discrete-events embedded systems based on Markov chains, and then using the heterogeneous modeling by composing the discrete-times model within discrete-events model to apply it on anti-lock braking system (ABS). To achieve the model, we use Ptolemy II which is a Java-based software framework developed as part of the Ptolemy Project by University of California, Berkeley. The importance of this paper is to be the kernel for heterogeneous co-design modeling for heterogeneous embedded systems in future works.

Key Words: Embedded Systems, Discrete Event systems, Discrete time Systems, MoD, MoC, Markov chains, HW/SW Co-design Model, ABS, Ptolemy II.

*Associated Professor, Computers and Automation Department, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Damascus University.

**Assistant Professor, Faculty of Informatics technology and Communications Engineering, Tishreen University.

***Postgraduate Student, Computers and Automation Department, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Damascus University.

مقدمة:

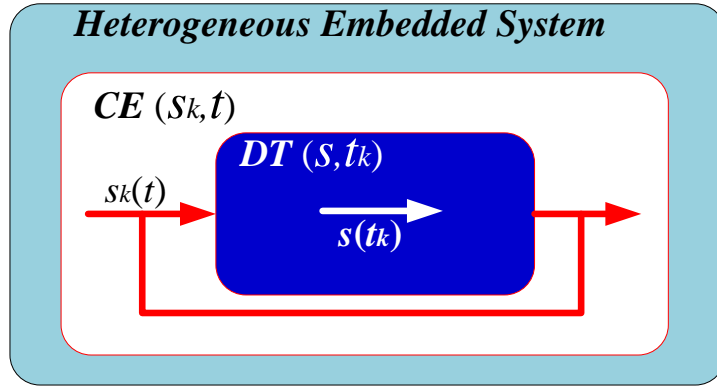
النظم المقادة بالحدث (*event-driven systems*) هي نظم تتفاعل مكوناتها بواسطة الأحداث، حيث يعمل الحدث على نقل النظام من حالة إلى أخرى. هناك العديد من الظواهر التي تدعم هذا النوع من النظم، من أهمها النظم الحاسوبية والاتصالات الرقمية. للأحداث أشكال مختلفة فهي عبارة عن متحولات حالة منقطعة (s_k) غير مستمرة وهي إما رقمية ("0"، "1") أو رسائل أو قيم فيزيائية.

تحدث الأحداث بشكل غير منتظم أو على فترات زمنية، فهي تحدث ضمن الزمن المستمر (t) حيث لا توجد قيود على زمن الحدوث وهذا يصطلح عليه *Continuous Events (CE)*، ونعبر عنها رياضياً بـ $s_k(t)$ أو بالثنائية (s_k, t) . أما الأحداث التي تخضع لقيود زمنية أي أن الأحداث تحدث بفواصل زمنية محددة (t_k) فيصطلح عليها *Discrete Events (DE)* ونعبر عنها رياضياً بالثنائية (s_k, t_k) . أغلب المراجع تصطلح *DE* لدلالة على *CE* و *DE* معاً [1][2][3].

النظم المقادة زمنياً أو النظم المقطعة زمنياً (*Discrete Time (DT)*) هي نظم ذات طبيعة إستقلالية تقدم إشارة الدخل فيها بفواصل زمنية ثابتة ومنتظمة يؤدي إلى تغيير سلوك النظام وانتقاله من حالة إلى أخرى ليعطي بالضرورة إشارة خرج منتظمة وبفواصل زمنية مساوية لتلك في الدخل ونعبر عنها رياضياً بالثنائية (s, t_k) [3]. التصنيفات السابقة ليست خصائص متأصلة في النظم وإنما عبارة عن خصائص تستخدم في النمذجة على مستوى النظام (*system level modeling*).

يوجد العديد من الأبحاث التي تعمل على تطوير هذه الأدوات و طرق استخدامها. ففي البحث [4] تم إنتاج وتطوير النموذج (*Ptera*) بالاعتماد على *DE*. في الأبحاث [5][6] تم استخدام *DE* لإنتاج النموذج (*PTIDES*) وهو يدعم النموذج *Continuous time (CT)* كنمذجة تخالفية. البحث [7] يقدم معالجة زمنية للنموذج *DE* عن طريق استخدام *Deterministic DE (DDE)* لنمذجة النظم (*dense-time systems*). إن المعالجة الزمنية للأحداث في النمذجة والمحاكاة وخاصة في النظم المتواقتة (*concurrent*) من القضايا التي لها النصيب الأكبر في البحث، ففي الأبحاث [8][9] تم استبدال الفضاء الرياضي الثنائي (*metric space*) بفضاء ثلاثي (*tetric space*) للحصول على ترتيب دقيق للأحداث بغرض معالجة بعض الظواهر مثل (*zeno behavior*) [10][11] حيث يكون عدد الأحداث كبير جداً أو لانهائي خلال فترة زمنية قصيرة مما يشكل صعوبة بالغة في النمذجة والمحاكاة.

في هذا البحث سنعتمد على الثنائية (s_k, t) كأساس رياضي لبناء نموذج تصميم *Model of design (MoD)* للنظم المقادة بالحدث *CE* نستخدم فيه المفهوم الماركوفي في الزمن المستمر كمرحلة أولى [12]، وفي المرحلة الثانية نستخدم النمذجة التخالفية عن طريق استخدام النمذجة المقطعة زمنياً *DT* ضمن النموذج *CE* بغرض تطبيق النموذج على نظام الفرملة *ABS*. الشكل (1) يبين النمذجة التخالفية عن طريق تضمين النموذج *DT* ضمن النموذج *CE*.



الشكل(1):رسم توضيحي للنمذجة التخالفية باستخدام النموذجين DE DT في النظم المضمنة

أهمية البحث وأهدافه:

هدف البحث هو الحصول على نموذج تصميم مشترك (Hw/Sw co-design Mode) للنظم المضمنة المقادة بالحدث وتأتي أهميته من خلال اعتماد النمذجة التخالفية للحصول على نموذج مركب يضم النموذج DT ضمن النموذج CE كخطوة أساسية في الحصول على نموذج تصميم مشترك للنظم المضمنة التخالفية ككيان متكامل.

منهجية البحث:

- يجب أن يحقق التصميم المقترح للنموذج النقاط الثلاثة الآتية:
- أن يكون قادر على توصيف النظم المضمنة المقادة بالحدث.
- أن يكون نموذج تصميم مشترك (Hw/Sw co-design Mode).
- أن يأخذ النموذج بالحسبان إن تراسل البيانات بينه وبين مكونات النظام المضمن التخالفية الأخرى على شكل إشارات ($signals$)، والإشارة عبارة عن تسلسل من الأحداث $S = \langle e_1, e_2, e_3, e_4, \dots \rangle$ بأزمنة متتالية تحدد بساعة محلية ضمن كل مكون.

تصميم النموذج

1-التصميم الصوري للنموذج

يصاغ التعريف الصوري ($Formal Define$) للنموذج على النحو الآتي:

Continuous-Events Domain

$M(X, I, O, F)$

(1)

X : Internal state set

I : Input set

O : output set

$F_{CE} = \{f_{CEstate}, f_{CEout}, f_{CEclk}, f_{CET}, f_{CER}\}$

Object Functions:

States Functions: $f_{CEstate} : X \times I \rightarrow X$

Output Functions: $f_{CEout} : X \times I \rightarrow O$

Local Clock: f_{CEclk}

Transmitter Function: $f_{CET} : O \rightarrow Other$

Receive Function: $f_{CER} : Other \rightarrow I$

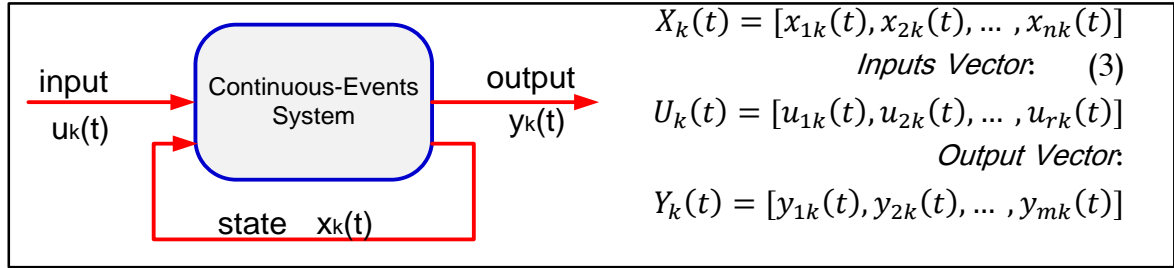
خرج النموذج سيكون مجموعة من التوابع الغرضية التي توصف سلوك وبنية النظام على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} f_{CEState} &= [f_{CEState1}, f_{CEState2}, f_{CEState3}, \dots] \\ f_{CEOut} &= [f_{CEOut1}, f_{CEOut2}, f_{CEOut3}, \dots] \\ f_{CELclk} &= [f_{CELclk1}, f_{CELclk2}, f_{CELclk3}, \dots] \\ f_{CET} &= [f_{CET1}, f_{CET2}, f_{CET3}, \dots] \\ f_{CER} &= [f_{CER1}, f_{CER2}, f_{CER3}, \dots] \end{aligned} \quad (2)$$

2- تعريف التوابع الغرضية للنموذج

كما ذكرنا سابقاً يتم التعبير عن النمذجة CE بالثنائية (s_k, t) . في هذه النمذجة لا يوجد تصور مسبق عن زمن حدوث الحدث لكن ليس خارج إمكانية الحساب. الشكل (2) يبين رسم تخطيطي لنظام CE . النظام عبارة عن متحولات حالة تعمل بشكل متواقت وتفاعلها مع بعضها يشكل الإعتلاج الداخلي (*Interoperate*) الذي ينقل النظام مع تقدم الزمن من الحالة البدائية (*start state*) إلى حالة الإستقرار الدائم (*steady-state*). سنطبق المفهوم الماركوفي أو سلاسل ماركوف (*Markov chains*) [12] على كل متحول حالة لنقله من الحالة البدائية إلى حالة الإستقرار وبالتالي إنتقال النظام من الحالة البدائية إلى حالة الإستقرار.

States Vector:



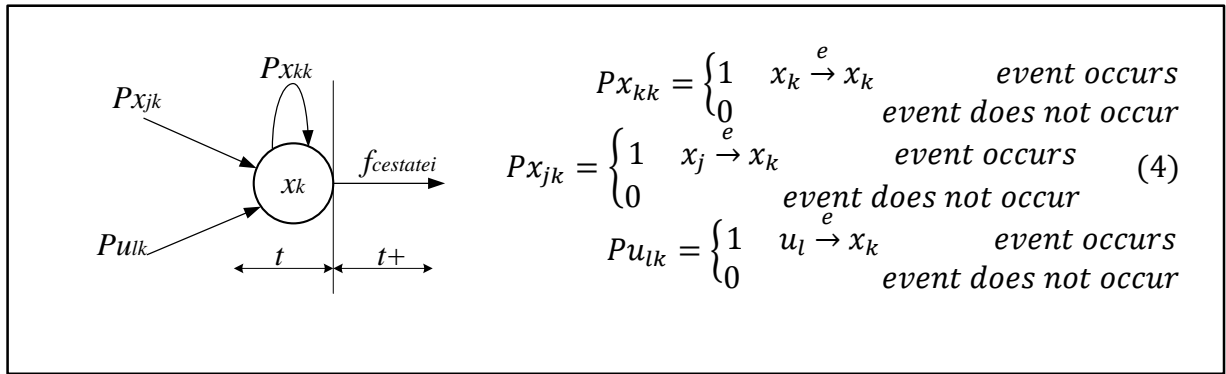
الشكل (2): رسم توضيحي لنظام مقاد بالحدث

• توابع الحالة $f_{CEState} : X \times I \rightarrow X$

يتم النظر إلى متحول الحالة كمنتج ومستهلك للأحداث أما الدخل فهو منتج للأحداث. كل متحول حالة في النظام هو تابع لمتحولات الحالة وخذ النظام ويمكن صياغتها بشكلها العام كالآتي:

$$x_k(t) = f_{CEStatek}(x_1(t), \dots, x_k(t), \dots, x_n(t), u_1(t), \dots, u_r(t))$$

إذا افترضنا أنه في اللحظة t يظهر حدث من جميع متحولات الحالة وجميع المداخل، لكن ليس بالضرورة في اللحظة التالية (t^+) أن تظهر أحداث من جميع هذه المتحولات والمداخل. الشكل (3) يبين متحول الحالة (x_k) وإحتمال ورود حدث من متحول الحالة نفسه أو من متحول حالة آخر (x_j) مثلاً وحدث من دخل (u_l) في اللحظة t . هذه الإحتمالات تدل على وجود الحدث أو عدم وجوده ويمكن صياغتها على النحو الآتي:



الشكل(3): متحول الحالة x_k والأحداث المؤثرة به

إن متحول الحالة x_k ينتقل مع مرور الزمن من الحالة البدائية $x_k(t_0)$ إلى حالة الإستقرار الدائم (*steady-state*) وهي ($x_k(t)$ when $t \rightarrow \infty$), وبما أن الغاية هي الحصول على نظام مضمن حيث العمل يتم بالزمن الحقيقي فإن متحول الحالة يصل إلى (*steady-state*) ضمن قيمة معلومة للزمن ولا نحتاج أن يسعى الزمن إلى (∞).

عدد الحالات التي ينتقل بها متحول الحالة (x_k) يمكن أن يكون محدود (*finite states*), ويمكن أن يكون غير محدود (*infinite states*) ولكنه محدود بالحالتين البدائية ($x_k(t_0)$) وبحالة الإستقرار الدائم ($x_k(t)$ when $t \rightarrow \infty$). إن إنتقال متحول الحالة من الحالة البدائية إلى حالة الإستقرار يتم بشكل إقصائي إذ لا يمكن أن يكون في حالتين مختلفتين في نفس اللحظة الزمنية، وعند تكرار نفس الحالة بعد زمن معين، على سبيل المثال من أجل ($\forall t \geq t_s$) لدينا ($x_k(t) = x_k(t_s)$) نقول أن متحول الحالة أصبح في حالة الإستقرار الدائم. من الجدير بالذكر إن عدد الحالات التي يمر بها المتحول يفرضها التطبيق ونوع المتحول، ففي نظام مضمن متحول الحالة فيه عبارة عن قيمة فيزيائية (ضغط، حرارة، سرعة، تدفق، ...) وكان عدد الحالات لانهائي (*infinite states*) ضمن الفترة الزمنية للإستقرار فإن المتحول يتحول من متقطع (*discrete*) إلى مستمر (*continuous*) بالتالي تتغير طبيعة النموذج وطريقة الدراسة.

إن طبيعة التدرج التي يتغير فيها تابع الحالة وبالتالي متحول الحالة بين الحالة البدائية وحالة الإستقرار الدائم تعبر عن عدد الحالات المنتهي (*finite states*). ونفترض لذلك أن متحول الحالة (x_k) يتدرج ضمن الحالات ($0, 1, 2, 3, \dots, s$) حيث يبدأ بالحالة ($0 \equiv x_k(t_0)$) وينتهي بالحالة ($s \equiv x_k(t_s)$).

طُرحت عملية ماركوف كنوع من العمليات الإحتمالية (*Stochastic Processes*)، وطالما أنه يتم العمل في النظم المضمنة حيث يقوم النظام المضمن بوظيفة محددة، فإن النظام لا يحتمل الإحتمالية في تنفيذ هذه الوظيفة. لذلك سنعمل على إستخدام المفهوم الماركوفي دون التقريب بمضمونها في تحقيق هدفنا وهو بناء النموذج *CE*.

إن إنتقال متحولة الحالة x_k من حالة إلى أخرى هو عبارة عن تأخير زمني، فالحالة ذات التأخير الزمني الأقل ترد من حيث الترتيب قبل غيرها، والتأخير الزمني هو مقدار الزمن الذي يستغرقه تابع الحالة ($f_{CEStatek}$) لإنهاء الحسابات الداخلية لنقل متحول الحالة من الحالة الراهنة إلى التي تليها.

كما ذكرنا إن الحالات ترد بتأخير زمني محدد عن التي قبلها، بالتالي فإن الحالة ذات التأخير الزمني الأقل هي الحالة التي تملك الإحتمال الأكبر في الورد أولاً من حيث الترتيب. بالتالي قيمة التأخير الزمني تعبر عن إحتمال الإنتقال وتتناسب عكساً معه فكلما كان التأخير الزمني أقل فإن الإحتمال أكبر.

إذا كان متحول الحالة x_k في الحالة (0) وتوجد إمكانية للإنتقال إلى أحد الحالات (1) أو (2) أو (3) فسوف يتم الإنتقال إلى الحالة (1). هذا صحيح إذا كان الإنتقال حتمي والتأخير الزمني ثابت في كل مرة يتم فيها استثمار النظام المضمن. لكن السؤال ماذا لو تأخر ظهور الحالة (1) إلى اللحظة التي يجب أن تظهر فيه الحالة (2)؟. المشكلة التي تظهر هنا هي عدم حتمية (*nondeterministic*) الإنتقال وهذه الحالة مفيدة على المستوى النمذجة الحاسوبية (*MoC*) وتعالج عادةً في النموذج (FSM) بضم الحالات التي تتوفر إمكانية الإنتقال إليها بحالة واحدة، هذا يعني إن الحالات (1، 2، 3) تصبح حالة واحدة [13].

في نموذج التصميم يجب أن يكون الإنتقال حتمي ومحدد (*deterministic*)، لذلك للمحافظة على الماركوفية (الإحتمالية) والحتمية بنفس الوقت نحدد بشكل مسبق الإنتقالات اللازمة بحتمية الإحتمال ($p_{ij} = 1$) والإنتقالات غير اللازمة بعدمية الإحتمال ($p_{ij} = 0$). إذا أخذنا بالحسبان جميع إحتمالات الإنتقال لمتحول الحالة x_k فإنه سيكون لدينا المصفوفة الآتية:

$$P_{x_k} = [p_{ij}]_{i=0,\dots,s; j=0,\dots,s} \quad (5)$$

بحسب ماركوف إنتقال المتحول من حالة أخرى يتم صياغته بتوزع أسّي سالب على الشكل الآتي [12]:

$$(1 - e^{-\rho_{ij} p_{ij} t}) \quad (6)$$

حيث (ρ_{ij}) هو معدل التأخير الزمني، إن إنتقال متحول الحالة x_k من الحالة x_{k0} إلى الحالة x_{k1} ممكن عندما يكون ($p_{01} = 1$)، والإنتقال غير ممكن عندما يكون ($p_{01} = 0$). من العلاقة (6) تكون مصفوفة الإنتقال على النحو الآتي:

$$Q_{x_k} = [q_{ij}] = [\rho_{ij} p_{ij}]_{i=0,\dots,s; j=0,\dots,s} \quad (7)$$

مما تقدم من أجل الأزمنة ($0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_s$) لدينا الحالات التالية

($x_k(t_0), x_k(t_1), x_k(t_2), \dots, x_k(t_s)$)، وهي تحقق خصائص أو شروط ماركوف على النحو الآتي [3]:

1. يملك النظام عدد محدود من إحتمالات الإنتقال $\{0, 1, 2, \dots, s\}$.
2. تعتمد الحالة المستقبلية على الحالة الراهنة فقط، وتحقق الإحتمال الشرطي الآتي:
3. في كل لحظة زمنية (t) يجب أن يتحقق الآتي:

$$\forall i : p_{i0} + p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{is} = 1$$

وهذا يتحقق بوجود أحد الإحتمالات يساوي واحد وباقي الإحتمالات تساوي الصفر، بالتالي لا توجد إمكانية للإنتقال إلى أكثر من حالة في كل لحظة زمنية، وبالتالي فإن حتمية الإنتقال محققة.

السؤال الآن هو كيف تتغير مصفوفة الإنتقال مع إنتقال متحول الحالة x_k من حالته الابتدائية إلى حالة الإستقرار الدائم؟. يقوم تابع الحالة ($f_{CEStatek}$) بإجراء الحسابات الداخلية لمتحول الحالة x_k وينقله إلى حالة جديدة يكون إحتمال الإنتقال إليها يساوي الواحد ($p_{ij} = 1$). لا توجد لدينا معلومات عن زمن الحالة الجديدة (j)، ولا معلومات في أي لحظة زمنية ($t \in \mathbb{R}_+$) يصبح ($p_{ij} = 1$)، لكن المؤكد التالي x_{ki} ، $p_{ij}(t) = 1$ ، $\exists t \in \mathbb{R}_+ : p_{ij}(t) = 1$ ، $\{x_{kj} \xrightarrow{q_{ij}} \}$ لدراسة متى يتحقق الإنتقال يجب دراسة الإحتمال كتابع للزمن على كامل المجال الزمني (\mathbb{R}_+).

بحسب عملية ماركوف في الزمن المستمر إحتمال الإنتقال في مجال زمني صغير $[t, t + h]$ يعطى بحسب نظرية (Bayes) على النحو الآتي [12][3]:

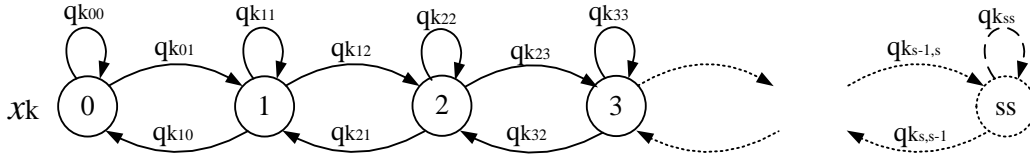
$$p_i(t + h) = \sum_j p_j(t) p_{ji}(h) = p_i(t) + \left(\sum_{j=0,1,\dots,s} q_{ji} p_j(t) \right) h + o(h^2) \quad (8)$$

بترتيب العلاقة وأخذ نهاية الطرفين عندما $(h \rightarrow 0)$ نحصل على الآتي:

$$\frac{d}{dt} p_i(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_i(t+h) - p_i(t)}{h} = \sum_{j=0,1,\dots,s} q_{ji} p_j(t) \quad (9)$$

والمصفوفة $Q = [q_{ij}]$ تدعى مصفوفة كثافة الإنتقال (intensity matrix).

بفرض إن الإنتقال يتم بشكل رتيب فإن مخطط الإنتقال لمتحول الحالة (x_k) كما هو مبين في الشكل (4).



الشكل(4): إنتقال متحول الحالة ضمن عدد منتهي من الحالات

بالتالي مصفوفة الإنتقال المتوافقة مع الشكل (4) هي كالتالي:

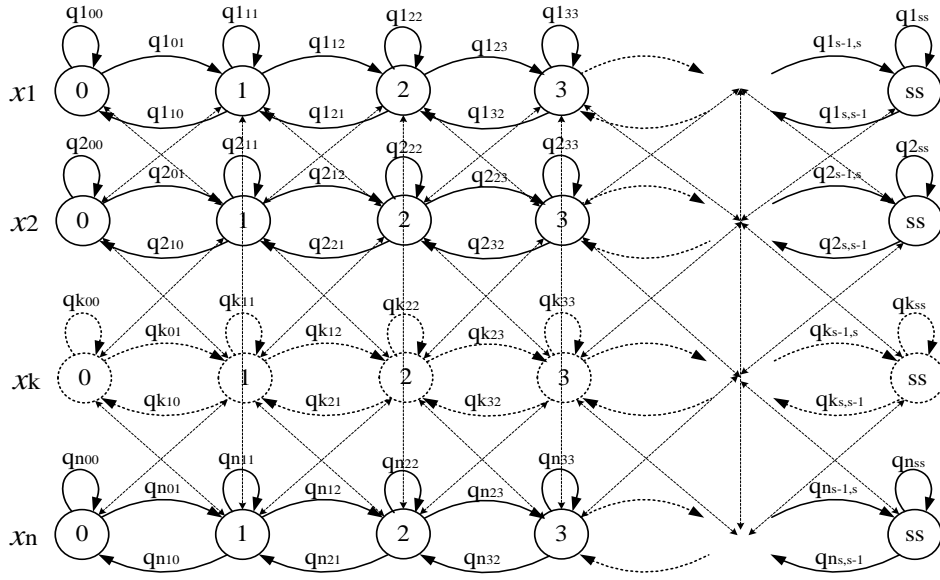
$$Q_{x_k} = \begin{bmatrix} q_{k00} & q_{k01} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ q_{k10} & q_{k11} & q_{k12} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & q_{k21} & q_{k22} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & q_{k,s-1,s-1} & q_{k,s-1,s} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & q_{k,s,s-1} & q_{kss} \end{bmatrix} \quad (10)$$

تنتقل متحولات الحالة من حالة إلى أخرى إما ذاتياً أو بتأثير خارجي (متحولات النظام الأخرى، أو دخل النظام)، ويمكن التعبير عن ذلك بالرسم التخطيطي المبين في الشكل (5).

إن مهمة تابع الحالة $f_{CEState}$ هي تفعيل الإحتمال الأكيد وتفسير باقي الإحتتمالات في كل لحظة زمنية، أي بعبارة أخرى مهمة تابع الحالة $f_{CEState.k}$ للمتحول x_k هي تشكيل مصفوفة الإحتمال وبالتالي مصفوفة الإنتقال Q_{x_k} في كل لحظة زمنية. بفرض إن متحول الحالة $x_k(t)$ في الحالة (i) ، للإنتقال إلى الحالة (j) يجب أن يصبح $.pk_{ij} = 1$

$$Q_{x_k}(t) = f_{CEState.k}(x_1(t), \dots, x_k(t), \dots, x_n(t), u_1(t), \dots, u_r(t)) \quad (11)$$

بموجب المعادلة (11) يبقى متحول الحالة x_k في الحالة (i) إذا لم يطرأ أي تغيير في حالة أي متحول من المتحولات الأخرى، أو لم يرد أي حدث على أحد المداخل، وينتقل إلى حالة جديدة (j) عندما ينتقل أي متحول من المتحولات الأخرى إلى حالة جديدة أو عند ورود حدث على أحد المداخل على النحو التالي:



الشكل(5): مخطط تمثيلي لإنتقال متحولات الحالة للنظام من حالة إلى أخرى وتأثيرها بعضها ببعض

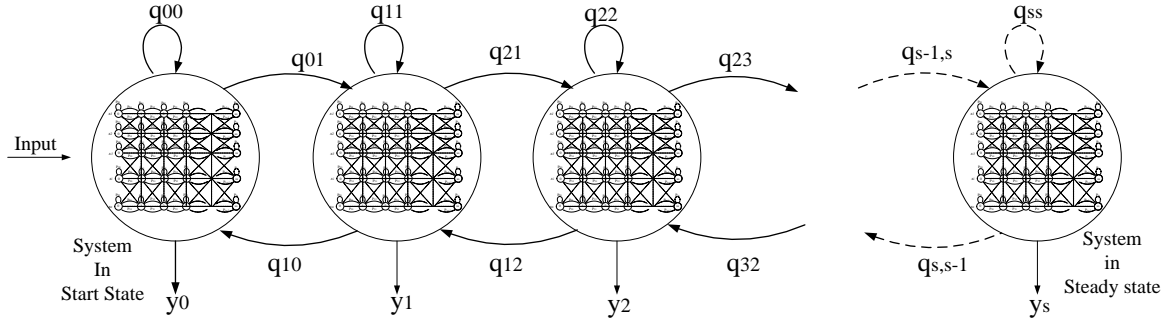
$$x_{ki}(t) \rightarrow x_{kj}, \quad \text{if } pk_{ij} = 1.$$

$$pk_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \exists x_d \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}: d \neq k, pd_{ij}(t) = 1 \\ 1 & \exists u_l \in \{u_1, u_2, \dots, u_r\}: pu_{lk}(t) = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

لتشكيل مصفوفة الإنتقال للنظام نستعين بالشكل (5) و العلاقات (7,11,12)، حيث لدينا n متحول حالة ولكل متحول حالة مصفوفة إنتقال خاصة به، من خلالها ينتقل من حالة إلى أخرى بتأثير باقي متحولات الحالة ومداخل النظام. بالتالي يتم التأثير بمتحول حالة x_k عن طريق التأثير بمصفوفة إنتقاله Q_{x_k} ، بمعنى آخر يتم التأثير المتبادل بين متحولات الحالة عن طريق مصفوفات الإنتقال لكل متحولات حالة. ليكن لدينا المتحولين (x_d, x_k) ومصفوفتي الإنتقال لهما (Q_{x_d}, Q_{x_k}) ، فيمكن التعبير عن تأثير المتحول x_k بالمتحول x_d في كل لحظة زمنية t بالصيغة $Q_{x_k x_d}$ والعكس بالصيغة $Q_{x_d x_k}$. بالتالي تكون مصفوفة الإنتقال أو التأثير للنظام على النحو الآتي:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{x_1 x_1} & Q_{x_1 x_2} & \dots & Q_{x_1 x_n} \\ Q_{x_2 x_1} & Q_{x_2 x_2} & \dots & Q_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{x_n x_1} & Q_{x_n x_2} & \dots & Q_{x_n x_n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

من خلال مصفوفة الإنتقال (13) و الدخل ينتقل النظام من حالته البدائية (start state) إلى حالة الإستقرار الدائم (steady state) كما هو مبين في الشكل (6).



الشكل(6): مخطط تمثيلي يبين إنتقال النظام من حالته البدائية إلى حالة الإستقرار

• توابع الخرج $f_{CEout} : X \times I \rightarrow O$

اعتماداً على الشكل (6) فإن النظام يمر بمجموعة من الحالات ابتداءً بالحالة البدائية وانتهاءً بحالة الإستقرار، وفي كل حالة يكون للنظام خرج يتحدد بالحالات الراهنة ودخل النظام. بفرض أن النظام في الحالة (i) فيكون لدينا الفرضيات الآتية:

$$\begin{aligned} x_k &\in \{x_1, x_2, \dots, x_n\} : x_k \text{ in state } k_i. \\ u_l &\in \{u_1, u_2, \dots, u_r\} : u_l = \langle e_{u_{l1}}, e_{u_{l2}}, \dots, e_{u_{li}}, \dots \rangle. \\ y_o &\in \{y_1, y_2, \dots, y_m\} : y_o = \langle e_{y_{o1}}, e_{y_{o2}}, \dots, e_{y_{oi}}, \dots \rangle. \end{aligned}$$

فيكون الخرج على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} e_{y_{oi}}(t) &= f_{CEout_o} \\ &= g_o(x_{1i}(t), \dots, x_{ki}(t), \dots, x_{ni}(t); u_{1i}(t), \dots, u_{li}(t), \dots, u_{ri}(t)) \end{aligned} \quad (14)$$

• توابع التوقيت المحلي f_{CEclk}

في النظم (CE) لا توجد معلومات مسبقة عن زمن ظهور الحدث، بالإضافة إلى إن كثافة الأحداث غير ثابتة ضمن مجال زمني معين، فهي تتراوح من عدم وجود أي حدث، إلى الإزدياد لحد يكون فيه عدد الأحداث غير محدود أو لانهايتي ضمن مجال زمني محدود وهذا ما يطلق عليه (Zeno behavior) [8]. في النظم المضمنة الأحداث مرتبة زمنياً (chronological)، فإن المؤقت المحلي (local clock) أو تابع التوقيت المحلي يجب أن يكون قادر على طباعة الحدث بزمن دخوله وزمن خروجه من النظام. ففي لغات وصف الكيان الصلب مثل (VHDL) وهي لغة تعتمد على الأحداث المتقطعة (discrete-event language)، حيث تعتمد الزمن كعدد طبيعي ($t \in \mathbb{N}$) وللتمييز بين الأحداث تستخدم (delta time) [14]. فإذا اعتمدنا الزمن كعدد حقيقي ($t \in \mathbb{R}_+$) وهو مزج للنموذج الفيزيائي والبرمجي للزمن، وهو نموذج معتمد في كثير من لغات البرمجة التي تعتمد على الأحداث. إن الخطوة الزمنية لتابع التوقيت المحلي يجب أن تكون أصغر (minimum time resolution) بحيث تكون أصغر من الزمن الفاصل بين أي حدثين متتاليين مهما كان الزمن الفاصل بينهما صغيراً. بصورة عامة معدل التأخير الزمني (ρ_{ij}) من العلاقة (6) بين الأحداث يفرضه نوع التطبيق، بالتالي اعتماد ($T \in \mathbb{R}_+$) كدور للساعة المحلية يجب أن يحقق المتراجحة ($T \ll \rho_{ij}$) بشكل دائم. لتمثيل إشارة الساعة رياضياً يمكن استخدام أحد التوابع المركبة مثل تابع (signum function) وتابع الجزء الصحيح (INT) على النحو الآتي [3]:

$$clk(t) = (A_{max} - A_{min}) \left(\left[t > \left(t_0 + T * INT \left(\frac{t}{T} \right) \right) \right] \text{ and } \left[t < \left(p * T + T * INT \left(\frac{t}{T} \right) \right) \right] \right) + A_{min}$$

A_{max}, A_{min} : Maximum and Minimum amplitude.

t_0 : start time. T : Period. p : Duty cycle.

بعد الأخذ بالحسبان أن مطال نبضة الساعة هو "1" أي ($A_{max} = 1, A_{min} = 0$) فتصبح صيغة تابع الساعة المحلية على النحو الآتي:

$$f_{clock} = \left(\left[t > \left(t_0 + T * INT \left(\frac{t}{T} \right) \right) \right] \text{ and } \left[t < \left(p * T + T * INT \left(\frac{t}{T} \right) \right) \right] \right) \quad (15)$$

• توابع الإرسال و الإستقبال f_{CET}, f_{CER}

مهمة توابع الإرسال والإستقبال هو تنظيم دخول وخروج الأحداث من وإلى الوسط المحيط بالشكل الأمثلي.

لتشكيل هذه التوابع نفترض أن شكل الحدث على النحو الآتي [13]:

Event form: $e(v, \tau)$

v : the value of event, $v \in \mathbb{R}$ (16)

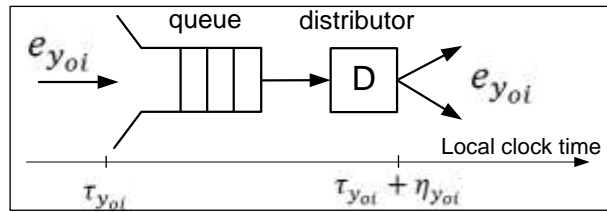
τ : time tags (local clock period), $\tau \in \mathbb{R}_+$

توابع الإستقبال $f_{CER}: Other \rightarrow I$:

تعمل على إستقبال أحداث إشارات الدخل، ومن ثم توزيعها على متحولات الحالة، وباعتبار إن معدلات ورود الأحداث المختلفة عن معدلات الإستهلاك تحتم علينا هيكله تابع الإستقبال على شكل رتل ($queue$) مع موزع ($distributor$) يعمل وفق المنطق $First In First Out (FIFO)$ [12]. فإذا إفترضنا إن الدخل (u_i) يرد على شكل سلسلة من الأحداث $u_i = \langle e_{u_{i1}}, e_{u_{i2}}, \dots, e_{u_{ii}}, \dots \rangle$ ، تدخل هذه الأحداث في الرتل بزمّن وتخرج بزمّن آخر وبمعدل إنتظار في الرتل ($\eta_{u_{ii}}$) لكل حدث كما هو مبين في الشكل (7). فيكون تابع الإستقبال على النحو الآتي:

$$f_{CER} \left(e_{u_{ii}}(v_{u_{ii}}, \tau_{u_{ii}}) \right) = e_{u_{ii}}(v_{u_{ii}}, \tau_{u_{ii}} + \eta_{u_{ii}}) \quad (17)$$

$\tau_{u_{ii}}$: local clock time, $\eta_{u_{ii}}$: waiting time in queue



الشكل (7): مخطط تمثيلي لعمل تابع الإستقبال f_{CER}

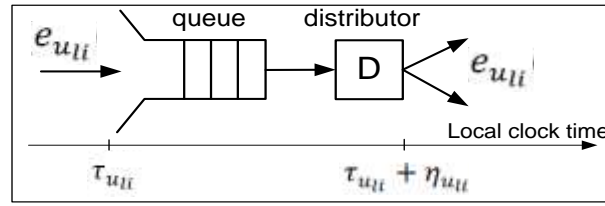
توابع الإرسال $f_{CET}: 0 \rightarrow Other$:

لا يختلف عمل تابع الإرسال عن عمل تابع الإستقبال، سوى أنه يعمل على إرسال نواتج توابع الخرج من النظام CE إلى الوسط المحيط ويوزع الأحداث إلى كيانات أخرى. بفرض أن الخرج y_0 عبارة عن سلسلة من الأحداث $\langle e_{y_{01}}, e_{y_{02}}, \dots, e_{y_{0i}}, \dots \rangle$ ، فيكون عمل تابع الإرسال على النحو الآتي:

$$f_{CET}(e_{y_{0i}}(v_{y_{0i}}, \tau_{y_{0i}})) = e_{y_{0i}}(v_{y_{0i}}, \tau_{y_{0i}} + \eta_{y_{0i}}) \quad (18)$$

$\tau_{y_{0i}}$: local clock time, $\eta_{y_{0i}}$: waiting time in queue

نبين في الشكل (8) مخطط تمثيلي لعمل تابع الإرسال. إن سعة الرتل تخضع لطبيعة التطبيق، لكن بما أن العمل يتم بالزمن الحقيقي فإن الرتل محدود الإستيعاب وزمن الإنتظار يجب أن لا يكون بالقيمة التي تؤدي إلى فشل النظام المضمن كنظام يعمل بالزمن الحقيقي.



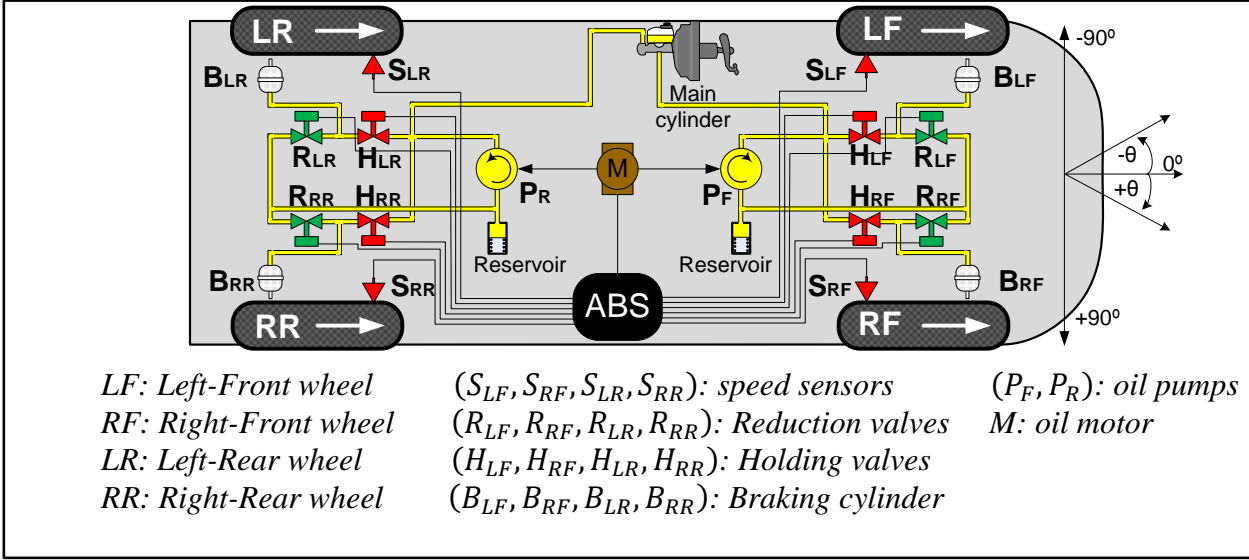
الشكل (8): مخطط تمثيلي لعمل تابع الإرسال f_{CET}

تطبيق النموذج

تُعدُّ وسائل النقل أحد أهم تطبيقات النظم المضمنة التخالفية، ويعد نظام الفرملة (ABS) من النظم التي تظهر فيه النمذجة التخالفية بشكل واضح، حيث يتصرف كنظام مضمن تخالفي.

1- نظام الفرملة (ABS) Anti-lock Braking System

عمل نظام الفرملة (ABS) هو إيقاف السيارة ضمن مدة زمنية مقبولة بدون أي إنزلاق نحو اليمين أو اليسار مهما كانت طبيعة الطريق، حيث تطبق قوى الكبح على كل عجلة بتردد معين (*up to 15 times per second*) [15]، ولمنع إنحراف العربة يتم التوازن والتنسيق المتبادل بين العجلات عن طريق (ABS)، عند كل مرة يظهر فيها إختلاف في التباطؤ بين العجلات اليمينية والعجلات اليسارية. الشكل (9) يمثل نموذج لنظام الفرملة (ABS) بحسب شركة (Toyota) [15]. ونبين في الجدول (1) أنماط العمل للصمامات ومضخة زيت الكبح لكل عجلة أثناء الفرملة، وما ينطبق على عجلة ينطبق على باقي العجلات.



الشكل(9): نموذج لنظام الفرملة (ABS) بحسب شركة (Toyota) [15]

الجدول(1): أنماط عمل الصمامات و مضخة زيت الكبح في نظام الفرملة (ABS)

نمط العمل	وضع الصمام و المضخات للعجلة (LF)
0 ABS OFF – Holding Pressure	H_{LF} : Open (OFF) R_{LF} : Close (OFF) P_F : (OFF)
1 ABS ON – Holding Pressure	H_{LF} : Close (ON) R_{LF} : Close (OFF) P_F : (ON)
2 ABS ON – Increasing Pressure	H_{LF} : Open (OFF) R_{LF} : Close (OFF) P_F : (ON)
3 ABS ON – Reducing Pressure	H_{LF} : Close (ON) R_{LF} : Open (ON) P_F : (ON)

• آلية عمل نظام الفرملة ABS.

لدينا من الجدول (1)، أربعة أنماط عمل:

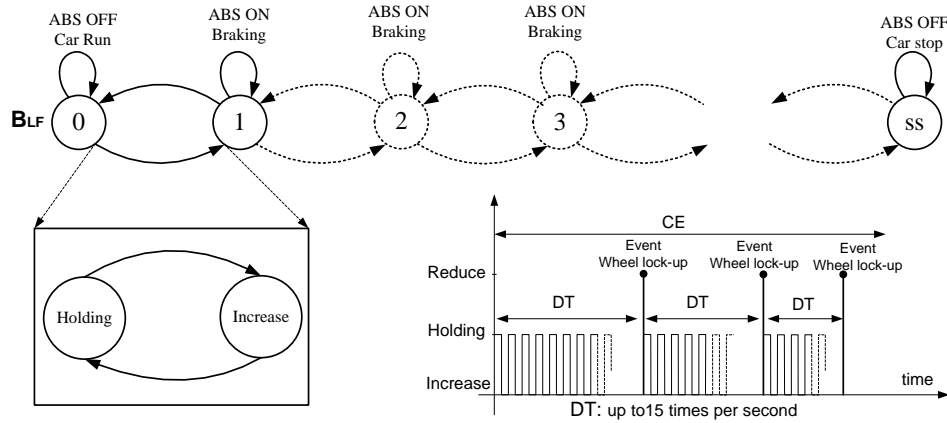
- 1- نمط العمل (0): وفيه يتم تأمين ضغط كبح ستاتيكي بدائي بحسب نسبة قوة ضغط السائق على المكبح.
- 2- نمط العمل (1): وفيه يتم المحافظة على ضغط الكبح المطبق على العجلة في كل مرة يُفعل فيه هذا النمط.
- 3- نمط العمل (2): وفيه يزداد ضغط الكبح المطبق على العجلة بفعل دوران مضخة زيت الكبح.
- 4- نمط العمل (3): وفيه ينخفض ضغط الكبح إلى القيمة البدائية بالحد الأقصى، نتيجة تسريب زيت الكبح إلى الخزان.

أثناء الفرملة تخضع العجلة لنوعين من المنذجة.

الأول على مستوى النظام: (CE) وفيه ينتقل متحول الحالة B_{LF} من حالة إلى أخرى نتيجة وجود الحدث (reduce) كما هو مبين في الشكل (10)، وهو أيضاً نمط العمل (3) الجدول (1). الحدث (reduce) يعمل على تخفيض ضغط زيت الكبح لمنع العجلة من التوقف المفاجئ بالمقارنة مع باقي العجلات وبالتالي منع إنحراف العربة. عدد الحالات التي يمر بها المتحول تساوي عدد مرات ظهور الحدث (reduce)، وهذا مرتبط بعدة عوامل من أهمها طبيعة الطريق.

الثاني على مستوى العجلة: (DT) وفيه ينتقل متحول الحالة (B_{LF}) بين حالتين أو نمطين عمل (increase) و (holding) وهما النمطين (1) و (2) الجدول (1) بمعدل 15 مرة في الثانية كحد أقصى. وهذا يحدث أثناء الإنتقال

من حالة إلى التي تليها لمتحول الحالة (B_{LF}) في النموذج CE كما هو مبين في الشكل (10)، حتى يظهر الحدث ($reduce$) ليبدأ نقل متحول الحالة (B_{LF}) إلى حالة جديدة يتكرر فيها النموذج DT من جديد. يمكن القول بعبارة أخرى أنه يتم التنقل بين حالات النموذج CE بشكل منقطع زمنياً باستخدام النموذج DT .



الشكل (10): رسم تخطيطي يوضح طريقة عمل نظام الفرملة (ABS)

• الحدث ($reduce$).

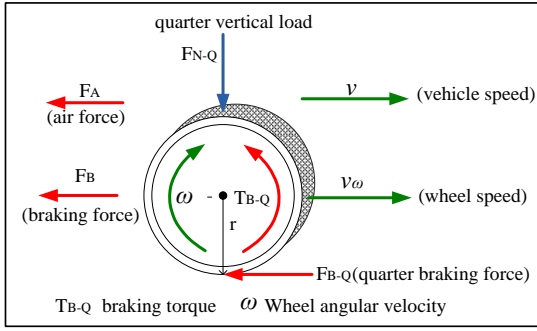
يظهر الحدث ($reduce$) عند إزدياد تباطؤ العجلة إلى نسبة يتجاوز فيها عامل الإنزلاق الطولي (λ) عتبة معينة تصبح عندها عملية الفرملة غير فعالة، عتبة عامل الإنزلاق أثناء الفرملة تخضع لمجموعة من الإعتبارات من وجهة نظر تحكمية لكن يبقى مجال التغير الفعال أثناء الفرملة ($\lambda \in [0.1, 0.3]$) [16][17]. عند القيادة على خط مستقيم يجب أن تبقى القيمة المرجعية لعامل الإنزلاق للعجلة التي في جهة اليمين مساوية لتلك التي في جهة اليسار لأنه في اللحظة التي يتم فيها الاختلاف فإن السيارة تتعطف إلى الجهة التي يكون فيها عامل الإنزلاق أكبر [18].

• العلاقات الرياضية الواصفة.

تخضع العربة لمجموعة من القوى أثناء الفرملة بحسب الشكل (11) والجدول (2)، نعتمد في سرد العلاقات الرياضية على المراجع [19][20].

الجدول (2): قائمة في الرموز المستخدمة في العلاقات الرياضية

$r[m] = 0.3$	نصف قطر العجلة	$A_c[m^2] = 2$	الوجهة الأمامية
$\lambda \in [0, 1]$	معامل الأنزلاق الطولي	$\rho[kg/m^3] = 1.2$	كثافة الهواء
$c_1 = 1.3, c_2 = 10, c_3 = 0.8$	ثوابت	$m[kg] = 1500$	كتلة السيارة
$F_{B-Q}[N]$	ربع قوة الكبح	$\omega[rad/s]$	السرعة الزاوية للعجلة
$\mu \in [0, 1]$	معامل إحتكاك العجلة بالطريق	$v[m/s]$	سرعة السيارة
$F_{N-Q}[N]$	ربع الحمولة العمودية	$T_{B-Q}[Nm]$	ربع عزم الكبح
$F_N[N](4 \times F_{N-Q})$	كامل الحمولة العمودية	$F_B[N]$	قوة الكبح الكلية
$c_A = 0.3$	معامل مقاومة الهواء	$F_A[N]$	قوة مقاومة الهواء
$J_w[kgm^2] = 0.8$	عزم عطالة العجلة	$g[m/s^2] = 9.81$	تسارع الجاذبية
$r_d[m] = 0.15$	نصف قطر قرص الكبح	$\gamma_a = 0.4$	معامل إحتكاك قرص الكبح
$A_p[m^2] = 1.96E - 3$	مقطع مكبس الكبح	$P_B[bar], [N/m^2]$	الضغط الهيدروليكي



الشكل (11): القوى المطبقة على العجلة أثناء الفرملة

معادلة العزوم لكل عجلة: $J_W \dot{\omega} = rF_{B-Q} - T_{B-Q}$

معادلة الحركة للسيارة: $m\dot{v} = -F_B - F_A$

قوة مقاومة الهواء: $F_A = c_A A_c \frac{\rho}{2} v^2$

السرعة الخطية للعجلة: $v_w = \omega r$

عزم الكبح: $T_B = 2r_d \gamma_d A_p P_B$

الحمولة العامودية على العجلات الأمامية: $F_N = 1.5mg$

الحمولة العامودية على العجلات الخلفية: $F_N = mg$

تابع معاملات إحتكاك العجلة مع الطريق: $f(\lambda) = c_1 [1 - e^{-\lambda c_2}] - \lambda c_3$

معامل الإنزلاق: $(\lambda = \frac{v - \omega r}{v}, \lambda \in [0, 1])$ عند القيمة $(\lambda = 0)$ العجلة تدور بحرية بدون كبح، وعند

القيمة $(\lambda = 1)$ العجلة متوقفة.

قوة الكبح المطبقة على عجلة واحدة (F_{B-Q}) : $F_{B-Q} = f(\lambda) \mu F_{N-Q}$

• متحولات الحالة:

تكون متحولات الحالة كمعادلة تفاضلية بحسب العلاقات السابقة على النحو الآتي:

$$\dot{\omega}_{LF} = \dot{\omega}_{RF} = 2069.297\mu [1.3(1 - e^{-10\lambda}) - 0.8\lambda] - 1.25T_{B-LF}$$

$$\dot{\omega}_{LR} = \dot{\omega}_{RR} = 1379.531\mu [1.3(1 - e^{-10\lambda}) - 0.8\lambda] - 1.25T_{B-LR}$$

(19)

$$\dot{v} = 14.715\mu [1.3(e^{-10\lambda} - 1) + 0.8\lambda] - 0.00024v^2$$

النظم المقطعة زمنياً DT يتم نمذجتها رياضياً باستخدام معادلات فرق (*difference equations*)، وبما أن

تغير متحولات الحالة سيتم ضمن النموذج DT لذلك نستخدم تقريب من الدرجة الثانية لمنشور تايلور لتحويلها إلى

معادلات فرق على النحو الآتي [3][21]:

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + h\dot{x}(t_k) + \frac{h^2}{2}\ddot{x}(t_k) + O(h^3)$$

فنحصل على معادلات الفرق لمتحولات الحالة على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} w_{LF}(t_{k+1}) = & w_{LF}(t_k) + h2069.297\mu [1.3(1 - e^{-10\lambda(t_k)}) - 0.8\lambda(t_k)] - 1.25T_{B-LF} + \\ & + \frac{h^2}{2} [620.79\mu(0.8 - 13e^{-10\lambda(t_k)}) * \\ & * \left\{ \frac{v(t_k)(2069.297\mu [1.3(1 - e^{-10\lambda(t_k)}) - 0.8\lambda(t_k)] - 1.25T_{B-LF})}{v^2(t_k)} \right. \\ & + \left. \frac{w(t_k)(14.715\mu [1.3(e^{-10\lambda(t_k)} - 1) + 0.8\lambda(t_k)] - 0.00024v^2)}{v^2(t_k)} \right\} + \\ & + 620.79\mu(0.8 - 13e^{-10\lambda(t_k)}) * \\ & * (2069.297\mu [1.3(1 - e^{-10\lambda(t_k)}) - 0.8\lambda(t_k)] - 1.25T_{B-LF}) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 v(t_{k+1}) = & v(t_k) + h[14.715\mu[1.3(e^{-10\lambda(t_k)} - 1) + 0.8\lambda(t_k)] - 0.00024v^2(t_k)] + \\
 & + \frac{h^2}{2} [4.4145\mu(13e^{-10\lambda(t_k)} - 0.8) * \\
 & * \left\{ \frac{v(t_k)(2069.297\mu[1.3(1 - e^{-10\lambda(t_k)}) - 0.8\lambda(t_k)] - 1.25T_{B-LF})}{v^2(t_k)} \right. \\
 & + \left. \frac{w(t_k)(14.715\mu[1.3(e^{-10\lambda(t_k)} - 1) + 0.8\lambda(t_k)] - 0.00024v^2(t_k))}{v^2(t_k)} \right\} - \\
 & - 0.00048v(t_k)(14.715\mu[1.3(e^{-10\lambda(t_k)} - 1) + 0.8\lambda(t_k)] - 0.00024v^2) + \\
 & + (4.715\mu[13e^{-10\lambda(t_k)} - 0.8] \frac{w(t_k)}{v^2(t_k)} - 0.00048v(t_k)) * \\
 & * (14.715\mu[1.3(e^{-10\lambda(t_k)} - 1) + 0.8\lambda(t_k)] - 0.00024v^2(t_k)) \quad (21)
 \end{aligned}$$

• توابع الحالة:

كيف ينتقل متحول الحالة من حالة إلى أخرى و ماهو معدل الإنتقال؟

إشارة الدخل في النظام هو ضغط زيت الكبح الذي يعمل على تأمين عزم الكبح اللازم، ويعطى بالمعادلة

الآتية:

$$T_B = 2r_d \gamma_d A_p P_B = 23.52 P_B \quad (22)$$

يطبق ضغط الكبح بشكل مقطع زمنياً، وذلك عن طريق الإنتقال بين نمطي العمل (1) و (2) كما هو مبين في الجدول (1) بمعدل 15 مرة في الثانية كحد أعظمي ($1/f_{ABS} = 67 \text{ m sec}$). وفي كل مرة يزداد ضغط الكبح بمعدل (ΔP_B) وهذه القيمة مرتبطة باستطاعة مضخة زيت الكبح والمدة الزمنية للنمط (2). بفرض أن ضغط الكبح الأولي هو (P_0) شرط ثبات قوة ضغط السائق على زراع الكبح، فإن كل (67 m sec) تصاف القيمة (ΔP_B) إلى قيمة الضغط الأولي. تصبح قيمة الضغط التي تؤدي إلى ظهور الحدث (*reduce*) وبالتالي إنتقال متحول الحالة من حالة إلى التي تليها هو كالاتي:

$$P_B = P_0 + \sum_1^n \Delta P_B \quad (23)$$

والزمن اللازم لذلك هو ($t = \frac{n}{f_{ABS}} \text{ sec}$).

متحولات الحالة و الحالات التي تنتقل خلالها هي كالاتي:

$$v_{LF} = rW_{LF} = \{v_{LF_0}, \dots, v_{LF_i}, v_{LF_j}, \dots, v_{LF_s}\}, v_{RF} = rW_{RF} = \{v_{RF_0}, \dots, v_{RF_i}, v_{RF_j}, \dots, v_{RF_s}\}$$

$$v_{LR} = rW_{LR} = \{v_{LR_0}, \dots, v_{LR_i}, v_{LR_j}, \dots, v_{LR_s}\}, v_{RR} = rW_{RR} = \{v_{RR_0}, \dots, v_{RR_i}, v_{RR_j}, \dots, v_{RR_s}\}$$

لدينا ($n_{LF_{ij}}, n_{RF_{ij}}, n_{LR_{ij}}, n_{RR_{ij}}$) تمثل عدد مرات الإنتقال بين نمطي العمل (1) و (2) لكل عجلة،

وبالتالي فإن الضغط اللازم لظهور الحدث (*reduce*) وتأمين الإنتقال من الحالة (i) إلى الحالة (j) هو الآتي:

$$P_{BLF_{ij}} = P_0 + \sum_1^{n_{LF_{ij}}} \Delta P_B, \quad P_{BRF_{ij}} = P_0 + \sum_1^{n_{RF_{ij}}} \Delta P_B,$$

$$P_{BLR_{ij}} = P_0 + \sum_1^{n_{LR_{ij}}} \Delta P_B, \quad P_{BRR_{ij}} = P_0 + \sum_1^{n_{RR_{ij}}} \Delta P_B. \quad (24)$$

والزمن اللازم لبناء ضغط الإنتقال من حالة (i) إلى الحالة (j) لكل متحول حالة على النحو الآتي:

$$\left\{ \frac{n_{LF_{ij}}}{f_{ABS}}, \frac{n_{RF_{ij}}}{f_{ABS}}, \frac{n_{LR_{ij}}}{f_{ABS}}, \frac{n_{RR_{ij}}}{f_{ABS}} \right\} \quad (25)$$

ضغط الكبح (P_B) شرط لازم لكن غير كافي، ولتحقيق الإنتقال من الحالة (i) إلى الحالة (j) يجب أن يكون إحتمال الإنتقال إحتمال أكيد. الإحتمالات المرافقة لظهور الحدث ($reduce$) لكل متحول حالة تعطى على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}
 p_{LFij} &= \begin{cases} 1 & (\lambda_{LFij} \geq \lambda) \text{ and } (P_{BLF}(t) = P_B) \\ 0 & (\lambda_{LFij} < \lambda) \text{ and } (P_{BLF}(t) = P_0) \end{cases}, p_{RFij} \\
 &= \begin{cases} 1 & (\lambda_{RFij} \geq \lambda) \text{ and } (P_{BRF}(t) = P_B) \\ 0 & (\lambda_{RFij} < \lambda) \text{ and } (P_{BRF}(t) = P_0) \end{cases} \\
 p_{LRij} &= \begin{cases} 1 & (\lambda_{LRij} \geq \lambda) \text{ and } (P_{BLR}(t) = P_B) \\ 0 & (\lambda_{LRij} < \lambda) \text{ and } (P_{BLR}(t) = P_0) \end{cases}, p_{RRij} \\
 &= \begin{cases} 1 & (\lambda_{RRij} \geq \lambda) \text{ and } (P_{BRR}(t) = P_B) \\ 0 & (\lambda_{RRij} < \lambda) \text{ and } (P_{BRR}(t) = P_0) \end{cases} \quad (26)
 \end{aligned}$$

حيث ($\lambda_{RF}, \lambda_{LF}, \lambda_{LR}, \lambda_{RR}$) هي معاملات الإنزلاق الطولي للعجلات، والقيمة ($\lambda = 0.28$) هي القيمة المرجعية لعامل الإنزلاق. نستخدم العلاقات (7,11,12,13,20,21,22,23,26) لكتابة توابع الحالة. فتكون توابع الحالة على النحو الآتي:

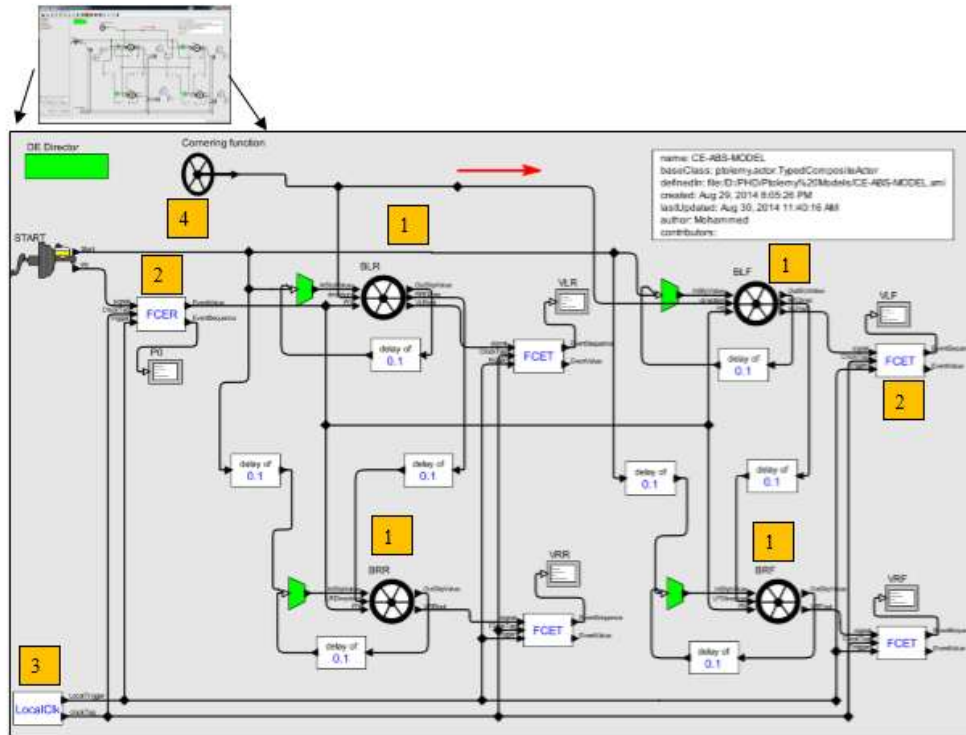
$$\begin{aligned}
 Q_{v_{LF}}(t) &= f_{CEStateLF}(v_{LF}(t), v_{RF}(t), v_{LR}(t), v_{RR}(t), P_B(t)) \\
 Q_{v_{LF}} &= \left[q_{LFij} \right]_{\substack{i=0,1,\dots,S \\ j=0,1,\dots,S}} = \left\{ t_j - t_i : p_{LFij}(t_i) = 0, p_{LFij}(t_i) = 1 \right\}, p_{LFij} \\
 &= \begin{cases} 1 & (\lambda_{LFij} \geq \lambda) \text{ and } (P_{BLF}(t) = P_B) \\ 0 & (\lambda_{LFij} < \lambda) \text{ and } (P_{BLF}(t) = P_0) \end{cases} \\
 Q_{v_{RF}}(t) &= f_{CEStateRF}(v_{LF}(t), v_{RF}(t), v_{LR}(t), v_{RR}(t), P_B(t)) \quad (27) \\
 Q_{v_{RF}} &= \left[q_{RFij} \right]_{\substack{i=0,1,\dots,S \\ j=0,1,\dots,S}} = \left\{ t_j - t_i : p_{RFij}(t_i) = 0, p_{RFij}(t_i) = 1 \right\}, p_{RFij} \\
 &= \begin{cases} 1 & (\lambda_{RFij} \geq \lambda) \text{ and } (P_{BRF}(t) = P_B) \\ 0 & (\lambda_{RFij} < \lambda) \text{ and } (P_{BRF}(t) = P_0) \end{cases}
 \end{aligned}$$

أما توابع الحالة الأخرى ($f_{CEStateRF}, f_{CEStateRR}$) تكتب بنفس الشكل السابق العلاقة (27).

2-تحقيق النموذج

لتحقيق النموذج نستخدم (*Ptolemy II*) وهو إطار برمجي مبني على أساس لغة *Java*، من إنتاج جامعة بركلي [22]. حيث يدرس النمذجة والتصميم المتواقت والزمن الحقيقي والنظم المضمنة. نبين في الشكل (12) النموذج الكامل لنظام الفرملة *ABS* باستخدام (*Ptolemy II*)، حيث يبين الكتل الأساسية للنموذج. يعمل النموذج كنموذج مقاد بالحدث *CE* كتله الأساسية *BLR, BRR, BLF, BRF* والتي تعبر

عن متحولات الحالة للنظام تعمل كنموذج *DT* وهذا ما أطلقنا عليه النمذجة التخالفية.



الشكل (12): نموذج لنظام الفرملة (ABS) باستخدام (Ptolemy II)

الكتلة (BLF) تحتوي على كتلة معادلات الفرق للسرعة الزاوية للعجلة (w_{LF}) و سرعة العربة (v_{LF}) حسب المعادلات (19)(20)(21)، وتضم الكتلة الهيدروليكية ($PressLF$) التي تشرح آلية توليد ضغط وعزم الكبح بحسب العلاقات (22)(23) بالإضافة إلى توليد الأحداث ($reduce$) و ($increase$). تعمل كتل توابع الإرسال والإستقبال ($FCET$, $FCER$) بشكل متشابه بحسب العلاقات (17)(18)، وتعمل كتلة الساعة المحلية ($LocalClk$) على تنظيم عمل توابع الإرسال والإستقبال وفق العلاقة (15). أما الكتلة ($cornering function$) وهي كتلة تم استخدامها لدراسة أداء الفرملة أثناء الإنعطاف.

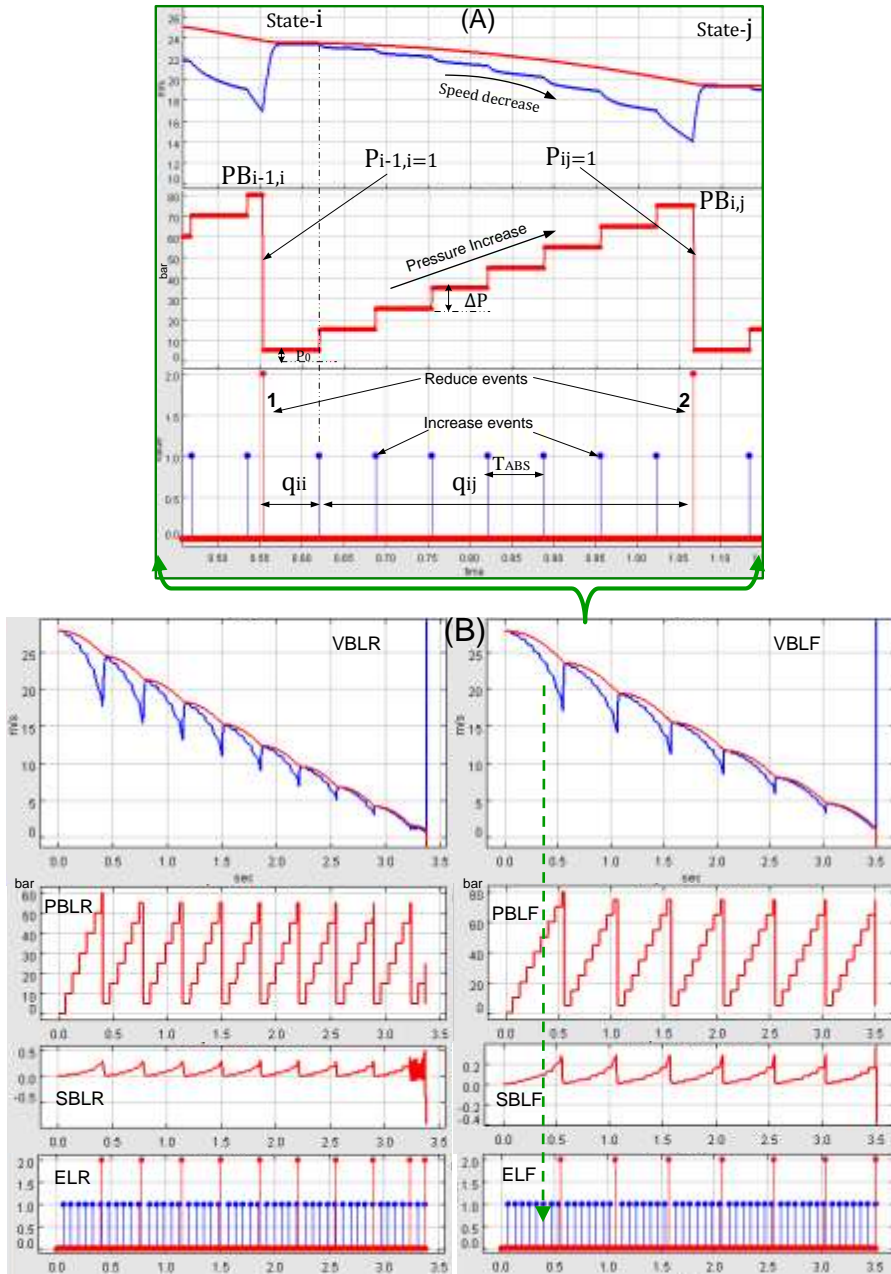
3-إختبار النموذج وتحليل النتائج

الإختبار على النحو التالي: أولاً الإختبار على طريق أسفلي مستقيم (I). ثانياً إختبار تأثير زيادة الضغط البدائي (II).

1. إختبار النموذج على طريق أسفلي مستقيم:

لإختبار النموذج على نظام الفرملة ABS يجب تحديد مواصفات مضخة زيت الفرملة، المضخة تعمل على رفع قيمة ضغط الزيت بمقدار (ΔP_B) في كل مرة يظهر فيها الحدث ($increase$)، وهذه القيمة تضاف إلى الضغط البدائي المقدم من قبل السائق (P_0). بفرض أن ($\Delta P_B = 10 \text{ bar}$) و ($P_0 = 5 \text{ bar}$) وهي قيم تجريبية. إن الحدث ($increase$) يظهر بتردد ثابت (f_{ABS}) بعد كل ظهور للحدث ($reduce$) أي إن النمذجة هنا (DT)، والحدث ($reduce$) مرتبط بقيمة الإحتمال (P_{ij}) أي بالقيمة المرجعية لعامل الإنزلاق بالتالي ظهوره غير منتظم أي إن النمذجة

هنا (CE). نبين في الشكل (13) نتيجة إختبار النموذج على طريق أسفلي جاف، والشكل (A-13) وهو جزء مقتطع من عملية إختبار النموذج على العربة لمتحول الحالة (BLF) يوضح عملية إنتقال متحول الحالة من حالة إلى أخرى، ونبين فيه كيفية الإنتقال من الحالة (1) إلى الحالة (2). نلاحظ أنه في اللحظة ($t = 0.554 \text{ sec}$) يظهر الحدث (reduce 1) وهو بداية الدخول في الحالة (1) يبقى متحول الحالة (BLF) في الحالة (1) حتى أول ظهور للحدث (increase) أي مايعادل ($1/f_{ABS}$)، وعلى اعتبار إن الدور المستخدم في الإختبار ($T_{ABS} = 0.067 \text{ sec}$) أي مايعادل ($f_{ABS} = 15\text{Hz}$).



الشكل(13): نتائج إختبار النموذج على طريق أسفلي مستقيم جاف

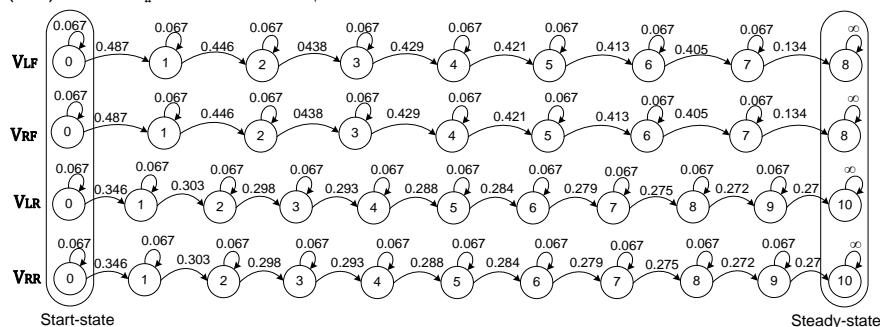
فإن متحول الحالة (*BLF*) يبقى في الحالة (1) لمدة زمنية ($q_{LF11} = 67 \text{ msec}$) أي حتى اللحظة ($t = 0.621 \text{ sec}$). بعد ذلك يبدأ الضغط بالزيادة بمقدار (ΔP_B) ليتم الانتقال إلى الحالة (2)، نلاحظ أن الحدث (*increase*) يظهر سبعة مرات ($n_{LF12} = 7$) لتأمين الضغط اللازم للانتقال إلى الحالة (2)، فإن قيمة الضغط اللازم بحسب قيم الإختبار هو ($P_{BLF12} = 5 + 7 * 10 = 75 \text{ bar}$)، و عند قيمة الضغط هذه يظهر الحدث (*reduce 2*) عندما تصبح قيمة الإحتمال ($P_{LF12} = 1$). بالتالي فإن الزمن اللازم للانتقال من الحالة (1) إلى الحالة (2) هو من اللحظة الزمنية لظهور أول حدث (*increase*) إلى لحظة ظهور الحدث (*reduce 2*) وباعتبار أن أول حدث (*increase*) ظهر في اللحظة ($t = 0.621 \text{ sec}$) والحدث (*reduce 2*) ظهر في اللحظة ($t = 1.067 \text{ sec}$) فإن زمن الانتقال من الحال (1) إلى الحالة (2) لمتحول الحالة (*BLF*) هو ($q_{LF12} = 446 \text{ msec}$).

نتيجة الإختبار السابق نحصل على مصفوفات الانتقال على الشكل الآتي:

$$Q_{V_{LF}} = Q_{V_{RF}} = \begin{bmatrix} 0.067 & 0.487 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.067 & 0.446 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.067 & 0.438 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.429 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.421 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.413 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.405 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \infty \end{bmatrix}$$

$$Q_{V_{LR}} = Q_{V_{RR}} = \begin{bmatrix} 0.067 & 0.346 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.067 & 0.303 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.067 & 0.298 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.293 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.288 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.284 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.279 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.275 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.272 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.067 & 0.27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \infty \end{bmatrix}$$

من مصفوفات الانتقال السابقة نحصل على مخطط الحالة للنظام كما هو مبين في الشكل (14).



الشكل (14): مخطط الحالة على طريق أسفلي مستقيم جاف

النتائج السابقة تحقق شروط ماركوف [3]. بالتالي تصبح العلاقة (8) على الشكل الآتي:

$$p_j(t+h) = p_{j-1}(t)p_{j-1,j}(h) \quad (28)$$

من أجل ($j = 2$) تصبح العلاقة (28) على الشكل الآتي:

$$p_2(t+h) = p_1(t)p_{12}(h)$$

نطبق العلاقة السابقة على متحول الحالة (v_{LF}) الشكل (A-13). عند الزمن ($t = 0.554$) فإن احتمال أن يكون متحول الحالة v_{LF} في الحالة (1) هو احتمال أكيد ($p_1(t) = 1$). بالتالي احتمال أن يكون متحول الحالة (v_{LF}) في الحالة (2) يبقى غير أكيد طالما احتمال الإنتقال $p_{12}(h)$ أصغر من الواحد على النحو الآتي:

$$h < q_{LF_{12}} \Rightarrow p_{12}(h) < 1 \Rightarrow p_2(0.554+h) < 1$$

يصبح احتمال الإنتقال أكيد عندما يصبح عامل الإنزلاق مساوي للقيمة المرجعية ($\lambda = 0.28$) على النحو الآتي:

$$p_{12}(h) < 1 \Leftrightarrow \lambda_{LF_{12}}(h) < 0.28, \quad p_{12}(h) = 1 \Leftrightarrow \lambda_{LF_{12}}(h) = 0.28$$

وعندما تصبح ($h = 0.513$) فإن ($\lambda_{LF_{12}} = 0.28$)، بالتالي يصبح احتمال الإنتقال ($p_{12}(0.513) = 1$)، ومنه

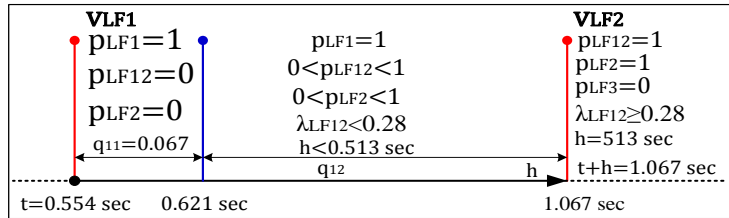
يصح الاحتمال أكيد عند ($t+h = 0.554 + 0.513 = 1.067 \text{sec}$). من السرد السابق نحصل على الآتي:

$$\{p_2(0.554+h) = p_1(0.554)p_{12}(h) < 1\}: p_1(0.554) = 1, p_{12}(h) < 1, h < 0.513$$

$$\{p_2(0.554+h) = p_1(0.554)p_{12}(h) = 1\}: p_1(0.554) = 1, p_{12}(h) = 1, h = 0.513$$

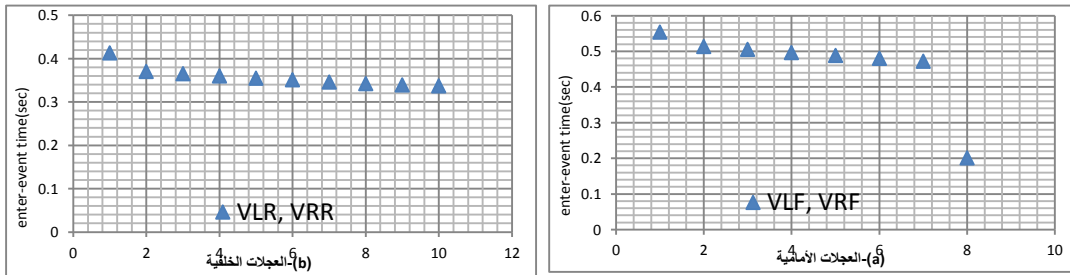
نبين في الشكل (15) كيف يتغير الاحتمال عند الإنتقال من الحالة 1 إلى الحالة 2 بالنسبة لمتحول الحالة

(v_{LF})، وهذا ينطبق على كامل المجال الزمني لجميع حالات متحولات الحالة لأن جميع متحولات الحالة تخضع للعلاقة (28) في الإنتقال من حالة إلى أخرى.



الشكل (15): طريقة تغير الاحتمال عند الإنتقال من حالة 1 إلى 2 لمتحول v_{LF}

الخصائص الثلاثة السابقة التي يتمتع بها النظام هي خصائص النظم الماركوفية، بالتالي يمكن أن نقول إن النظام يتصرف كعملية ماركوفية. لكن السؤال هل يتصرف كنظام ماركوفي توزع الأحداث فيه توزع أسي؟. في النظم الماركوفية المستمرة يتم النظر إلى الأزمنة البينية للأحداث (*inter-event time*) ويتم دراستها إحصائياً عن طريق المعرفة المسبقة لمعدل ورود الحدث.



الشكل (16): الأزمنة البينية على طريق أسفلي مستقيم

في ضوء النتائج التي حصلنا عليها نبين في الشكل (16) توزع الأزمنة البينية لحالات متحولات الحالة للعجلات الأمامية والخلفية. نلاحظ من الشكل (16) إن توزع الأزمنة البينية للأحداث يقترب من التوزع أسي بالنسبة للعجلات الخلفية على كامل المجال الزمني للتوقف، أما العجلات الأمامية فيقترب من التوزع الأسي حتى الحالة (7).

في النظم الماركوفية يعطى تابع التوزع الأسي بالعلاقة الآتية $F_q(t) = Pr[q < t] = 1 - e^{-\beta t}$ وتابع الكثافة الإحتمالي بالعلاقة $f_T(t) = \beta e^{-\beta t}$ حيث $1/\beta$ هو متوسط الزمن البيني للأحداث و q الزمن الفاصل بين حدثين [3]، لدينا من الشكل (15) $(1/\beta = 0.464)$ للعجلات الأمامية، و $(1/\beta = 0.358)$ للعجلات الخلفية. فيكون لدينا تابع الكثافة الإحتمالي للنظام على النحو الآتي:

$$f_q(t) = 2.16e^{-2.16t} \quad \text{العجلات الأمامية}$$

$$f_q(t) = 2.79e^{-2.79t} \quad \text{العجلات الخلفية}$$

للمقارنة بين النتائج التي أعطاها النموذج الشكل (15) مع النتائج التي سنحصل عليها فيما لو نظرنا إلى النظام كنظام تتوزع فيه الأحداث توزع أسي. من الشكل (15) الزمن الفاصل بين الحدثين 1 و 2 لمتحول الحالة v_{LF} هو (0.513 sec) فإذا طبقنا علاقة التوزع الأسي لدراسة احتمال ظهور الحدث للعجلات الأمامية قبل هذا الزمن نحصل على النتائج الآتية:

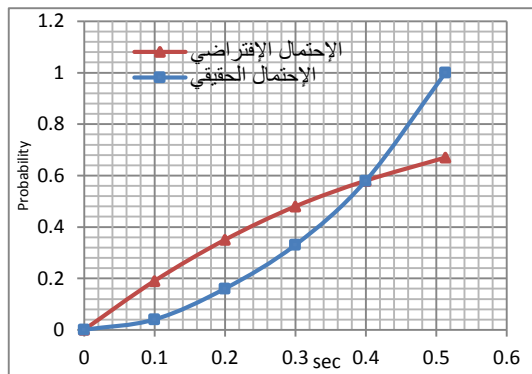
$$h = 0.1 \text{ sec} \Rightarrow Pr[q < 0.1] = 1 - e^{-2.16 \cdot 0.1} = 0.19$$

:

$$h = 0.513 \text{ sec} \Rightarrow Pr[q < 0.513] = 1 - e^{-2.16 \cdot 0.513} = 0.67$$

$$h = 0.6 \text{ sec} \Rightarrow Pr[q < 0.6] = 1 - e^{-2.16 \cdot 0.6} = 0.73$$

إن احتمال ظهور الحدث 2 إنطلاقاً من الحدث 1 يزداد مع إزدياد الزمن حتى القيمة $h = 0.513 \text{ sec}$ وهو الزمن الحقيقي الفاصل بين الحدثين، فإن احتمال ظهور الحدث 2 يصبح (0.67) . عندما تصبح قيمة الزمن $h = 0.6 \text{ sec}$ أي أكبر من الزمن الحقيقي للزمن الفاصل بين الحدثين يصبح احتمال ظهور الحدث (0.73) و هو احتمال كبير و مُرجح.



الشكل (17): مقارنة بين الإحتمال الحقيقي والإفتراضي عند الإنتقال من حالة (1) إلى حالة (2) لمتحول الحالة v_{LF}

النتيجة مقبولة لكن لا يمكن إعتقادها في نظامنا لأن ظهور الحدث (2) هو ظهور حتمي عندما تصبح $h = 0.513 \text{ sec}$ وإلا عدم ظهوره يؤدي إلى فشل نظام الفرملة (ABS) ويتحول إلى نظام فرملة تقليدي لأن عدم ظهور الحدث $(reduce2)$ يؤدي إلى استمرار إزدياد الضغط إلى أعلى قيمة ممكنة وبالتالي توقف العربة بشكل مفاجئ وهذا يؤدي إلى دخول العربة بحالة عدم الإستقرار. الشكل (17) يبين المقارنة بين تغير الإحتمال الحقيقي بحسب نتائج الإختبار (1) وتغير الإحتمال بحسب الحسابات السابقة. بإعادة إختبار النموذج على طريق مستقيم رطبة وتلجية نحصل على النتائج المبينة في الجدول (3).

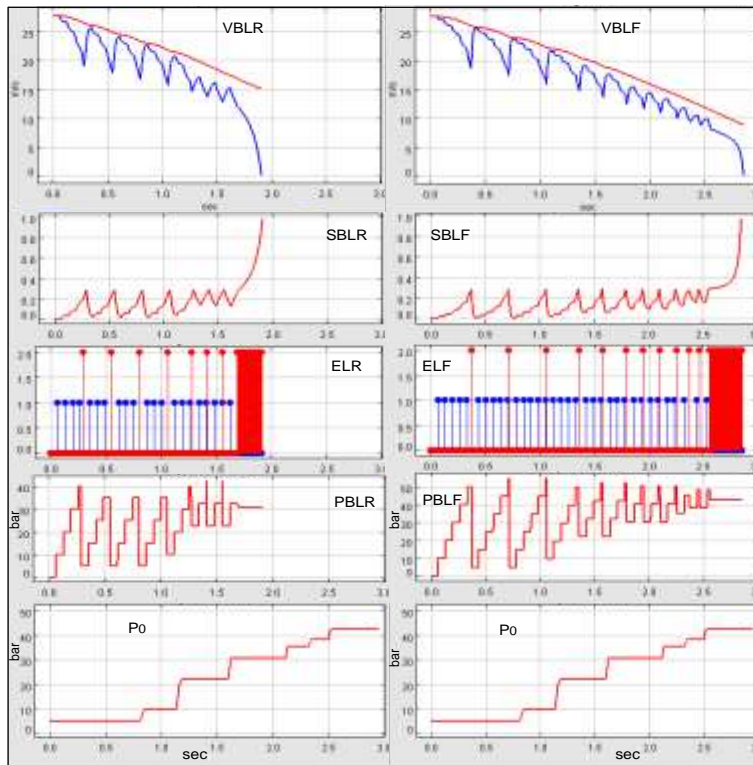
الجدول(3): نتائج الإختبار على طريق مستقيم (جاف و رطب و ثلجي)

ضغط الكبح (bar)		عدد الحالات	الأزمنة البينية (sec)			مسافة التوقف (m)	زمن التوقف (sec)		
min	max		max	min	avrg				
75	80	9	0.554	0.201	0.464	52.2	3.709	BLF, BRF	طريق
55	60	11	0.413	0.337	0.358	48.8	3.578	BLR, BRR	جاف
45	55	19	0.374	0.267	0.316	76.9	5.687	BLF, BRF	طريق
35	40	23	0.291	0.204	0.232	70.6	5.097	BLR, BRR	رطب
25	35	55	0.246	0.136	0.179	124.6	9.831	BLF, BRF	طريق
25	30	59	0.213	0.071	0.140	105.8	8.26	BLR, BRR	ثلجي

نلاحظ الآتي:

1. إزدياد عدد الحالات التي تمر بها متحولات الحالة للنظام مع إزدياد رداثة الطريق.
2. إنخفاض متوسط الأزمنة البينية للأحداث مع إزدياد رداثة الطريق، لكن الزمن اللازم لتوقف العربة يزداد.
3. الدراسة التحليلية للنتائج على طريق مستقيم جاف بحسب الأشكال (A-13) و (15) و العلاقة (28) تنطبق على نتائج الإختبار على طريق رطب و طريق ثلجي.
4. بدراسة الأزمنة البينية للأحداث على طريق مستقيم رطب و ثلجي نلاحظ إن متحولات الحالة تبتعد عن التوزع الأسي مع إزدياد رداثة الطريق، مع وجود تباين واضح بين العجلات الأمامية و الخلفية لسببين:
 - أثناء الفرملة الجزء الأعظمي من وزن العربة ينزاح باتجاه الأمام و يتركز على العجلات الأمامية.
 - إنخفاض عامل الإحتكاك على الطرق الرطبة و الثلجية يؤدي إلى إنخفاض سرعة العجلات بالمقارنة مع سرعة عربة و يظهر هذا الإنخفاض على العجلات الخلفية.

II. إختبار تأثير زيادة الضغط الأولي: نعيد الإختبار على طريق مستقيم رطب لكن في هذه المرة مع زيادة الضغط البدائي (P_0) المقدم من قبل السائق بشكل تدريجي فنحصل على النتيجة المبينة في الشكل(18). قيم الضغط اللازمة لتوليد الحدث (reduce) بحسب الجدول (3) تتراوح بين القيمتين ($P_B = 45 \text{ bar}$, $P_B = 55 \text{ bar}$) للعجلات الأمامية و ($P_B = 35 \text{ bar}$, $P_B = 40 \text{ bar}$) للعجلات الخلفية. إن زيادة الضغط البدائي إلى ($P_0 = 30 \text{ bar}$) للعجلات الخلفية و ($P_0 = 43 \text{ bar}$) للعجلات



الشكل(18): إختبار تأثير زيادة الضغط البدائي على نظام الفرملة ABS

وبالتالي يصبح عدد الحالات كبير جداً لا يمكن التكهّن بعدها، وبالنتيجة تحويل عمل نظام الفرملة (ABS) إلى نظام فرملة تقليدي.

III. القيمة العملية المضافة :

الغاية من نظام ABS هو تخفيض مسافة التوقف مع المحافظة على استقرار العربة أثناء الفرملة. فبالإضافة إلى القيمة البحثية لإستخدام سلاسل ماركوف في النمذجة التخالفية، فإن استخدام ماركوف في نظام ABS له أهمية عملية في تحسين أداء نظام ABS. حيث وكما ذكرنا في ماركوف إن كل حالة تعتمد على التي قبلها، فمهما كانت قيمة السرعة البدائية لحظة تطبيق الفرملة فإن قيمة التوقف (أي السرعة تساوي صفر) فهي تعتمد على الحالة التي تسبقها، لذلك يمكن الحصول على تخفيض أكبر لمسافة التوقف دون أن يتأثر استقرار العربة عند التغيير التدريجي في القيمة ΔP_B بدلاً من أن يكون ثابت على كامل مسافة التوقف، وخاصة إن احتمال عدم الإستقرار العربة ينخفض مع التدرج بالحالات، أي إن استخدام ΔP_B كبير نسبياً بين الحالات الأخيرة يؤدي إلى تخفيض زمن الإنتقال بين الحالات وبالتالي مسافة التوقف، وشيء نفسه ينطبق على السرعة البدائية P_0 . وهذا يحتاج إلى استخدام التحكم التلاؤمي (*adaptive control*) للتحكم بالقيم $(\Delta P_B, P_0)$ بين الحالات مما سيؤدي إلى نتائج عملية كبيرة على مستوى تحسين أداء نظام ABS وخاصة في الطرق الرطبة والتلجية.

الاستنتاجات والتوصيات:

إن تضمين سلاسل ماركوف في النمذجة التخالفية هي حالة دراسية جديدة، والنتائج التي قدمتها نتائج جيدة على مستوى النمذجة التخالفية، بالإضافة إلى استخدام النموذج *DT* ضمن النموذج *CE* يتيح استخدام النموذج *CE* كأداة في نمذجة النظم المضمنة وخاصة النظم الديناميكية التي تبدأ بحالة بدائية وتنتهي بالإستقرار. إن طرح النموذج *CE* بالطريقة السابقة يعطي مرونة في استخدامه كأداة نمذجة فعالة إذ يمكن إضافة أي تابع غرضي إلى النموذج عند الحاجة. إن طبيعة خرج النموذج (مجموعة من التوابع الغرضية) تسهل عملية توزيعه أو تقسيمه عتادياً (*WH*) وبرمجياً (*SW*) بالتالي يمكن استخدامه كنموذج تصميم مشترك (*HW/SW Co-design model*)، بالتالي يكون نواة لنمذجة النظم المضمنة التخالفية ككيان متكامل في الأعمال المستقبلية.

المراجع:

1. B.P.Zeigler; H.Praehofer; T.G.Kim. *Theory of Modeling and simulation/integration discrete event and continuous complex dynamic systems*, 2nd ed. Academic Press 2000. (P75-96) (P137-129), (P233-287).
2. G.A.Wainer. *Discrete-Event Modeling and Simulation/ A Practitioner's Approach*. Taylor & Francis Group 2009. (P1-70).
3. F.L.Severance. *System Modeling and Simulation/an Introduction*. Western Michigan University 2001. (P224-280) (P334-425).
4. T.H.Feng; E.A.Lee; L.W.Schruben. *An Event-Oriented Model of Computing*. University of California at Berkeley 2010. (P1-40).
5. J.C.Eidson; E.A.Lee; S.Matic; S.A.Seshia; J.Zou. *Distributed Real-Time Software for Cyber-Physical Systems*. IEEE 2011. (P1-12).
6. P.Derler; J.C.Eidson; S.Goose; E.A.Lee; S.Matic; M.Zimmer. *Deterministic Execution of Pthreads Programs*. University of California at Berkeley 2013. (P1-15).
7. C.Stergiou; S.Tripakis; E.Matsikoudis; E.A.Lee. *on the Verification of Timed Discrete-Event Models*. University of California at Berkeley 2012. (P1-15).
8. A.Cataldo; E.A.Lee; X.Liu; E.Matsikoudis; H.Zheng. *Discrete-Event Systems: Generalizing Metric Spaces and Fixed-Point Semantics*. University of California at Berkeley 2005. (P1-15).
9. X.Liu; E.Matsikoudis; E.A.Lee. *Modeling Timed Concurrent Systems Generalised Ultrametrics*. University of California at Berkeley 2006. (P1-15).
10. A.D.Ames; H.Zheng; R.D.Gregg; S.Sastry. *Is there Life after Zeno? Taking Executions Past the Breaking (Zeno) Point*. University of California at Berkeley 2006. (P1-6).
11. H.Zheng; E.A.Lee; A.D.Ames. *Beyond Zeno: Get on with it!*. University of California at Berkeley 2006. (P1-15).
12. B.R.Haverkort. *Performance of Computer Communication Systems/ A Model-Based Approach*. Wiley 1998. (P1-63).
13. A.Jantsch. *Modeling Embedded Systems and SoCs/Concurrency and Time in MoC*. Royal Institute of Technology. Stockholm, Sweden 2004. (P47-100).
14. P.P.Chu. *RTL Hardware Design Using VHDL/Coding for Efficiency, Portability and Scalability*. WILEY-INTERSCIENCE 2006. (P603-660).
15. Toyota. LEXUS Technical Trainig. www.toyota.com. accessed 2014.

16. WABCO. *Anti-Lock Braking System (ABS) and Anti-Slip Regulation(ASR)*, 2nd edition. www.wabco-auto.com. Accessed 2014. (P7-10).
17. J.A.Cabrera; A.Ortiz; J.J.Castillo; A.Simon. *A Fuzzy Logic Control for Antilock Braking System Integrated in the IMMA Tire Test Bench*. IEEE 2005.(P1-5).
18. Tianku.Fu. *Modeling and Performance analysis of ABS Systems With Nonlinear Control*. Concordia University Canada 2000. (P110-157).
19. F.Owen. *Modeling of Car Braking with and without ABS*. Cal Poly/Hochschule Munchen. 2012. (P1-6).
20. W.Li. *ABS Control on Modern Vehicle Equipped with Regenerative Braking*; Delft University of Technology 2010.(P21-46).
21. S.S.Rao. *Applied Numerical Methods for Engineers and Scientists*. University of Miami, Coral Gables, Florida 2002. (P)
22. Edward.A.Lee. Ptolemy Project. <http://ptolemy.eecs.berkeley.edu>. accessed 2014.