

## تطبيق النمذجة كنظام ثنائي الطور على المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والمعرضة للحرارة لحساب معامل المرونة

الدكتور علي خيريك\*

علي طوالو\*\*

(تاريخ الإيداع 7 / 12 / 2014. قُبل للنشر في 6 / 7 / 2015)

### □ ملخص □

يقدم هذه البحث وصفاً لسلوك المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والتي تم تعريضها بعد التصلب لدرجات حرارة قريبة من درجة ذوبان البولي إيثيلين. كما يعالج نمذجة هذا السلوك باعتبار المونة بعد تصلبها وتعرضها للحرارة وتبريدها كنظام ثنائي الطور مؤلف من المونة الإسمنتية المتصلبة (رمل وإسمنت وماء)، وشبكة البولي إيثيلين المتصلب بعد تدويبه بالحرارة وتبريده وإعادة تصلبه. تسمح هذه النمذجة باستنتاج معامل مرونة المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والمعرضة للحرارة والتبريد انطلاقاً من معاملي مرونة المونة الإسمنتية المرجعية، والبولي إيثيلين المتصلب.

وللتحقق من صلاحية هذه النمذجة كنظام ثنائي الطور، تم دراسة سلوك عينات من المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والمعرضة للحرارة، واستنتاج معامل المرونة تجريبياً من منحنيات الإجهاد - التشوه، ومقارنة هذه القيم مع قيم نظرية محسوبة وفق هذه النمذجة باعتبار أن المكونين الأساسيين لهذا النموذج وهما المونة الإسمنتية، والبولي إيثيلين المتصلب بعد الانصهار موزعان ضمن النماذج المقترحة وفق نموذج رياضي تسلسلي، أو نموذج رياضي متوازي أو مزيج بين الاثنين. تتقارب القيم التجريبية المحسوبة مع القيم التي تقدمها النمذجة المقترحة، مما يفسح المجال لاعتماد هذه النمذجة لحساب معامل المرونة رياضياً، واستنتاج بعض الخصائص الميكانيكية الأخرى للمونة أو البيتون من خلال النمذجة الرياضية.

**الكلمات المفتاحية:** المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والمعرضة للحرارة، معامل المرونة، النموذج المتوازي، النموذج المتسلسل، النظام ثنائي الطور.

\* أستاذ مساعد - قسم هندسة وإدارة التشييد - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

\*\* مشرف على الأعمال - قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

## Application de modélisation du mortier modifié aux particules de polyéthylène à température élevée comme système à deux phases pour calculer le module d'Young

Dr. Ali Kheirbek\*  
Ali Tawwalo\*\*

(Déposé le 7 / 12 / 2014 . Accepté 6 / 7 / 2015)

### □ Résumé □

Cet article présente une description du comportement élastique du mortier modifié aux particules de polyéthylène, exposé à températures 190°C et refroidi par la suite. Une modélisation de ce comportement a été présentée, le système proposé est composé de deux phases: le mortier durci, et le réseau de polyéthylène. Cette modélisation permet de calculer le module d'élasticité du système.

Pour valider le modèle, une étude expérimentale a été réalisée sur des éprouvettes prismatiques du mortier modifié aux particules de polyéthylène et exposé à températures 190°C et refroidi. Le calcul du module d'élasticité E du mortier déduit du modèle mixte entre série et parallèle, et des courbes de comportement expérimental montre une bonne cohérence entre valeurs théoriques et expérimentales. Une modélisation similaire peut se faire afin de calculer théoriquement d'autres propriétés mécaniques du mortier.

**Mots clés :** mortier cimentaire, mortier modifié aux particules de polyéthylène exposé à températures, module d'Young, modèle série, modèle parallèle, modélisation à deux phases.

---

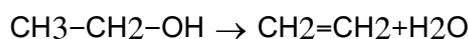
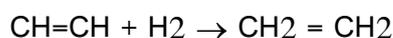
\* Associate Professor , Department Of Management Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.  
\*\*Work Supervisor, Department Of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

**مقدمة :**

تُستخدم النفايات البلاستيكية المعاد تدويرها على نطاق محدود في البيتون و المونة الإسمنتية، و قد بينت الدراسات السابقة أن استخدام هذه المواد في المونة الإسمنتية يحسن من بعض الخصائص كتقليل الكثافة و امتصاص الماء، و يضعف من بعضها الآخر كانهض المقاومة على الشد والضغط البسيط. تعمل المعالجة الحرارية لعينات المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين على استعادة جزء من الخصائص الميكانيكية التي تفقدها هذه المونة. فعند تسخين عينات هذه المونة المعدلة بالبولي إيثيلين إلى درجة حرارة قريبة من درجة انصهار البولي إيثيلين بحدود الـ  $190^{\circ}\text{C}$  يتم استرجاع جزء من المقاومة على الشد بالانعطاف والضغط البسيط التي فُقدت عند إدخال حبيبات من مادة البولي إيثيلين كجزء من خلطة المونة الإسمنتية.

**1.1 طرق الحصول على البولي إيثيلين منخفض و عالي الكثافة: [10]****• البولي إيثيلين ذو الكثافة المنخفضة (LDPE) Low Density Polyethylene**

يُعتبر هذا المنتج كأول بلاستيك أنتج من بلمرة غاز الإيثيلين وهو عبارة عن بوليمير يتكون من سلسلة خطية تتصل بها تفرعات جانبية كثيرة تتسبب في انخفاض درجة التبلور للبوليمير وبالتالي انخفاض كثافته. يحضر البولي إيثيلين ذو الكثافة المنخفضة من بلمرة غاز الإيثيلين تحت ضغط عالي. يتم الحصول على الإيثيلين بإحدى طريقتين:

**إزالة جزيء ماء من الكحول الإيثيلي :****هدرجة غاز الاستيلين :**

أما بلمرة الغاز الناتج، أي تحويل المونومير إلى بوليمير فتتم بالتسخين تحت ضغط عال و ذلك في مفاعل أنبوبي مسخن وتحت ضغط عال حيث يدخل المونومير من أحد طرفي الأنبوب ويخرج البوليمير من الطرف الآخر.

**• البولي إيثيلين ذو الكثافة المرتفعة (HDPE) High Density Polyethylene**

يحضر هذا البوليمير من بلمرة غاز الإيثيلين وهو بوليمير خطي مثل البولي إيثيلين منخفض الكثافة ولكنه يمتاز عنه بأن سلسلة جزيئاته خالية من التفرعات الجانبية الكبيرة. ولذلك نجد لهذا البوليمير درجة تبلور عالية مما يتسبب في زيادة كثافته، وارتفاع درجة حرارة انصهاره.

يتم التحضير الصناعي للبولي إيثيلين ذي الكثافة المرتفعة بطريقة **زيجلر - ناتا**، و ذلك ببلمرة غاز الإيثيلين

بوجود عامل تحفيز والمعروف باسم عامل تحفيز (زيجلر - ناتا). يتم ذلك في مفاعل مغلق حيث تتم البلمرة بإذابة الإيثيلين في مذيب عضوي مثل الهبتان العادي. ثم يمر هذا المحلول على المفاعل الذي يحتوي على خليط عامل التحفيز على شكل مغلق ويسخن خليط التفاعل الى درجة أقصاها  $120^{\circ}\text{C}$  وتكون عادة  $90^{\circ}\text{C}$  وتحت ضغط من (5-30 atm). بعدها يبطل تأثير عامل التحفيز بإدخال الماء ثم يفصل بالبوليمير المتكون على شكل مغلق من المذيب بالترشيح. ليغسل بعدها ويجفف. من المفضل تقطير واسترجاع المذيب واستخدامه مرة أخرى لاقتصاديات العملية الصناعية.

## 2.1. الخصائص لفيزيائية و الحرارية للبولى إيتيلين منخفض و عالي الكثافة:

### 2.1.1 البولى إيتيلين منخفض الكثافة

- (a) نسبة تبلوره من % 60 - 50
- (b) كثافته 0.9-0.93 g/cm<sup>3</sup>
- (c) يذوب في المذيبات العضوية فوق 100°C ولكن ليس هناك أي مذيب معروف يذيب البولى إيتيلين عند درجة حرارة الغرفة .
- (d) له صفات عزل كهربائي عالية جداً ويعتبر ثاني بوليمر بعد البولى تترافلورواتلين (تفلون) في صفات العزل الكهربائي .
- (e) ضعيف الفعالية الكيميائية ولا يتفاعل أو يذاب مع أي مادة كيميائية عند درجة حرارة الغرفة ولكنه ينتفخ قليلاً بمذيبات مثل البنزين ورابع كلوريد الكربون عند درجة حرارة منخفضة ويذوب تماماً عند درجة حرارة قريبة من درجة انصهاره مع مذيبات: تريكلوروبنزين و الديكاهيدرو و النفثالين و الزيولين.

### 2.1.2 البولى إيتيلين عالي الكثافة

- (a) درجة تبلوره تصل إلى 90%
- (b) سلسلة البوليمر خطية على معظم طولها وتحتوي تفرعات جانبية قليلة.
- (c) درجة حرارة الانصهار أكثر من 127°C وتكون حوالي 135°C .
- (d) تتراوح كثافته بين (0.95 - 0.97 g/cm<sup>3</sup>)
- (e) يتميز بدرجة صلابة أكبر من درجة صلابة البولى إيتيلين منخفض الكثافة.
- (f) له نفس درجة المقاومة للكيمائيات مثل البولى إيتيلين العادي.
- (g) يمتاز عن البولى إيتيلين العادي بأنه أكثر مقاومة لنفاد الغازات والأبخرة.

## 3. تأثير تعديل المونة الإسمنتية بالبولى إيتيلين بعد التعريض الحراري:

تعتمد الدراسات السابقة [7] آلية التعديل بالحرارة على عينات من المونة الإسمنتية المعدلة بحبيبات البولى إيتيلين تم تعريضها إلى تسخين و تبريد بين الدرجتين 20 و 190 درجة مئوية، و الانتقال الحراري بين الدرجة 20 و الدرجة 190 بشكل متدرج و خلال ساعة من الزمن، لتترك بعدها العينات لمدة ساعتين إضافيتين عند الدرجة 190 درجة مئوية، ثم تُترك لتبرد بشكل تدريجي معاكس لبرنامج التسخين و ذلك بين الدرجتين 190 و 20 درجة مئوية و تُختبر في اليوم التالي.

تبين نتائج هذه الدراسة أن المونة الإسمنتية المعدلة بالبولى إيتيلين تفقد جزءاً من خصائصها الميكانيكية مقارنة مع المونة المرجعية غير المعدلة. إلا أنها تعود و تكتسب مقاومة على الضغط البسيط بعد تعريضها للتسخين و التبريد وفق الآلية الموضحة سابقاً. كما تبين الدراسة أيضاً أنه و عند وصول درجة الحرارة الى الدرجة 190°C تبدأ حبيبات البولى إيتيلين بالانصهار لتكون روابط جديدة مع بعضها ومع حبيبات المونة الإسمنتية المجاورة لها وعند إعادة تبريدها تتبلور جزيئات البولى إيتيلين مرة ثانية بفعل السلاسل المفتوحة بشكل متعرج ملتوي حيث تعود الروابط المتفككة لتتحد عند درجة حرارة الغرفة و تنقسم المادة و تتحول بذلك إلى شبكة تربط بين جزيئات المادة لتملأ الفراغات وهذا ما يفسر زيادة المقاومة على الشد بالانعطاف بعد التسخين لدرجة الحرارة 190°C و التبريد [7].

تزداد مقاومة الضغط البسيط بشكل أفضل بعد التعريض الحراري، و هو ما يعود لكون المقاومة العظمى للبلاستيك تظهر عندما ينصهر تماماً لتملاً جزيئاته فيما بعد الفراغ ثم تتجمد بمقاومة أكبر.

### أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في دراسة السلوك المرن للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين بعد التعريض الحراري و مقارنة هذا السلوك مع المونة الإسمنتية المرجعية قبل التعريض الحراري. كما يسعى هذا البحث إلى اقتراح نمذجة ثنائية الطور للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين، و المعرضة للتسخين و التبريد و ذلك بهدف استنتاج معامل مرونة المونة المعدلة بعد التسخين رياضياً من خلال معادلات هيل [4-5] التي تم تطبيقها على مجموعة من النماذج المقترحة لتحديد النموذج الأفضل و الأقرب للواقع الذي حددته النتائج التجريبية لحساب معامل المرونة.

### طرائق البحث ومواده:

لإجراء الدراسة المطلوبة، تم صب سلسلتين من العينات الموشورية، سلسلة أولى من عينات المونة المرجعية ذات الأبعاد (4×4×16cm) التي تحوي في تركيبها الإسمنت و الرمل و الماء، و سلسلة أخرى معدلة بنفايات البولي إيثيلين و التي تم تعريضها للحرارة وفق الآلية الموضحة في الفقرة (1. 3). تم تحديد معامل المرونة لعينات السلسلتين من خلال رسم منحني السلوك المرن (الإجهاد - التشوه) لهما تحت الضغط البسيط حتى الانهيار. يبين الشكل (1) آلية قياس التشوهات المونة الإسمنتية المعرضة للضغط البسيط.



الشكل (1): قياس تشوهات المونة الإسمنتية تحت تأثير الضغط البسيط

### 1. مواصفات المواد الداخلة في خلطات المونة الإسمنتية :

أما المواد المستخدمة لإنجاز البحث التجريبي فكانت:

- (a) رمل سيليسي من مصادر محلية ذو تدرج حبي منتظم معامل نعومته قدره  $Mf=2.5$  ، و مكافئه الرملي  $ES=98\%$  ، و وزن حجمي صلب  $\rho_s=2.64g/cm^3$ .

(b) **إسمنت بورتلاندي عادي أسود تصنيف I** صنع معمل إسمنت طرطوس مُصنَّع وفق المواصفة السورية رقم 1987/63 بصنف 32.5 .

(c) **ماء للجيل قابل للشرب.**

(d) **حبيبات من البولي إيثيلين المطحون** : من إحدى منشآت التدوير المحلية في مدينة اللاذقية. نبين فيما يلي الخصائص الفيزيائية و الميكانيكية لهذه المادة و التي تم الحصول عليها من خلال الاختبارات التي أجريت في مخبر تجريب المواد في كلية الهندسة المدنية بجامعة تشرين.

الوزن الحجمي الصلب:  $\rho_s=0.9\text{g/cm}^3$

المقاومة على الشد المباشر:  $\sigma_t=250\text{g/cm}^2$

درجة الذوبان:  $t=120^\circ\text{C}$

معامل النعومة:  $Mf=1.87$

وعلى الشكل ( 2 ) نبين التدرج الحبي لعينتي مطحون المادة البلاستيكية من البولي إيثيلين وعينة الرمل المستخدم.



الشكل (2): منحنيات التدرج الحبي للرمل و مطحون البولي إيثيلين المستخدم في صناعة المونة المعدلة

يبين الجدول (1) التركيب الوزني للخلطات المصبوبة من المونة المرجعية و المونة المعدلة بالبولي إيثيلين.

الجدول (1): التركيب الوزني لخلطات المونة الإسمنتية

رمز الخلطة	نسبة استبدال الرمل وزنا	وزن الرمل (g)	وزن حبيبات البولي إيثيلين (g)	وزن الإسمنت (g)	وزن الماء (g)
M0	0%	1500	0	500	275
M5	5%	1425	75	500	275

يدل الرمز M0 على خلطة المونة الإسمنتية المرجعية، أما الرمز M5 فيدل على عينة المونة الإسمنتية المعدلة بنسبة استبدال وزني من الرمل مقداره 5% .

## 2. النمذجة المقترحة للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة:

تم في هذا البحث اقتراح عدد من النماذج التي تمثل المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين بعد تعريضها للحرارة وفق الآلية المفصلة سابقاً. يتمثل كل نموذج من هذه النماذج بتعريف محدد للخلية الأساسية التي تشكل بدورها منظومة تحوي الطورين الأساسيين اللذين تم اعتمادهما في هذا البحث.

يكمّن الهدف من عملية اقتراح نموذج رياضي للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والمعرضة للحرارة في حساب معامل المرونة على الضغط لهذه المادة بشكل نظري بدلالة معاملات مرونة الأطوار المكونة للنموذج الرياضي المقترح [1].

سنعرض في هذا السياق نموذج لمجانسة هذه المادة (أي جعلها متجانسة تنطبق عليها العلاقات الرياضية).

تتألف هذه المادة من الطورين الأساسيين:

- المونة الإسمنتية كهيكل صلب مكون من الرمل و العجينة الإسمنتية المتصلبة كطور أول.
  - البولي إيثيلين المتصلب بعد انصهاره بالحرارة كمادة رابطة تتغلغل في مسامات المونة المتصلبة كطور ثان.
- ومن وجهة نظر ميكانيكية المواد المركبة سيتم اقتراح نموذجاً رياضياً مبسطاً ثنائياً أو ثلاثياً يتضمن أزواج من الأطوار المكونة له متوضعة بشكل تسلسلي أو متوازي.

أما توزيع هذين الطورين في الخلايا الأساسية للنماذج المقترحة فيتم بشكل يتوافق مع النموذج الرياضي

التسلسلي، أو النموذج الرياضي المتوازي، أو مزيج بين الاثنين [2,3].

تركز الهدف الرئيسي في التحليل على الحساب الرياضي لمعامل المرونة بهدف استخدامه في تحليل العناصر

الإنشائية و الذي يعبر عن تكامل تأثير خصائص مكونات النموذج على حساب مرونة المادة. سيقود ذلك حتماً إلى زيادة الثقة و الضمان في حال التعامل مع هذه المادة ذات الخصائص الميكانيكية المعروفة و التي يمكن أن تستخدم في الكثير من العناصر الإنشائية مسبقاً الصنع.

يعتمد حساب معامل مرونة كل نموذج مقترح على معادلات هيل بحسب توضع الأطوار في النموذج وفق

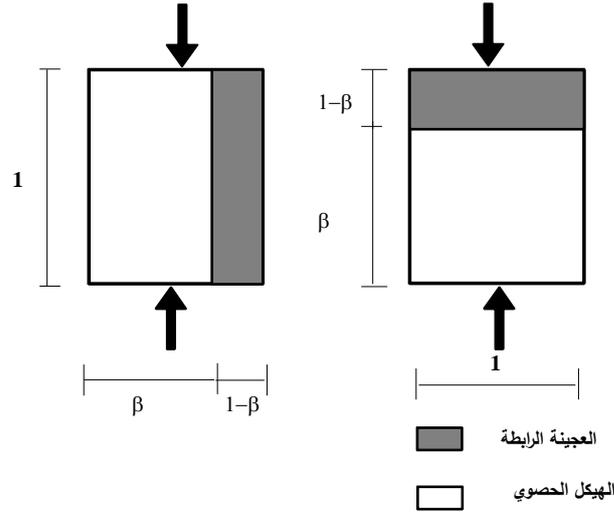
الشكل التسلسلي أو المتوازي.

تُعطى قيم معاملي المرونة وفق هيل [2,6] E1 و E2 لكل من النموذجين التسلسلي و المتوازي المبينين في

الشكل (3) على التوالي بالعلاقات التالية:

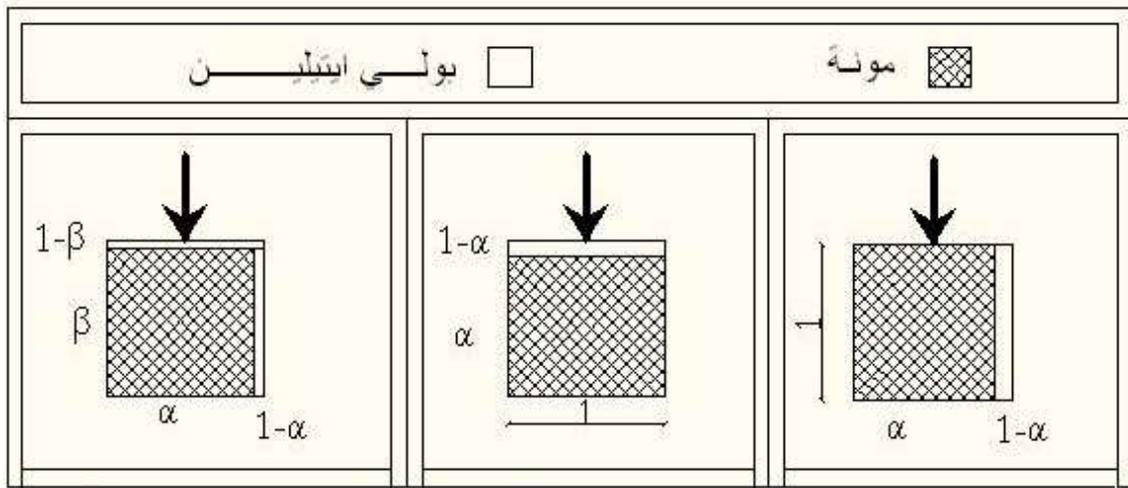
$$E_1 = \beta E_i + (1 - \beta)E_m$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\beta}{E_i} + \frac{1 - \beta}{E_m}$$



الشكل (3): التمثيل التوضيحي لنموذجي هيل المتوازي و التسلسلي [6],[2]

يظهر على الشكل ( 4 ) النماذج ثنائية الطور التي تم اقتراحها بحسب توضع مكونات النموذج وفق النمط التسلسلي أو المتوازي أو بالشكل المركب من النمطين.



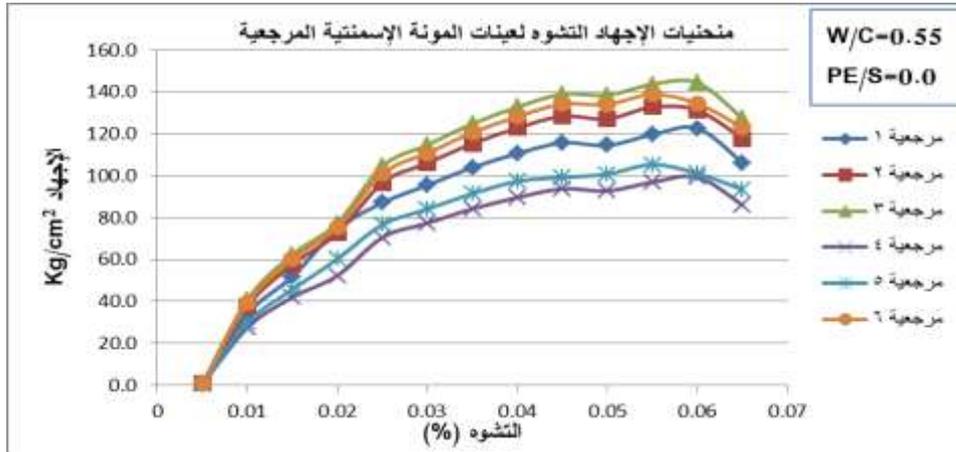
الشكل (4) الخلية الأساسية للنماذج المقترحة للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة

### 3. حساب معاملات المرونة:

تمت الدراسة على مجموعتين من المونة الإسمنتية تخص الأولى المونة المرجعية M0، وتخص الثانية المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين والمعرضة للحرارة M5. تم حساب معامل المرونة للمجموعة الأولى تجريبياً بهدف الاعتماد على قيمته في العلاقات الرياضية. أما في المجموعة الثانية فقد تم حساب معامل المرونة لها تجريبياً ونظرياً باستخدام النمذجة المقترحة لتبيان النموذج الذي يعطي القيمة الأقرب للقيمة المحسوبة تجريبياً.

**3.1. حساب معامل المرونة للمونة الإسمنتية المرجعية تجريبياً:**

يظهر على الشكل (5) نتائج ست مجموعات من عينات المونة الإسمنتية المرجعية  $M0$ . تمثل كل نقطة من منحنيات الشكل (5) وسطي ثلاث عينات من المونة المرجعية. يمكن من خلال منحنيات السلوك استنتاج معاملات المرونة.



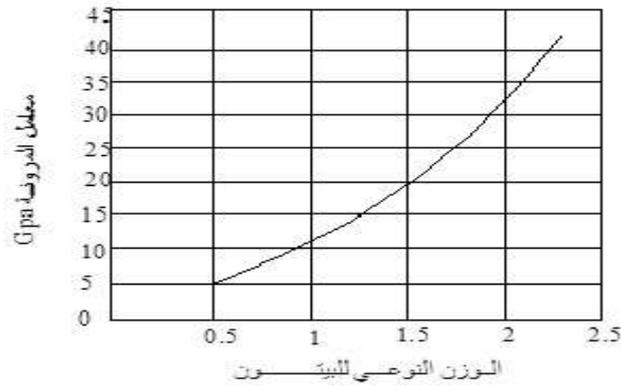
الشكل (5): منحنيات الإجهاد التشوه لعينات المونة الإسمنتية المرجعية

يبين الجدول (2) قيم معاملات المرونة التجريبية لخلطات المونة المرجعية الست.

الجدول (2): القيم المحسوبة تجريبياً لمعاملات المرونة للمونة الإسمنتية المرجعية و المعدلة بالبولي إيثيلين و الحرارة

6	5	4	3	2	1	العينة
37.80	30.15	26.15	38.70	36.30	37.24	E التجريبي للعينات المرجعية (GPa)

بالاستناد إلى ميل المماس التقريبي للمنحنيات المبينة أعلاه، تم الحصول على معامل المرونة لكل عينة لتبلغ القيمة الوسطية للعينات الست  $E_g=34GPa$  (معامل مرونة المونة الإسمنتية النظامية) تتطابق القيم المحسوبة تجريبياً لمعامل مرونة المونة المرجعية مع النموذج النظري الذي يقدمه الباحث هاشين [4] Hashin و الذي يتمثل في منحنى الشكل رقم (6).

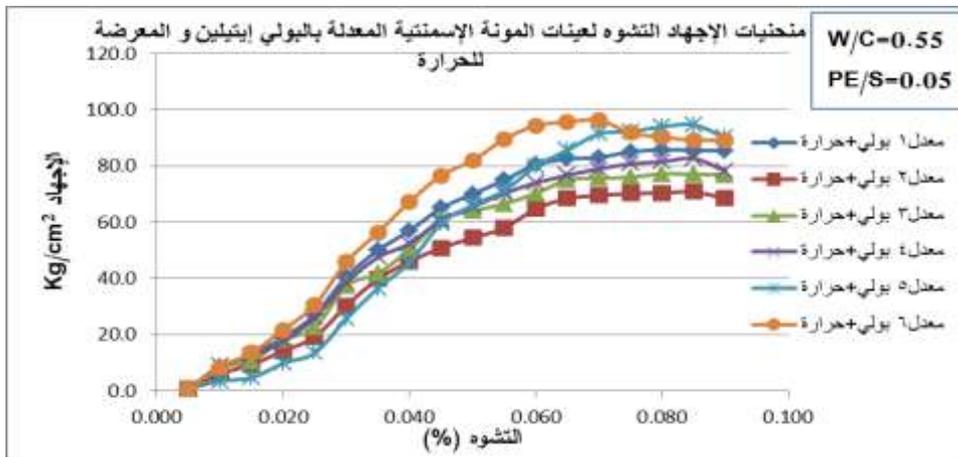


الشكل (6): العلاقة بين الوزن النوعي للبوتون و معامل المرونة وفق نموذج هاشين Hashin [4]

تتقارب القيمة الوسطية للعينات الست المرجعية مع تلك المحسوبة من نموذج هاشين السابق و البالغة  $E=34\text{GPa}$  و الذي ينطبق مع عيناتنا ذات الوزن النوعي الوسطي القريب من 2.2.

### 3. 2. حساب معامل المرونة التجريبي للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة:

يظهر على الشكل (7) نتائج ست مجموعات من عينات المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين، و المعرضة للحرارة M5 . تمثل كل نقطة من منحنيات الشكل (7) وسطي ثلاث عينات من المونة المعدلة M5 والمعرضة للحرارة. يمكننا من خلال منحنيات السلوك استنتاج معاملات المرونة للمونة المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة و التي تم تطوير تركيبها و دراسة بعض خصائصها في بحث سابق [7].



الشكل (7): منحنيات الإجهاد التشوه لعينات المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرض للحرارة

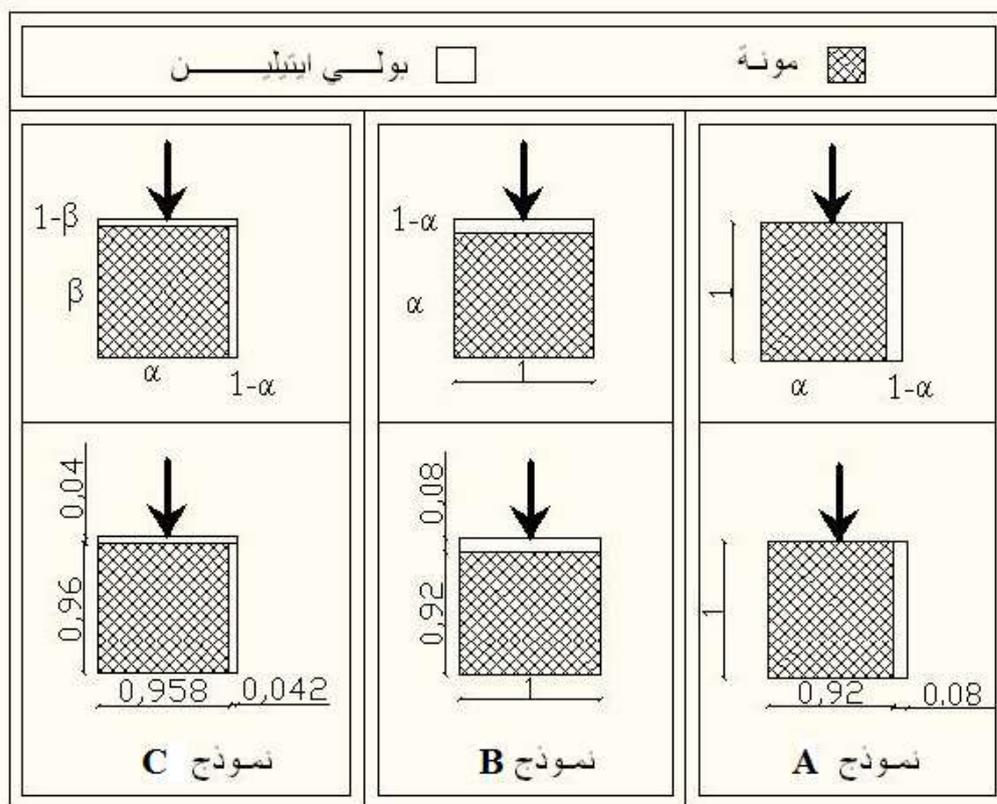
يبين الجدول (3) قيم معاملات المرونة التجريبية لخلطات المونة لخلطات المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة.

الجدول (3): القيم المحسوبة تجريبياً لمعاملات المرونة للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و الحرارة

العينة	1	2	3	4	5	6
E التجريبي للعينات المعدلة (GPa)	23.60	19.80	26.40	23.20	12.80	25.80

### 3.3. حساب معامل المرونة النظري باستخدام النمذجة للمونة الإسمنتية المعدلة و المعرضة للحرارة:

يظهر على الشكل ( 8 ) النماذج ثنائية الطور التي تم اقتراحها بحسب توزيع مكونات النموذج وفق النمط التسلسلي أو المتوازي أو بالشكل المركب من النمطين [1-4] مع قيم  $\alpha$  و  $\beta$  للمونة M5.



الشكل (8) الخلية الأساسية للنمذجة المقترحة للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة

تُحسب المعاملات  $\alpha$  و  $\beta$  بحسب محتوى النموذج من الطور الأول (الرمال و العجينة الإسمنتية)، و الطور الثاني (البولي إيثيلين). أما معاملات المرونة لكل نموذج فتُحسب بحسب شكل توزيعها ضمن الخلية الأساسية الواحدة التي تتميز في المستوي بمربع طول ضلعه واحدة الأطوال، و مساحته واحدة السطوح. و في الفراغ بمكعب حجمه يعادل واحدة الحجم.

نبين فيما يلي آلية حساب أبعاد كل نموذج من النماذج المقترحة للخلية الواحدة:

#### بالنسبة للنموذج A :

يتوضع الطوران الأساسيان بشكل متواز فيما بينهما. فإذا اعتبرنا  $(\alpha \times 1 \times 1)$  حجم الطور الأول (الرمل و العجينة الإسمنتية) في الخلية الواحدة، سيكون الحجم المتبقي في الخلية هو حجم الطور الثاني و هو البولوي إيثيلين و الذي يعادل  $[(1-\alpha) \times 1 \times 1]$ .

ويحسب معامل المرونة للنموذج A بالمعادلة التالية:

$$E_A = \alpha E_g + (1 - \alpha) E_e \quad (1)$$

#### بالنسبة للنموذج B :

يتوضع الطوران الأساسيان بشكل متسلسل فيما بينهما. فإذا اعتبرنا  $(\alpha \times 1 \times 1)$  حجم الطور الأول (الرمل و العجينة الإسمنتية) في الخلية الواحدة، سيكون الحجم المتبقي في الخلية هو حجم الطور الثاني و هو البولوي إيثيلين و الذي يعادل  $[(1-\alpha) \times 1 \times 1]$ .

ويحسب معامل المرونة للنموذج B بالمعادلة التالية:

$$\frac{1}{E_B} = \frac{\alpha}{E_g} + \frac{(1 - \alpha)}{E_e} \quad (2)$$

#### بالنسبة للنموذج C :

يتوضع الطوران الأساسيان بشكل مختلط (متوازي و متسلسل). فإذا اعتبرنا  $(\alpha \times \beta \times 1)$  حجم الطور الأول (الرمل و العجينة الإسمنتية) في الخلية الواحدة، سيكون الحجم المتبقي في الخلية هو حجم الطور الثاني و هو البولوي إيثيلين و الذي يعادل  $[1 - (\alpha \times \beta \times 1)]$ . تم توزيع الطور الثاني من مكونات خلية هذا النموذج بالتساوي تقريباً بشكل تسلسلي و متوازي مع الطور الأول [3].

ويحسب معامل المرونة للنموذج C بالمعادلة التالية:

$$\frac{1}{E_C} = \frac{1 - \beta}{E_e} + \frac{\beta}{(1 - \alpha) E_e + \alpha E_g} \quad (3)$$

و لحساب قيم  $\alpha$  و  $\beta$  في النماذج المقترحة، سنحتاج إلى حجوم مكونات المونة الإسمنتية بشكل تفصيلي و هو

ما يوضحه الجدول (4)

الجدول (4): المحتوى الوزني و الحجمي لمكونات المونة الإسمنتية M5 المعدلة بالبولي إيثيلين

المجموع	العجينة الإسمنتية		البولي إيثيلين	الرمل	مكونات الخلية
	الماء	الإسمنت			
2275	275	500	75	1425	وزناً (g)
1060	275	161.3	84	539.7	حجماً (cm <sup>3</sup> )
1	0.411		0.08	0.509	النسبة الحجمية

و منه يمكن استنتاج قيم  $\alpha$  و  $\beta$  الموضحة في أسفل الشكل (6) كما يلي:

**بالنسبة للنموذج A :**

$$\alpha = 0.509 + 0.411 = 0.920$$

**بالنسبة للنموذج B :**

$$\alpha = 0.509 + 0.411 = 0.920$$

**بالنسبة للنموذج C :**

$$\beta = 1 - (0.08/2) = 0.96$$

$$\alpha = (0.92/\beta) = 0.958$$

بالاعتماد على الشكل (8) وعلى المعادلات الرياضية (1,2,3) تم حساب معامل المرونة ومقارنته مع قيمته

التجريبية لتبيان النموذج الصحيح.

سنرمز بـ :

•  $E_g$  لمعامل مرونة المونة الإسمنتية النظامية، والتي استنتجنا قيمتها تجريبياً.

•  $E_e$  لمعامل مرونة البولي إيثيلين والتي تم الحصول عليها من المراجع [13,14,15].

يبين الجدول (5) قيم معاملات المرونة النظرية للمونة الإسمنتية المعدلة و المعرضة للحرارة وفق النماذج

المقترحة (A, B, C).

الجدول (5) معاملات المرونة للنماذج المفترضة التي تمثل المونة الإسمنتية المعدلة والمعرضة للحرارة

النموذج	$\alpha$	$\beta$	$E_g$ (GPa)	$E_e$ (GPa)	E للنموذج (GPa)
A	0.92		34	2.7	31.50
B	0.92		34	2.7	17.64
C	0.958	0.96	34	2.7	22.63

### النتائج و المناقشة :

بمقارنة النتائج التي تم الحصول عليها لمعامل المرونة من العلاقات الرياضية (الجدول 5) مع نتائج حساب

معامل المرونة تجريبياً، تبين أن النموذج C هو النموذج الأكثر تمثيلاً للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين M5

والمعرضة للحرارة. وقد أعطت العلاقة الرياضية للنموذج C أقرب قيمة نظرية للقيمة التجريبية بحيث حصلنا من

التجربة على قيمة عامل المرونة  $E=22\text{GPa}$  ومن النموذج النظري كانت كما ذكر في الجدول (5)  $E=22.63\text{GPa}$ .

و للتحقق من صلاحية النمذجة على تراكيب أخرى، قمنا بإجراء تغيير في النسبة الوزنية للبولي إيثيلين

المستبدلة من الرمل في خلطة المونة الإسمنتية المعدلة المعرضة للحرارة حيث شكلنا سلسلة من العينات بنسبة استبدال

2% وتم رسم منحنيات السلوك (مخططات الإجهاد-تشوه) لمعرفة معامل المرونة للمونة الإسمنتية المعدلة والمعرضة

للحرارة تجريبياً.

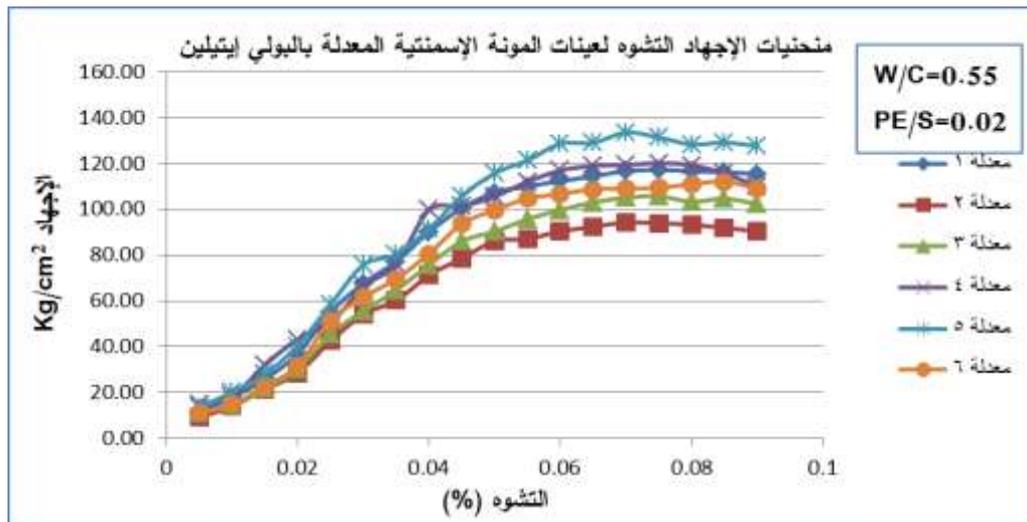
يوضح الجدول (6) التركيب الوزني لهذه العينات من المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين بنسبة 2%.

الجدول (6): التركيب الوزني لخلطات المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين بنسبة 2% والمعرضة للحرارة

رمز الخلطة	نسبة استبدال الرمل وزنا	وزن الرمل (g)	وزن حبيبات البولي إيثيلين (g)	وزن الإسمنت (g)	وزن الماء (g)
M2	2%	1470	30	500	275

بعد أن تم تحضير عينات المونة الإسمنتية المعدلة بنسبة 2% (M2) وبعد أن تم تعريضها للحرارة بنفس الأسلوب المذكور سابقاً، أجريت في اليوم التالي اختبارات الضغط البسيط مع قياس التشوه الناتج تبعاً على عينات هذه السلسلة تجريبياً وكان لدينا ست مجموعات من العينات مسماة معدلة 1 حتى معدلة 6. رسمت منحنيات السلوك (الإجهاد-تشوه) للمجموعات الست وتمثل كل قيمة ناتجة على المخطط متوسط لثلاث قيم مقاسة تجريبياً.

يبين الشكل (9) مخططات الإجهاد-تشوه لسلسلة المونة الإسمنتية المعدلة بنسبة 2% والمعرضة للحرارة والتي تم الحصول عليه تجريبياً.



الشكل (9) الإجهاد-تشوه للمونة الإسمنتية المعدلة بنسبة 2% بالبولي إيثيلين ومعرضة للحرارة

تم كما في التراكيب الأخرى حساب معاملات المرونة التجريبية و النظرية لهذه العينات:

• **E التجريبي للمونة الإسمنتية المعدلة بنسبة 2%:**

نلاحظ من الشكل (9) أن المادة لا تملك علاقة خطية بين الإجهاد والتشوه، لذلك وفي مثل هذه الحالات يتم اللجوء إلى ميل المماس لحساب معامل المرونة للمادة وقد قمنا بحساب معامل المرونة اعتماداً على ميل المماس للمنحنى المقارب وتم توصيف النتائج في الجدول (8).

• **E النظري للمونة الإسمنتية المعدلة بنسبة 2%:**

بالاعتماد على النموذج المقترح سابقاً (النموذج C الموضح تمثيلاً بالشكل 8) لحساب معامل المرونة نظرياً، ومن أجل التأكد من صلاحية النموذج تم تطبيق العلاقة الرياضية الخاصة بهذا النموذج (العلاقة 3) على سلسلة المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين بنسبة 2% والمعرضة للحرارة. نستعرض بداية من خلال الجدول (7) النسب الحجمية للطورين المشكلين للنموذج ومادة هذين الطورين هي المونة الإسمنتية المتصلبة ومادة البولي إيثيلين المنصهرة بالحرارة [8-9].

الجدول (7) التركيب الحجمي لمكونات المونة الإسمنتية المعدلة بنسبة 2%

المجموع	العجينة الإسمنتية		البولي إيثيلين	الرمل	مكونات الخلية	رمز الخلية
	الماء	الإسمنت				
2275	275	500	30	1470	وزناً (g)	M2
1026.43	436.3		33.33	556.8	حجماً (cm <sup>3</sup> )	
1	0.425		0.0324	0.542	النسبة الحجمية	

و منه يمكن استنتاج قيم  $\alpha$  و  $\beta$  للمونة M2 :

**بالنسبة للنموذج C :**

$$\beta = 1 - (0.0324/2) = 0.9838$$

$$\alpha = (0.967/\beta) = 0.9829$$

تُعطى العلاقة الرياضية للنموذج المقترح (النموذج C) لحساب معامل المرونة كما يلي:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1-\beta}{E_e} + \frac{\beta}{(1-\alpha)E_e + \alpha E_g}$$

وتعطى قيمة معاملات مرونة المكونات كما يلي:

• معامل المرونة للمونة الإسمنتية المتصلبة  $E_g = 34 \text{ GPa}$

• معامل المرونة للبولي إيثيلين  $E_e = 2.7 \text{ GPa}$

أما معاملات النسب الحجمية  $\alpha$  و  $\beta$  فتتغير مع تغير نسبة البولي إيثيلين الداخل في تركيب المونة الإسمنتية. يبين الجدول (8) نتائج الحساب التجريبي والنظري لمعامل المرونة للمونة M2 المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة.

الجدول (8) معامل المرونة للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين M2 والمعرضة للحرارة

رمز الخلطة	النسبة الوزنية للبولي إيثيلين (%)	معامل المرونة التجريبي E (GPa)	معامل المرونة النظري E (GPa)
M2	2	27.7	28

نلاحظ من خلال الجدول (8) أن قيمة معامل المرونة التي تم الحصول عليها تجريبياً متقاربة جداً مع القيمة التي تم الحصول عليها من العلاقة الرياضية الخاصة بالنموذج المقترح. يوضح الجدول (9) مجمل النتائج التجريبية و النظرية المحسوبة وفق النماذج المقترحة لمعاملات مرونة المونة الإسمنتية المعدلة بالبولي إيثيلين و المعرضة للحرارة بنسب مختلفة من البولوي إيثيلين.

الجدول (9) معامل المرونة التجريبي والنظري للمونة الإسمنتية المعدلة والمعرضة للحرارة

العينه	النموذج	$\alpha$	$\beta$	$E_g$ (GPa)	$E_e$ (GPa)	E النظري (GPa)	E التجريبي (GPa)
M2	A	0.967		34	2.7	32.96	27.7
	B	0.967		34	2.7	24.59	
	C	0.9829	0.983 8	34	2.7	28	
M5	A	0.92		34	2.7	31.496	22
	B	0.92		34	2.7	17.64	
	C	0.958	0.96	34	2.7	22.63	

#### الاستنتاجات والتوصيات:

- بعد استخلاص النتائج الموضحة في الأشكال والجداول المبينة في البحث، يمكن تسجيل الاستنتاجات التالية:
  1. تسمح النمذجة المقترحة بمحاكاة السلوك الأقرب للواقع للمونة الإسمنتية المعدلة بالبولوي إيثيلين والمعرضة للحرارة باعتبارها مادة جديدة.
  2. تتيح النمذجة باعتماد معادلات هيل بتوزيع مكونات الخلية الواحدية بأشكال متعددة وفق النمط التسلسلي أو المتوازي أو الاثنين معاً. وهو ما يفسح المجال لاقتراح عدد كبير من النماذج وانتقاء الأنسب والأقرب للسلوك الحقيقي.
  3. يبدو النموذج المقترح C لحساب معامل المرونة لهذه المونة الإسمنتية المعدلة مناسباً جداً ويتوافق بشكل واضح مع القيم التجريبية المحسوبة.
  4. تبين من خلال الدراسة التجريبية والنظرية أنه كلما زاد محتوى المونة من البولوي إيثيلين انخفضت المقاومة على الضغط البسيط بالتوازي مع معامل المرونة على الضغط الخاص بهذه المادة.
  5. تتيح النمذجة الرياضية إمكانية التحكم بمعامل المرونة بحسب نسبة البولوي إيثيلين المضافة وما ينتج عنها من انخفاض في الوزن النوعي للمادة أي تقنية الحصول على بيتون خفيف.
  6. تكفي معرفة خصائص المكونات بشكل منفرد للتوصل إلى خصائص المادة المركبة بعد اعتماد النموذج المناسب.
  7. نقترح اختبار نماذج أخرى تعالج بعض الخصائص الإضافية للمونة الإسمنتية مثل معامل المرونة على الشد بالانعطاف، أو دراسة تأثير تغيير نسبة الماء للإسمنت على المقاومة وعلى معامل المرونة بالضغط أو الشد، أو دراسة خواص التقلص والزحف والتأثر بالحرارة وغيرها من الخصائص.

8. من المهم توسيع دراسة النمذجة الرياضية على عينات من الببتون العادي وعالي المقاومة بهدف الحصول على خواصه نظرياً باعتباره مادة حديثة نسبياً وتحتاج إلى العديد من الدراسات.
9. يمكن استخدام النمذجة المعروضة في هذا البحث لدراسة العديد من الخصائص الميكانيكية للببتون والمونة الإسمنتية كالصلابة، والمقاومة على الشد المباشر وغير المباشر، وغيرها من الخصائص الميكانيكية للمادة.

#### المراجع :

1. BOUMIZ,A;SORRENTINO,C;VERNET,C;COHEN,F. "Modelling the development of the elastic moduli as a function of the degree of hydration of cement pastes and mortars, in Proceedings 13 of the 2<sup>nd</sup> RILEM Workshop on Hydration and Setting" Universite Paris, Dijon, France, 1997.
2. GRANGER,L.;TORRENTI,J.M;ITHURRALDE,G."Dalayed behavior of concrete in nuclear power plant containment: Anaalyis and modeling.",Chpman&Hall,London,England,1993.
3. GRANGER,P,L;BAZANT,P."Effect of Composition on Basic Creep of Concrete and Cement Past".Engeneering Mechanics,Northwestern Univ,Paris,France, 1995, PP.1261-1270.
4. HASHIN Z. *The elastic moduli of heterogenous materials*, Journal of Appl. mech., 1962, n0 29, pp. 143-150.
5. HILL R., *Elastic properties of reinforced solids : some theoretical principals*, Journal of Mech. Phys. Solids, 1963, n° 11, pp. 357-372.
6. KHEIRBEK, A. *Influence des paramètres de formulation sur les retraits endogène et de dessiccation de la pâte de ciment*, Université de Cergy-Pontoise, France, 2000, pp. 143.
7. KHEIRBEK,A ;TAWWALO,A. "The effect of using recycled plastic waste on cement mortar property" Tishreen University Journal,Syria,Vol.35, No.2, 2013,PP51-62
8. LE ROY,R;PARANT, E;BOULAY,C.Taking into account the inclusions size in lightweight concrete compressive strength prediction.Elservier,2005,pp 770-775.
9. P.ROOSI. *High performance multimodal fiber reinforced composite:the LCPC experience*> ACI Mater,j,94,1997,PP436-439.
10. SIDDIQUE,R;KHATIB,J;KAUR,I. *Use of recycled plastic in concrete* .Elservier, Volume 28, Issue 10, India, 2008, Pages 1835–1852.
11. VELEZ,K;MAXIMILIEN,S;DAMIDOT,D;FANTOZZI,G;SORRENTINO,F. "Determination by nanoindentation of elastic modulus and hardness of pure constituents of Portland cement clinker, Cement and Concrete" Research 31, 555-561 (2001)"
12. Z.HASHIN, S.SHTRIKMAN, *A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials*.j.Mech.phys. Solids 11,1963, PP127-140.
13. DATE17/10/2014<[http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d\\_417.html](http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html)>.
14. DATE 17/10/2014 <<http://ciks.cbt.nist.gov/~garboz/paper148/node3.htm>>.
15. DATE 17/10/2014 < <http://dx.doi.org/10.1155/2012/391214>>.