

Study of Turbulent Rotational Flows of the Rotor/Stator Type in Water Machines: Analysis and Understanding of the Physical Properties

Sawsan Yaroub Abboud*

(Received 1 / 3 / 2024. Accepted 24 / 4 / 2024)

□ ABSTRACT □

The study of rotational flows is considered one of the important research fields, as these direct flows between rotating and fixed disks are analyzed. These studies began as far back as 1951 by Batchlor, but recent studies have provided new and completely different approaches, opening up a wide field of scientific research in this field.

The importance of this study lies in the lack of integrated data to develop analytical models for flow equations in cavities subject to forced flow. This helps us to determine the forces acting on rotating discs in water machines and to understand the physical properties of flow outside the boundary layers For turbulent flow, studies have been directed towards evaluating the intensity of turbulence in the central core, and Reynolds components have been related to the characteristic non-dimensional values of the flow and the spatial coordinates radially and axially. The study was conducted using commercial software specialized in modeling fluid flow, and the experimental and analytical results were compared with references and previous studies.

These readings added to our understanding of the nature of the flow between the two boundary layers in this cavity, and led to radical modifications to the analytical laws based on the experimental approach. The study showed the importance of non-dimensional circumferential angular velocity in shaping the flow inside the cavity.

Keywords: Rotor-Stator cavity, analytical solution, Reynolds.

Copyright



:Tishreen University journal-Syria, The authors retain the copyright under a CC BY-NC-SA 04

* Academic Assistant, Department of Water Engineering and Irrigation, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Latakia, Syria. E-mail: sawsanabboud7@gmail.com.

دراسة الجريانات الدورانية المضطربة من نوع Rotor/Stator في الآلات المائية: تحليل وفهم الخصائص الفيزيائية

سوسن يعرب عبود*

(تاريخ الإيداع 1 / 3 / 2024. قُبِلَ للنشر في 24 / 4 / 2024)

□ ملخص □

دراسة الجريانات الدورانية تعتبر من المجالات البحثية المهمة، حيث يتم تحليل هذه الجريانات المباشرة بين الأقراص الدوارة والثابتة. بدأت هذه الدراسات منذ عام 1951 على يد Batchlor، ولكن الدراسات الحديثة قدمت مقاربات جديدة ومختلفة تمامًا، مما فتح مجالًا واسعًا للبحث العلمي في هذا المجال.

تتمثل أهمية هذه الدراسة في عدم توفر معطيات متكاملة لتطوير نماذج تحليلية لمعادلات الجريان في التجاويف الخاضعة لجريان قسري. يساعدنا ذلك في تحديد القوى المؤثرة على الأقراص الدوارة في الآلات المائية وفهم الخصائص الفيزيائية للجريان خارج الطبقات الحدية للجريان المضطرب، تم توجيه الدراسات نحو تقييم شدة الاضطراب في النواة المركزية، وتم ربط مركبات رينولدز بالقيم اللابعديّة المميزة للجريان والإحداثيات المكانية قطريًا ومحوريًا. تمت الدراسة باستخدام برامج تجارية متخصصة في نمذجة جريان الموائع، وتم مقارنة النتائج التجريبية والتحليلية مع المراجع والدراسات السابقة.

أضافت هذه القراءات إلى فهمنا لطبيعة الجريان بين الطبقتين الحدية في هذا التجويف، وأدت إلى تعديلات جذرية على القوانين التحليلية استنادًا إلى المقارنة التجريبية. أظهرت الدراسة أهمية السرعة الزاوية المحيطة اللابعديّة في تشكيل الجريان داخل التجويف.

الكلمات المفتاحية: تجويف الجزء الثابت والدوار، الحل التحليلي، رينولدز.

مجلة جامعة تشرين- سورية، يحتفظ المؤلفون بحقوق النشر بموجب الترخيص



حقوق النشر

CC BY-NC-SA 04

*قائم بالأعمال-قسم الهندسة المائية والري - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

E-mail: sawsanabboud7@gmail.com.

مقدمة:

يُعتبر موضوع جريان السوائل الدورانية مجالاً بحثياً هاماً يشمل الدراسات التجريبية، النمذجة الرياضية، والدراسات النظرية. يُطبق هذا الموضوع في مجموعة متنوعة من مجالات الهندسة، وخاصة في هندسة الآلات المائية. في هذه الآلات، بغض النظر عن شكل العنفة، يتعرض جريان السوائل إلى دوران قسري. تزداد شروط العمل قسوةً وصرامةً في الآلات الدورانية الحالية، حيث تتعرض الأجزاء المتحركة لإجهادات متنوعة. قد تؤدي هذه الظواهر إلى مشاكل في الأداء، حتى درجة التلف الكامل إذا لم يتم التحكم العلمي الصحيح فيها. يُهمّ صناع الآلات والمستثمرين الحصول على توقعات دقيقة تسمح لهم بتحسين أداء الآلات وإطالة عمرها، دون التأثير على درجة الأمان.

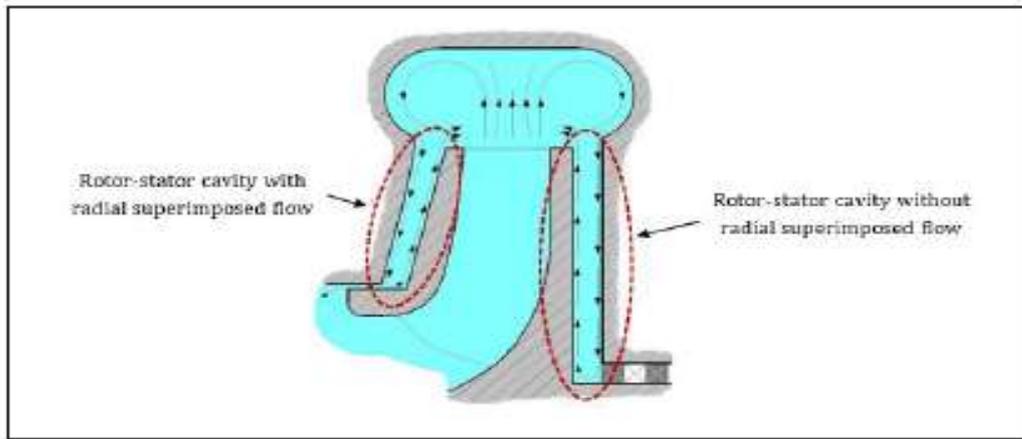
نظام قرص دوار - قرص ثابت، المعروف أيضاً بـ Rotor/Stator، يمكن ملاحظته في جميع الآلات الدورانية. يتكون من تجويف محصور بين قرص ثابت وآخر يدور بسرعة زاوية ثابتة. يتشكل داخل هذا التجويف جريان مكوناً طبقتين حديتين منفصلتين بنواة مركزية.

في هذا السياق، يُعتبر معدل دوران النواة المركزية للمائع خارج الطبقتين الحديتين (المعروف بالمعامل K) أمراً أساسياً. يُستخدم هذا المعامل لتقدير معامل الضغط والقوى على الآلة. بالتالي، يُمكن تحديد الخصائص الفيزيائية للجريان داخل التجويف قرص دائر - قرص ثابت، وتقييم شدة الاضطراب [7,8,9,10]

كما يمكن التمييز بين التجويف المعزول والخاضع لجريان قطري إضافي طبيعي أو قسري / ممتص أو مدفوع مركزياً كما يحدث في التجويف اليساري من الشكل السفلي نتيجة وجود فرق بالضغط بين طرفي التجويف أو ما قد يحدث في التجويف اليميني في حال وجود تسرب الشكل (1)

أهمية البحث وأهدافه:

إن الهدف من هذا البحث هو فهم أعمق لسلوك الجريان داخل التجويف المحصور بين قرص دوار وآخر ثابت والذي يمكن ملاحظته في أنواع الجريانات المختلفة مثل الجريان في الضاغط المحوري. حيث يمكن تشبيه الجوف المحصور ما بين الريش الدوارة وتلك الثابتة بالجوف بين الأقراص. اهتم البحث بالجريان المضطرب ذو النوع Batchelor أي الذي يتمتع بطبقتين حديتين مضطربتين ومنفصلتين بنواة مركزية وهو بالوقت نفسه استكمال للبحث الذي يعنى بتأثيرات الحدود على الجريان وذلك من أجل التجويف الخاضع لغزارة قسرية إضافية ممتصة مركزياً.

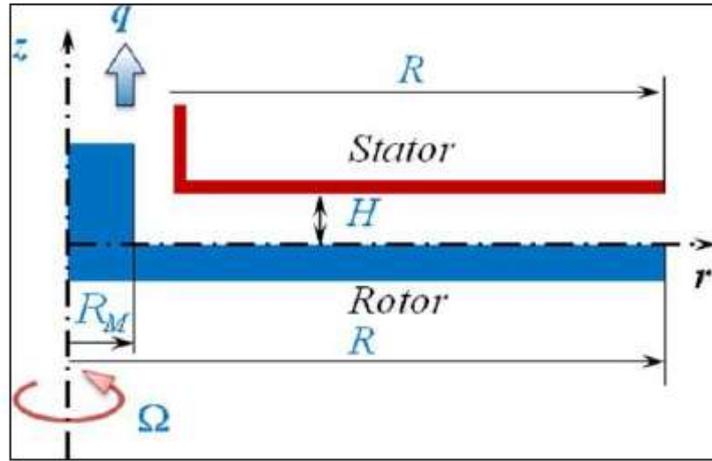


الشكل 1: مثال لتطبيق اثنين من التجاويف من النوع rotor-stator في الآلات الدورانية.

طرائق البحث ومواده:

• نظام Rotor/Stator:

يحدث الجريان المدروس هنا في الجوف الحلقي المحدودة بقرصين متوازيين ومتحدي المحور. يدور القرص المتوضع في الإحداثي $z = 0$ ، ذو نصف القطر R ، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها Ω . (rotor). هذا القرص مجهز بمحور ذو نصف قطر R يمثل في المحور الحقيقي في الآلات المائية أو الدورانية كما انه يسمح بتجنب المستوى النظري، اللاتعيين عند القيمة $r = 0$ يطلق على القرص الثابت والمتوضع في الإحداثي $H = z$ اسم stator، والذي قد يكون نصف قطره مختلفاً قليلاً عن نصف قطر الـ rotor يفترض أن الجريان مستقر ومتناظر حول محور الدوران، وأن المائع غير قابل للضغط وغير متغير الحرارة ويبين الشكل (2) مقطع مبسط للجوف المدروس من النوع Stator - Rotor [11].



الشكل 2: مقطع مبسط للجوف المدروس من النوع Rotor - Stator

من أجل هذا الشكل يمكن تحديد المعاملات الأساسية اللاعبدية بما يلي: معامل شكل الجوف G وعدد رينولدز Re والرقم الذي ينتج عنهما $E k$ Eman. تعطى هذه المعاملات الثالث بالعلاقات التالية:

$$G = \frac{H}{R}, Re = \frac{\Omega R^2}{\nu}, EK = \frac{1}{G^2 \cdot Re} \quad \text{العلاقة (1)}$$

• إعداد النمذجة الرياضية

تم إجراء محاكاة حول الحسابات الديناميكية لجريانات الموائع CFD ضمن فضاء العمل 2D axisymmetric باستخدام البرنامج الرياضي Fluent 6.3 افتراضاً أن الجريان ثنائي البعد ومتناظر حول محور دوران ومع استخدام الدقة المزدوجة أثناء الحساب من أجل اختبار الثوابت المختلفة والشروط المحيطة في عملية التحقق من النتائج. وتم الاعتماد على تصنيف Abd Nour 2010 في تسمية البيانات الأساسية وذلك من خلال ربط التجارب بكل سهولة مع خصائص عملها، وتسمح الطريقة التي استخدمها في إجراء إضافات على القيم الأساسية وهو الذي لن نحتاجه هنا إلا من خلال إضافة الحرفين الأخيرين (A,C) وذلك للحالات التي يراد نمذجتها رياضياً فقط، لذلك يمكن أن يكون التصنيف مختلفاً بعض الشيء. وباستخدام مائع هو الهواء بدرجة الحرارة 15 درجة سيلسيوس وبالتالي اللزوجة الحركية

تقدر بـ $1.5 \cdot 10^{-5} \text{m}$ ويبين الجدول (1) التصنيف المتبع، وبالتالي يمكن الاستفادة من عمل التصنيف بست خانات متتابعة ومختلفة والتي تربط حالات الاختبار بشروط عملها في عملية تسمية هذه التجارب. [3,4,5]

الجدول 1: الرموز المستخدمة لتركيبة اسم التجربة من خلال مواصفاتها الفيزيائية.

الرمز الأول $R + \Delta R$ [mm]	الرمز الثاني H G [mm]	الرمز الثالث Ω Re [rad/s] $\times 10^6$	الرمز الرابع q c_w [m ³ /h]	الرمز الخامس المغلف	الرمز السادس موديل الاضطراب K ω S $K\omega$ -SST R RSM
A 375	A 20 0.053 C 30 0.080	1 110 1.03 2 157 1.47 3 208 1.95	0 0 0 1 40 1 974 2 60 2 961 3 75 3 702 4 80 3 948 5 100 4 935	A موجود S غير موجود	K ω S $K\omega$ -SST R RSM

تم أخذ 12 مقطع أسطواني مختلف تبدأ من 30% من نصف القطر الخارجي R وحتى ما يقارب 98 % من نصف القطر. يمكن مشاهدة فيما يلي قائمة بأنصاف أقطار جميع هذه المقاطع المأخوذة بعين الاعتبار موضحة بالجدول (2). [6].
جدول 2: أنصاف أقطار المقاطع الأسطوانية المستخدمة.

r^*	r [mm]	r^*	r [mm]	r^*	r [mm]
0.300	112.50	0.533	200.00	0.773	290.00
0.350	131.25	0.573	215.00	0.827	310.00
0.427	160.00	0.613	230.00	0.880	330.00
0.480	180.00	0.693	260.00	0.976	365.00

التحقق من النتائج:

تم إجراء مقارنات دقيقة لحالات النواة فيما يتعلق بدوران النواة المركزية في الحيز بين الطبقتين للاختبارات التسعة الموافقة للتجارب الفيزيائية المأخوذة من Nour Abdel [1,2,3] وهي: AC15SR, AC22SR, AC35SR, AC24SR, AC25SR, AC32SR, AC34SR, AC14SR, AC12SR, RSM. تم الاعتماد على معيارين للأخطاء وتم أخذ المتوسط بينهما، ويعرّف المعيار الأول المبين في الشكل (3) بأنه الجذر التربيعي لمجموع مربعات الفروقات بين القيم التجريبية والقيم الناتجة عن النمذجة الرياضية مقسوماً على مجموع قيم السرعة الزاوية في منتصف المسافة بين القرصين لجميع المقاطع الأسطوانية المعتمدة وعددها 12 مقطع في هذا البحث.

$$\varepsilon_{2\% \text{ test case}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=\text{section's id}} (k_{\text{experimental}_i} - k_{\text{numeric}_i})^2}}{\sum_{i=\text{section's id}} k_{\text{experimental}_i}}$$

الشكل 3: المعيار الأول لتقييم الخطأ.

أما المعيار الثاني فيعرّف بأنه النسبة المطلقة للفرق بين القيمتين التجريبية والرياضية إلى القيمة التجريبية، ومن أجل الحصول على مؤشر قياس لحالة اختبار واحدة يتم أخذ متوسط القيم التي تم الحصول عليها لجميع المقاطع الأسطوانية كما هو موضح بالشكل (4).

$$\varepsilon_{\% \text{test case}} = \frac{\sum_{i=\text{section's id}} \left(\frac{|k_{\text{experimental}_i} - k_{\text{numeric}_i}|}{k_{\text{experimental}_i}} \right)}{\text{sections'number}}$$

شكل 4: المعيار الثاني لتقييم الخطأ.

بالإضافة إلى القيم العددية لمعايير الخطأ نعيد إجراء التطابق بين الحالات التجريبية التسعة السابقة الذكر وذلك من أجل مخططات السرعة المحورية لكل من المركبة الزاوية المماسية والمركبة القطرية اللابعدية لكافة المقاطع الأسطوانية. [7]

بالنسبة لمعدل النواة المركزية للقرص الدائر تم اقتراح معادلة واحدة لدمج جميع التجارب والفرق الرئيسي الأول هو الأعداد التجريبية المستخدمة من قبل الدكتور عبد النور هو أن النمذجة العددية من الممكن أن تعطي نتائج قرب محور الدوران لذلك، من أجل تغطية أفضل للتجريب تم إضافة قطري مقارنة r مع مراكز القياس التجريبي $r^* = 0.35$ ، $r^* = 0.30$. إن كون النتائج الرقمية أسرع من تلك التجريبية فإنه من الممكن أن نحصل على المزيد من البيانات واختبار معدل غزارة أضعف وأقوى في المستقبل وكذلك الأقوى منها في مختلف سرعات الدوران أو مع اثنين معاً من العدادات. التحليل الثاني الذي تم التحقق منه هو الاختبار للقيم الناتجة عن النمذجة الرياضية بالقانون المقترح وهو الاتجاه الثابت ل C_0 كما موضح بالعلاقة التالية:

العلاقة (2)

$$\left(k^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \varphi_2} \right) (\varphi C^5 + \frac{5}{2 q r} + \frac{1}{4}) = \left(k_p^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \varphi_2} \right) (\varphi C^5 + \frac{5}{2 q p} + \frac{1}{4}) = C_0 = const$$

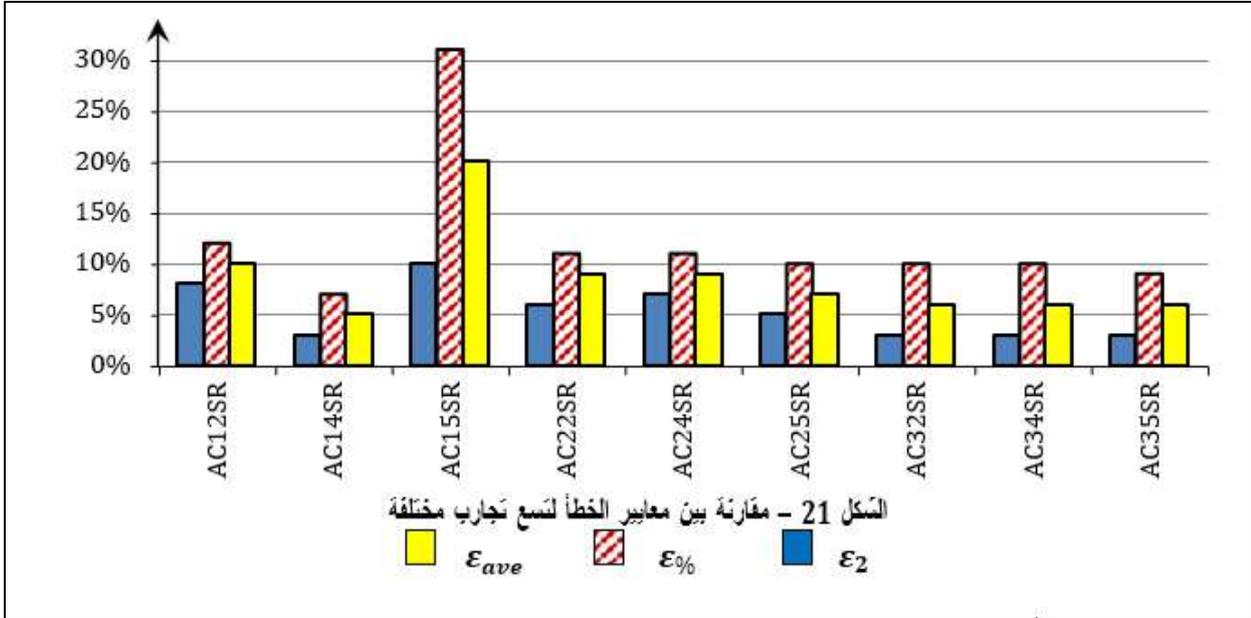
النتائج والمناقشة:

بداية تمت قراءة القيم الرياضية لمعايير الخطأ والموضحة في الجدول (3) والشكل (5) نجد أن النتائج التي تم الحصول عليها من خلال هذه المعايير جيدة لكل حالة اختبار باستثناء التجربة AC15SR التي أعطت بعض المشاكل الصغيرة.

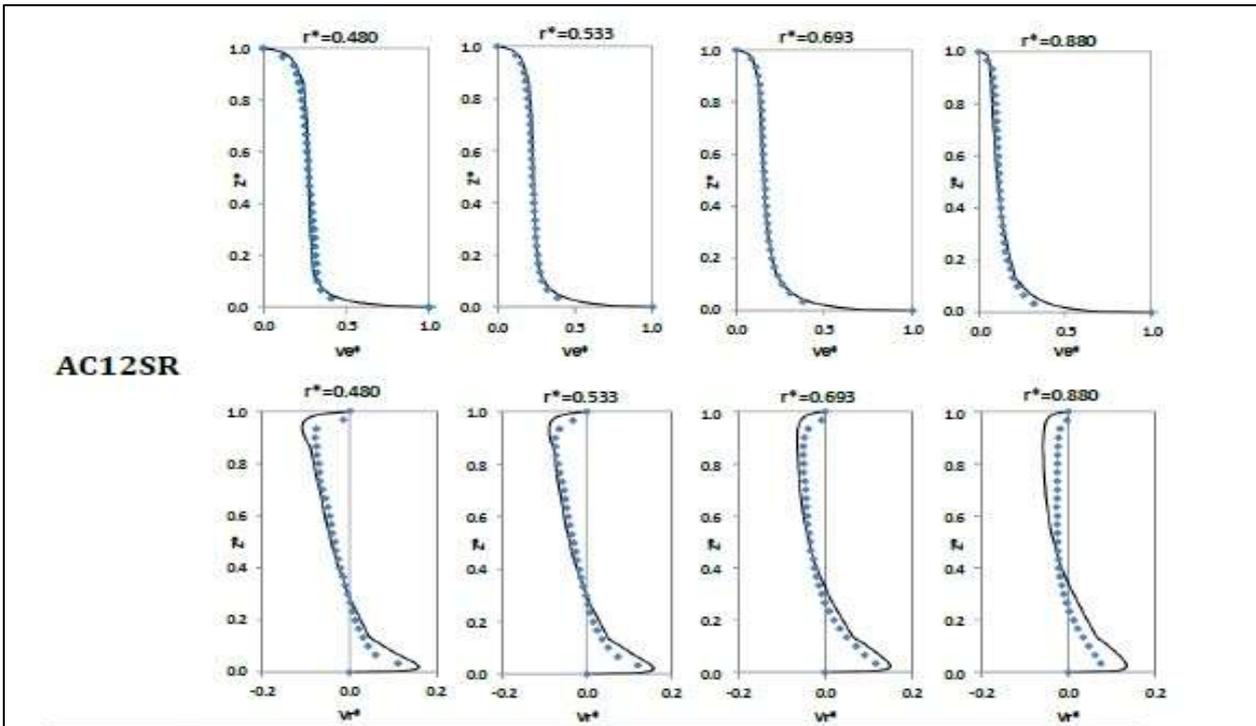
جدول 3: معايير الخطأ لمقارنة النتائج التجريبية ونتائج النمذجة.

Test case	$\varepsilon_2 \%$	$\varepsilon \%$	ε_{ave}
AC12SR	8%	12%	10%
AC14SR	3%	7%	5%
AC15SR	10%	31%	20%
AC22SR	6%	11%	9%
AC24SR	7%	11%	9%
AC25SR	5%	10%	7%
AC32SR	3%	10%	6%
AC34SR	3%	10%	6%
AC35SR	3%	9%	6%

وتم إجراء التطابق بين الحالات التجريبية التسعة من أجل مخططات السرعة المحورية لكل من المركبة الزاوية المماسية والمركبة القطرية اللابعدية ولوحظ أن مخططات السرعة القطرية المبين بعضها بالأشكال (6,7,8) أعطت نتائج مقبولة للغاية رغم صغر قيمها نسبياً وتحملها خطأ كبير في عملية القياس.

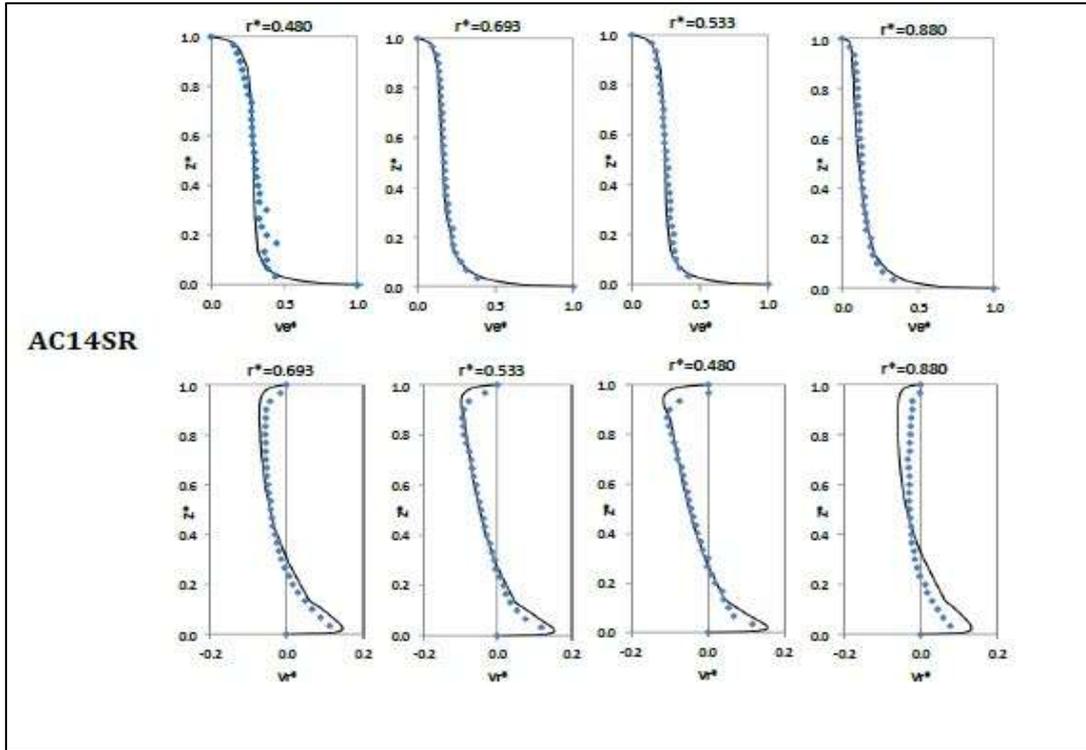


الشكل 5: مقارنة بين معايير الخطأ لتسع تجارب مختلفة.

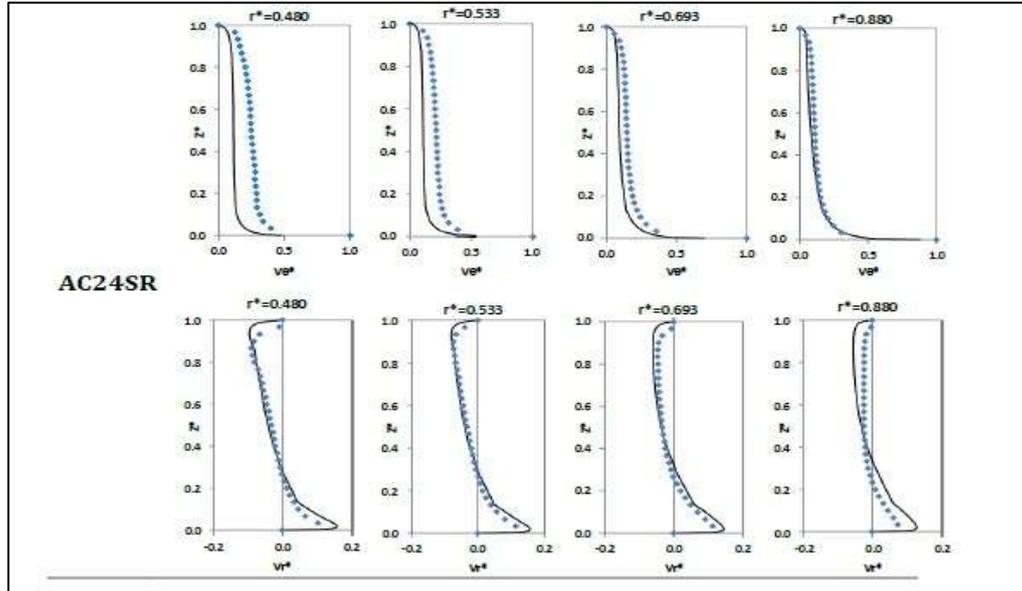


الشكل 6: مقارنة بين نتائج التجارب والنمذجة الرياضية لكل من السرعتين الزاوية والقطرية اللابعديتين تجربة AC12SR

-نمذجة رياضية (RSM) • قيم تجريبية من Nour Abdel 2010



الشكل 7: مقارنة بين نتائج التجارب والنمذجة الرياضية لكل من السرعتين الزاوية والقطرية اللابعديتين تجربة AC14SR
-نمذجة رياضية (RSM) ♦ قيم تجريبية من Nour Abdel 2010



الشكل 8: مقارنة بين نتائج التجارب والنمذجة الرياضية لكل من السرعتين الزاوية والقطرية اللابعديتين تجربة AC24SR
-نمذجة رياضية (RSM) ♦ قيم تجريبية من Nour Abdel 2010

تمت المقارنة بين نتائج النمذجة الرياضية والقوانين التحليلية الموضحة بالعلاقات المبسطة (3)، (4) التي تعني أن السرعة الزاوية اللابعدية في منتصف المسافة بين القرصين هي تابع أسي لقيمة الإحداثية القطرية اللابعدية.

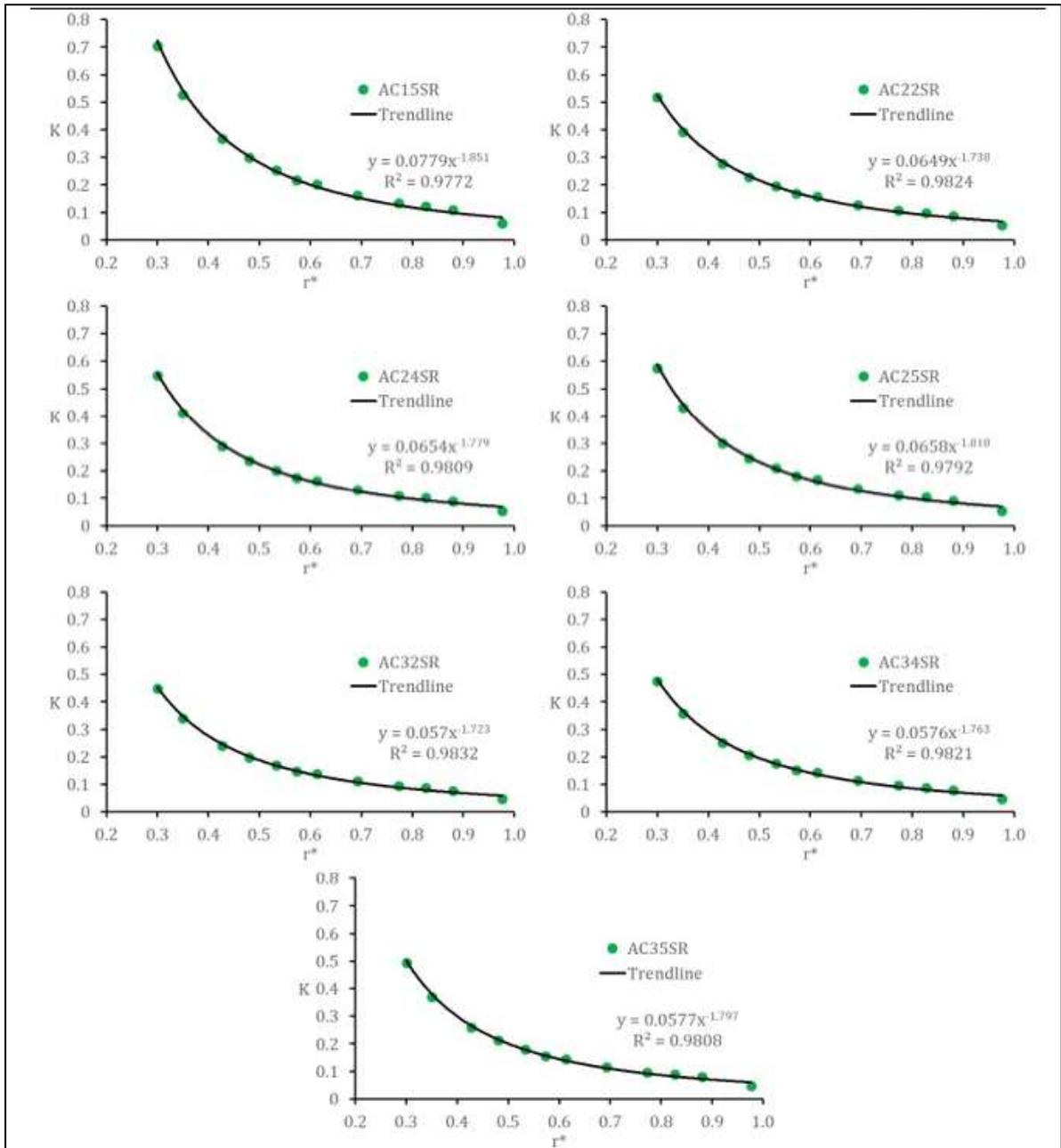
$$\frac{k}{k_p} = r^{*-\alpha} \quad \text{العلاقة (3)}$$

$$\frac{k}{k_p} = \left(\frac{C_{gr}}{C_{gp}}\right)^{\frac{5}{13}} \quad \text{العلاقة (4)}$$

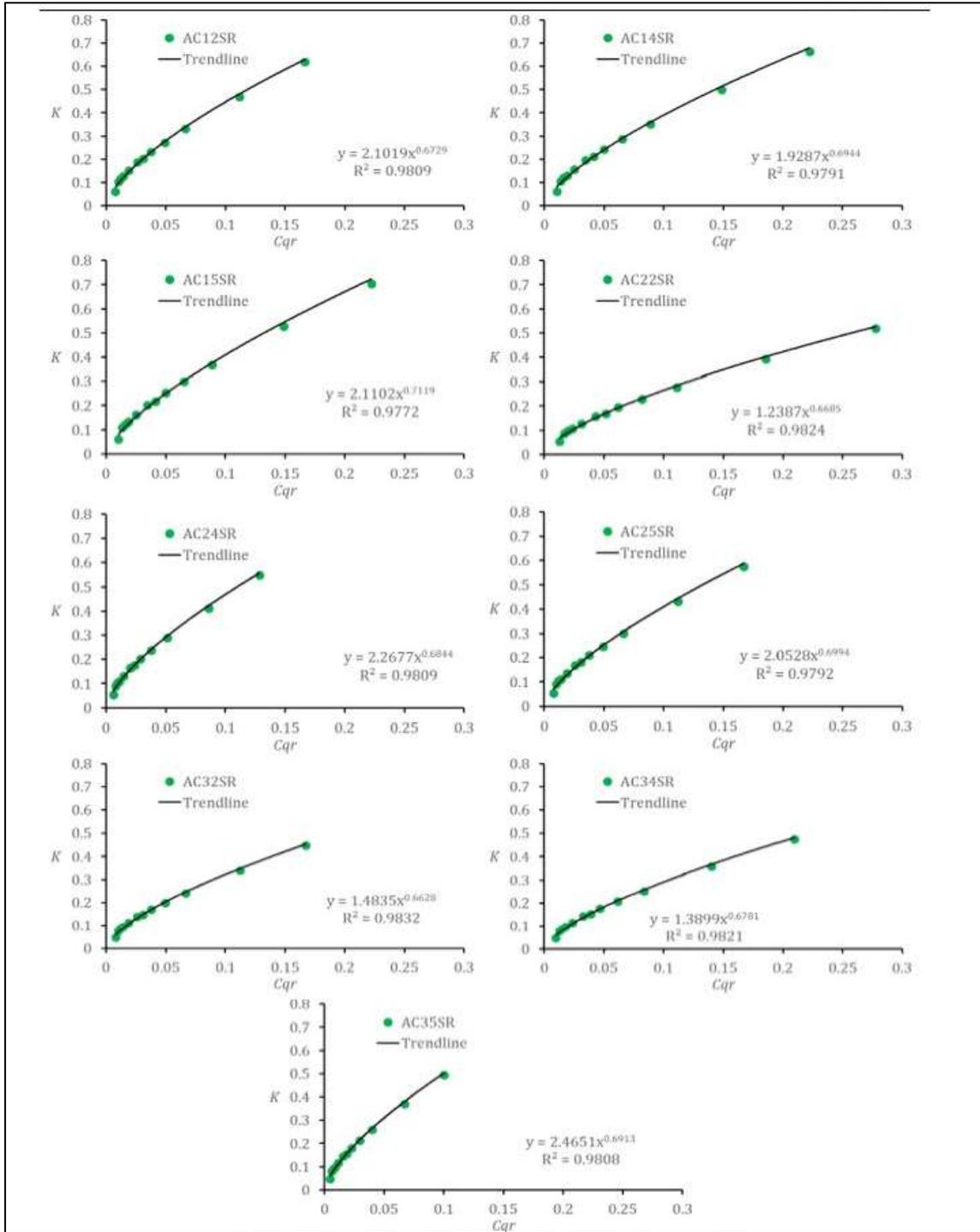
وتبين أن القيم العليا لسرعة الدوران الزاوية اللابعدية في منتصف المسافة بين القرصين تبتعد عن النماذج التحليلية إما في قيمها الدنيا كما في قوانين 2006 al et Poncet وفي قيمها العليا في حالة قانون 2010 Nour Abdel، ويوضح الشكل (9)، والشكل (10) نتائج المقارنة بين القانون والنتائج وقد تمت الاستعانة بالـ Power Trendline في برنامج Excel MS للوصول إلى قيمتي الثابتين K_p ، α . الجدول (4).

جدول 4: قيم الثوابت المستخدمة من أجل مقارنة النموذج الجديد مع القيم الناتجة عن النمذجة الرياضية.

الحالة الدراسية	K_p	α	C_0
AC12SR	0.079	-1.700	1.9809
AC14SR	0.080	-1.747	1.8108
AC15SR	0.082	-1.783	1.6839
AC22SR	0.067	-1.699	1.9685
AC24SR	0.068	-1.733	1.7897
AC25SR	0.068	-1.764	1.6517
AC32SR	0.058	-1.689	1.9872
AC34SR	0.059	-1.725	1.7926



الشكل 9: مقارنة النتائج الناتجة من النمذجة مع العلاقة (3)
 نتائج النمذجة القانون باستخدام الـ Power Trendline



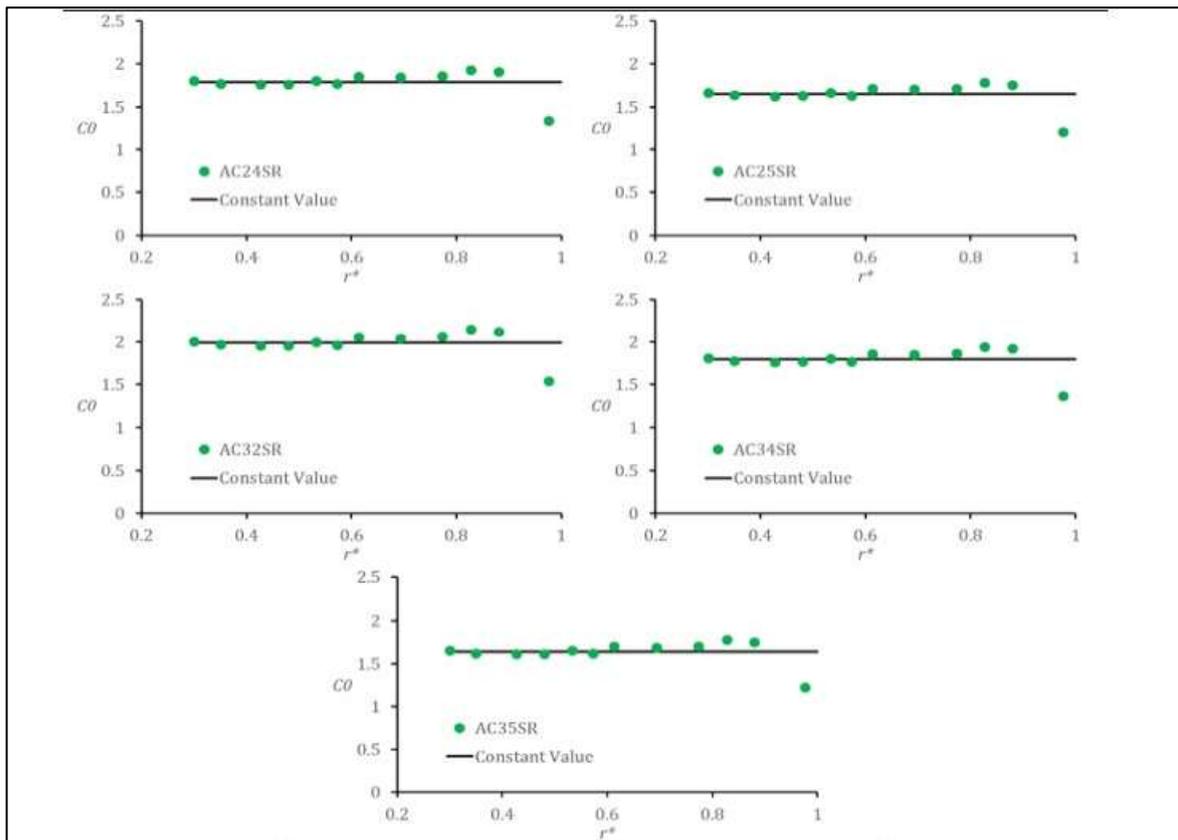
الشكل 10: مقارنة النتائج الناتجة من النمذجة مع العلاقة (4)

نتائج النمذجة القانون باستخدام الـ Power Trendline

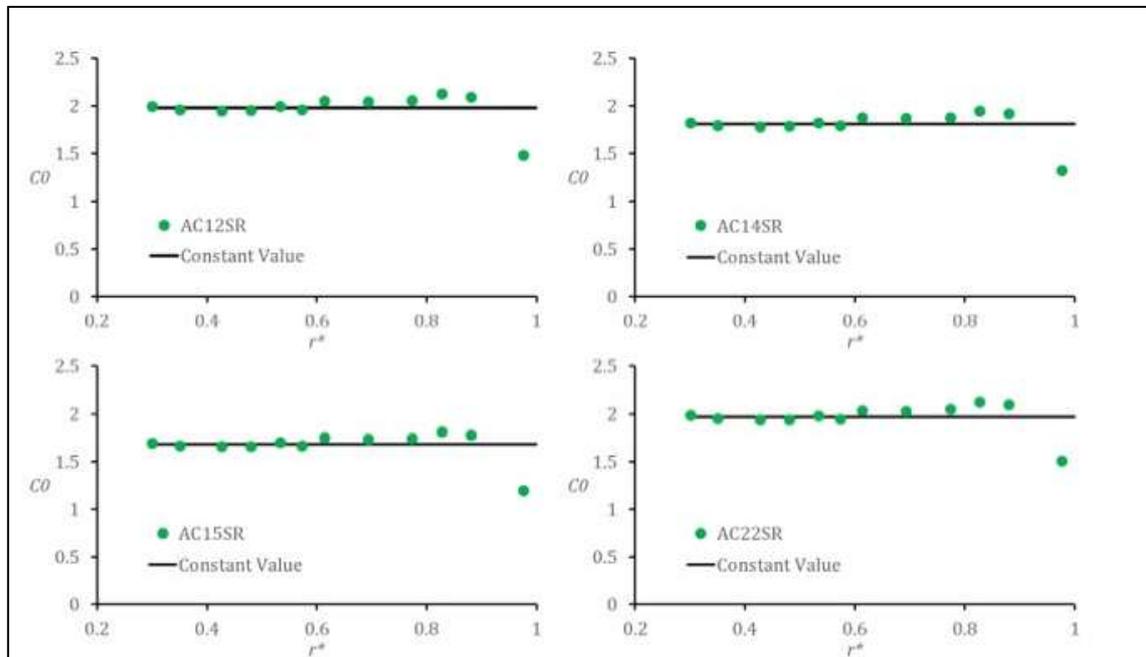
كما تم التحقق من القيمة الثابتة المعبر عنها في العلاقة التالية:

$$K C_{gr}^{-5} = K_p C_{gp}^{-5} = constant \quad \text{العلاقة (5)}$$

ويوضح الشكلين (11)، (12) المقارنة بين هذه القيمة المعيارية المحيطية والقيم الناتجة عن النمذجة لجميع أنصاف أقطار المقاطع الأسطوانية لكل تجربة نمذجة.



الشكل 11: مقارنة بين القيمة المحيطة والقيم الموافقة لجميع المقاطع الأسطوانة
نتائج النمذجة - القيمة المحيطة



الشكل 12: مقارنة بين القيمة المحيطة والقيم الموافقة لجميع المقاطع الأسطوانة
نتائج النمذجة - القيمة المحيطة

الاستنتاجات والتوصيات:

أوضحت المقارنات ما بين الحلول التحليلية والمعطيات التجريبية والرقمية مجموعة من الظواهر الهيدروليكية الهامة. وبعد التحقق بشكل فعلي من العمليات الرقمية التي تعكس الواقع. فكانت الخطوة التالية التحقق من النموذج المقترح من قبل السيد عبد النور (Abdel Nour 2010) حيث لوحظ عدم وجود توافق كامل، وقد بينت الأبحاث في هذه الأنواع من الجريانات أن السرعة الزاوية اللابعدية للنواة المركزية يتبع قانون أسي للمتحول r^* وذلك عندما يتعرض التجويف لغزارة إضافية ممتصة مركزياً. وتمت مقارنة قانون السلوك الجديد مع العديد من الحلول النظرية الموجودة وكذلك النتائج العددية التي أجريت. تم اجتزاء قسم صغير من القانون الجديد وحيث تمت الاستعانة ب Regression في برنامج Excel MS للوصول إلى قيمتي الثابتين α و K .

فيما يتعلق بهذه القيم، ترتبط جودتها ارتباطاً وثيقاً بمدى الدقة فمن غير الممكن الحصول على المستوى الصحيح للسرعة الزاوية للنواة المركزية إلا بأخذ الشروط المحيطة بالجوف أو على الأقل بالنسبة للنمذجة التحليلية القيمة المعيارية المعيرة عنها وهي السرعة الزاوية المحيطة عند منتصف المسافة بين القرصين. ولتحقيق ذلك كان من الضروري الأخذ بعين الاعتبار مجال الحساب لخارج التجويف. كما بينت النتائج التي حصلنا عليها بنموذج الاضطراب RSM

توضح الملاحظات العامة خلال فترة العمل على المشروع أن التوقعات لاستكمال الأعمال كثيرة للغاية. إذا كنا حتى الآن قد اهتمنا بالشروط الحدية المحيطة فإنه من المحتمل اكتشاف تأثيرات كبيرة بشكل ملفت للنظر للشروط الحدية عند محور الآلة، وخصوصاً في حالة الجريان الخاضع لغزارة قطرية إضافية وهو أمر يمكن أن يحمل البحث أعباء اقتصادية وزمنية هامة وفي النهاية نأمل أن يمكننا البحث تطوير العلاقات التحليلية المتكاملة باستخدام مركبات اجهادات رينولدز وبالتالي تحديد القوى المؤثرة على الأقراص الدوارة في الآلات الهيدروليكية المستخدمة في المنشآت المائية وتوسيع قاعدة البيانات من خلال زيادة النتائج التجريبية.

References:

- 1- Debuchy R., Abdel Nour F., & Bois G., *An Analytical Modeling of the Central Core Flow in a Rotor-Stator System With Several Preswirl Conditions*. J. Fluids Eng. - June 2010 - Vol 132, Issue 6, doi:10.1115/1.4001576.
- 2- Abdel Nour F., Poncet S., Debuchy R., & Bois G. *A Combined analytical, experimental and numerical investigation of turbulent air flow behaviour in a rotor-stator cavity*. 2009. Mécanique & Industries 10 3-4, 195-201.
- 3- Debuchy R., Abdel Nour F., & Bois G. *On the Flow Behavior in Rotor-Stator System with Superposed Flow*. International Journal of Rotating Machinery. Volume 2008, Article ID 719510.
- 4- Abdel Nour F., Debuchy R., Bois G., & Naji H. *On Numerical and Analytical Modelling of Flow Behaviour in a Rotor- Stator System without Superposed Flow: Experimental Comparison*. 2010. ISROMAC 13.
- 5- Abdel Nour F., Poncet S., Debuchy R., & Bois G. *Etude d'un écoulement turbulent en cavité rotor-stator ouverte en périphérie a faible taux de pré-rotation*. 2009. Le Congrès Français de Mécanique.

- 6-** Abdel Nour F., Debuchy R., Bois G, & Naji H. *Experimental, theoretical and numerical study of a turbulent flow in a rotor-stator cavity with low pre-swirl velocity*. Proceedings of ASME 2009 Fluids Engineering Summer Meeting, paper FEDSM2009-78088.
- 7-** Debuchy R., Poncet S., Abdel Nour F., & Bois G., *Experimental and numerical investigation of turbulent air flow behaviour in a rotor-stator cavity*. Proceedings of 8th European Turbomachinery Conference ETC8, Graz – Austria, 2009, A52, 23-27, pages 75-84.
- 8-** von Kármán T. *Über laminare und turbulente reibung*. Z. Angew. Math. Mech., 1921, 1 (4), 233-252.
- 9-** Szeri A. Z., Giron A., Schneider S. J., Labbe F., & Kaufman H. N. *Flow between rotating disks. Part I. Basic Flow*. J. 1983. Fluid Mech. 134, 103-131.
- 10-** Schlichting. H. *Boundary-layer theory* -1979. 7th edition. McGraw-Hill Book Company, New- York.
- 11-** D'Haudt E., Della Gatta S., Debuchy R., Bois G., & Martelli F. *Assessment of experimental and numerical flow investigation in rotating- disc systems*. Proceedings of ISROMAC-11, Honolulu, Hawaii USA. 2006