

A Numerical Study for Predicting the Spread of Marine Pollution Using the Finite Elements Method

Dr. Nisrine Mohamad*

(Received 2 / 1 / 2024. Accepted 19 / 2 / 2024)

□ ABSTRACT □

The phenomenon of pollution in the field of maritime transport is considered one of the most significant topics that drive maritime organizations to set the standards and conditions necessary to reduce its negative effect with the aim of preserving the environment. The predictability of the spread of pollutants in seas allows good control of those. In this study; a numerical model is proposed to solve the differential equations of pollutants diffusion using the finite element method, where the numerical solution of Laplace equation of an irrotational flow is combined with the numerical solution of the diffusion equation, the last one is considered as an unsteady equation, which requires the use of an algorithm to ensure the stability of the numerical solution after taking into account both the boundary and initial conditions. The result of this study allows evaluating the distribution of streamlines within the flow field as well as determining the new coordination of pollutants after a specified period of time, or vice versa, i.e., calculating the time demanded by the pollutant to reach a specific area of the flow.

Keywords: streamlines, pollution diffusion, finite elements, unsteady flow.

Copyright



:Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Associate Professor, Marine Engineering Department, Faculty of Mechanical & Electrical Engineering, Tishreen university, Lattakia, Syria, nisrine.mohamad@live.fr

دراسة رقمية للتنبؤ بانتشار التلوث البحري باستخدام العناصر المنتهية

د. نسرين محمد*

(تاريخ الإيداع 2 / 1 / 2024. قُبِلَ للنشر في 19 / 2 / 2024)

□ ملخص □

تعدّ ظاهرة التلوث في مجال النقل البحري من أهم المواضيع التي تدفع المنظمات البحرية لوضع المعايير والشروط اللازمة للحد من تأثيراتها السلبية بهدف الحفاظ على البيئة، حيث تتيح إمكانية التنبؤ بانتشار الملوثات في البحار التحكم بها والمساهمة في السيطرة عليها، في هذه الدراسة يتم اقتراح موديل رقمي لحل المعادلة التفاضلية لانتشار التلوث باستخدام طريقة العناصر المنتهية، حيث يتم دمج الحل الرقمي لمعادلة لابلاس لتابع التيار لجريان لا تداوري مع الحل الرقمي لمعادلة الانتشار التي تعد معادلة غير مستقرة تتطلب استخدام خوارزمية تضمن استقرار الحل الرقمي، وذلك مع الأخذ بالاعتبار الشروط الحدية والابتدائية على حد سواء، تسمح نتيجة هذه الدراسة بتقييم توزع خطوط التيار ضمن حقل الجريان، وتحديد مكان انتشار التلوث بعد مرور مدة زمنية محددة أو بالعكس أي تحديد الزمن اللازم لوصول التلوث إلى منطقة محددة في مجال الجريان.

الكلمات المفتاحية: تابع التيار، انتشار التلوث، العناصر المنتهية، جريان غير مستقر.

مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص



حقوق النشر

CC BY-NC-SA 04

* أستاذ مساعد - قسم الهندسة البحرية - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية،
nisrine.mohamad@live.fr

مقدمة:

بات التلوث البحري يشكّل مصدر تهديد للبيئة مع تزايد حركة السفن عبر البحار والمحيطات، ويشمل هذا التلوث أنواعاً عديدة منها التلوث بالانسكابات النفطية نتيجة الحوادث المرتبطة بناقلات النفط [1]، وكذلك التلوث بمياه الصابورة [2] [3]، بالإضافة إلى التلوث الناجم عن انبعاث الغازات الناجمة عن عمل محركات السفينة والآلات المساعدة عليها [4] وغير ذلك من مصادر التلوث نتيجة النقل البحري، الأمر الذي دفع بالمنظمات البحرية الدولية إلى أفراد بنود خاصة لضبط التلوث بسبب نشاط السفن مثل الاتفاقية الدولية المعروفة لمنع التلوث الناجم عن السفن (MARPOL) التي تهدف إلى الحفاظ على البيئة البحرية عن طريق القضاء التام على التلوث بالزيت والمواد الضارة الأخرى.

في مجال التلوث الناجم عن الانسكابات النفطية، توجه الباحثون إلى نمذجة عملية انتشار التلوث باستخدام عدة طرائق رقمية كطريقة الفروق المنتهية لحل المعادلة التفاضلية النازمة لانتشار التلوث بتحويلها إلى جملة معادلات جبرية [5]، حيث تم اعتبار سرعة الرياح السبب الرئيسي المحرّض للانتشار، وحديثاً تم التوجّه إلى استخدام تطبيق حاسوبي GNOME لدراسة أثر التيارات المائية في مسار انتشار بقعة من النفط [6]، كما تم محاكاة دور الدوامات المتوسطة الحجم والتيارات الساحلية وتأثيرها على انتشار التلوث باستخدام نموذج COHERENS الرقمي بدقة عالية [7]، ولجأ بعض الباحثين إلى استخدام برنامج FLUENT لدراسة انتشار التلوث [8]، في حين توصل باحثون آخرون إلى ضرورة الدمج بين أمواج السطح الحر والتيارات المحيطية للتنبؤ الأفضل بانتشار التلوث [9].

في هذا البحث سيتم حل معادلة انتقال وانتشار ملوث في مجال جريان غير محدد باستخدام طريقة العناصر المنتهية، وبسبب ارتباط حدود هذه المعادلة بحقل السرعة في الجريان سيتم اقتراح خوارزمية للحل الرقمي، تعتمد هذه الأخيرة على حل معادلة لابلاس النازمة لجريان مائع لا تداوري وغير قابل للانضغاط بشكل مستقل وبطريقة العناصر المنتهية أيضاً وذلك بعد ضبط قيم تابع التيار على حدود المجال بشكل يضمن القيمة العددية للتدفق المعطى، بهدف الوصول إلى تحديد الإحداثيات الزمانية والمكانية لانتشار الملوث.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمّن أهمية البحث في مساهمته في تحديد مناطق انتشار التلوث البحري الناجم عن تسرب كميات من النفط وغيرها من الملوثات عن طريق التنبؤ بالإحداثيات الزمانية والمكانية التي سيصل إليها التلوث، وبالتالي إمكانية اتخاذ التدابير المناسبة في مواقع جغرافية محددة من مجال الجريان، وتتمحور أهداف البحث حول حل معادلة لابلاس النازمة لجريان لا تداوري لمائع غير قابل للانضغاط باستخدام طريقة العناصر المنتهية، ومن ثم اعتبار قيم تابع التيار بارامتر دخل في معادلات الانتشار والانتقال بشكلها التكاملي والتي يتم حلها أيضاً بطريقة العناصر المنتهية استناداً إلى نفس شبكة العناصر المستخدمة في موديل الجريان الرقمي.

طرائق البحث ومواده:

يعتمد هذا البحث المنهج التحليلي الرياضي في دراسة جريان لا تداوري لمائع غير قابل للانضغاط باستخدام طريقة العناصر المنتهية التي تم توليدها باستخدام برنامج (208) gms، حيث يتم الربط بين حقل السرعة ومعادلة الانتشار والانتقال للملوث التي يتم حلها أيضاً باستخدام طريقة العناصر المنتهية بعد الأخذ بالاعتبار لمصفوفة الكتلة التي

تتضمن التحليل الرقمي للحد غير المستقر في المعادلة، وذلك بهدف إيجاد خوارزمية تنبؤية لتحديد الإحداثيات الزمانية والمكانية للملوث بعد انتشاره.

الموديل الفيزيائي وفرضياته:

إن معادلة الانتقال والانتشار هي المعادلة الناظمة لانتشار تركيز محدد من التلوث وفق الإحداثيات الزمانية والمكانية وتعد هذه المعادلة الأساس التي بنيت عليه كافة الموديلات الرقمية التي تتناول مسألة انتشار الملوثات وتعطى بالشكل الآتي [5]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \vec{q} - f_v = 0, \quad \forall (x, y) \in A, \quad t > 0 \quad (1)$$

حيث إن:

$C(x, y, t)$ تركيز الملوث بـ kg لكل $1m^3$ من الماء.

\vec{q} : التدفق الكتلي الذي يعبر وحدة المساحة بوحدة $kg / m^2 \cdot s$

f_v : مصادر مولدة أو ساحة للتدفق في المجال المدروس واحدها $kg / m^3 \cdot s$

A : مساحة المسطح المائي المدروس و dA حدود المجال (المسطح المائي).
علماً أن q يعطى بالعلاقة الآتية:

$$\vec{q} = -k \vec{\nabla} C + \vec{V} \cdot C \quad (2)$$

حيث إن k معامل الانتشار وواحدته m^2/s

\vec{V} : حقل السرعة المحلي للجريان وله مركبتان، $\vec{V} = u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j}$ ، واحده m/s

يتضمن تدفق الملوث حدين هما حد الانتقال وحد الانتشار الجزئي، وباعتبار أن المجال المدروس لا يتضمن مولد إضافي للتدفق ولا يوجد في الجملة ضياع في التدفق لذلك يمكن اعتبار الحد $f_v = 0$

تكتب معادلة الانتشار والانتقال لموديل ثنائي البعد ممثلاً بالمسطح الحر لمجال الجريان على الشكل الآتي:

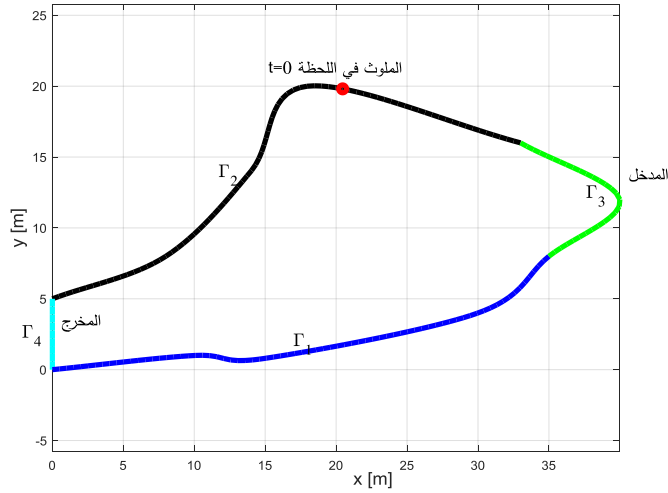
$$\frac{\partial C}{\partial t} - k \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} = 0, \quad \forall (x, y) \in A, \quad t > 0 \quad (3)$$

يتم حل هذه المعادلة مع الأخذ بالاعتبار لشرط الانعكاس وعدم النفوذية للملوث:

$$\vec{V} C \cdot \vec{n} = 0, \quad \forall (x, y) \in A, \quad t > 0 \quad (4)$$

هذا الشرط قابل للتطبيق على كامل حدود المجال، ويعبر عن عدم إمكانية تجاوز الملوث أثناء انتشاره حدود المسطح المائي، ويمكن اعتماد هذا الشرط طالما لم يتجاوز الملوث مدخل الجريان أو مخرجه.

يضاف إلى المعادلة (3) الشرط الابتدائي $C(x_0, y_0, t = 0) = C_0$ الذي يعبر عن وجود ملوث محلي في نقطة أو عدة نقاط محددة من المجال المدروس كما هو مبين في الشكل (1).



الشكل 1: مجال الجريان في جزء من مسطح مائي عشوائي الشكل وتوضع التلوث في اللحظة $t=0$

الموديل الرياضي لحساب حقل السرعة في المجال المدروس:

بهدف تبسيط الدراسة يتم فصل دراسة انتشار وانتقال الملوث عن حقل السرعة، وهذه الفرضية تؤدي إلى إهمال تأثير الملوث على حقل السرعة الذي يمكن اعتباره مستقراً بشرط أن تكون الشروط المؤدة للجريان مستقرة بدورها. تمثل مركبات شعاع السرعة $u(x, y, t)$ و $v(x, y, t)$ بارامترات دخل لمرحلة دراسة انتقال الملوث، ولحساب حقل السرعة في الجريان يتم اعتماد الفرضيات التالية على اعتبار أن الماء هو مائع غير قابل للانضغاط لزوجته منخفضة نسبياً:

- الجريان غير قابل للانضغاط وبالتالي فإن معادلة الاستمرار تكتب على الشكل الآتي:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

- المائع مثالي (إهمال تأثير اللزوجة)، ويعبر هذا الشرط عن دوران معدوم لشعاع السرعة حول المحور الناظم على مستوى مجال الجريان ويترجم هذا الشرط بالعلاقة الآتية:

$$\text{rot}(\vec{v}) \cdot \vec{z} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

يمكن القول أن حقل شعاع السرعة يُشتق من مقدار سلمي هو تابع التيار $\psi(x, y)$ ، ومعرفة تابع التيار هذا تسمح باستنتاج حقل أشعة السرعة في كل نقطة من الجريان باستخدام العلاقات التالية [10]:

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (7)$$

بتعويض المعادلة (7) في المعادلة (6) نحصل على:

$$\Delta \psi(x, y) = 0 \quad (8)$$

في الجريان المستقر تنطبق خطوط التيار على الخطوط المتساوية القيمة لتابع التيار $\psi = cte$ ، يمكن الاستناد إلى المعادلة (8) لاستنتاج الشروط الحدية للجريان على حدود المجال المدروس التي تفصل بين مدخل ومخرج الجريان

نظراً إلى أن خط التيار منطبق على حدود المجال على اعتبار أن هذه الحدود غير نفوذة للسائل؛ أي أن جزيء السائل الموجود على حدود المجال سينطبق مساره على حدود المجال، فيمكن فرض قيمة ثابتة لتابع التيار على أحد حدود المجال (Γ_2) ومن ثم استنتاج السرعة على حدود المجال المقابلة له (Γ_1) الموضحة في الشكل (1).

يوافق كل تدفق محدد في مدخل الجريان أو مخرجه تغيير في قيمة تابع التيار، وبالتالي فإن قيمة تابع التيار المفروضة ليس لها أية أهمية كقيمة عددية بحد ذاتها وإنما الدور الأساسي سيكون لتغير هذه القيمة، واستناداً إلى ذلك يمكن فرض قيمة معدومة لتابع التيار على أحد حدود المجال (باستثناء المخرج والمدخل)، ومن ثم استنتاج قيمة تابع التيار على حدود المجال الأخرى كتابع للتدفق الموافق لمدخل ومخرج الجريان.

من العلاقة (7) يمكن أن نكتب:

$$u \cdot \vec{n} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{L} \quad (9)$$

تحسب السرعة وفق المحور الأفقي عند مدخل الجريان Γ_1 من علاقتها بالتدفق ومساحة المقطع (معادلة انحفاظ التدفق):

$$u \cdot \vec{n} = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{H \times L} \quad (10)$$

حيث إن:

Q : التدفق الحجمي عند مدخل الجريان واحدته m^3/s .

L : عرض مجال الجريان عند مقطع الدخول.

H : هو ارتفاع الماء عند مدخل الجريان حيث إن دراسة انتشار الملوث تتم على مستوى السطح الحر في المستوي (x, y) ، ولكن التدفق المائي في مجال الجريان يشمل المستوي (y, z) المتعامد مع السطح الحر عند مدخل الجريان حيث يكون الارتفاع H محمول على المحور z .

ψ_1 و ψ_2 : قيم تابع التيار المفروضة عند الحدود التي تحصر بينها مدخل الجريان ذا المقطع S .

الموديل الرقمي:

استخدم طريقة الرواسب الترجيحية للحصول على التعبير الرياضي الضعيف لمعادلة لابلاس لتابع التيار: لحساب توزيع حقل السرعة في مجال الجريان، نكتب التعبير الرياضي الضعيف لمعادلة لابلاس لتابع التيار وفق الآتي [11]:

$$\iint_{\Omega} \delta \psi^*(x, y) \Delta \psi^*(x, y) dx = 0 \quad (11)$$

حيث إن $\delta \psi^*(x, y)$ تابع تجريبي لتابع التيار.

ψ^* : الحل التقريبي لتابع التيار الذي يعد مجهولاً.

التكامل بالتجزئة يُعطي:

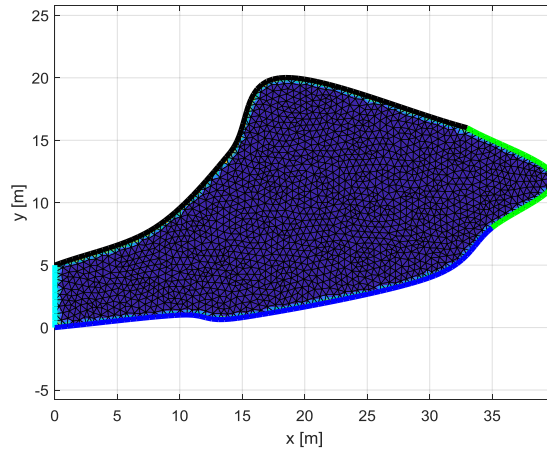
$$W_{\psi} = - \oint_{\partial A} \partial \psi^*(x, y) \vec{\nu} \psi^*(x, y) \vec{n} ds + \iint_A \vec{\nu} \partial \psi^*(x, y) \vec{\nu} \psi^*(x, y) dx dy = 0 \quad (12)$$

علماً أنه:

- يمكن اعتبار التابع التجريبي يساوي الصفر على حدود المجال باستثناء مقطع الدخول والخروج.
- يمكن اعتبار الحد $-\oint_{\partial A} \partial \psi^*(x, y) \vec{v} \psi^*(x, y) \vec{n} ds$ معدوماً في حال تم فرض تعامد شعاع السرعة المحلي مع مقطع الدخول، وفي هذه الحالة يكون:

$$\vec{v} \psi^*(x, y) \vec{n} = 0 \quad (14)$$

يعبر هذا الشرط عن انعدام قيمة المركبات المماسية لحقل السرعة عند مدخل ومخرج المجال. يتم تجزئة المجال إلى عناصر منتهية، حيث إن العناصر المنتهية التي تم استخدامها لحل معادلات الجريان هي عناصر مثلثية الشكل مؤلفة من ثلاث عقد وهي نفس العناصر التي سيتم استخدامها في معادلات الانتقال والانتشار كما هو مبين في الشكل (2).



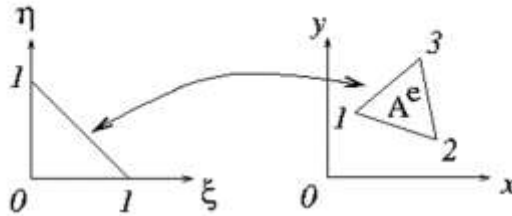
الشكل 2: شبكة من العناصر المنتهية مثلثية الشكل

لتسهيل حساب المصفوفات العنصرية يتم الانتقال إلى تعريف العنصر المرجعي، وتتطلب عملية الانتقال من عنصر حقيقي إلى عنصر مرجعي عملية تغيير في المتحولات لحساب التكاملات كما هو مبين في الشكل (3).

$$\iint_{x, y} f(x, y) dx dy = \iint_{\xi, \eta} f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) |J| d\xi d\eta \quad (13)$$

علماً أن مصفوفة جاكوبيان تعطى وفق ما يلي:

$$[J] = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \quad (14)$$



الشكل 3: الانتقال من العنصر المثلثي إلى العنصر المرجعي [11]

يتم كتابة المعادلة (13) كمجموع للتكاملات العنصرية على مستوى العناصر المنتهية وفق ما يلي:

$$W_{\Psi} = \sum_{e=1}^{nelt} W_{\Psi}^e = 0 \quad (15)$$

يؤدي تغيير المتحول للوصول إلى العنصر المرجعي إلى العلاقة الآتية:

$$W_{\psi}^e = \iint_{A^e} \vec{\nabla} \psi^*(x, y)^T \vec{\nabla} \psi^*(x, y) dx dy$$

$$= \iint_{\xi, \eta} \vec{\nabla} \psi^*(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))^T \vec{\nabla} \psi^*(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) |J| d\xi d\eta \quad (16)$$

حيث إن:

$$\psi^*(\xi, \eta) = \langle N_1(\xi, \eta) \quad N_2(\xi, \eta) \quad N_3(\xi, \eta) \rangle \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

توابع الشكل للعنصر المرجعي تعطى بالعلاقة:

$$N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta, \quad N_2(\xi, \eta) = \xi, \quad N_3(\xi, \eta) = \eta \quad (18)$$

$$\psi^*(\xi, \eta) = \langle 1 - \xi - \eta \quad \xi \quad \eta \rangle \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix}$$

حساب الحد $\vec{\nabla} \psi^*(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ في المعادلة (16):

$$\vec{\nabla} \psi^*(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi^*}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

حيث إن:

$$[j] = [J]^{-1} = \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial \xi} = -1 \times \psi_1 + 1 \times \psi_2 + 0 \times \psi_3$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} = -1 \times \psi_1 + 0 \times \psi_2 + 1 \times \psi_3$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi^*}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \psi^*}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

بتعويض المعادلة (20) والمعادلة (21) في المعادلة (19):

تُعطى مصفوفة التدرج بما يلي:

$$[B] = \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

وبالتالي يصبح تدرج تابع التيار:

$$\{\vec{\nabla} \psi^*\} = [B] \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

نعوض المعادلة (22) في المعادلة (16):

$$W_{\psi}^e = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \langle \partial\psi^*_1 \quad \partial\psi^*_2 \quad \partial\psi^*_3 \rangle [B]^T [B] \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} 2A^e d\xi d\eta \quad (23)$$

$$[K_{\psi}^e] = A^e [B]^T [B] \quad (24)$$

تصبح المعادلة (23):

$$W_{\psi}^e = \langle \partial\psi^*_1 \quad \partial\psi^*_2 \quad \partial\psi^*_3 \rangle [K_{\psi}^e] \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

بعد مرحلة التجميع نحصل على جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$W = \sum_{e=1}^{nelt} W_{\psi}^e = \langle \partial\psi \rangle [K_{\psi}] \{\psi\} = 0 \quad (26)$$

حيث إن:

$[K_{\psi}]$ مصفوفة الصلابة الكلية لمعادلة لابلاس لتابع التيار في الإحداثيات المرجعية.

$\{\psi\}$ قيم تابع التيار في كل عقد المجال.

$\langle \partial\psi \rangle$: قيم التابع التجريبي على كامل عقد المجال.

$nelt$: عدد العناصر الكلي.

بعد حل جملة المعادلات (26)، وحساب قيمة تابع التيار عند كل عقدة من عقد المجال المدروس، يتم حساب حقل

السرع لكل عنصرٍ منتهٍ بالمعادلة (22) بعد تعويض المعادلة (7) فيها ليصبح:

$$\begin{Bmatrix} -v \\ u \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$[B]$

التقريب الرقمي باستخدام طريقة العناصر المنتهية لمعادلة الانتقال والانتشار:

يتم حل المعادلات التفاضلية النازمة لمعادلة الانتقال والانتشار للملوث المبين في الشكل (1) والمعطاة بالعلاقة (1) باستخدام طريقة العناصر المنتهية، ويكتب التعبير الرياضي الضعيف بعد الأخذ بالاعتبار للشروط الحدية وفق الآتي [11]:

$$\int_{dA} \psi_c \frac{\partial C}{\partial t} dx dy + \int_A \bar{\nabla} \psi_c (k \bar{\nabla} C - \bar{V} \cdot C) dx dy - \int_{dA} \psi_c k (k \bar{\nabla} C - \bar{V} \cdot C) \bar{n} = 0 \quad (28)$$

$$\forall (x, y) \in A, t > 0$$

ψ_c : تابع تجريبي لا على التعيين يتعلق بانتشار الملوث.

A : مساحة سطح المجال المدروس.

dA : حدود مجال الجريان.

يتم تجزئة المجال إلى عناصر مثلثية الشكل وهي نفس العناصر المعتمدة في حل معادلات الجريان والمبينة في الشكل (2).

$$W_C = \sum_{e=1}^{nelt} W_C^e = 0$$

$$W_c^e = \langle \psi_c \rangle \left([M_c^e] \{ \dot{C}^e \} + ([K_\psi^e] + [K_c^e]) \{ C^e \} \right) \quad (29)$$

حيث إن:

$[M_c^e]$ مصفوفة الكتلة الموافقة للحد غير المستقر لتركيز الملوّث وتعطى وفق الآتي [12]:

$$[M_c^e] = \frac{A_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$[K_c^e]$: مصفوفة الصلابة العنصرية للملوّث في معادلة الانتقال وتم حسابها بدلالة المصفوفة $[B]$:

$$[K_c^e] = \frac{A_e}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \langle \psi \rangle [B]^T \begin{bmatrix} < B(2, [1,2]) > \\ - < B(1, [1,2]) > \end{bmatrix} \quad (31)$$

$[K_\psi^e]$: مصفوفة الصلابة العنصرية لمعادلة جريان لابلاس في الإحداثيات المرجعية.

$\langle \psi \rangle$: قيم تابع التيار التي تم الحصول عليها بعد حل معادلة لابلاس الناظمة للجريان غير القابل للانضغاط.

في نهاية مرحلة التجميع نحصل على جملة المعادلات الجبرية الآتية:

$$W_C = \sum_{e=1}^{nelt} W_C^e = \langle \psi_c \rangle ([M_c] \{ \dot{C} \} + ([K_\psi] + [K_c]) \{ C \}) = 0 \quad (32)$$

$\{ \dot{C} \}$: مشتق تركيز الملوّث.

النتائج والمناقشة:

الشروط الحدية التي تم فرضها لحل معادلة لابلاس:

كما ذكر سابقاً يمثل q التدفق الكتلي في وحدة المساحة وهو ناتج عن ضرب قيمة التدفق الحجمي q_v بالكتلة الحجمية

للماء وبفرض قيمة هذا الأخير عند مدخل مجال الجريان تساوي $q_v = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ ، يمكن حساب السرعة عند

مدخل الجريان من معادلة انحفاظ التدفق وذلك عند ارتفاع ماء يساوي $h = 8 \text{ m}$ بدلالة L عرض مجال الجريان

بالعلاقة:

$$q_v = v \times h \times L$$

فتكون قيمة السرعة الناظمة على مقطع الجريان وهي المركبة $v(x, y)$:

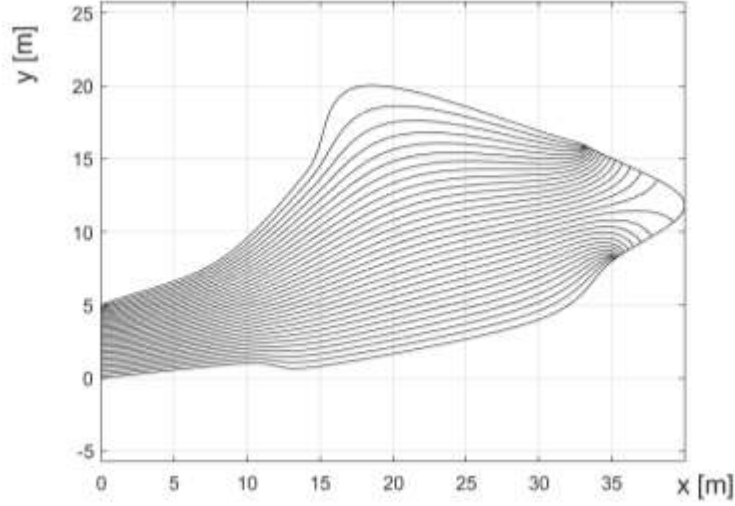
$$v = 100 / (8 \times L)$$

من المعادلة (7) وبفرض $\psi_1 = 0 \text{ m}^2/\text{s}$ على الحد Γ_1 ، يمكن تحديد قيمة ψ_2 على الحد Γ_2 كما يلي:

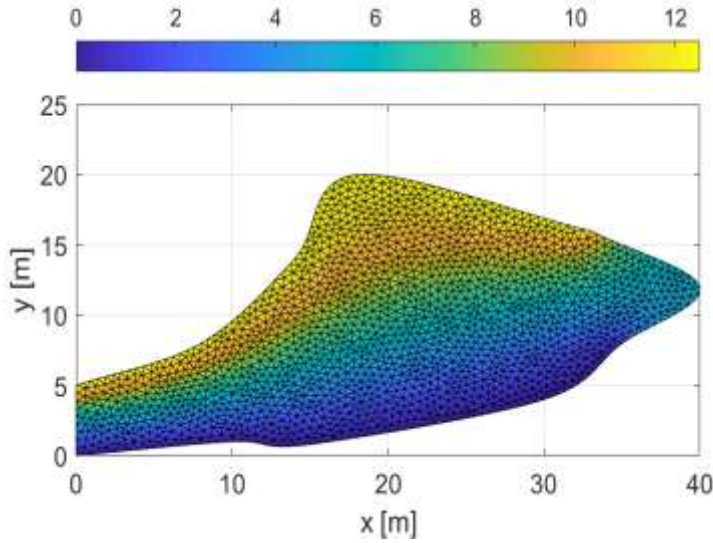
$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\psi_2 - \psi_1}{L} \Rightarrow \psi_2 - \psi_1 = -v \times L$$

$$\Rightarrow \psi_2 = (100/(8 \times L)) \times L = -12.5 \text{ m}^2/\text{s}$$

يبين الشكل (3) توزع خطوط التيار في مجال الجريان في مستوي السطح الحر (x,y)، حيث يُلاحظ انطباق خطوط التيار على حدود المجال المدروس، كما يُلاحظ أيضاً تقارب في خطوط التيار عند مخرج الجريان، وهذا يؤكد صحة الحل الرقمي حيث أنه مع تضيق مقطع الخروج تزداد السرعة وبالتالي تتقارب خطوط التيار.



الشكل 3: توزع خطوط التيار في مجال الجريان



الشكل 4: قيم تابع التيار في مجال الجريان

يبين الشكل (4) القيم العددية لتابع التيار في عقد العناصر المنتهية، حيث يوضح هذا الشكل تباين هذه القيم ضمن المجال [0,12.5]:

$$\psi_2 = 12.5 \text{ m}^2/\text{s} \text{ و } \psi_1 = 0 \text{ m}^2/\text{s}$$

بفرض:

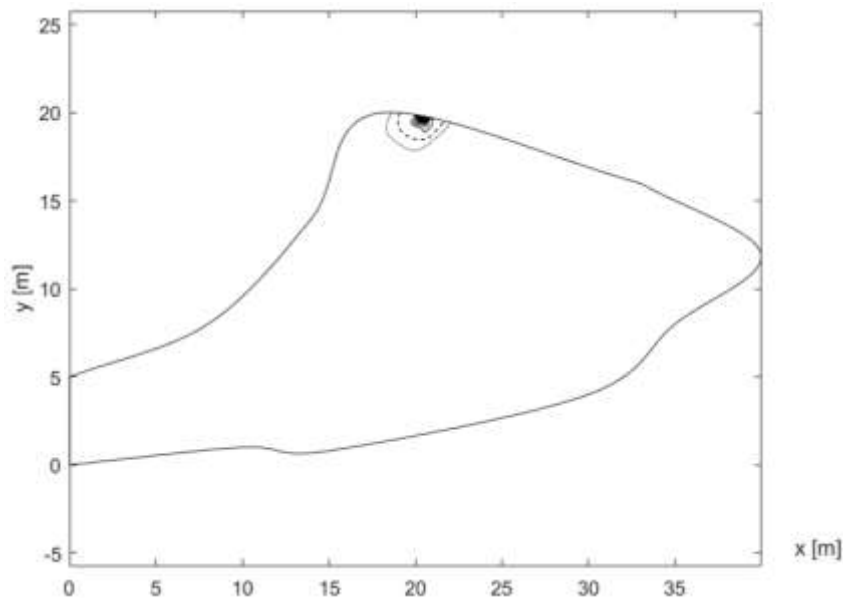
1- تركيز الملوث في العقدة المشار إليها $C(20,20, t = 0) = 0.01$ بوحدة kg لكل 1m^3 من ماء

2- الخطوة الزمنية لدراسة انتقال وانتشار الملوّث: $dt = 0.01 s$

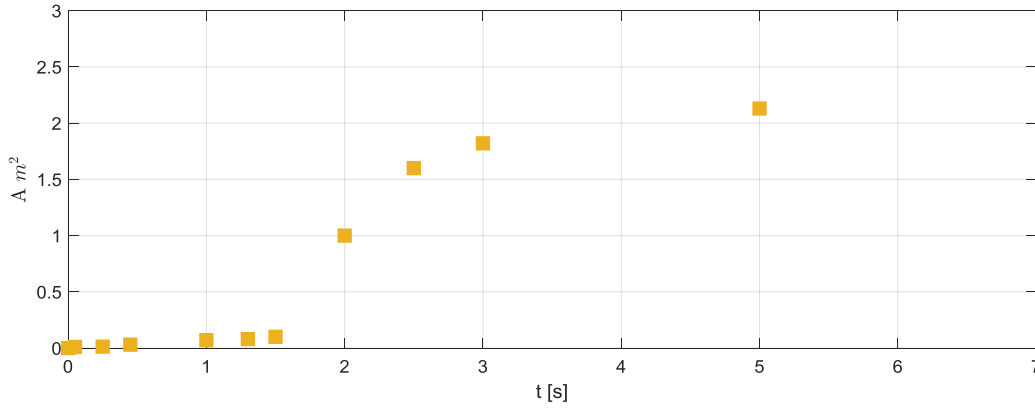
3- معامل الانتشار: $K = 1 m^2/s$

استغرق الزمن الحسابي مدة طويلة لكل خطوة زمنية على الرغم من أن كثافة الشبكة لم تكن عالية، وذلك بسبب ضرورة اعتماد قيم منخفضة للخطوة الزمنية بهدف الحفاظ على استقرار الحل الرقمي كون التقريب المتبع للحد الزمني كان من النوع الصريح أي أن البارامترات الحسابية تم أخذها بالاعتبار في لحظة زمنية محددة t^n وليس الضمني كأن تتضمن المعادلة بارامترات حسابية في اللحظات الزمنية t^{n+1} و t^n .

يبين الشكل (5) انتشار الملوّث بعد فرض تركزه في نقطة محددة من حدود المجال المدروس والمبينة في الشكل (1)، وذلك بعد مدة زمنية محددة بعدد خطوات زمنية يوافق 50 خطوة بحيث يكون الفاصل الزمني الذي يضمن استقرار الحل الرقمي يعادل 0.01 ثانية. تسمح خوارزمية الحل المقترحة التنبؤ بالإحداثيات الزمانية والمكانية لانتشار الملوّث، الأمر الذي يلعب دوراً كبيراً في تجنب عملية الانتشار والانتقال، وذلك من خلال اتخاذ التدابير والإجراءات الوقائية في الأماكن المتوقع وصول التلوّث إليها وفي التوقيت المناسب وهنا تكمن أهمية هذا البحث، كما وتم تمثيل المساحة التي يغطيها التلوّث كتابع للزمن اعتباراً من نقطة محددة بالإحداثيات (20,20) في الشكل 6 بعدد خطوات يكافئ 500 خطوة عند اللحظات الزمنية الموافقة لـ $t=[0, 0.05, 0.25, 0.45, 1, 1.3, 1.5, 2, 2.5, 3, 5]$



الشكل 5: انتشار الملوّث بعد 50 خطوة زمنية



الشكل 6: المساحة الملوثة من المسطح المائي كتابع للزمن اعتباراً من الإحداثي (20,20)

الاستنتاجات والتوصيات:

في هذا البحث تم حل معادلة انتقال وانتشار ملوث في مجال جريان غير محدد باستخدام طريقة العناصر المنتهية، وبسبب ارتباط حدود هذه المعادلة بحقل السرعة في الجريان فقد تم اقتراح خوارزمية للحل الرقمي، تعتمد هذه الأخيرة على حل معادلة لابلاس الناظمة لجريان مائع لا تداوري غير قابل للانضغاط بشكل مستقل وبطريقة العناصر المنتهية أيضاً بعد ضبط قيم تابع التيار على حدود المجال بشكل يؤمن القيمة العددية للتدفق المعطى، وبالتالي يمثل حل معادلة الجريان بارامترات الدخل لمعادلة انتشار وانتقال الملوث الذي تم فرض توضع على حدود مجال الجريان وبتركيز محدد. بينت نتائج الحل الرقمي إحدائيات الملوث بعد مدة زمنية محددة بعدد خطوات زمنية يوافق 50 خطوة بحيث يكون الفاصل الزمني الذي يضمن استقرار الحل الرقمي يعادل 0.01 ثانية. يمكن القول إن خوارزمية الحل المقترحة في هذا البحث يمكن الاعتماد عليها في دراسة انتشار تلوث بقع النقاط في المجال البحري للتنبؤ بالإحداثيات الزمانية والمكانية التي يتوقع وصول التلوث إليها، الأمر الذي يساهم في وضع آليات المعالجة في أماكن محددة، حيث تم بناء الخوارزمية بقوالب برمجية منفصلة تتيح إمكانية التعديل بدءاً من خوارزمية توصيف الشكل الهندسي إلى خوارزمية الحل الزمني التي تتيح إمكانية التعديل في توصيف نقاط تركيز التلوث. من توصيات هذا البحث الأخذ بالاعتبار للتيارات المائية وأمواج السطح الحر واعتماد معادلات نافيه ستوكس في حل معادلات الجريان.

References:

- [1] CHEN, J., ZHANG, W., WAN, Z., LI, S., HUANG, T., FEI, Y., *Oil spills from global tankers: Status review and future governance*, Journal of Cleaner Production, Volume 227, Pages 20-32, 2019.
- [2] KURNIAWAN, S., PAMBUDI, D., AHMAD, M., ALFANDA, B., IMRON, M., SHEIKH ABDULLAH, S., *Ecological impacts of ballast water loading and discharge: insight into the toxicity and accumulation of disinfection by-products*, Heliyon, Volume 8, Issue 3, 2022.
- [3] JINGGUO, Y., *The Pollution of Ships' Ballast Water to the Marine Environment and Countermeasures*, 4th International Conference on Machinery, Materials and Computing Technology, ICMMCT 2016.

- [4] AAKKO-SAKSA, P., LEHTORANTA, K., KUITTINEN, N., JÄRVINEN, A., JALKANEN, J., *Reduction in greenhouse gas and other emissions from ship engines: Current trends and future options*, Progress in Energy and Combustion Science, Volume 94, 2023.
- [5] CUESTA, I., GRAU, F.X., GIRALT, F., *Numerical Simulation of Oil Spills in a Generalized Domain*, Oil & Chemical Pollution, Volume 7, 143-159, 1990.
- [6] ELIZARYEV, A., MANIAKOVA1, G., LONGOBARDI, A., KHAKIMOV, R., *Numerical simulation of oil spills based on the GNOME and ADIOS*, International Journal of Engineering & Technology, volume 7, 24-27, 2018.
- [7] MEHRFAR, H., RAEISI, A., TORABI AZAD, M., REISOSADAT, S. M. R., *Numerical study of the effects of coastal currents and meso-scale eddies on the spread of pollution in the Persian Gulf*, International Journal of Environmental Science and Technology, volume 20, 7099–7116 ,2023.
- [8] QI, H. B., LIU, Y., WU, G. Z., LI, D., & LIU, J. *Numerical Simulation of Multiphase Flow Pollutants during Migration Process in Buried Oil Pipeline Leakage*. In Applied Mechanics and Materials Vols. 675–677, pp. 359–362, 2014.
- [9] VARLAMOV, S. M., YOON, J.-H., HIROSE, N. ET AL., *Simulation of the Oil Spill Processes in the Sea of Japan with Regional Ocean Circulation Model*, J. Marine Sci. Technol., No. 4, 94–107, 1999.
- [10] MOHAMAD, N. Fluid Mechanics, Directorate of Books and Publications, Tishreen university, 2021.
- [11] DHATT, G., TOUZOT, G., LEFRANÇOIS, E. Finite Element Method, Lavoisier, Paris, 2005.