

Generating a Dynamic Mesh by Simulation the Behaviour of Deformable Material using a Virtual Mesh

Dr. Nisrine Mohamad*

(Received 25 / 3 / 2024. Accepted 10 / 6 / 2024)

□ ABSTRACT □

The suitability of a mesh for a dynamic motion of bodies is of paramount importance, where researchers in the field of numerical solutions of flow equations can simulate the movement of bodies underwater in a realistic manner. In this research, a dynamic mesh has been generated by approximating the motion of the finite elements mesh with the behaviour of a deformable material subjected to deformations. The displacement of the moving body at each time step serves as the boundary conditions that cause the finite elements mesh to move without deforming its shape. This method relies on dividing the computational domain into a limited number of finite elements with large geometric dimension, subjecting these elements to displacements and projecting the coordinates of the finite elements within the large elements; after the latter have undergone the displacement. Finally, this approach has contributed efficiently to conserving the quality of the mesh during the body motion.

Keywords: Dynamic Mesh - Finite Elements - Virtual Mesh - Projection – Simulating Deformable Body.

Copyright



:Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Associate Professor, Marine Engineering Department, Faculty of Mechanical & Electrical Engineering, Tishreen university, Lattakia, Syria. nisrine.mohamad@live.fr

توليد شبكة عناصر منتهية ديناميكية بمحاكاة الشبكة لسلوك المادة القابلة للتشوه وإزاحة شبكة عناصر افتراضية

د. نسرين محمد*

(تاريخ الإيداع 25 / 3 / 2024. قُبل للنشر في 10 / 6 / 2024)

□ ملخص □

إن ملاءمة شبكة العناصر المنتهية للحركة الديناميكية للأجسام موضوع بالغ الأهمية، حيث يمكن الباحثين في مجال الحلول الرقمية لمعادلات الجريان من محاكاة حركة الأجسام المتحركة تحت الماء بشكل يقارب الواقع. في هذا البحث تم توليد شبكة ديناميكية عن طريق مقارنة حركة شبكة العناصر المنتهية بسلوك مادة لدنة تخضع لتشوهات، وتكون إزاحة الجسم المتحرك عند كل خطوة زمنية بمثابة الشروط الحدية التي تسبب حركة شبكة العناصر المنتهية دون حصول تشوه في شكل العنصر المنتهي. تعتمد هذه الطريقة على تقسيم المجال إلى عناصرٍ منتهية محدودة العدد بأبعادٍ هندسيةٍ كبيرة، ومن ثم خضوع هذه العناصر للتشوهات، لتكون الخطوة التالية إسقاط إحداثيات العناصر المنتهية الحقيقية صغيرة الحجم ضمن العناصر الكبيرة بعد خضوع تلك الأخيرة للإزاحة، وأخيراً يمكن القول إنَّ هذه الطريقة قد أسهمت بشكل فعال في الحفاظ على جودة الشبكة أثناء حركة الجسم.

الكلمات المفتاحية: الشبكة الديناميكية - العناصر المنتهية - الشبكة الافتراضية - الإسقاط - محاكاة الجسم القابل للتشوه.



حقوق النشر : مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص

CC BY-NC-SA 04

* أستاذ مساعد - قسم الهندسة البحرية - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

nisrine.mohamad@live.fr

مقدمة:

تناولت العديد من الدراسات موضوع حركة شبكة العناصر المنتهية في مجالاتٍ مختلفةٍ من الموديلات الفيزيائية ركّز بعضها على ميكانيك السوائل [1,2,3,4]، في حين انصبت معظم الدراسات في هذا المجال على ميكانيك الأجسام الصلبة [5] ، ولكن في بعض الحالات لا يكون اختيار شبكة العناصر المنتهية موفّقاً ليتوافق مع الإزاحة الكبيرة الناجمة عن حركة الشبكة كما هو الحال في دراسة انكسار الأمواج، لذلك فقد توجه الباحثون إلى طريقة إعادة توليد الشبكة remeshing عن طريق حذف أو إضافة عناصر جديدة [6]، ولكن على اعتبار أن إعادة توليد الشبكة يستغرق زمناً طويلاً ويحتاج إلى حواسيب بمواصفاتٍ عالية تم التوجه إلى طريقة meshless التي تعتمد على مجموعة محددة من العقد المنتشرة داخل المجال الحسابي [7,8]. توجد العديد من طرائق meshless غير الشبكية مثل هيدروديناميك الجسيمات الملساء (SPH)، وطريقة بيتروف جاليركين (MLPG) [9] وغيرها، ولكن من مساوئ هذه الطريقة عدم إمكانية تطبيقها عندما تكون الشروط الحدية تتضمن حدوداً تفاضلية، وكذلك تعدّ من الطرائق التي قد تولّد حلاً غير مستقرّ، وتعتبر غير فعّالة في حل بعض المسائل اللامتناهية الحدود [10].

في هذا البحث يتم التغلب على الصعوبات المتعلقة بحركة شبكة العناصر المنتهية والتشوهات التي قد تطرأ على هذه العناصر أثناء إزاحتها خطياً وذلك عن طريق استخدام عناصر افتراضية بأبعادٍ كبيرةٍ نسبياً مقارنةً مع شبكة العناصر الفعلية، ومن ثم يتم استخدام طريقة أشباه المواد لحركة هذه العناصر الافتراضية، حيث يتم مقارنة حركتها بالتشوهات التي تخضع لها الأجسام اللدنة، ومن ثم يتم إسقاط العناصر الفعلية ضمن شبكة العناصر الافتراضية بعد خضوع هذه الأخيرة للإزاحة الناجمة عن حركة الجسم.

أهمية البحث وأهدافه:

تتجلى أهمية البحث في تقديمه حلاً لمشاكل استخدام طريقة الشبكة الديناميكية في إعادة ضبط حركة العناصر المنتهية في المسائل غير المستقرة، وذلك عن طريق العودة إلى الشبكة التقليدية للعناصر المنتهية وإسقاطها ضمن شبكة افتراضية متحركة وفق حركة حدود المجال للمسألة المدروسة، الأمر الذي يلعب دوراً في إيجاد حلولٍ لكثيرٍ من المسائل المتعلقة بديناميكية حركة للسفن.

طرائق البحث ومواده:

يتم في هذا البحث ضبط حركة شبكة العناصر المنتهية مع الحفاظ على طبيعة هذه العناصر والتحقق من عدم خضوعها لأي تشوه في الشكل أو تقاطعها مع بعضها، وذلك عن طريق توليد شبكة افتراضية بأبعادٍ كبيرةٍ نسبياً مقارنةً بالشبكة الحقيقية، ومن ثم اعتبار الشبكة الافتراضية تحاكي بسلوكها المادة اللدنة وبالتالي تقييم إزاحات الشبكة الافتراضية، يتم بعد ذلك إسقاط العناصر المنتهية الحقيقية ضمن الشبكة الافتراضية.

يتم استخدام برنامج Matlab مع برنامج Gmsh208 في كافة الخوارزميات المقترحة في هذا البحث.

منهجية البحث: يعتمد هذا البحث المنهج التحليلي الرياضي.

الموديل الرياضي لحركة شبكة العناصر المنتهية

يتم تمثيل شبكة العناصر المنتهية بجسم صلب قابل للتشوه اللدن تحت تأثير إجهادات معينة (إزاحة حدود المجال والجسم المتحرك)، وبالتالي تخضع شبكة العناصر المنتهية للمعادلة (1) التي تربط الإجهاد بالانفعال (الإزاحة):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{f} = \vec{0} \quad (1)$$

حيث إن:

σ : مصفوفة الإجهادات.

\vec{f} : شعاع التحريض الخارجي في حال وجود مؤثرات خارجية.

تعطى الإجهادات بالعلاقة:

$$\{\sigma\} = H \{\varepsilon\} \quad (2)$$

□ مصفوفة ثوابت المادة وتعطى بالعلاقة

$$H = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

E : معامل يونغ

ν : معامل بواسون

ترتبط الانفعالات بالإزاحة بالعلاقة الآتية:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z}, \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \quad (4)$$

تعد مصفوفة الإزاحة هي الحد المجهول، ولن يتم حساب أية قيمة للإجهاد أو أية حسابات بالمعنى الميكانيكي. لحل المعادلة التفاضلية (1) بطريقة العناصر المنتهية نكتب التعبير الرياضي الضعيف الذي يمثل الصيغة الرياضية التي سيتم تطبيق التقريب العقدي على المتحولات فيها، حيث يكمن جوهر طريقة العناصر المنتهية في البحث عن قيم تقريبية للمتحول تجعل التابع التقريبي المقترح بموجب تقريب عقدي يقترب من الحل الرياضي التحليلي الدقيق للمسألة، ويكون ذلك بضرب المعادلة التفاضلية بتابع تجريبي، ومن ثم إجراء تكامل بالتجزئة على كامل حدود المجال حيث يتم إدخال الشروط الحدية عن طريق أحد حدود التكامل بالتجزئة، ويتم ذلك وفق التسلسل الآتي:

بضرب المعادلة (1) بمنقول التابع التجريبي $\delta \bar{U}(x, z)^T$ على اعتبار $\vec{f} = 0$:

$$\delta \bar{U}(x, z)^T (H \vec{\nabla} \varepsilon) \quad (5)$$

يتم تطبيق طريقة الرواسب الترجيحية [11]، [12]:

$$W = \iint_{\Omega} \delta \bar{U}(x, z)^T H \vec{\nabla} \varepsilon dx dz = 0 \quad (6)$$

التكامل بالتجزئة للمعادلة (6) يعطى:

$$W = \oint_{\Gamma} \delta \bar{U}(x, z)^T \mathbb{H} \varepsilon \bar{n} dS - \iint_{\Omega} \delta \varepsilon(x, z)^T \mathbb{H} \varepsilon dx dz = 0 \quad (7)$$

ويتم تبسيط شكل الحد الثاني من المعادلة (7) بحيث يتم كتابة الانفعال بدلالة الإزاحة وفق الآتي:
 باعتبار أن مصفوفة الإجهادات متناظرة: $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$

$$\iint_{\Omega} \delta \bar{U}_{i,j} \sigma_{ij} dx dz = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} (\delta \bar{U}_{i,j} \sigma_{ij} + \delta \bar{U}_{j,i} \sigma_{ij}) dx dz \quad (8)$$

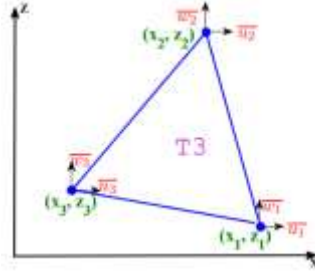
$$\iint_{\Omega} \delta \bar{U}_{i,j} \sigma_{ij} dx dz = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} (\delta \bar{U}_{i,j} + \delta \bar{U}_{j,i}) \sigma_{ij} dx dz \quad (9)$$

$$\delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\delta \bar{U}_{i,j} + \delta \bar{U}_{j,i}) \quad (10)$$

$$\iint_{\Omega} \delta \bar{U}_{i,j} \sigma_{ij} dx dz = \iint_{\Omega} \delta \varepsilon(x, z)^T \mathbb{H} \varepsilon dx dz$$

حيث إن مركبات الإزاحة تعطى وفق العلاقة (4) ومبينة في الشكل (1) لعنصرٍ منتهٍ من نوع T3:

$$\vec{U} = \bar{u} \vec{i} + \bar{w} \vec{k}$$



الشكل 1: مركبات الإزاحة لعنصر مثلثي بثلاث عقد T3

تكتب المعادلة (7) كمجموع لتكاملات على مستوى العناصر على اعتبار أن الحد المتعلق بالشروط الحدية هو من نوع ديريكليه أي أن قيم الإزاحات على حدود المجال هي المفروضة، وبالتالي يمكن التخلص مبدئياً من هذا الحد بفرض تابع تجريبي معدوم عند الحدود أو يترك هذا الحد ليحل محله شرط ديريكليه في نهاية مرحلة تجميع المصفوفات العنصرية.

إزاحة العقد الداخلية تعطى بالعلاقة:

$$W = \sum W_{T3}^e = 0$$

$$W_{T3}^e = \iint_{\Omega} \left\{ \delta \varepsilon(x, z) \right\}^T \mathbb{H} \left\{ \varepsilon \right\} dx dz \quad (11)$$

$$\left\{ \varepsilon \right\} = \begin{Bmatrix} \bar{u}(x, z) \\ \bar{w}(x, z) \end{Bmatrix}$$

حيث إن التقريب العقدي لإزاحة العقد الداخلية يعطى كالتالي [14]، [13]:

تعطى توابع الشكل $N_1(x, z), N_2(x, z), N_3(x, z)$ وفق الآتي لعنصرٍ مثلثي بعقد ثلاث بالعلاقات التالية [11]:

$$\bar{u}(x, z) = N_1(x, z) \bar{u}_1 + N_2(x, z) \bar{u}_2 + N_3(x, z) \bar{u}_3 \quad (12)$$

$$N_1(x, z) = \frac{1}{2A} [(z_3 - z_2)(x_2 - x) - (x_3 - x_2)(z_2 - z)]$$

$$\bar{w}(x, z) = N_1(x, z) w_1 + N_2(x, z) w_2 + N_3(x, z) w_3$$

$$N_2(x, z) = \frac{1}{2A_e} [(z_1 - z_3)(x_3 - x) - (x_1 - x_3)(z_3 - z)]$$

$$N_3(x, z) = \frac{1}{2A_e} [(z_2 - z_1)(x_1 - x) - (x_2 - x_1)(z_1 - z)]$$

يتم كتابة مصفوفة الإزاحة للعقد الداخلية علماً أن لكل عقدة درجتين حرة وفق الآتي:

ويكتب الانفعال المعطى بالعلاقة (4) بشكل مصفوفي وفق الآتي:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(x, z) \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & N_2(x, z) \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x}(x, z) & 0 \\ 0 & N_1(x, z) & 0 & 0 & N_2(x, z) & 0 & 0 & N_3(x, z) \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{u_1}{w_1} \\ \frac{u_2}{w_2} \\ \frac{u_3}{w_3} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$(16)$$

تكتب العلاقة (16) وفق الآتي:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = [B] \{U_{el}\} \quad (17)$$

حيث إن [B] مصفوفة التشوهات وتُعطى بالعلاقة:

الشكل التكاملي الموافق لعنصر مثلثي يعطى بالعلاقة:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (19)$$

:[K_e]: مصفوفة الصلابة العنصرية وتعطى بالعلاقة:

A_e: مساحة العنصر المنتهي.

$$[K_e] = A_e [B^T][H][B] \quad (20)$$

بعد تجميع المصفوفات العنصرية نحصل على المعادلة الخطية التالية:
 $[K]\{\bar{U}\} = \{U\}$ (21)
 مصفوفة الصلابة الكلية.

$$[K]\{\bar{U}\} = \{U\} \quad (21)$$

$\{\bar{U}\}$: شعاع الإزاحة الذي يمثل الحد المجهول.

في الطرف الثاني من المعادلة (21) $\{U\}$ يتم اعتبار قيم الإزاحة صفر للعقد الداخلية وقيم مفروضة عند حدود المجال تتوافق مع إزاحة الجسم (\bar{U}_{Dr}):

تجدر الإشارة هنا إلى أن هذه الخوارزمية المقترحة لحركة الشبكة لا تفترض وجود قوى خارجية أو ردود أفعال وبالتالي

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{U}_{Dr} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

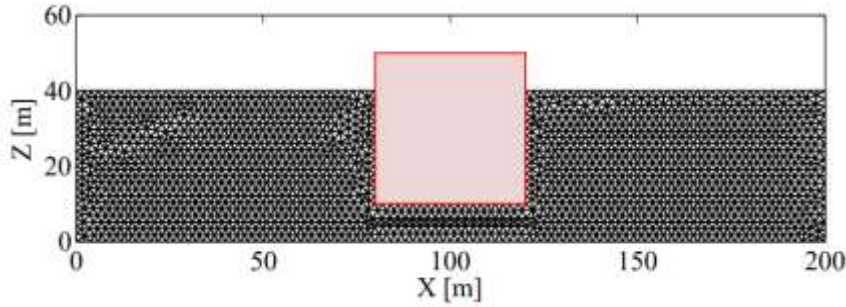
$f = 0$ ، ويتم الفرض بأن حدود المجال تخضع لإزاحة فقط لتوافق حركة الجسم وبالتالي يتم إدراج حركة حدود المجال وفق الشرط الحدي $\{U\}$.

من مزايا هذه الطريقة أنه يمكن استخدام نفس الكود البرمجي المستخدم لحساب الإجهادات المتعلقة بالجسم الصلب.

طريقة إسقاط العناصر المنتهية الحقيقية ضمن شبكة عناصر منتهية افتراضية

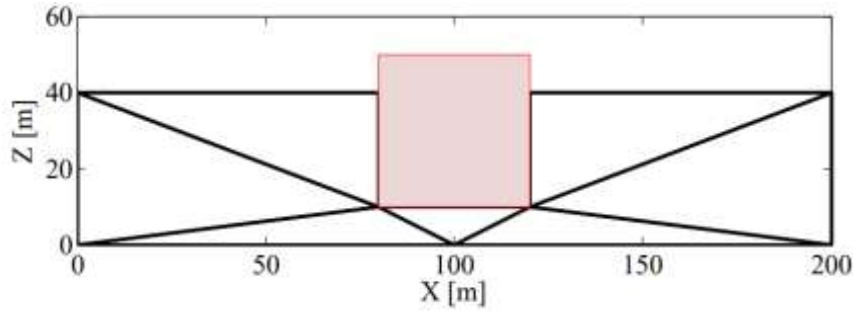
تهدف هذه الطريقة لضبط حركة العناصر المنتهية في شبكة متحركة مع تجنب التشوهات التي يمكن أن تحدث نتيجة استخدام طريقة أشباه المواد، حيث تكون خطوات الحل وفق الآتي:

1- بفرض وجود جسم في موديل ثنائي البعد له شكل مستطيل يطفو في وسط ثنائي البعد لقناة، ويتم توليد شبكة عناصر منتهية مثلثية بكثافة متوسطة 2940 عنصراً، تمثل الشبكة الوسط السائل كما هو مبين في الشكل (2):



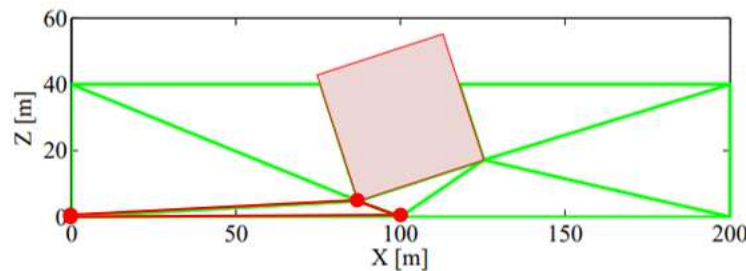
الشكل 2: شبكة عناصر منتهية للوسط المحيط بجسم متحرك في موديل ثنائي البعد

2- يتم توليد شبكة عناصر منتهية افتراضية تغطي المجال الحسابي المحيط بالجسم المتحرك على أن تكون ذات كثافة كبيرة نسبياً (سبعة عناصر مثلثية مثلاً) كما هو مبين في الشكل (3).



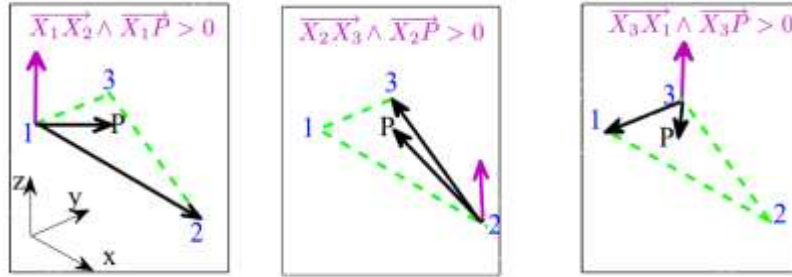
الشكل 3: شبكة عناصر منتهية ذات كثافة كبيرة نسبياً

3- نتيجة حركة الجسم في الوسط السائل تخضع عقد الشبكة الافتراضية إلى إزاحات تتوافق مع الوضع الجديد للجسم في اللحظة الزمنية التالية كما هو مبين في الشكل (4)، وتم ضبط إزاحة الشبكة الافتراضية ذات الكثافة الكبيرة نسبياً باستخدام طريقة أشباه المواد التي تم شرحها في الفقرة السابقة، حيث تم اعتبار الشبكة الافتراضية عبارة عن جسم لدن يخضع للإزاحة $\{U\}$ المعطاة بالعلاقة (22)، وتجدر الإشارة إلى أن القيم العددية لمصفوفة ثوابت المادة لا تهم في هذا الحساب على اعتبار أن الشرط الحدي الوحيد الذي سيتم أخذه بالاعتبار هو قيم الإزاحات على حدود المجال وبالتالي يمكن اختصار مصفوفة ثوابت المادة باعتبارها حاداً غير معدوم وفي هذا المثال تم اختيار القيم الآتية: $E = 1 N/m^2$ و $\nu = 0.3$.

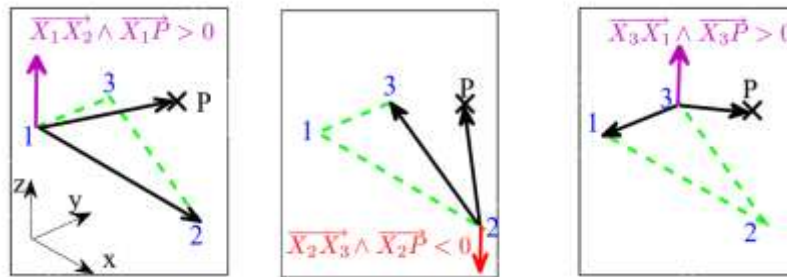


الشكل 4: حركة شبكة العناصر الافتراضية نتيجة دوران الجسم بزاوية 30°

4- يجب إسقاط شبكة العناصر الفعلية الممثلة في الشكل (2) ضمن شبكة العناصر المنتهية الافتراضية بعد حركة عقدها نتيجة إزاحة الجسم، أي يتم الإسقاط في الشبكة المبينة في الشكل (4)، ويتم ذلك الإسقاط باختبار رياضي يهدف لتحديد موقع عقد الشبكة الفعلية في العناصر الافتراضية، حيث يعتمد تحديد موقع العقدة على الجداء الشعاعي لكل من الأشعة المكونة لأضلاع العنصر المنتهي في الشبكة الافتراضية مع الشعاع الذي يصل العقدة المراد تحديد موقعها مع عقد العنصر في الشبكة الافتراضية، ويجب الحصول على جداء موجب لتكون العقدة منتمية إلى عنصر الشبكة الافتراضية كما هو مبين في الشكل (5) حيث يوضح انتماء العقدة P إلى عنصر الشبكة الافتراضية:



الشكل 5: انتماء العقدة من الشبكة الحقيقية إلى العنصر في الشبكة الافتراضية (إشارة موجبة للجداء الشعاعي) ويكفي أن تكون إشارة جداء شعاعي واحد سالبة حتى يتم تأكيد عدم انتماء العقدة للعنصر الافتراضي كما هو مبين في الشكل (6) حيث يوضح عدم انتماء العقدة P إلى عنصر الشبكة الافتراضية.



الشكل 6: عدم انتماء العقدة من الشبكة الحقيقية إلى العنصر في الشبكة الافتراضية (إشارة سالبة لجداء شعاعي واحد على الأقل)

تعطى إحداثيات عقد عنصر من الشبكة الافتراضية المبينة في الشكل (4) وفق الآتي (انظر الشكل (7)):

العقدة	x	y
1	0	0
2	100	0
3	80	10



الشكل 7: عنصر من الشبكة الافتراضية المنخفضة الكثافة

ولتكن النقطة $P(80,5)$ إحدى عقد العنصر المثلثي الذي تم توليده من الشبكة الحقيقية ذات الكثافة المرتفعة نسبياً. يتم التحقق من انتماء العقدة P إلى العنصر المبين في الشكل (7) وفق الآتي:

الجداء الشعاعي	\vec{X}_{12}	\vec{X}_{1P}
$\vec{X}_{12} \wedge \vec{X}_{1P}$	$(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$	$(x_p - x_1)\vec{i} + (y_p - y_1)\vec{j}$
	$(100 - 0)\vec{i} + (0 - 0)\vec{j}$	$(80 - 0)\vec{i} + (5 - 0)\vec{j}$
	$100\vec{i} + 0\vec{j}$	$80\vec{i} + 5\vec{j}$
$(x_2 - x_1)(y_p - y_1) - (x_p - x_1)(y_2 - y_1)$	$100 \times 5 - 80 \times 0 = 500 > 0$	

الجداء الشعاعي	\vec{X}_{23}	\vec{X}_{2P}
$\vec{X}_{23} \wedge \vec{X}_{2P}$	$(x_3 - x_2)\vec{i} + (y_3 - y_2)\vec{j}$	$(x_p - x_2)\vec{i} + (y_p - y_2)\vec{j}$
	$(80 - 100)\vec{i} + (10 - 0)\vec{j}$	$(80 - 100)\vec{i} + (5 - 0)\vec{j}$
	$-20\vec{i} + 10\vec{j}$	$-20\vec{i} + 5\vec{j}$
$(x_3 - x_2)(y_p - y_2) - (x_p - x_2)(y_3 - y_2)$	$-20 \times 5 - (-20) \times 10$ $= 100 > 0$	

الجداء الشعاعي	\vec{X}_{31}	\vec{X}_{3P}
$\vec{X}_{31} \wedge \vec{X}_{3P}$	$(x_1 - x_3)\vec{i} + (y_1 - y_3)\vec{j}$	$(x_p - x_3)\vec{i} + (y_p - y_3)\vec{j}$
	$(0 - 80)\vec{i} + (0 - 10)\vec{j}$	$(80 - 80)\vec{i} + (5 - 10)\vec{j}$
	$-80\vec{i} - 10\vec{j}$	$0\vec{i} - 5\vec{j}$
$(x_1 - x_3)(y_p - y_3) - (x_p - x_3)(y_1 - y_3)$	$-80 \times (-5) - (-10) \times 0$ $= 400 > 0$	

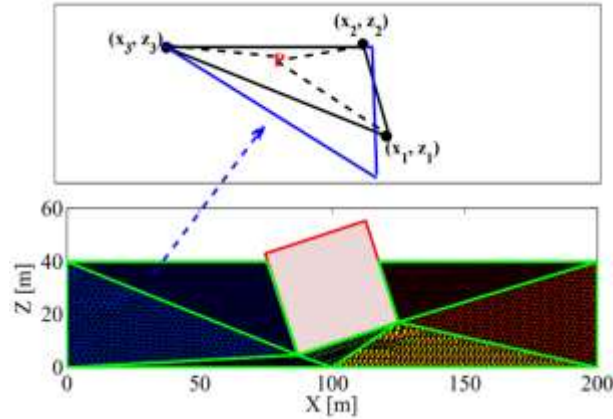
بما أن الجداء الشعاعي موجب $\vec{X}_{31} \wedge \vec{X}_{3P} > 0$, $\vec{X}_{12} \wedge \vec{X}_{1P} > 0$, $\vec{X}_{23} \wedge \vec{X}_{2P} > 0$ فالعقدة P تنتمي إلى العنصر الافتراضي. يمكن بتحليل مماثل إثبات عدم انتماء عقدة عنصر إلى العنصر الافتراضي من الشبكة الافتراضية بمجرد أن يكون ناتج أحد الجداءات الشعاعية المبينة أعلاه أصغر من الصفر.

5- بعد تحديد العنصر الافتراضي الذي تنتمي إليه العقدة من الشبكة الفعلية يتم تحديد مركبتي الإزاحة الشاقولية والأفقية للعقدة المدروسة وذلك عن طريق الاستيفاء الرياضي استناداً إلى إزاحة العنصر الافتراضي في الشبكة الافتراضية $(\overline{U_i^{zone}}, \overline{W_i^{zone}})$ ، حيث يتم تحديد مركبتي الإزاحة للعقدة (x_p, z_p) ضمن العنصر المثلي الافتراضي الذي تم تحديد إزاحته مسبقاً استناداً إلى طريقة أشباه المواد $(\overline{U_i^{zone}}, \overline{W_i^{zone}})$ باستخدام نفس طريقة التقريب العقدي المستخدمة في طريقة العناصر المنتهية وفق الآتي:

$$(x_p, z_p) = \sum_{i=1}^3 N_i(x_p, z_p) \times \overline{U_i^{zone}} \quad (23)$$

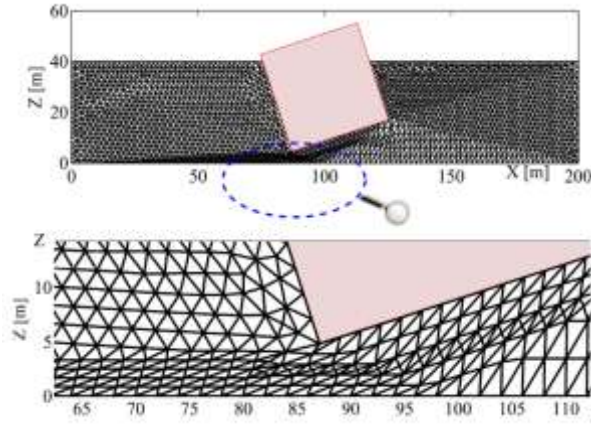
$$\overline{w}(x_p, z_p) = \sum_{i=1}^3 N_i(x_p, z_p) \times \overline{W_i^{zone}}$$

حيث إن توابع الشكل $N_1(x_p, z_p)$, $N_2(x_p, z_p)$, $N_3(x_p, z_p)$ تعطي لعنصر مثلي الشكل بثلاث عقد بالعللاقة (14). يبين الشكل (8) كيف تم إسقاط الشبكة الفعلية ضمن الشبكة الافتراضية وذلك بعد حركة هذه الأخيرة نتيجة حركة الجسم.



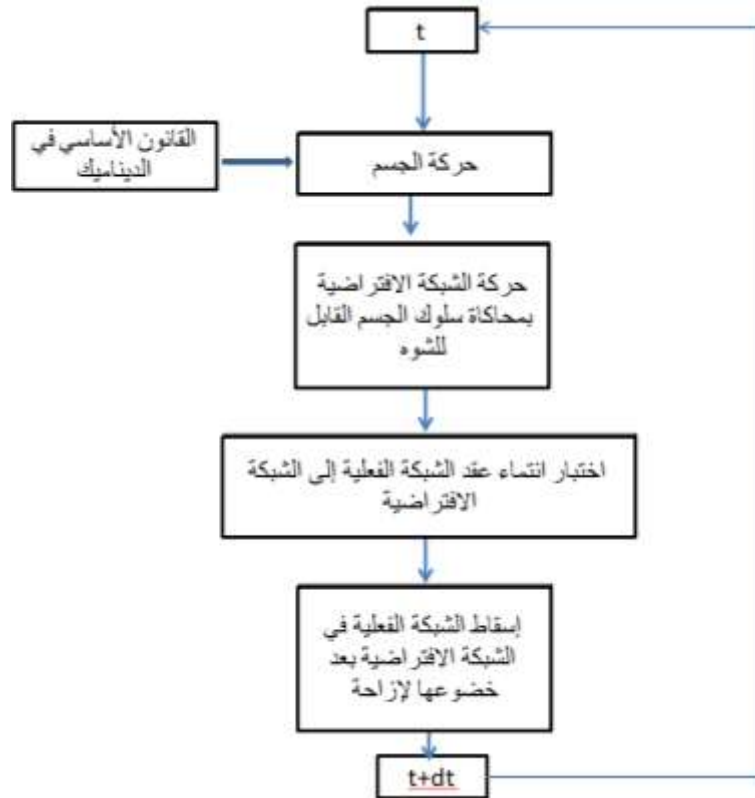
الشكل 8: إسقاط الشبكة الفعلية ضمن الشبكة الافتراضية بعد إزاحة هذه الأخيرة وفقاً لحركة الجسم

ويتم التحقق من عدم حصول تشوه في العناصر المنتهية نتيجة هذه الإزاحة الكبيرة نسبياً للجسم وذلك بعد إسقاط كافة العناصر المنتهية ضمن العناصر الافتراضية التي تعرضت للإزاحة كما هو مبين في الشكل (9).



الشكل 9: التحقق من ملائمة الشبكة الفعلية لحركات الإزاحة الكبيرة نسبياً

يبين الشكل (9) أن العناصر المنتهية للشبكة الفعلية قد حافظت على شكلها المثالي، ووافقت حركة الإزاحة الكبيرة نسبياً للجسم، الأمر الذي يؤكد أهمية استخدام طريقة الشبكة الافتراضية على التوازي مع محاكاة الشبكة الافتراضية لسلوك الجسم الصلب الخاضع للتشوه. يمكن اقتراح الخوارزمية المبينة في الشكل (10) لحركة شبكة العناصر المنتهية اعتماداً على محاكاة الشبكة لسلوك الجسم الصلب القابل للتشوه وباستخدام مفهوم الشبكة الافتراضية.



الشكل 10: الخوارزمية المقترحة لحركة شبكة واحدة من العناصر المنتهية

الاستنتاجات والتوصيات:

تمّ في هذا البحث إيجاد نواة لعمل شبكة ديناميكية يتم فيها توليد شبكة عناصر منتهية لمرة واحدة فقط، ولا تعتمد هذه الطريقة على توليد شبكاتٍ مختلفةٍ عند كل لحظةٍ زمنيةٍ موافقةً لحركة الجسم كما هو الحال في معظم البرامج التي تعتمد الشبكات الديناميكية، اعتمد مبدأ العمل على توليد شبكة افتراضية ذات كثافةٍ منخفضةٍ نسبياً بحيث تتضمن عدداً محدوداً من العناصر المنتهية، ومن ثم تم توظيف العلاقة التي تربط الإجهاد بالانفعال، وعلاقة الانفعال بالإزاحة، لاستنتاج إزاحة العقد في الشبكة الافتراضية وذلك على فرض أنّ شبكة العناصر المنتهية الافتراضية تحاكي بسلوكها الجسم الصلب الخاضع للتشوّه، وبعد حل المعادلات التفاضلية الناظمة لحركة الشبكة الافتراضية بطريقة العناصر المنتهية وتحديد إزاحات العقد تم إسقاط إحداثيات العقد للشبكة الفعلية ضمن العناصر الافتراضية المثلثية الشكل والمكونة للشبكة الافتراضية، ومن ثمّ تمّ استنتاج إزاحتها بالاستيفاء الرياضي استناداً إلى إحداثيات العنصر الافتراضي الذي تبيّن انتماؤها إليه بعد خضوع هذا الأخير للإزاحة، وبذلك تمّ تحديد حركة العناصر المنتهية للشبكة الفعلية دون إعادة توليد شبكة جديدة. يمكن الاستفادة من نتائج هذا البحث لدراسة حركة السفينة بثلاث درجات حرية فوق قاع متغير الارتفاع مع الحفاظ على مبدأ انعكاس الجريان دون الحاجة لتوليد شبكاتٍ متغيرة بتغير الخطوة الزمنية للجسم المتحرك (السفينة).

من توصيات هذا البحث أن يتم تطوير هذه الطريقة لتشمل موديل ثلاثي البعد بأكثر من درجة حرية حيث يتطلب الأمر تحديد الشرط الرياضي الذي يضمن انتماء العقدة إلى عنصرٍ منتهٍ ثلاثي البعد.

References:

- 1- SHARMA, A., Introduction to computational fluid dynamics: development, application and analysis. Springer Nature, 2021.
- 2- JIYUAN, T. et al., Computational fluid dynamics: a practical approach. Elsevier, 2023.
- 3- FERZIGER, J. H., PERIC, M., Computational methods for fluid dynamics. 2002.
- 4- BLAZEK, J., Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications, Butterworth-Heinemann, 2015.
- 5- BELYTSCHKO, J., FISH, T., A first course in finite elements. 2007.
- 6- KOBBELT, M., A remeshing approach to multi resolution modeling, Euro graphics Symposium on Geometry Processing, 2004.
- 7- ZHANG, X., ZHANG, P., ZHANG, L., Procedia Engineering, Volume 31, 2012.
- 8- GR, L., Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method. USA: CRC press, 2002.
- 9- GR, L., YT, G., An introduction to meshfree methods and their programming. Berlin and New York: Springer; 2005.
- 10- YT, G., GR, L., Meshless Methods Coupled with Other Numerical Methods, Tsinghua Science & Technology, Volume 10, Issue 1, Pages 8-15, 2005.
- 11- DHATT, G., TOUZOT, G., LEFRANÇOIS, E. Finite elements method, Lavoisier, Paris, 2005.
- 12- Chandrupatla, T., Belegundu, A., Introduction to Finite Elements in Engineering, 2021.
- 13- Liu, W. K., Li, S., & Park, H. S. Eighty years of the finite element method: Birth, evolution, and future. Archives of Computational Methods in Engineering, 29(6), 4431-4453, 2022.
- 14- Cui, X., Liu, G. R., & Li, Z. R. A high-order edge-based smoothed finite element (ES-FEM) method with four-node triangular element for solid mechanics problems. Engineering Analysis with Boundary Elements, 151, 490-502.2023.

