

مقارنة بين حلقات التحكم PID والمتحكمات الضبابية للتحكم بسرعة محرك خطوي

دريد عجيب*

(تاريخ الإيداع 21 / 9 / 2014. قبل للنشر في 5 / 5 / 2015)

□ ملخص □

يستعرض هذا البحث نموذجاً رياضياً لمحرك خطوي من خلال لغة الماتلاب اعتماداً على المعادلات التي تصف عمل المحرك، ويعرض المواصفات الأساسية للحلقة المفتوحة للنموذج المصمم، كما يقدم نظاماً تحكيمياً يتحكم بسرعة المحرك من خلال متحكمات PID. كما يسلط البحث الضوء على كيفية استخدام المنطق الضبابي وتطبيقاته في أنظمة التحكم من خلال تصميم متحكم ضبابي يؤمن عملية التحكم بسرعة المحرك، ويقارن البحث في النهاية بين المتحكمين المصممين من حيث أداء التحكم وسرعة الاستجابة.

الكلمات المفتاحية: نموذج، متحكم، منطق ضبابي، استجابة، محرك خطوي.

*قائم بالأعمال-قسم هندسة الحاسبات والتحكم الآلي-كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية-جامعة تشرين-اللاذقية-سورية.

PID Control Loop and Fuzzy Controller Compression for Stepper Motor controlling

Doryd Ajeeb*

(Received 21 / 9 / 2014. Accepted 5 / 5 / 2015)

□ ABSTRACT □

This research presents a mathematic module for stepper motor in Matlab program through the equations that describe the motor transfer function. It illustrates the primary characters of the open loop for the designed module, then it offers PID controller design for controlling the motor speed.

In addition, we can use the fuzzy logic and its applications in order to design a speed fuzzy controller. Finally, we make a comparison between the fuzzy and PID controller in control performance and response time.

Keywords: Module, Controller, Fuzzy logic, Response, Stepper Motor

* Academic Assistant, Department of Computer and Automatic Control Engineering, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

تعد أنظمة التحكم جزءاً أساسياً وهاماً في عملية القيادة والإدارة للمعامل والمنشآت الصناعية وغيرها الكثير من الأنظمة الإلكترونية التحكمية، لذلك كانت ولم تزال عملية تطوير هذه الأنظمة مجال اهتمام عدد كبير من الباحثين والمختصين بهدف تلبية الاحتياجات الجديدة لأنظمة التحكم وحل المشكلات التي لا تزال تعاني منها الأنظمة المستخدمة حالياً.

شكّلت المتحكمات التناسبية التكاملية التفاضلية PID نقلة نوعية في رفع أداء حلقات التحكم، فقد قدمت نتائج جيدة من حيث زمن الاستجابة ودقة التحكم [1,2,3]، كما تمايزت من حيث الإمكانيات بتنوع العناصر العاملة ضمن هذه المتحكمات فكانت هناك متحكمات تناسبية تكاملية ومتحكمات تناسبية فقط وغيرها بحيث تؤمن احتياجات المنظومة التحكمية [2]. ولا تزال تمثل حتى الآن الجزء الأكبر من الأنظمة التحكمية وخصوصاً بعد إدخال مفاهيم جديدة عليها كتوليف المتحكمات والمتحكمات التكيفية وغيرها [3]، ولكن تطور الأنظمة التحكمية من حيث التعقيد فرضت مجالات أخرى بطبيعة مختلفة من حيث الآلية التحكمية كالشبكات العصبونية الصناعية والمنطق الضبابي، والتي فتحت باباً واسعاً لتحقيق الكثير من التطبيقات بنجاح وتكامل متميزين [4].

تعد عمليات التحكم بالمحركات الخطوية جزءاً هاماً بالنسبة لعدد كبير من المنشآت والمصانع والتي تحتاج إلى أنظمة تحكمية ذات ميزات تراعي مواصفات هذه المحركات وتراعي سرعة الدوران ودقة العمل بنفس الوقت، ويعتمد نجاح النظام التحكمي للمحركات الخطوية على النموذج الرياضي المصمّم ودقته، كما يعتمد على دقة الحلقة التحكمية المستخدمة. وقد حققت الحلقات التحكمية التي تعتمد على متحكمات PID نتائج جيدة في هذا المجال، لكنّها تحتاج لعمليات تصميم دقيقة. لذلك سيدرس هذا البحث عملية تصميم متحكم ضبابي للتحكم بالمحرك الخطوي ومقارنته مع متحكم PID من حيث الاستجابة والأداء.

من أجل إجراء عملية النمذجة للمحرك الخطوي وتصميم المتحكمات وإجراء الاختبارات واستخلاص النتائج، سيتم استخدام برنامج Matlab والذي يقدم بيئة برمجية تلبي كل الاحتياجات التي تحتاج إليها الدراسة.

أهمية البحث وأهدافه:

يعد هذا البحث ذو أهمية كبيرة للقطاعات الصناعية والمصانع بشتى أنواعها إضافةً إلى الكثير من الشركات التي تقدم تجهيزات تعتمد في عملها على المحركات الخطوية بغض النظر عن الاستطاعة التي تستهلكها هذه التجهيزات، لذا يهدف هذا البحث إلى النقاط الآتية:

1. تصميم نموذج للمحرك الخطوي.
2. توضيح الميزات الأساسية للحقبة المفتوحة لتابع النقل الخاص بالمحرك.
3. تصميم متحكم PID للتحكم بسرعة المحرك.
4. تصميم متحكم ضبابي للتحكم بسرعة المحرك.
5. مقارنة المتحكمين من حيث الأداء والاستجابة.

طرائق البحث وموارده:

1- التحكم التناسبي التكاملي التفاضلي:

إنَّ المتحكم المستخدم من أجل مهام أعقد هو المتحكم PID (Proportional –Integral – Derivative) ذو فعل التحكم التناسبي التكاملي والتفاضلي [1,2,3]. حيث أن التصحيح المعطى في هذه الحالة هو:

$$u(t) = \frac{100}{PB} e + \frac{1}{Ki} \int e dt + Kd \frac{de}{dt} \quad (1)$$

حيث:

$u(t)$: إشارة خرج المتحكم.

$(Kd \frac{de}{dt})$: الفعل التفاضلي.

$(\frac{1}{Ki} \int e dt)$: الفعل التكاملي.

$(\frac{100}{PB} e)$: الفعل التناسبي.

e : إشارة الخطأ.

PB: النطاق التناسبي.

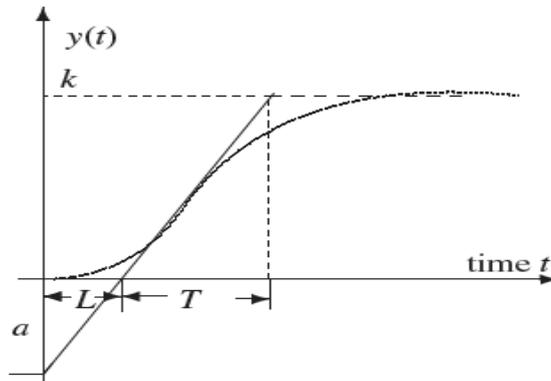
تستخدم المتحكمات PID حيث يمكن لفعل التفاضل أن يعوض تأخير الإجراءات، على سبيل المثال في حلقات التحكم بدرجة الحرارة فإن الأثر المعاكس للتأخر المرتبط بعنصر قياس درجة الحرارة يمكن تخفيضه بشكل جزئي بفعل تحكم تفاضلي، يتحسس المتحكم معدل الحركة بعيداً عن نقطة الدخل ويبدأ بتحريك صمام التحكم بشكل أبكر مما لو كان هناك فعل تحكم تناسبي أو تناسبي تكاملي.

وبشكل عام يستخدم هذا النمط من التحكم فوائد الأنماط الثلاثة:

- 1 - يخفّض فعل التفاضل من التجاوز الذي يحصل عندما يضاف فعل التكاملي إلى الفعل التناسبي.
- 2 - يبطل فعل التفاضل خواص التأخر الناتج عن فعل التكاملي.
- 3 - يخفّض فعل التكاملي من الانزياح عندما يضاف إلى التحكم التناسبي.

2- حساب ثوابت المتحكم PID:

بعد تحديد تابع النظام يمكن تحديد قيم ثوابت النظام اعتماداً على طريقة Ziegler Nichols والتي تعتمد على منحني الاستجابة للنظام مع تابع دخل الخطوة الواحدة للحلقة المغلقة للنظام لتحديد قيم ثوابت المتحكم . يوضح الشكل (1) هذه الآلية.



الشكل (1): طريقة Ziegler لحساب ثوابت المتحكم PID [2,3]

حيث أن $a=KL/T$ ومن خلال تحديد هذه القيم يمكن حساب قيم ثوابت المتحكم PID وفقاً للجدول (1) الآتي:

الجدول (1): ثوابت المتحكم PID

نوع المتحكم	K_p	T_i	T_d
P	$1/a$	-	-
PI	$0.9/a$	$3L$	-
PID	$1.2/a$	$2L$	$L/2$

حيث:

K : ربح الحالة الثابتة للعملية.

L : هو الزمن الميت للعملية.

T : هو الثابت الزمني الفعّال للعملية.

K_p : الربح التناسبي.

T_i : زمن التكامل.

T_d : زمن التفاضل.

a : ثابت زيغلر.

3- مفهوم المنطق الضبابي والمتحكمات الضبابية:

يقدم المنطق الضبابي حلاً جيداً للعديد من التطبيقات والأنظمة التحكمية لكونه يؤمن مفهوم توابع الانتماء تحويل المجموعات الحقيقية $Fuzzy Sets$ إلى مجموعات ضبابية $Fuzzy Sets$ ، لذا تكون جميع العناصر منتمية للمجموعة بشكل ضبابي نسبي يحدده تابع الانتماء مما يوفر للمتحكمات التي تعتمد على المنطق الضبابي إمكانية التعامل بشكل مختلف لكل قيمة من قيمة البارامتر المراد ضبطه. بعكس الحال من أجل المجموعات الحقيقية والتي تؤمن تعاملاً ثابتاً بالنسبة لجميع عناصر المجموعة التي تمتلك نفس نسبة الانتماء وهي هنا (ينتمي - لا ينتمي)، أي أن جميع العناصر خارج المجموعة لن تسبب أي تعامل بعكس الحال للمنطق الضبابي والذي تكون فيه جميع العناصر منتمية أي لا يوجد عدم انتماء لأي عنصر كان.

تعتبر عملية تصميم أنظمة التحكم اللاخطية في المجالات الصناعية أمراً معقداً. لتسهيل حل عملية التصميم هذه، يمكن استخدام المتحكمات الضبابية $PID Fuzzy Controllers$ التي تجمع بين عمليتي التحكم PID باستخدام التغذية العكسية والربح المجدول بشكل ضبابي. لكن القواعد الضبابية رغم انجازيتها الأعلى تبقى ممتلئة لقسم غير مثالي، ولتخفيف هذا القسم يجب تقليل القواعد الضبابية باستخدام القواعد الضبابية التسلسلية [6,8,9].

4- المجالات التطبيقية لبرنامج MATLAB:

برنامج MATLAB هو برنامج هندسي (وله مجالات أخرى) يقوم بعمليات تحليل وتمثيل البيانات من خلال معالجة تلك البيانات تبعاً لقاعدة البيانات الخاصة به، فمثلاً يستطيع البرنامج حساب التفاضل differentiation والتكامل Integration كما يقوم بحل المعادلات الجبرية Algebraic Equations وكذلك المعادلات التفاضلية Differential Equations ذات الرتب العليا والتي قد تصل من الصعوبة ما تصل، ليس ذلك فقط بل يستطيع البرنامج حساب التفاضل الجزئي، وعمليات الكسر الجزئي Partial fraction بسهولة ويسر والتي تستلزم وقتاً كبيراً

لعملها بالطرق التقليدية. هذا من الناحية الأكاديمية، أما من الناحية التطبيقية فيستطيع البرنامج العمل في جميع المجالات الهندسية مثل أنظمة التحكم Systems Control وفي مجال الميكانيكا Mechanical Field وكذلك محاكاة الإلكترونيات Electronics وصناعة السيارات Automotive Industry وكذلك مجال الطيران والدفاع الجوي Aerospace and Defense والكثير من التطبيقات الهندسية الأخرى [5].

5- نمذجة المحرك الخطوي:

لدراسة الخصائص الديناميكية للمحرك الخطوي، يجب دراسة النموذج الرياضي المعبر عنه، وقد قامت العديد من المراجع بالتوصل إلى النموذج الرياضي للمحرك الخطوي اعتماداً على بعض القوانين الفيزيائية والكهرومغناطيسية الخاصة بالمحرك، في هذا الجزء سنقوم باستعراض الاستنتاج الرياضي المختصر للنموذج اللاخطي للمحرك الخطوي ذو المغناطيس الدائم ثنائي الطور.

يعطى عدد الخطوات في الدورة الكاملة للجزء الدوار بالعلاقة الآتية:

$$S = N_r P \quad (2)$$

حيث أن:

N_r : عدد أقطاب الجزء الدوار للمحرك.

P : عدد أسنان (أطوار Phases) الجزء الثابت للمحرك.

بينما تعطى زاوية الخطوة التي يدورها الجزء الدوار للمحرك في كل خطوة بالعلاقة الآتية:

$$\theta^0 = \frac{2\pi}{S} = \frac{2\pi}{N_r P} \quad (3)$$

وتقدر بالراديان.

و باعتبار أن الميزة الجيبية للحقل الكهرومغناطيسي في الحجرة الهوائية بين الجزء الدوار و الجزء الثابت للمحرك مأخوذة بالحسبان فإن كل طور τ يسهم بمقدار عزم للمحرك T_{Mj} يعطى كما يأتي:

$$T_{Mj} = K_m \sin(\theta_j + N_r \theta(t)) I_j(t) \quad (4)$$

حيث أن:

K_m : ثابت متعلق بالمحرك.

$\theta(t)$: الموضع الفعلي للقضيب المحرك (مقدار دوران المحرك) في اللحظة t .

$I_j(t)$: التيار الكهربائي المار في الملف (الطور) j كتابع للزمن.

θ_j : موقع (زاوية) الملف j في الجزء الثابت للمحرك.

ونحن نعلم أن التيار الكهربائي المار في ملفات الجزء الثابت للمحرك هو تابع بالنسبة للزمن ويرتبط بشكل أساسي بالجهد $V_j(t)$ وخصائص الملف المار به كالمقاومة والذاتية. وبشكل عام يعبر عن هذا بالعلاقة الآتية:

$$V_j(t) = emf_j + R \cdot I_j(t) + L \cdot \frac{dI_j(t)}{dt} \quad (5)$$

حيث أن:

emf_j : القوة المحركة الكهربائية في الملف j .

R : المقاومة الكهربائية للملف.

L : ذاتية الملف.

يمكن التعبير عن القوة المحركة الكهربائية لكل ملف j بما يأتي:

$$emf_j = K_m \cdot \sin(\phi_j + N_r \theta(t)) \cdot \omega(t) \quad (6)$$

حيث أن:

ω : السرعة الزاوية للجزء الدوار للمحرك.

من ناحية أخرى، يعطى العزم الكلي لمحرك خطوي له عدد P من الملفات في جزئه الثابت بالعلاقة الآتية:

$$T_M = \sum_{j=1}^P T_{Mj} \quad (7)$$

وباستخدام هذه العلاقة واعتماداً على المعادلة الدوران للمحرك الخطوي يمكن كتابة العلاقة:

$$T_M = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + T_l \quad (8)$$

حيث أن:

J : عطالة الجزء الدوار للمحرك والحمل.

T_l : عزم الحمل الاحتكاكي.

B : لزوجة الاحتكاك viscous friction.

و تعطى السرعة الزاوية للمحرك بالعلاقة:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (9)$$

من المعادلات الثلاث الأخيرة يمكن وصف النموذج الرياضي للمحرك الخطوي ذو المغناطيس الدائم في فضاء الحالة بحيث يكون لهذا المحرك عدد N_r من الأسنان في جزئه الدوار و ملفين (2 phases) في جزئه الثابت (ϕ_j) والذين يتوضعان في الموضع (0) و ($\frac{\pi}{2}$)، وتكون المعادلات على النحو:

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{(V_a - RI_a + K_m \omega \sin(N_r \theta))}{L} \quad (10)$$

$$\frac{dI_b}{dt} = \frac{(V_b - RI_b - K_m \omega \cos(N_r \theta))}{L} \quad (11)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{(-K_m I_a \sin(N_r \theta) + K_m I_b \cos(N_r \theta) - B\omega - T_l)}{J} \quad (12)$$

باستخدام المعادلات الرياضية السابقة يمكن إجراء محاكاة للمحرك الخطوي ذو المغناطيس الدائم ونمذجة هذا

النموذج الرياضي باستخدام برامج مثل Matlab Simulink والحصول على نتائج عملية، ومن ثم تحليلها، ولقد استخدمنا بيئة الماتلاب لعملية تصميم نموذج الحلقة المفتوحة وذلك ببناء النموذج كملف .m file. إن قيم الثوابت الخاصة بالمحرك المصمم موضحة كما يأتي:

$R_a = 2.5$: مقاومة الملفات.

$L = 0.005$: ذاتية الملفات

$J = 2.02 \cdot 10^{-6}$: عطالة الجزء الدوار.

$B = 0.001$: لزوجة الاحتكاك.

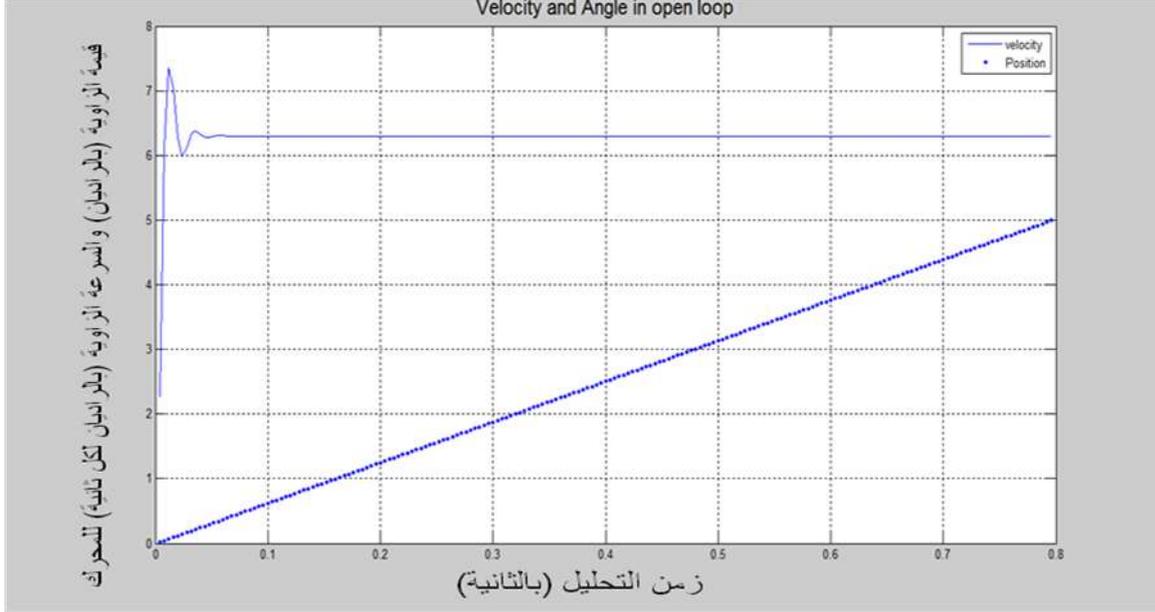
$N_r = 100$: عدد الأقطاب للجزء الدوار.

$K_m = 0.05$: عزم المحرك.

$dt = 0.0001$: الخطوة الزمنية للتحليل.

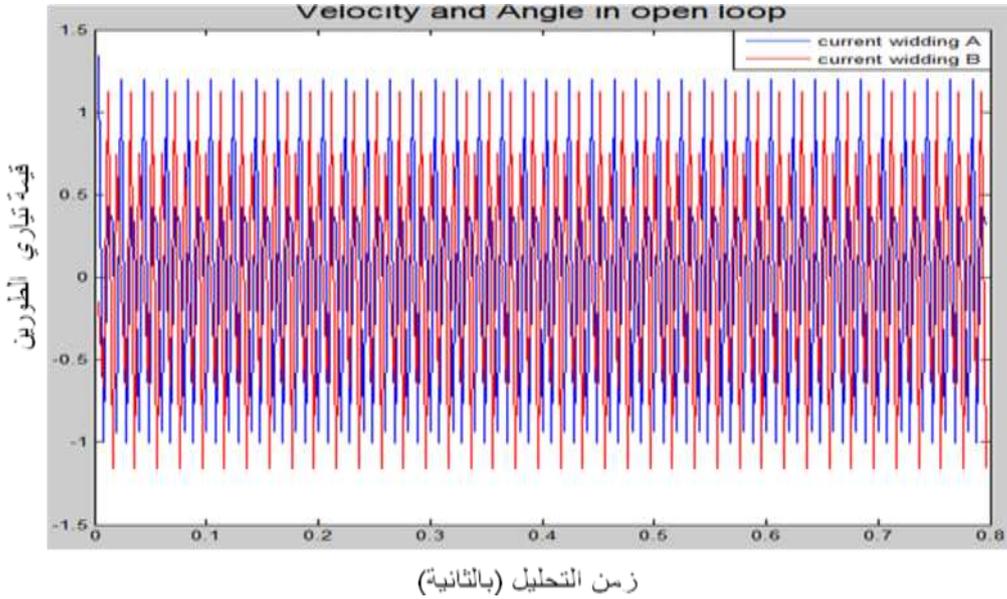
tf = 0.8: الزمن الكلي للتحليل.

يبين الشكل (2) قيمة كل من السرعة الزاوية وزاوية الخطوة، ويبين الشكل (3) قيم تيارات الملفين.



الشكل (2): منحنى الزاوية والسرعة الزاوية للمحرك في الحلقة المفتوحة

نلاحظ من خلال الشكل (2) أنّ السرعة الزاوية للمحرك في الحلقة المفتوحة هي 6.28 راديان/ثانية.



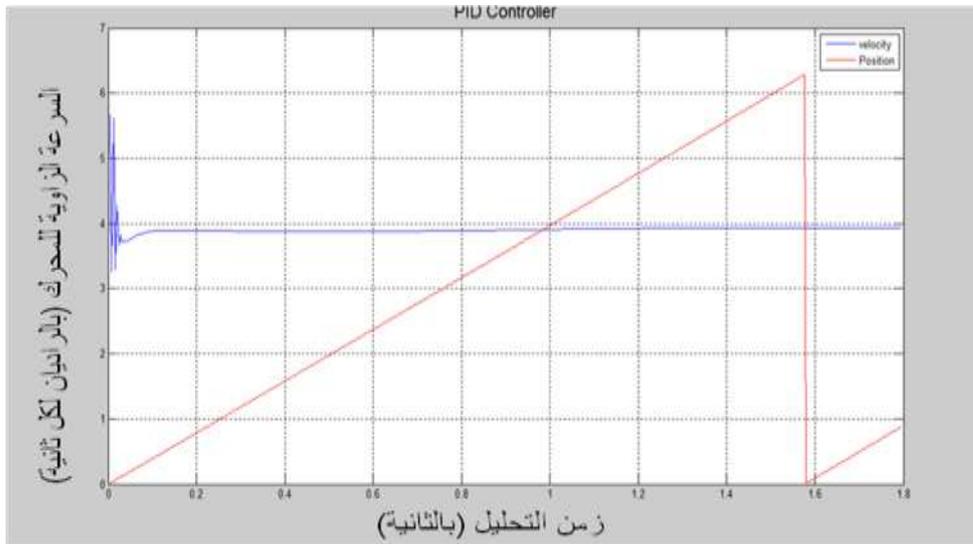
الشكل (3): منحنى تيارى الطورين للمحرك الخطوي في الحلقة المفتوحة

6- تصميم المتحكم PID:

اعتماداً على استجابة المحرك الخطوي لتابع الخطوة الواحدة بتطبيق مبدأ Ziegler Nichols، ووفقاً للجدول

(1) يمكن اختيار قيم الثوابت للمتحكم PID: $K_a = 0.3$ و $K_i = 0.0024$ و $K_d = 0.0006$.

باختبار عملية ضبط سرعة المحرك عند قيمة اختيارية 4 rad/sec من خلال المتحكم PID المصمم كانت النتيجة كما هي مبينة في الشكل (4).

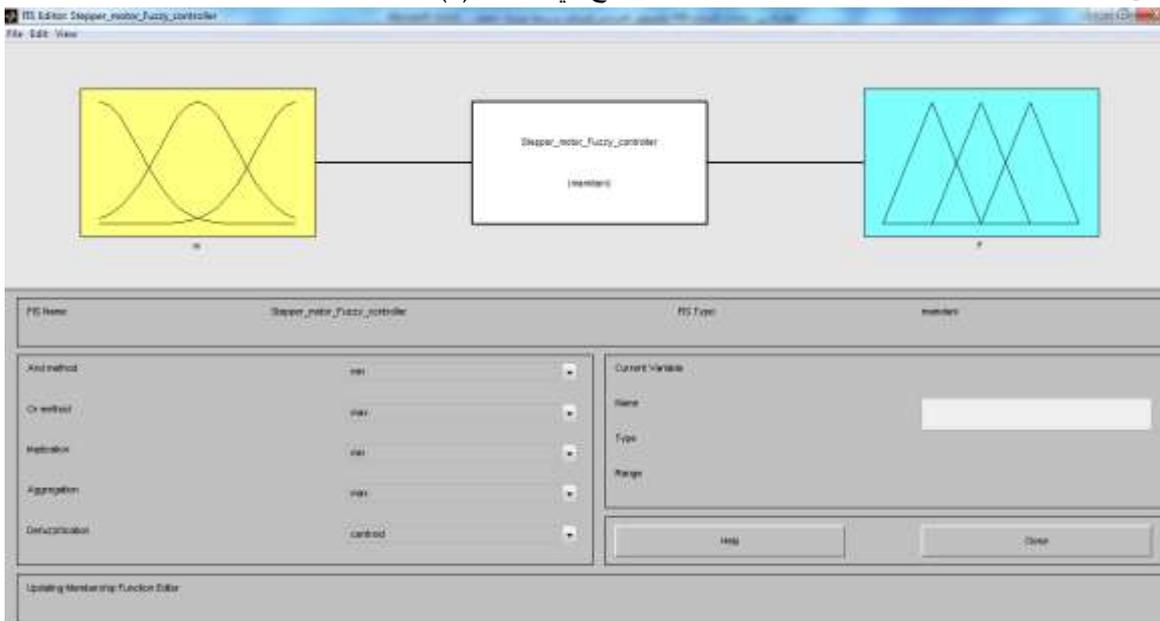


الشكل (4): منحنى الاستجابة للقيمة الاختيارية 4 rad/sec

نلاحظ أنّ المتحكم PID المصمم حقق عملية الضبط المطلوبة عند السرعة الزاوية المفترضة، ولكن كانت هناك عدة تأرجحات قبل استقرار خرج النظام. تعد هذه التأرجحات غير مقبولة في كثير من الأنظمة التحكمية، وقد تسبب الكثير من الأخطاء، لذلك تم تصميم متحكم ضبابي ليصبح النظام يعمل بمتحكم Fuzzy PID من أجل تخفيض هذه التأرجحات [10,11].

7- تصميم المتحكم الضبابي Fuzzy PID:

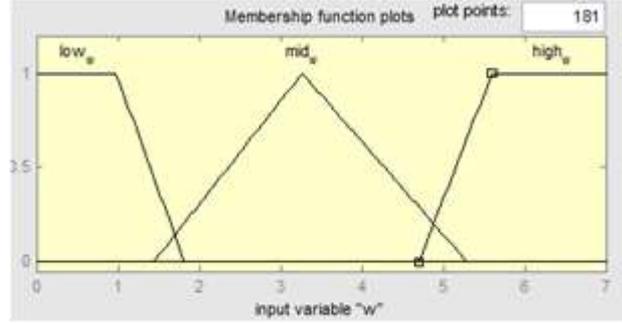
استخدم المتحكم الضبابي من أجل أمثلة اختيار التردد الأولي لإشارة الجهد المطبقة على ملفات المحرك، وذلك اعتماداً على قيمة السرعة الزاوية المطلوبة للمحرك كما هو موضح في الشكل (5).



الشكل (5): المتحكم الضبابي Fuzzy PID

لقد تمّت عملية تصميم المتحكم الضبابي من خلال الأدوات الداعمة لبرنامج الماتلاب، والخاصة بالمتحكمات الضبابية Fuzzy Tools [7,9].

من خلال الشكل (5) تمّ تحديد متغير الدخل للمتحكم الضبابي وهو السرعة الزاوية، كما تمّ تحديد متغير الخرج وهو التردد الأولي للجهود المطبقة على ملفات المحرك. يبين الشكل (6) توابع الانتماء الخاصة بمتغير الدخل للمتحكم الضبابي [4].



الشكل (6): توابع الانتماء الخاصة بمتغير الدخل للمتحكم الضبابي

تمّ تقسيم المتغير ضمن المجال $(0-7) \text{ rad/s}$ اعتماداً على نتائج الحلقة المفتوحة للنظام إلى ثلاثة توابع انتماء هي:

Low: ضمن المجال $(0-1.8) \text{ rad/s}$.

Middle: ضمن المجال $(1.5-5.3) \text{ rad/s}$.

High: ضمن المجال $(4.7-7) \text{ rad/s}$.

كما تمّ تصميم توابع الانتماء لمتغير الخرج ضمن المجال $(0-300) \text{ HZ}$ ووزعت أيضاً على ثلاثة توابع انتماء

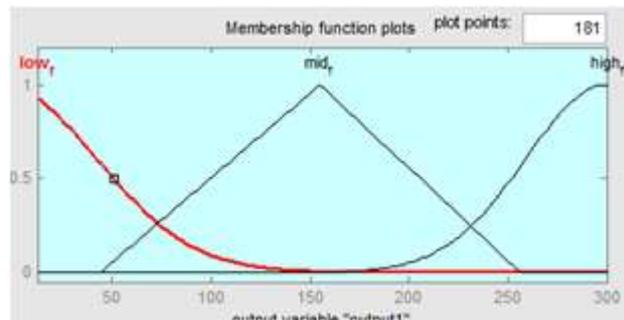
هي:

Low: $(0-150) \text{ HZ}$.

Middle: $(50 - 255) \text{ HZ}$.

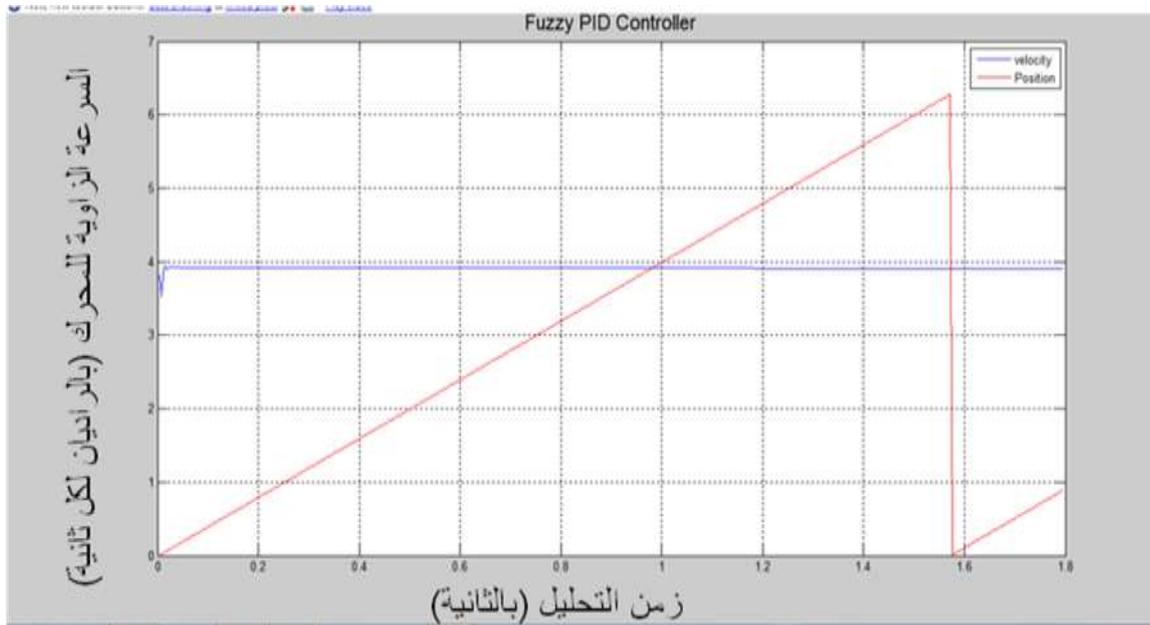
High: $(150 - 300) \text{ HZ}$.

إنّ هذه التوابع مبينة في الشكل (7).



الشكل (7): توابع الانتماء الخاصة بمتغير الخرج للمتحكم الضبابي

عند تطبيق هذا المتحكم على نموذج المحرك الخطوي، وعند نفس السرعة الزاوية 4 rad/sec المختارة في عملية اختبار المتحكم PID، كانت استجابة المحرك كما هي مبينة في الشكل (8).



الشكل (8): استجابة المحرك للمتحكم الضبابي Fuzzy PID

نلاحظ من خلال عملية اختبار المتحكم الضبابي Fuzzy PID أنّ عملية الضبط عند السرعة المطلوبة تمت بشكل مشابه لحالة المتحكم PID مفرداً، وذلك من حيث نفس زمن الصعود والخطأ والسرعة، لكنّها خفّضت كل من التجاوز وعدد التأرجحات حول النقطة المرجعية.

الاستنتاجات والتوصيات:

- من خلال الاختبارات المحققة ضمن هذا البحث يمكن استخلاص مجموعة من النتائج اعتماداً على استجابة المحرك الخطوي لكل من المتحكمين:
1. تقدم طريقة Zigler حلاً ناجحاً في اختيار ثوابت المتحكم PID وبناتج جيدة.
 2. تعتبر متحكمات PID ذات إمكانات عالية من حيث القدرة على التحكم والضبط ويزمن استجابة جيد، إلا أنّ عدد التأرجحات للوصول إلى نقطة الاستقرار قد تكون مشكلة في بعض الأنظمة التحكمية.
 3. تؤمن المتحكمات الضبابية حلاً مثالياً لعيوب المتحكمات PID من خلال تحسين أداءها وإلغاء التآرجحات حول النقطة المرجعية.
 4. تحسن المتحكمات الضبابية من زمن الاستجابة للمتحكمات الضبابية كونها تحقق اختيار مثالي للقيم الابتدائية لفضاء الحالة للنظام.

التوصيات:

يمكن تطوير العمل من خلال إجراء اتباع إحدى التوصيات من خلال استخدام متحكمات PID Fuzzy أو استخدام الروايد والمخمنات لرفع قدرة المتحكم.

المراجع:

- [1] T. Thamsiroj, J. Murphy, "A critical Review of the Applicability of Biodiesel and Grass Biomethane as Biofuels to Satisfy Both Biofuel Targets and Sustainability Criteria", Applied Energy, Vol.88, PP.1008-1019, 2011.
- [2] H. Zhang, Q. Wag, S. Mortimer, "Waste Cooking Oil as an Energy Resource: Review of Chinese Policies", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol.16, PP.5225-5231, 2012.
- [3] S. Yang, "A New Anti-Windup Strategy for PID Controllers with Derivative Filters", Asian Journal of Control, Vol.14, PP.564-571, 2012.
- [4] N. Kamala, "Multivariable control of Nonlinear Process using Soft Computing Techniques", Journal of Advances in Information Technology, Vol. 3, 2012.
- [5] W. A. Wali, J.D. Cullen, S. Bennett, A. I. Al-Shamma, "Intelligent PID Controller for Real Time Automation of Microwave Biodiesel Reactor", International Journal of Computer and Information Technology (ISSN: 2279 – 0764) Volume 02– Issue 04, July 2013.
- [6] Dimiter Driankov Rainer Palm, "Advances in Fuzzy Control", Physica-Verlag, 2013.
- [7] S. N. Sivanandam, S. Sumathi and S. N. Deepa, "Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB", Springer, 2007.
- [8] James J. Buckley and Esfandiar Eslami, "An Introduction for Fuzzy Logic and Fuzzy Sets", Physica-Verlag 2002.
- [9] Her-Terng Yau, Po-Hsien Yu and Yuan-Hung Su, "Design and Implementation of Optimal Fuzzy PID Controller for DC Servo Motor", Appl. Math. Inf. Sci. 8, No. 1L, 231-237 (2014).
- [10] M. Faruk, B. Tamer, B. Kurtulus, E. B. Fatih, "Optimization of module, shaft diameter and rolling bearing for spur gear through genetic algorithm, Expert Systems with Applications", 37, 8058-8064 (2010).
- [11] M. L Hung., J. S. Lin, J. J. Yan and T. L. Liao, "Optimal PID control design for synchronization of delayed discrete chaotic system", Chaos, Solitons and Fractals, 35, 781-785 (2008).