

اقتراح صيغة للعلاقة بين تحسين دقة القياس والموثوقية في الشبكة الجيوديزية

الدكتور إياد فحصة*

تاريخ الإيداع 13 / 8 / 2015. قُبل للنشر في 29 / 9 / 2015

□ ملخص □

يقدم البحث الصيغة الموسعة لعلاقة تحسين دقة القياس (المقدمة من العالم Otrenbski)، والتي تشمل الشبكات الجيوديزية المرتبطة أو الحرة، مع قياسات مرتبطة أو غير مرتبطة، والتي يتم معالجتها وفق نظرية التريعات الصغرى. بالإضافة إلى تحسين الدقة العام (Global) يعطي البحث صيغة إضافية تأخذ بالإعتبار تحسين الدقة المحلي الخاص بكل قياس (تحسين الدقة المحلي). وتمّ البرهان على صحة الصيغة المقترحة بالإعتماد على المصفوفة الجامدة (Idempotent Matrix).

بالإضافة إلى المفهوم العام لموثوقية الشبكة الجيوديزية المبين في المراجع الجيوديزية، يعطي البحث صيغة للعلاقة بين تحسين دقة القياس وإحدى ميزات الموثوقية الداخلية (المقدمة من Pelzer)، والمستخدم في تقييم القياسات الجيوديزية. يكشف البحث ويعطي المؤشرات الرياضية لتفاعل نموذج المعالجة الرياضية مع حدوث الأغلط في القياسات الجيوديزية.

الكلمات المفتاحية: تحسين، الدقة، القياس، الموثوقية، الشبكة الجيوديزية، المصفوفة الجامدة، الشبكة الجيوديزية.

*أستاذ مساعد - قسم الهندسة الطبوغرافية بكلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية .

Propose a formula for the relation between improving measurement accuracy and reliability in geodetic network

Dr. Iyad Fahsa *

(Received 13 / 8 / 2015. Accepted 29 / 9 / 2015)

□ ABSTRACT □

Research offers expanded version of the relationship to improve measurement accuracy (provided by Otrenbski), which include correlated or free geodetic networks, with correlated or uncorrelated observations, which are processed according to the Least Square theory. In addition to enhancing the Global accuracy, Research gives additional formula takes into consideration the enhancement of each observation (local precision). the validity of the proposed formula was proved depending on the Idempotent matrix.

In addition to the general concept of the reliability of geodetic network (described in literature), Research gives the formula of the relationship between improvement of measurement accuracy and one of internal reliability features (provided by Pelzer), and used in the evaluation of geodetic measurements. Research find and gives the basic mathematical indicators of the interaction of processing model with the occurrence of errors in geodetic measurements.

Keywords: improvement, measurement, accuracy, reliability, geodetic network, idempotent matrix

*Associate Professor, Department of Topographic Engineering, Faculty of Civil Engineering Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

في القياسات الجيوديزية الهندسية المنفذة لتلبية متطلبات المنشآت الهندسية، بالإضافة إلى متطلبات دقة معالجة الشبكة، تلعب متطلبات الموثوقية دوراً مهماً. ويرتبط مفهوم الموثوقية بإمكانية كشف وتحديد وحذف الأغلط الكبيرة من القياسات. يؤدي هذا إلى الإرتباط الوثيق بين القياسات الضرورية للمعالجة من جهة، وجميع القياسات المنفذة من الجهة الأخرى. وهذا يقودنا إلى النظرية المعروفة باسم العالم Otrenbski ، بصيغتها الموسّعة، والمقدمة في عددٍ كبيرٍ من المراجع الجيوديزية [1،2،3،4]. وكان من الضروري توسيع صيغة النظرية كي تشمل الشبكات الحرّة (مع عيوب الشبكة أو بدونها) والشبكات المرتبطة، وإعطاء البرهان الواضح على تحسين دقة كل قياس ضمن الشبكة الجيوديزية. يُعرفُ البرهان المقدم في نظرية Otrenbski ، ضمن نظرية التربيغات الصغرى، بتحسين دقة تقدير قيم العناصر المقاسة. وبالنظر إلى إمكانية التعميم التي تعطيها العمليات على المصفوفات، وميزات المصفوفة الجامدة (Idempotent Matrix) فقد تقرر اقتراح الدراسة موضوع البحث الحالي.

بالإعتماد على ميزات المصفوفة الجامدة (Idempotent Matrix) أمكن توسعة الصيغة المقدمة في المراجع [4،5،6] للعلاقة بين مؤشر الموثوقية المذكور وآلية تفاعل نموذج المعالجة العددية للشبكة مع التشويش الحاصل في القياسات (إغلط القياسات).

أهمية البحث وأهدافه.

تكمن أهمية البحث في دراسة مفهوم موثوقية الشبكة الجيوديزية (الداخلية، الخارجية)، ويستعرض العلاقة بين مايسمى في الجيوديزيا بتحسين دقة القياسات الجيوديزية وعلاقته بإحدى مميزات الموثوقية الداخلية ضمن الشبكة، وكيفية تفاعل نموذج المعالجة الرياضية للشبكة مع حدوث التشويش في واحدٍ أو أكثر من القياسات ضمن الشبكة. وينتهي البحث إلى استنتاجاتٍ مهمّةٍ في الكشف عن القياسات المغلوطة، وتحديد بعض المؤشرات العددية المميّزة لتفاعل النموذج (العام، المحلي) مع حدوث الأغلط غير المسموحة في القياسات.

طرائق البحث ومواده.

لإنجاز البحث كان من الضروري الإحاطة بمتطلبات الموثوقية وارتباطه بإمكانية كشف وتحديد وحذف الأغلط الكبيرة من القياسات. لذا كان لابد من دراسة النظرية المعروفة باسم العالم Otrenbski ، بصيغتها الموسّعة، والمقدمة في عددٍ كبيرٍ من المراجع الجيوديزية وأحد مؤشرات الموثوقية الداخلية للشبكات الجيوديزية [1،2]. لهذه الغاية تمت دراسة النموذج الرياضي لمعالجة الشبكات باستخدام نظرية التربيغات الصغرى (الطريقة البارامتريّة)، ومن ثمّ الإنتقال إلى استثمار ميزات المصفوفة الجامدة، وإيجاد الصيغة المعممة لخاصية تحسين الدقة المذكورة أعلاه والعلاقة المعروفة باسم العالم Proszynski [4،5]، والتي تعتمد على الميزة المقدمة من العالم Pelzer [5]. وسيتم اختبار النتائج التي سنحصل عليها على شبكةٍ اختباريةٍ للتحقق من فعالية المؤشرات العددية المقترحة والمعبرة عن الصيغة المقترحة في البحث للعلاقة بين تحسين دقة القياس والموثوقية في الشبكة الجيوديزية.

منهجية البحث.

1. الصيغة الموسعة لخاصية تحسين دقة تقدير القياسات.

لإعتماد الرموز المستخدمة، نذكر أولاً بالنموذج الخطي للمعالجة بالطريقة البارامترية وفق نظرية الترتيبات الصغرى قبل إعطاء وزن للقياسات، فتكون معادلات التصحيحات:

(1)

$$a \cdot dx = l - l^0 + v ; C_l$$

$$S \cdot dx = 0 ; (v^T C_l^{-1} v)_{\min}$$

وبعد إعطاء وزن للقياسات تصبح معادلات التصحيحات:

(2)

$$A \cdot dx = L - L^0 + v ; C_L = I$$

$$S \cdot dx = 0 ; (V^T V)_{\min}$$

حيث:

$A(n, u), a(n, u)$: مصفوفة الشكل قبل وبعد وزن القياسات،

dx : شعاع البارامترات المجهولة،

$L, L^0, l, l^0(n, 1)$: قيم العناصر الهندسية التقريبية والمقاسة قبل وبعد وزن القياسات،

$C_l^{-1}(n, n)$: مصفوفة الوزن،

$S(w, u)$: مصفوفة الشروط المفروضة على المجاهيل، w : عدد الشروط،

$V, v(n, 1)$: تصحيحات القياسات قبل وبعد وزن القياسات.

ولدينا أيضاً:

$$\text{rank}(a) = \text{rank}(A) = u - d$$

$$\text{rank}(S) = w$$

$$\text{rank}([A^T \ S^T]) = u$$

حيث تعني (d defect) عيب الشبكة الكلي، وستتضمن المصفوفة a جميع القياسات وأشباه القياسات (بعض المعطيات المفروضة على المجاهيل أحياناً: مثل إحداثيات بعض نقاط ربط الشبكة الخ).

وسنعتي أيضاً الصيغة العامة لمصفوفة الكوفاريانس (تمام التباين) للشعاع $L = L + V$ وهي [5, 6]:

$$C_L = \sigma_0^2 \cdot A(A^T A)^{-1} \cdot A^T \quad (3)$$

حيث:

$\sigma_0 = 1$: الخطأ المتوسط الافتراضي لكل من المقادير L_i ، وبالتالي: $i = (1, 2, 3, \dots, n)$: $\sigma_0 = \sigma_{L_i}$ ،

$(A^T A)^{-1}$: مقلوب المصفوفة $(A^T A)$ التي نحصل عليها بعد تطبيق مجموعة الشروط $S \cdot dx = 0$ ،

بحيث يكون:

$$(A^T A)^{-1} \cdot A^T A \cdot (A^T A)^{-1} = (A^T A)^{-1} \quad (4)$$

وكذلك:

$$\text{rank}(A^T A)^{-1} = u - w ; (w \geq d)$$

فإذا افترضنا أن:

$$A \cdot (A^T A)^{-1} \cdot A^T = C \quad (5)$$

بالتعويض تأخذ العلاقة (3) الصيغة التالية:

$$\sigma_0^{-2} \cdot C_{\bar{L}} = C \quad (6)$$

نستطيع الآن كتابة الصيغة المعدلة (الموسّعة) لخاصية تحسين دقة تقدير القياسات كالتالي:

(1) تحسين الدقة العام:

$$\frac{1}{n} \cdot \sum \left(\frac{\sigma_{L_i}^2}{\sigma_{L_i}^2} \right) = \frac{u-w}{n} ; \sigma_{L_i} = 1 \quad (7)$$

(2) تحسين الدقة المحلي للقياس الموزون:

$$0 \leq \frac{\sigma_{L_i}^2}{\sigma_{L_i}^2} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{\sigma_{L_i}^-}{\sigma_{L_i}} \leq 1 ; \sigma_{L_i} = 1 \quad (8)$$

وبتعويض المعادلة (6) في (7) و (8) تأخذ الصيغة العامة الشكل التالي:

$$1) \quad \frac{1}{n} \cdot Tr(C) = \frac{u-w}{n} \quad (9)$$

$$2) \quad 0 \leq (C)_{ii} \leq 1 \quad : \quad i = (1, 2, 3, \dots, n)$$

وللبرهنة على صحة ما سبق نورد مايلي:

بالإستفادة من ميزة مقلوب المصفوفة الوارد في المعادلة (4) نكتب:

$$C \cdot C = A \cdot (A^T A)^{-1} \cdot A^T A \cdot (A^T A)^{-1} \cdot A^T = A \cdot (A^T A)^{-1} \cdot A^T = C \quad (10)$$

إذا المصفوفة C هي مصفوفة جامدة (Idempotent).

أيضاً بالإعتماد على العلاقة (4) لدينا:

$$(A^T A)^{-1} \cdot A^T A \cdot (A^T A)^{-1} A^T A \cdot (A^T A)^{-1} = (A^T A)^{-1}$$

وبالتالي:

$$(A^T A)^{-1} \cdot A^T \cdot C \cdot A \cdot (A^T A)^{-1} = (A^T A)^{-1}$$

ومن الطبيعي هنا أن يكون: $rank(C) = rank(A^T A)^{-1} = u - w$

واستناداً إلى ميزة أثر المصفوفة الجامدة (Trace of Idempotent Matrix) بأن: $Tr(C) = rank(C)$

يمكن أن نكتب:

$$Tr(C) = rank(C) = u - w$$

وبهذا يتحقق الجزء الأول من الصيغة الموسعة (9)، وبنفس الوقت العلاقة (7).

لنعبر الآن عن سطر المصفوفة ذي الرقم i وعن العمود ذي الرقم i بالرمزين C_{i*} و C_{*i} ، من العلاقة

(10) نجد بشكلٍ مشابهٍ (باعتبار أن المصفوفة C هي جامدة Idempotent) أن:

$$C_{i*} \cdot C_{*i} = C_{ii} \quad (11)$$

وبالأخذ بالإعتبار تناظر المصفوفة C ، وبعد عزل عناصر القطر الرئيسي تأخذ العلاقة (12) الصيغة التالية:

$$\sum C_{ij}^2 + C_{ii}^2 = C_{ii} \quad ; \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (12)$$

نلاحظ أن الحلول الممكنة للمعادلة السابقة، بالنظر للمصفوفة C (المعتبرة مصفوفة جامدة ذات عناصر حقيقية) هي التالية:

$$\begin{aligned} a) \quad C_{ii} &= 0 \quad ; \quad \sum_{j \neq i} C_{ij}^2 = 0 \Rightarrow C_{ij} = 0 \\ b) \quad C_{ii} &< 1 \quad ; \quad \sum_{j \neq i} C_{ij}^2 \neq 0 \\ c) \quad C_{ii} &= 1 \quad ; \quad \sum_{j \neq i} C_{ij}^2 = 0 \Rightarrow C_{ij} = 0 \end{aligned}$$

وهذا يدل على صحة الجزء الثاني من الصيغة الموسعة (9)، وبنفس الوقت العلاقة (8).

بالعودة إلى نموذج المعالجة الرياضية للشبكة، نعطي تفسير الإحتمالين a و c كحالتين خاصتين لحل المعادلة (12):

تفسير الإحتمال a : يمكن أن ينتج عن استخدام الشروط المفروضة على المجاهيل (هنا يكون: $\text{rank}(S) > d$)، والنتيجة عن فرضية صحة النقاط المحددة للعناصر المقاسة في الشبكة هي عدم تحميل هذه القيم بأي أخطاء بعد المعالجة.

تفسير الإحتمال c : نلاحظ هنا أن هذا الإحتمال يحدث في حالة الشبكة الحرة أو المرتبطة التي لاتحوي قياسات إضافية، وهنا تصبح المصفوفة C مصفوفةً واحدة.

وباعتبار أن تحسين مستوى الدقة الكامل (أي: $\sigma_{L_i}^- = 0$) في الإحتمال a لاينتج عن التأثير المتبادل بين القياسات، بل ينتج عن الشروط المفروضة على المجاهيل، يمكن إذاً تشكيل صيغةً بديلةً لبرهان تحسين الدقة بالعلاقة مع الإحتمالين b و c . وينتج عن ذلك اعتماد عدد أقل من القياسات n' ، بحيث يكون:

$$n' = n - n^*$$

حيث تمثل n^* عدد القياسات المفترض أن خطأها المتوسط بعد المعالجة يساوي الصفر. فنجد أن:

$$\frac{1}{n'} \cdot \sum_1^{n'} \frac{\sigma_{L_i}^2}{\sigma_{L_i}^2} = \frac{u-w}{n'} \quad ; \quad \sigma_{L_i} = 1 \quad (13)$$

(2) تحسين الدقة المحلي للقياس الموزون:

$$0 < \frac{\sigma_{L_i}^2}{\sigma_{L_i}^2} \leq 1 \Rightarrow 0 < \frac{\sigma_{L_i}^-}{\sigma_{L_i}} \leq 1 \quad ; \quad \sigma_{L_i} = 1 \quad : i = (1, 2, 3, \dots, n') \quad (14)$$

ولندخل الآن الفكرة التالية:

$A'(n', u')$: هي مصفوفة كاملة المرتبة ($\text{rank } A' = u'$)، نحصل عليها بعد حذف الشروط المفروضة على المجاهيل في المعادلة (2)، وهي $S \cdot dx = 0$.
 u' : العدد المختصر للمجاهيل.

اعتماداً على ماسبق أعلاه نعبر عن تحسين الدقة العام، المعطى في المعادلة (13)، بأنه يمثل الصيغة البديلة لبرهان تحسين الدقة المعدل في حالة القياسات غير المرتبطة، وهي تتفق تماماً مع الصيغة الأصلية للبرهان [7, 8, 9].
وبالعكس تم البرهان أيضاً

على إمكانية استخدام هذه الصيغة المعدلة مع طرق المعالجة الموجودة حالياً [6، 8، 9، 10].
2.4. العلاقة بين برهان تحسين الدقة وأحد مؤشرات موثوقية الشبكة.

أعطى العالم Proszynski [5،4] الحل المباشر لشعاع التصحيحات الموزونة بالعلاقة مع المصفوفة $C_{\bar{L}}$ أو C ، وهو:

$$\bar{V} = (C_{\bar{L}} - I) \cdot (L - L_0) = (C - I) \cdot (L - L_0) = -C_{\bar{V}} \cdot (L - L_0) \quad (15)$$

حيث $C_{\bar{V}}$ هي مصفوفة تمام التباين (covariance) للشعاع \bar{V} ، ذات العناصر القطرية وغير القطرية.

$$C_{\bar{V}_{ii}} = \sigma_{\bar{V}_i}^2 = 1 - \sigma_{L_i}^2 \quad (16)$$

$$C_{\bar{V}_{ij}} = R \cdot (\bar{V}_i, \bar{V}_j) \cdot \sigma_{\bar{V}_i} \cdot \sigma_{\bar{V}_j} = -R \cdot (\bar{L}_i, \bar{L}_j) \cdot \sigma_{L_i} \cdot \sigma_{L_j} \quad ; \quad j \neq i \quad (17)$$

ونعني بـ R معامل الارتباط.

وفي حالة القياسات غير المرتبطة تأخذ العلاقات السابقة الصيغ التالية [6]:

$$C_{\bar{V}_{ii}} = \sigma_{\bar{V}_i}^2 = 1 - \frac{\sigma_{L_i}^2}{\sigma_{L_i}^2} \quad (Pelzer \ formula) \quad (18)$$

$$C_{\bar{V}_{ij}} = R \cdot (\bar{V}_i, \bar{V}_j) \cdot \sigma_{\bar{V}_i} \cdot \sigma_{\bar{V}_j} = -R \cdot (\bar{L}_i, \bar{L}_j) \cdot \frac{\sigma_{L_i} \cdot \sigma_{L_j}}{\sigma_{L_i} \cdot \sigma_{L_j}} \quad ; \quad j \neq i \quad (19)$$

وبالنظر إلى تجانس المصفوفة $C_{\bar{L}}$ أو C ، تكون المصفوفة $C_{\bar{V}}$ متجانسة أيضاً، نستطيع إذاً كتابة علاقة مشابهة للمصفوفة C [المعادلة (12)] كما يلي:

$$\sum_{j \neq i} C_{\bar{V}_{ij}}^2 + C_{\bar{V}_{ii}}^2 = C_{\bar{V}_{ii}} \quad ; \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (20)$$

وعلى هذا الأساس يتم تحديد العلاقات المحتملة بين العناصر القطرية وغير القطرية في المصفوفة $C_{\bar{V}}$ ، وهي:

$$\begin{aligned} a^*) \quad C_{\bar{V}_{ii}} = 0 \quad ; \quad \sum_{j \neq i} C_{\bar{V}_{ij}}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_{\bar{V}_{ij}} = 0 \\ b^*) \quad C_{\bar{V}_{ii}} < 1 \quad ; \quad 0 < (\sum_{j \neq i} C_{\bar{V}_{ij}}^2)_{\max} \leq 0.25 \\ c^*) \quad C_{\bar{V}_{ii}} = 1 \quad ; \quad \sum_{j \neq i} C_{\bar{V}_{ij}}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_{\bar{V}_{ij}} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

نلاحظ مباشرةً أن الاحتمالات السابقة تكافئ الاحتمالات a و b و c السابقة، والتي تشير إلى العلاقة بين

العناصر القطرية وغير القطرية في المصفوفة $C_{\bar{V}}$.

الدلالات الناتجة عن الطرف اليميني من المعادلة (18) تشكل الميزة المقترحة من قبل العالم Pelzer للموثوقية الداخلية للشبكة [5]. بينما قيمة $\sigma_{\bar{V}_i}$ ، المعتمدة من قبل Nowak [7]، فهي تمثل الخطأ المتوسط لتصحيح القياس المعياري، وهي ستشكل بالنسبة لنا من الآن المؤشر البديل المقترح للدلالة على مؤشر الموثوقية المقترح من قبل Pelzer.

نقرر الآن مدى إمكانية الاستفادة من تحسين الدقة المحلي كأحد مؤشرات الموثوقية الداخلية للشبكة الجيوديزية، ويتم هذا من خلال تحديد العلاقة المباشرة بين قيمة $\sigma_{\bar{V}_i}$ و $\sigma_{\bar{V}}$ وآلية تفاعل نموذج المعالجة العددية

لشبكة مع وجود التشويش (الأغلاط) في القياسات المنفذة. ولتبسيط البحث سنتعامل مع هذه المقادير على أنها مؤشرات موثوقية الشبكة ، وسنرمز لها بـ σ_V و σ_V^2 .
بالإستناد إلى المعادلة (15) نكتب:

$$\bar{V} = -C_{\bar{V}} \cdot \Delta L \quad (21)$$

حيث:

\bar{V} : شعاع التصحيحات الناتجة عن تشويش القياسات (الأغلاط)،
 $\Delta L = b \cdot \Delta l$: شعاع التشويش الحاصل على القياسات (شعاع العناصر الحرة).
في حالة القياسات غير المرتبطة تأخذ العلاقة (21) الصيغة التالية:

$$\bar{V} = -C_{\bar{V}} \cdot \frac{\Delta l_i}{\sigma_{l_i}} = -C_{\bar{V}} \cdot r_i \quad (22)$$

حيث:

r_i : شعاعاً عمودياً عناصره $r_i = \frac{\Delta l_i}{\sigma_{l_i}}$ ، أي شعاع التشوهات المحتملة على الأخطاء المتوسطة الافتراضية قبل

المعالجة،

$C_{\bar{V}}$: مصفوفة عناصرها كما في المعادلتين (18) و (19).

سنقتصر في الفقرة القادمة على القياسات غير المرتبطة (المستقلة)، ولنفترض أن القياس i محمّل بغلط (ناتج عن تشويش القياس)، وأنه القياس الوحيد المحمل بالغلط ضمن الشبكة. وسنرمز لتأثير هذا التشويش على تصحيح القياس i والقياس j بالرمزين التاليين: $\bar{V}_{i(i)}$ و $\bar{V}_{j(i)}$.
بالإعتماد على القانون (22) نكتب:

$$\bar{V}_{i(i)} = -C_{\bar{V}_{ii}} \cdot r_i = -\sigma_{V_i}^2 \cdot r_i \quad (23)$$

$$\bar{V}_{j(i)} = -C_{\bar{V}_{ij}} \cdot r_i \quad (24)$$

وسندخل بالإعتبار أيضاً المقادير التالية المميزة لتفاعل النموذج الرياضي مع التشويش الحاصل على القياس

i :

$$\bar{V}_{G(i)} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \bar{V}_{j(i)}^2} \quad (25)$$

$$\bar{V}_{Q(i)} = \sqrt{\sum_{j \neq i} \bar{V}_{j(i)}^2} \quad ; \quad j = (1, 2, 3, \dots, n) \quad (26)$$

حيث:

$\bar{V}_{G(i)}$: القيمة المميزة للتفاعل العام (global reaction) لنموذج المعالجة الرياضية،
 $\bar{V}_{Q(i)}$: القيمة المميزة لتفاعل النموذج خارج مكان التشويش، والمسماة بالتفاعل شبه العام (quasi-global).
وبإدخال العلاقات (18) و (24) و (26) في (21) وترتيبها نحصل على القوانين التالية:

$$\bar{V}_{G(i)} = \sigma_{V_i} \cdot |r_i| \quad (27)$$

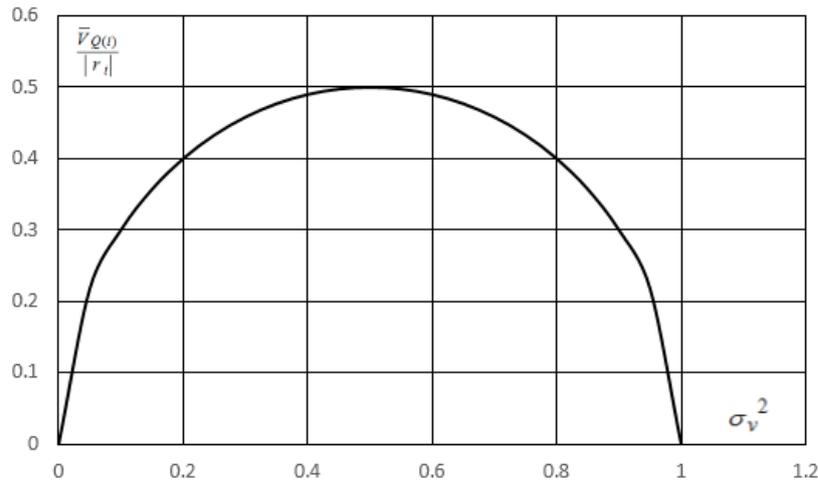
$$\bar{V}_{Q(i)} = \sqrt{\sigma_{V_i}^2 \cdot (1 - \sigma_{V_i}^2)} \cdot |r_i| \quad (28)$$

$$|V_{i(i)}| = \sigma_v^2 \cdot |r_i| \quad (29)$$

3.4. التمثيل البياني للعلاقات السابقة.

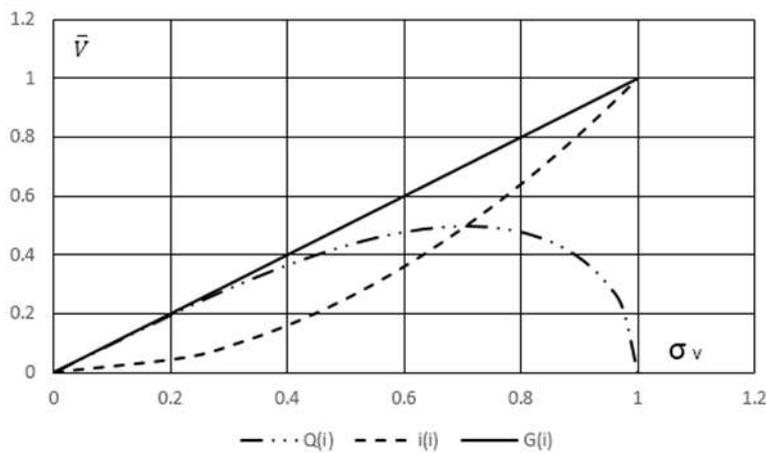
يبين الشكل (1) العلاقة بين القيمة المميزة للتفاعل شبه العام لنموذج المعالجة الرياضية مع التشويش الحاصل، والذي تعبر عنه العلاقة الرياضية (28). فيأخذ مؤشر العلاقة المذكورة قيمته العظمى عند:

$$\begin{aligned} |\bar{V}_{Q(i)\max}| &= (\sqrt{\sigma_{V_i}^2 \cdot (1 - \sigma_{V_i}^2)})_{\max} \cdot |r_i| \\ |\bar{V}_{Q(i)\max}| &= 0.5 \cdot |r_i| : \sigma_{V_i}^2 = 0.5 \end{aligned} \quad (30)$$



الشكل (1): المنحني التمثيلي للعلاقة (28)

كما يظهر في الشكل (2) المنحنيات البيانية التمثيلية للمؤشرات $\bar{V}_{G(i)}$ و $\bar{V}_{Q(i)}$ و $\bar{V}_{i(i)}$ [المبينة في العلاقات (27) و (28) و (29)] بالعلاقة مع σ_{V_i} .



الشكل (2): المنحنيات التمثيلية للعلاقات (27) و (28) و (29)

بالنظر إلى عدم التجانس الشكلي والتكنولوجي لحلول المعادلة (20) أعلاه، على الشكلين (1) و (2) تم تحديد نقطتين مميزتين ذات دلالات موثوقية خاصة مقابلة للإحتمالين $\sigma_{V_i}=0$ و $\sigma_{V_i}=1$ ، ومختلفتين بالنسبة لبقية النقاط ضمن المجال $0 < \sigma_{V_i} < 1$. ونبين فيما يلي توضيحاً سريعاً لمؤشرات الحالتين:

$\sigma_{V_i}=0$: القياس غير مضبوط من قبل أي قياسٍ آخر في الشبكة، وانعدام تفاعل النظام، وبالتالي عدم

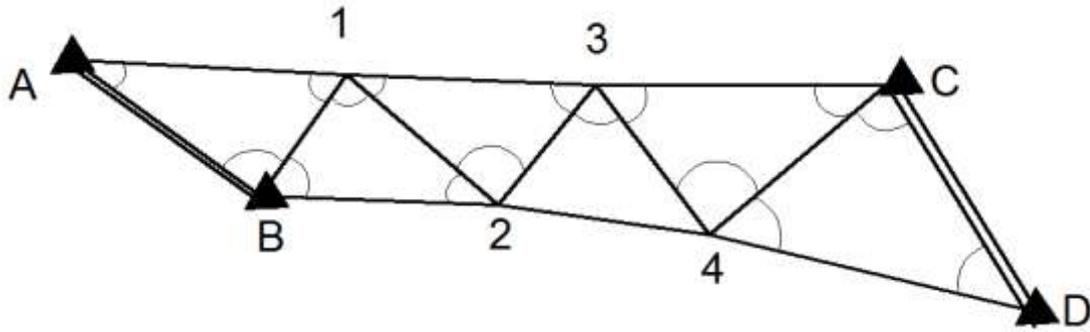
إمكانية كشف التشويش (الغلط) في هذا القياس. ومن خلال إجراء قياساتٍ إضافية ضمن الشبكة نحصل على الحالة الأساسية $0 < \sigma_{V_i} < 1$.

$\sigma_{V_i}=1$: القياس مضبوط كلياً من خلال فرض شرطٍ خارجيٍّ عليه، يتضمن هذا الشرط محافظة القياس على

قيمه بعد معالجة الشبكة. وبعبارةٍ أدق، يحصل هذا عندما تكون قيمة القياس مساويةً لقيمة العنصر الحقيقية. وفي هذه الحالة لانستطيع العودة إلى الحالة الأساسية $0 < \sigma_{V_i} < 1$ إذا أضفنا بعض القياسات الإضافية ضمن الشبكة.

4.4. التحقق العملي من العلاقات السابقة.

للتحقق العملي من صحة العلاقات السابقة [ولاسيما (27) و (28) و (29) و (30)]، ومن تفاعل نموذج المعالجة الرياضية مع حصول التشويش في القياسات (الأغلط)، والكشف عن مكان حصول التشويش، تم تصميم الشبكة الإختبارية المبينة أدناه في الشكل (1)، وذات الإحداثيات التقريبية المبينة في الجدولين (1 و 2).



الشكل (3): بنية الشبكة الإختبارية. حيث تم قياس الإتجاهات الأفقية من النقاط باتجاه جميع النقاط المجاورة

الجدول (1): الإحداثيات التقريبية للنقاط الثابتة ضمن الشبكة.

النقطة	A	B	C	D
X (m)	6111.882	6456.346	7612.771	7874.692
Y (m)	8833.928	8586.268	8788.806	8370.553

الجدول (2): الإحداثيات التقريبية للنقاط الجديدة ضمن الشبكة.

النقطة	1	2	3	4
X (m)	6614.345	6889.510	7067.429	7275.090
Y (m)	8807.003	8567.703	8788.159	8512.696

بلغ عدد قياسات الإتجاهات الأفقية المقاسة (26) قياساً، وتمت معالجة الشبكة أولاً دون تحميل القياسات بالأغلاط نهائياً. ثم تم في مرحلة لاحقة تحميل القياسين الأول والثاني بالأغلاط ومعالجة الشبكة، حيث تم اختبار مدى تفاعل النماذج الرياضية المقترحة مع مؤشرات موثوقية القياسات المختلفة.

تم تعديل الشبكة باستخدام برنامج Network Adjustment المتوفر في قسم الهندسة الطبوغرافية بجامعة تشرين، واستخدام برامج العمليات على المصفوفات Math Cad وبرنامج Excell. ويبين الجدولان (3 و 4) التاليان نتائج المعالجة الرياضية ومدى تأثير موثوقية القياسات على مؤشرات تحسين الدقة.

ويبين الشكل (4) المنحني البياني الممثل للمؤشر $|\bar{V}_{ii}|$ بالعلاقة مع القياس (قبل وبعد تحميل القياسين الأول والثاني بالأغلاط).

الجدول (3): نتائج تعديل الشبكة قبل تحميل القياسين الأول والثاني بالأغلاط.

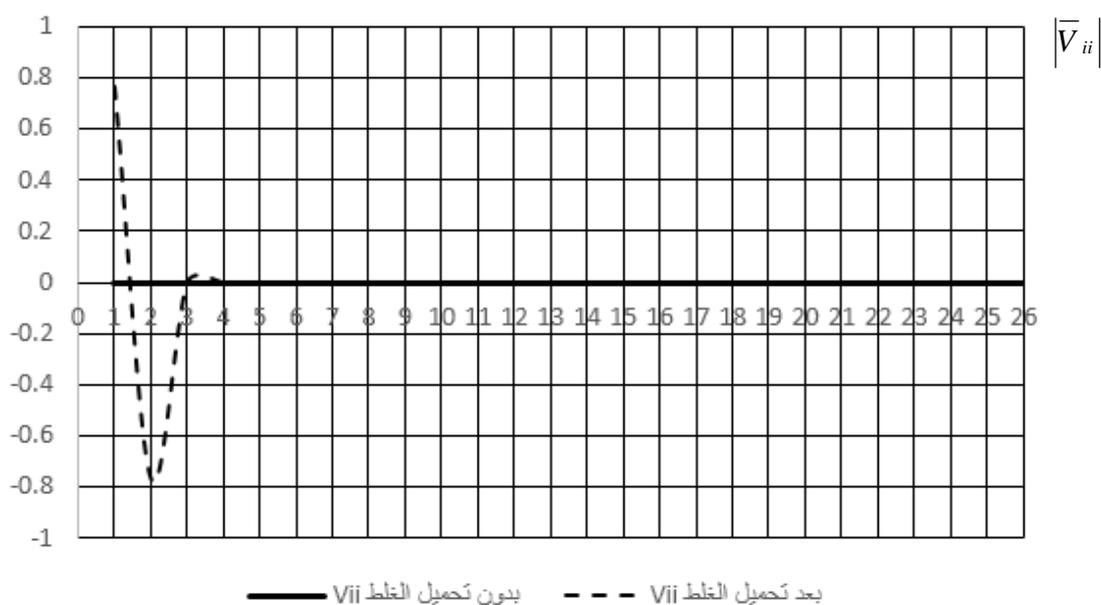
القياس	ΔL^{cc}	$\sqrt{C_L^{cc}} = \sigma_L^{cc}$	C_{ii}	$\sum C_{ij}^2$	$C_V = \sigma^2_V$	$\sum C_{vij}^2$	$ \bar{V}_{Gi} $ $\cdot 10^{-3}$	$ \bar{V}_{Qi} $	$ \bar{V}_{ii} $ $\cdot 10^{-3}$
1	5.5	0.77	0.59	0.24	0.51	0.24	3.5	0.50	2.3
2	-5.5	0.77	0.59	0.24	0.51	0.24	-3.5	0.50	2.3
3	-9.4	0.70	0.49	0.25	0.51	0.25	-6.7	0.50	4.7
4	8.7	0.82	0.67	0.22	0.33	0.22	5	0.47	2.8
5	0.7	0.74	0.54	0.25	0.46	0.248	4.6	0.50	3.1
6	-9.9	0.81	0.66	0.22	0.34	0.22	-5.8	0.47	3.4
7	-2.0	0.81	0.66	0.22	0.34	0.22	-2	0.47	6.8
8	9.5	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	5.8	0.48	3.5
9	2.5	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	1.5	0.48	9.1
10	8.5	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	5.1	0.48	3.1
11	-4.9	0.77	0.59	0.24	0.41	0.24	-3	0.49	2
12	-6.9	0.82	0.67	0.22	0.33	0.22	-4	0.47	2.3
13	3.4	0.82	0.67	0.22	0.33	0.22	2	0.47	1
14	5.8	0.80	0.64	0.23	0.36	0.23	3.5	0.48	2.1
15	8.7	0.79	0.62	0.23	0.38	0.23	5.4	0.48	3.3
16	-4.3	0.82	0.67	0.22	0.34	0.22	-2.5	0.47	1.4
17	-10.3	0.81	0.66	0.23	0.34	0.23	-6	0.47	3.5

18	0.1	0.83	0.69	0.22	0.31	0.22	6.1	0.46	3.4
19	2.8	0.81	0.66	0.23	0.34	0.23	1.6	0.47	9.6
20	-6.2	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	-3.8	0.48	2.3
21	3.3	0.78	0.61	0.24	0.39	0.24	2	0.49	1.3
22	1.2	0.68	0.46	0.248	0.54	0.248	8.7	0.50	6.4
23	-3.7	0.81	0.66	0.24	0.34	0.24	-2.1	0.47	1.2
24	2.5	0.73	0.53	0.249	0.47	0.249	1.7	0.50	1.2
25	-2.7	0.76	0.58	0.24	0.42	0.24	-1.7	0.49	1.1
26	2.7	0.76	0.58	0.24	0.42	0.24	1.7	0.49	1.1

الجدول (4): نتائج تعديل الشبكة بعد تحميل القياسين الأول والثاني بالأغلاط.

القياس	ΔL^{cc}	$\sqrt{C_L^{cc}} = \sigma_L^{cc}$	C_{ii}	$\sum C_{ij}^2$	$C_V = \sigma_V^2$	$\sum C_{vi}^2$	$ \bar{V}_{Gi} $ $\cdot 10^{-3}$	$ \bar{V}_{Qi} $	$ \bar{V}_{ii} $ $\cdot 10^{-3}$
1	1860	0.87	0.59	0.24	0.41	0.24	1200	0.45	77
2	-1860	0.87	0.59	0.24	0.41	0.24	-1200	0.45	-77
3	-9.4	0.70	0.49	0.25	0.51	0.25	-7	0.49	-4.7
4	8.7	0.82	0.67	0.22	0.33	0.22	5	0.47	2.8
5	0.7	0.74	0.54	0.25	0.46	0.25	4.6	0.50	3.1
6	-9.9	0.81	0.66	0.22	0.34	0.22	-5.8	0.47	-3.4
7	-2.0	0.81	0.66	0.22	0.34	0.22	-1.2	0.47	-6.8
8	9.5	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	5.8	0.48	3.5
9	2.5	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	1.5	0.48	9.1
10	8.5	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	5.1	0.48	3.1
11	-4.9	0.77	0.59	0.24	0.41	0.24	-3	0.49	-2
12	-6.9	0.82	0.67	0.22	0.33	0.22	-4	0.47	-2.3
13	3.4	0.82	0.67	0.22	0.33	0.22	2	0.47	1.1
14	5.8	0.80	0.64	0.23	0.36	0.23	3.5	0.48	2.1
15	8.7	0.79	0.62	0.23	0.38	0.23	5.4	0.48	3.3
16	-4.3	0.82	0.67	0.22	0.34	0.22	-2.5	0.47	-1.4

17	-10.3	0.81	0.66	0.23	0.34	0.23	-6	0.47	-3.5
18	0.1	0.83	0.69	0.22	0.31	0.22	6.1	0.46	3.4
19	2.8	0.81	0.66	0.23	0.34	0.23	1.6	0.47	9.6
20	-6.2	0.79	0.63	0.23	0.37	0.23	-3.8	0.48	-2.3
21	3.3	0.78	0.61	0.24	0.39	0.24	2	0.49	1.3
22	1.2	0.68	0.46	0.248	0.54	0.248	8.7	0.50	6.4
23	-3.7	0.81	0.66	0.24	0.34	0.24	-2.1	0.47	-1.2
24	2.5	0.73	0.53	0.249	0.47	0.249	1.7	0.50	1.2
25	-2.7	0.76	0.58	0.24	0.42	0.24	-1.7	0.49	-1.1
26	2.7	0.76	0.58	0.24	0.42	0.24	1.7	0.49	1.1



الشكل (4): المنحني التمثيلي للمؤشر $|V_{ii}|$ بالعلاقة مع القياس (قبل وبعد تحميل القياسين الأول والثاني بالأغلاط)

5. صياغة الميزات العامة لتفاعل نظام المعالجة الرياضية مع وجود تشويش (غلط) في قياس محدد ضمن

الشبكة.

بالاعتماد على العلاقات (27) و (28) و (29)، وعلى تفسير الملاحظات الواردة في سياق البحث أعلاه، يمكن صياغة المؤشرات العامة لتفاعل نموذج المعالجة الرياضية للشبكة الجيوديزية مع وجود قياس محمل بغلط غير مسموح: وهي التالية:

1.5. كلما كان مؤشر موثوقية العنصر المقاس ضمن الشبكة أكبر، كلما ارتفع مستوى التفاعل العام لنموذج المعالجة. وعدادياً تزداد قيمة $\bar{V}_{G(i)}$ في المعادلة (27).

2.5. كلما كان مؤشر موثوقية العنصر المقاس ضمن الشبكة أكبر، كلما كان (من حيث القيمة المطلقة) تفاعل النظام أكبر في مكان حصول التشويش على القياس، ينتج هذا من العلاقة (29) مباشرةً.

3.5. كلما كان مؤشر موثوقية العنصر المقاس ضمن الشبكة أكبر، كلما كان انتشار تأثير التشويش أقل (من حيث التفاعل المحلي) على بقية العناصر المقاسة ضمن الشبكة، أو بتعبير آخر كان التفاعل شبه العام (quasi-global reaction)

أقل تأثيراً. فيفرض أن $\sigma_V \neq 0$ ، وبالتالي $\bar{V}_{i(i)} \neq 0$ ، نحصل باعتماد (28) و (29) على العلاقة:

$$\frac{\bar{V}_{Q(i)}}{|\bar{V}_{i(i)}|} = \sqrt{\frac{1}{\sigma_{V_i}^2} - 1}$$

وهذا يبرهن على صحة الإستنتاج الحالي.

4.5. ضمن المجال الكامل لتغير قيمة σ_V لزيادة قيمة المؤشر شبه العام للموثوقية عن $0.5 \cdot |r_i|$ ، نحصل على هذه القيمة الأعظمية من أجل $\sigma_{V_i} = 0.71 \Rightarrow \sigma_{V_i}^2 = 0.5$. وينتج هذا من قراءة الشكلين (1) و (2).

5.5. إذا كانت قيمة مؤشر الموثوقية σ_V^2 للعنصر i في الشبكة أكبر من 0.5 (أو $\sigma_{V_i} > 0.71$)، فإن تفاعل نموذج المعالجة للشبكة عند هذا القياس سيكون (بالقيمة المطلقة) أكبر من التفاعل شبه الكلي للنموذج، أي:

$$|V_{i(i)}| > V_{Q(i)} \quad (31)$$

أو:

$$|V_{i(i)}| > |V_{j(i)}| \quad (32)$$

ولتوثيق الخاصية (31) نجد σ_V^2 التي تتحقق عندها العلاقة $V_{i(i)}^2 > V_{Q(i)}^2$ ، وبالتالي بتعويض (28) و (29) يأخذ الشرط السابق الصيغة التالية:

$$\sigma_{V_i}^4 \cdot r_i^2 > (\sigma_{V_i}^2 - \sigma_{V_i}^4) \cdot r_i^2 \Rightarrow \sigma_{V_i}^2 \cdot (2\sigma_{V_i}^2 - 1) > 0 \Rightarrow$$

$$2\sigma_{V_i}^2 - 1 > 0 \Rightarrow \sigma_{V_i}^2 > 0.5$$

وهذا يبين صلاحية اعتماد σ_V (الخطأ المتوسط لتصحيح القياس) كمؤشر لموثوقية الشبكة.

إن وجود حالة تفاعل لنموذج المعالجة الرياضية عند القياس المشوش المحمل بالغلط [يحقق العلاقة (31) ولا يحقق (32)] يتحقق عند قيمة $\sigma_V^2 < 0.5$.

الاستنتاجات والتوصيات:

في نهاية البحث يمكن صياغة التوصيات التالية:

1.6. إن الإختبارات المنفذة والنتائج التي توصل إليها العمل يمكن استخدامها في اختبار أي نموذج للمعالجة الرياضية للشبكة (بشرط تحقيق الإفتراضات المذكورة في البحث)، ونقترح أن يشكل النموذج الكينماتيكي للشبكة الجيوديزية نموذجاً لذلك.

2.6. يوصى باستخدام مؤشرات تفاعل نموذج المعالجة التي توصلنا إليها في تصميم الشبكات الجيوديزية، وكدليل على صحة التصميم (من وجهة نظر الموثوقية) يجب أن لا تقل قيمة σ_v لكل قياس عن **0.71**. وإن مؤشرات تفاعل النموذج الرياضي مع وجود التشويش (الغلط) في قياس ما يمكن أن يكون مفيداً في تكوين آلية للتنبؤ بوجود أغلط في عدد آخر من القياسات ضمن الشبكة.

3.6. تتميز نظرية التريعات الصغرى (أساس المعالجة الرياضية للقياسات الجيوديزية) بإمكانية استخدام أكثر من نموذج، لذا نوصي بمتابعة الإختبارات في هذا المجال وتحسين ماتم عرضه في هذا البحث.

المراجع:

- [1]: Baarda (1968): A testing procedure for use in Geodetic networks, Netherland Geodetic Commision Delft.
- [2]: Schaffrin B.(1997):Reliability measures for correlated observations – J.Engineering Surveying.
- [3]: Ghilani C. D. and P. R. Wolf: Adjustment Computations: Spatial Data Analysis, Fourth Edition © 2006 John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-471-69728-2 37.
- [4]: Proszynski W.(1998): Reliability measures for the systems with correlated observations – a comparative study, in: Proceedings of the International symposium on Geodesy for Geotechnical and structuralEngineering, Eisenstadt, Austria.
- [5]: Proszynski W.(2010): Another approach to reliability measures for systems with correlated observations . J. geod 84
- [6]: Proszynski W.(2013): An approach to response-based reliability analysis of quasi-linear Errors in Variables models. J. geod. 87
- [7]: Nowak E. (1990): “Analysis of Horizontal Engineering Survey Networks – theory and worked examples”, Warszawa, 1990.
- [8]: Alireza A. S. (2007): Strategy For Designing Geodetic Network With High Reliability and Geometrical Strength, Journal of Surveying Engineering, Vol. 127, No. 3
- [9]: Wang J. ,Chen Y. (1994): On the reliability measure of observations. Acta Geodae(Eng. Edition).
- [10]: Knight N. L., Wang J. (2010): Generalized measures of reliability for multiple outliers. J. Geod.84