

دراسة أستايقية وديناميكية للتنبؤ بالتعب على أسنان المسننات المستقيمة.

د. ثائر أحمد عثمان¹

(تاريخ الإيداع 31 / 5 / 2016. قُبل للنشر في 20 / 9 / 2016)

□ ملخص □

الهدف الرئيسى من هذا المقال هو دراسة تأثير السلوك الساتىيكي والديناميكي لنقل الحركة بالمسننات المستقيمة على حدوث التعب بهدف التنبؤ به من جهة، وتحديد النقاط الأخطر على بروفيل السن، من جهة أخرى. وذلك باستخدام نموذج ديناميكي لنقل الحركة بالمسننات المستقيمة أحادي درجة الحرية في الفتل ومقياس كروسلانل للتعب. أن معادلة الحركة تكون محللة خطوة بخطوة مع الزمن وذلك لتحديد قيم الحمل الديناميكي الآني في كل نقطة تماس على أسنان المسننات. بهذه الطريقة فأن مركبات الاجهادات المماسية والناظمية لكل نقطة تماس ضمن طبقات مادة المسننات تكون محسوبة بالاعتماد على نظرية هرتز.

الكلمات المفتاحية: سلوك ديناميكي - مقياس التعب - أحتكاك - معالجة حرارية - أجهادات

¹ مدرس - قسم هندسة التصميم والإنتاج - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - سورية

Static and dynamic study for the prediction of contact fatigue on spur gear teeth.

Dr. Thaer Ahmad OSMAN¹

(Received 31 / 5 / 2016. Accepted 20 / 9 / 2016)

□ ABSTRACT □

The main objective of this article is to study the influence of static and dynamic behavior on the occurrence of contact fatigue on spur gear tooth. For this end, a dynamic model of geared transmission in one degree of freedom, with Crossland criterion, are used. The motion equation is analyzed step par step in the time in order to determine the dynamic load in all contact points on teeth profile. In this way, the time-varying dynamic loads on tooth flanks are determined and the subsurface stress components can be derived from the classic Hertzian theory.

Key words: dynamic behavior- fatigue criterion– friction - thermal treatment – stresses.

¹ Associate professor in the Department of Design and Production Engineering – Faculty of Mechanical and Electrical Engineering – Tichreen University – Syria.

مقدمة:

يتأثر السلوك الميكانيكي لمختلف عناصر الآلات كالمسننات والرولمانات، على سبيل المثال، بقيم الحمل المطبق وخصائص السطوح. وتتعرض السطوح المتماسة فيما بينها سواء كان هذا التماس دوراني أو انزلاقي بشكل خاص إلى التعب (fatigue) وإلى أضرار (damages) في البنية. من جهة أخرى، تشير الدراسات الإحصائية على أسباب الفشل وتركز العيوب في العناصر الميكانيكية على أن المسننات هي العناصر الأكثر تعرضاً للضرر في الآلات، حيث تتركز العيوب على أسنان المسننات بنسبة 60% [1]. حيث يعتبر التعب - الذي يرتبط بقيم الاجهادات والتشوهات التي تنشأ من الحمل المتكرر والمتناوب من جهة، وبخصائص التزييت، طرق المعالجة الحرارية وخشونة السطوح من جهة أخرى - من أكثر العيوب حدوثاً على أسنان المسننات. لقد أجريت العديد من الدراسات والأبحاث العلمية لدراسة التعب ودراسة خصائصه بهدف التنبؤ بحدوثه لزيادة فترة عمل المسننات. بعض هذه الدراسات، [8 - 2] تعتمد في التنبؤ بالتعب على تقديم نماذج حسابية تركز على استخدام مقاييس التعب (Fatigue criteria) كمقياس دانغ فان (Dang Van)، مقياس كروسلاندر (CrossInd) ومقياس سينس (Sines)، حيث تفترض هذه المقاييس حدوث التعب عندما تتجاوز قيم الاجهادات المكافئة لهذه المقاييس حدود التعب لمادة المسننات في الفتل والانحناء المتناوب. والبعض الآخر يفترض حدوث التعب عندما تتجاوز قيمة الضغط الأعظمي الناشئ على أسنان المسننات في شروط العمل الفعلية قيمة الضغط الأعظمي المثالي المسموح به، [9].

أهمية البحث وأهدافه:

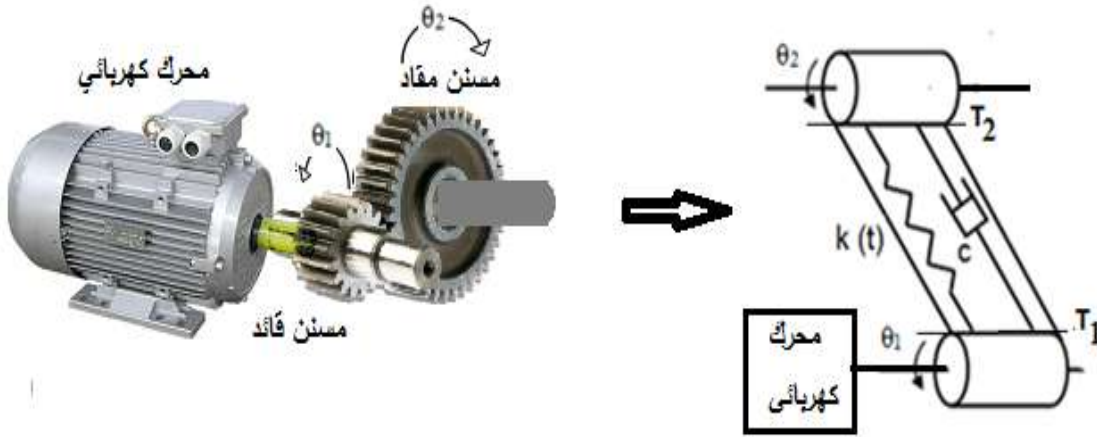
على الرغم من كثرة الدراسات المتخصصة للتنبؤ بتعب المسننات لكن الغالبية العظمى منها قد أهملت تأثير شروط التحميل الديناميكية على حدوث التعب حيث اقتصر فقط على دراسة التعب ضمن شروط التحميل الساتاتيكي، وباستخدام شروط هندسية وحركية مبسطة جداً للمسننات كنظام قرصين مكافئين. في هذا البحث نقدم دراسة ديناميكية واستاتيكية لدراسة التعب على أسنان المسننات المستقيمة باستخدام مقياس كروسلاندر وذلك بهدف التنبؤ به وتحديد النقاط الأكثر خطورة لظهور التعب على أسنان المسننات في شروط التحميل الديناميكي. مع الأخذ بعين الاعتبار، تأثير الاحتكاك ونوع المعالجة الحرارية لسطوح المسننات.

طرائق البحث ومواده:

لأجل التنبؤ بالتعب، وباستخدام برنامج الماتلاب، فقد تم تطوير نموذج ديناميكي أحادي درجة الحرية في الفتل والذي يمكننا من حساب قيم الاجهادات اللحظية في نقاط التماس الفعلية على أسنان المسننات وفي أي لحظة زمنية باستخدام طريقة التكامل خطوة بخطوة في الزمن لتحليل معادلة الحركة للنموذج الديناميكي للمسننات مع التأكد من عدم وجود حمل ديناميكي سالب على أسنان المسننات من جهة، وعدم وجود أي نقطة تماس تقع خارج نافذة التعشيق من جهة أخرى. بهذه الطريقة فإن تغيرات الحمل الديناميكي على أسنان المسننات تكون محسوبة ومحددة في أية نقطة تماس وبالنتيجة فإن مركبات الاجهادات اللحظية (الاجهادات الناظمية والمماسية) وتوزعها ضمن طبقات المادة تكون محسوبة بالاعتماد على نظرية هرتز.

نموذج ديناميكي للمسننات:

النموذج الديناميكي للمسننات المستعمل في هذه الدراسة هو نموذج ديناميكي أحادي درجة الحرية في الفتل (single degree of freedom in torsion)، الشكل (1). يعتمد هذا النموذج على بارامترات الكتلة للمسنن القائد (pinion) والمقاد (gear) -التخميد والنوابض. وبالتالي فالسلوك الديناميكي للمسننات سيتحدد من خلال الفتل لكلا المسنين (θ_1): للمسنن القائد و θ_2 للمسنن المقاد حول المحور Z الذي يمثل محور الدوران). من جهة أخرى، سنعتبر المسنن القائد والمقاد مكافئين لاسطوانتين في طور التعشيق، ونتيجة لذلك فإن شروط التماس بين أسنان المسننات ضمن نافذة العمل، المحددة بالمساحة المحصورة بين النقاط T_1, T_2 ، تكون موصوفة بالاعتماد على صلابة التعشيق $k(t)$ والتخميد c ، كما هو موضح بالشكل (1).

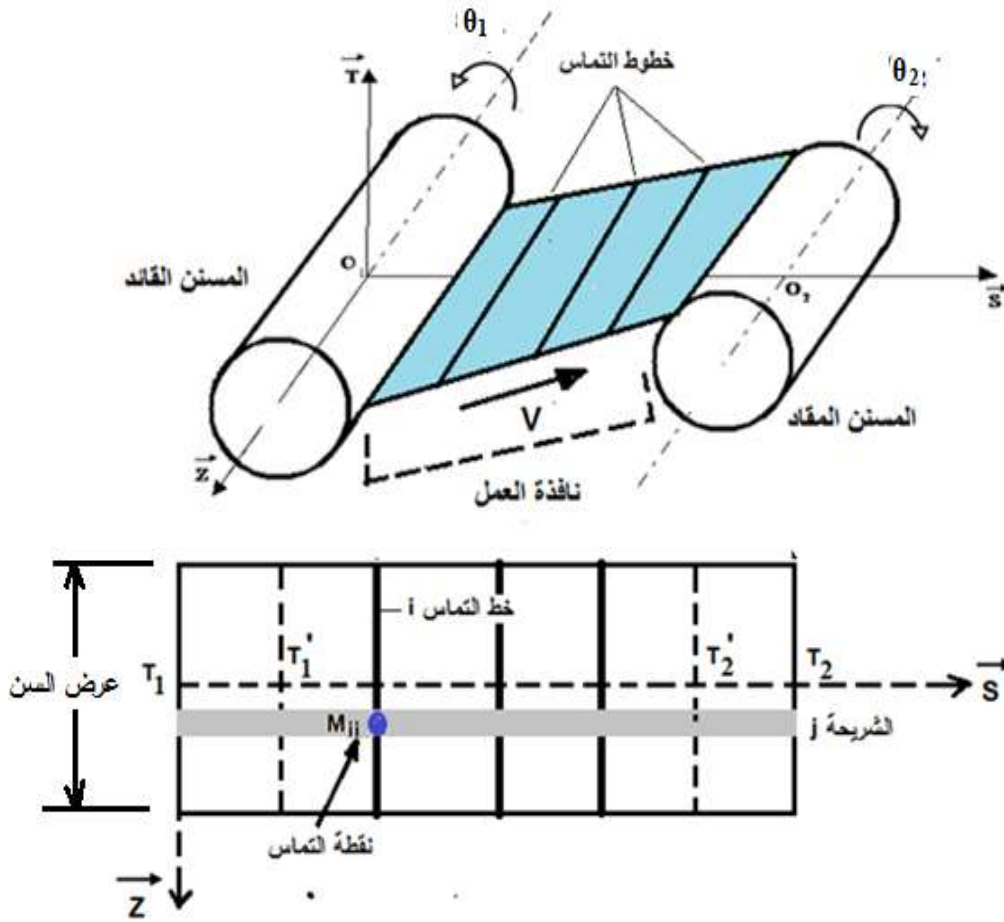


الشكل (1): نموذج ديناميكي للمسننات أحادي درجة الحرية.

بما أن نقطة التماس (contact point) على أسنان المسننات ستتحرك مع الزمن على طول البروفيل الفعال للسِّن، وبالتالي فإن كل نقطة ستمتلك قيم مختلفة للحمل والضغط المؤثر وبالنتيجة قيم مختلفة للاجهادات، فمن المفروض تحديد موقعها الدقيق مع الزمن، ولأجل هذا الغرض سنعتبر أن التماس بين البروفيل الفعال للمسننات خطي وأن خطوط التماس i ستتسحب مع الزمن ضمن مستوي التعشيق المحددة بالنقاط T_1', T_2' (حيث أن T_1' تمثل نقطة بداية التعشيق و T_2' نقطة نهاية التعشيق) بسرعة خطية مقارها V ، كما هو موضح بالشكل (2). هذه السرعة تحسب من خلال العلاقة التالية:

$$V = R_{b1} \Omega_1$$

حيث أن R_{b1} نصف قطر القاعدة للمسنن القائد. Ω_1 : السرعة الزاوية لدوران المسنن القائد. بالمقابل، سنفرض أن أسنان المسننات مقسمة إلى عدد من الشرائح الاسطوانية الرقيقة على كامل عرض السن ومحددة بالمؤشر z ، الشكل (2). وبالتالي فإن موضع أي نقطة تماس خلال الزمن ضمن مستوي العمل سيكون موصوف بالاحداثي z وفق M_{ij} (i): يشير إلى رقم خط التماس في لحظة زمنية معينة و z : رقم الشريحة الرقيقة).



الشكل (2): وصف موقع نقطة التماس ضمن مستوي التعشيق

نموذج التماس وحقل الاجهادات:

في طور التعشيق بين أسنان المسننات، فإن سطح السن يكون معرض لتأثير الضغط الناظمي والضغط المماسي واللذان يولدان الاجهادات ضمن طبقات مادة السن، هذه الضغوط تكون المسؤولة عن حدوث ظاهرة التعب في المسننات. بعد حساب الحمل الديناميكي على أسنان المسننات فإن توزيع الضغط الناظمي $P(x)$ يحسب بالاعتماد على نظرية هرتز (Hertz theory) وفق مايلي:

$$P(x) = P_{max}(M_{ij}) \cdot \sqrt{1 - \frac{x}{aH(M_{ij})}} = \frac{2 \cdot \pi}{aH(M_{ij})} \cdot \frac{F(M_{ij})}{d} \sqrt{1 - \frac{x}{aH(M_{ij})}}$$

بينما الضغط المماسي $q(x)$ فيحسب بالاعتماد على عامل الاحتكاك μ وفق نظرية كولومب (Coulomb theory) المتمثلة بالعلاقة: $q(x) = \mu \cdot P(x)$.

حيث: $P_{max}(M_{ij})$: ضغط هرتز الاعظمي في نقطة التماس M_{ij}
 الحمل في نقطة التماس بوحدة عرض التماس: $\frac{F(M_{ij})}{d}$
 $aH(M_{ij}) = \sqrt{8 \cdot \frac{F(M_{ij})}{d} \cdot \frac{R'}{\pi E'}}$: نصف عرض منطقة التماس

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} : \text{نصف قطر الاتحناء المكافئ في نقطة التماس المدروسة.}$$

R_2, R_1 : نصف قطر انحناء المسنن القائد والمقاد على الترتيب.

$$E' = \frac{2E_1 E_2}{E_1(1 - \nu_2^2) + E_2(1 - \nu_1^2)} : \text{معامل يونغ (موديل المرنة) المكافئ}$$

ν, E : موديل يونغ ونسبة بواسون على الترتيب (1 يشير للمسنن القائد و 2 للمسنن المقاد).

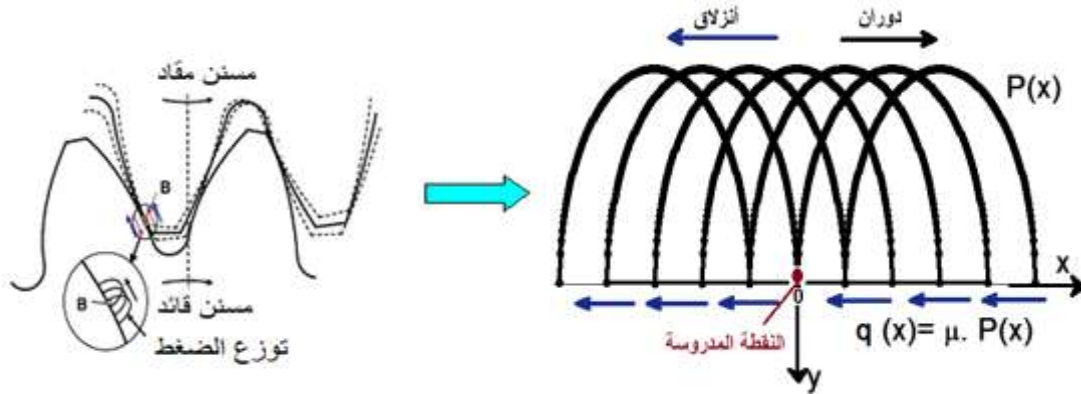
μ : معامل الاحتكاك والذي يحسب بالاعتماد على سرعة الأنزلاق ($V_s = u_1 - u_2$) وسرعة الدوران

($V_r = u_1 + u_2$) والزوجة الحركية η_0 وفق مايلي، [10]:

$$\mu = 0,0127 \cdot \log \left[\frac{29,66 \cdot \frac{F(M_{ij})}{d}}{\eta_0 \cdot V_s V_r^2} \right]$$

u_2, u_1 : السرعة المحيطة للمسنن القائد والمقاد على الترتيب.

بتطبيق شروط التحميل هذه، فإن حقل الإجهادات يمكن تحديده في كل نقطة مادية على أو تحت سطح التماس لأسنان المسننات باستخدام النتائج التقليدية للتشوهات المستوية (plane strains). تتكرر هذه العملية في كل خطوة زمنية بهدف تحديد حقل الاجهادات في النقطة المادية المدروسة، الشكل (3). يجب التنويه هنا على أن تغير توزيع الضغط مع الزمن في نقاط التماس ليس فقط بسبب مرور زوج من الاسنان إلى زوجين من الاسنان في طور التعشيق ولكن أيضاً بسبب التأثير الديناميكي الملاحظ في جوار السرعة الحرجة للأسنان بشكل خاص.



الشكل (3): نمذجة حركة التماس لأجل تحديد حقل الاجهادات في النقطة المدروسة على بروفيل الاسنان

بعد تحديد النقطة المدروسة فإن حقل الاجهادات الكلية يتمثل بمجموع الاجهادات الناشئة عن الحمل الناظمي $\sigma''_{i'j'}(x, y)$ والاجهادات الناشئة عن الحمل المماسي $\sigma'_{i'j'}(x, y)$. هذه الاجهادات الناظمية والمماسية تكون محسوبة بالاعتماد على العلاقات المفروضة من قبل (Johnson 1985 [11]). من جهة أخرى، فإن المسننات المستعملة في جمل نقل الحركة تكون غالباً معالجة حرارياً بهدف زيادة القدرة المنقولة وبسبب هذه المعالجة تنشأ في طبقات المادة أجهادات متبقية سالبة، حيث تلعب هذه الاجهادات دور مهم في زيادة مقاومة مادة المسننات للتعب. لأجل هذا الغرض فإن توزيع الاجهادات المتبقية $\sigma''_{i'j'}(x, y)$ ضمن طبقات المادة سيؤخذ بعين الاعتبار. وبالتالي يصبح حقل الاجهاد الكلي في كل نقطة تماس معطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma_{i'j'}(x, y) = \sigma''_{i'j'}(x, y) + \sigma'_{i'j'}(x, y) + \sigma''_{i'j'}(x, y) \quad \forall i', j' \in x, y, z$$

بهدف تحديد حقل توزيع الاجهادات المتبقية، العديد من التقنيات التجريبية قد وظفت على سبيل المثال تقنية أشعة (X rays) ، بالمقابل يوجد العديد من العلاقات التجريبية في المراجع العلمية لحساب توزيع هذه الأجهادات، تبعاً لتغير القساوة ضمن طبقات المادة، والتي تتعلق بنوع المعالجات الحرارية لسطوح المسننات (تصليد (hardening) – نتردة (nitriding)...الخ) [12-13]. في بحثنا هذا، وتبعاً لنوع المعالجة الحرارية لسطوح المسننات (التصليد أو النتردة)، سنستخدم العلاقات التجريبية المقدمة من قبل (Lang 1979) [12] والتي تحسب توزيع الاجهادات المتبقية تبعاً للعمق y تحت سطح المسننات، حيث تتعلق هذه الاجهادات بقيم قساوة فيكرز (Vickers) في السطح HV_s والقلب HV_c وفق مايلي:

• حالة التصليد (التقسية):

$$HV(y) = HV_c + (HV_s - HV_c) \cdot 10^{\left[\frac{-0,0381 - 0,2662 \cdot \frac{y}{y_{eff}}}{y_{eff}} \right] \cdot \frac{y}{y_{eff}}} \quad \text{قساوة المادة (HV (y))}$$

$$\sigma^r = -1,25(HV(y) - HV_c) \quad \text{for } HV - HV_c \leq 300HV \quad \text{الاجهادات المتبقية:}$$

$$\sigma^r = 0,2857(HV(y) - HV_c) - 460 \quad \text{for } HV - HV_c > 300HV$$

• حالة النتردة :

$$HV(y) = HV_c + (HV_s - HV_c) \cdot 10^{\left[\frac{0,223 - 0,4218 \cdot \frac{y}{y_{eff}}}{y_{eff}} \right] \cdot \frac{y}{y_{eff}}} \quad \text{قساوة المادة (HV (y))}$$

$$\sigma^r = -1,667(HV(y) - HV_c) \quad \text{for } HV - HV_c \leq 300HV \quad \text{الاجهادات المتبقية:}$$

$$\sigma^r = -500 \quad \text{for } HV - HV_c > 300HV$$

حيث y_{eff} ، y : العمق الفعال للقساوة والعمق تحت السطح على الترتيب.

هذه الأجهادات المتبقية سنعتبرها متساوية في الاتجاهات المماسية (الاتجاه المماس لبروفيل السن) والمحورية (الاتجاه الموازي لمحور المسننات) وغير متغيرة (ثابتة) خلال كل دورة تحميل على أسنان المسننات، [14].
التنبؤ بالتعب:

تعتبر مقاييس التعب (Fatigue criteria) من أكثر الطرق أتباعاً للتنبؤ بإمكانية حصول التعب على أسنان المسننات. يوجد العديد من هذه المقاييس في المراجع العلمية كمقياس Crossland ، dang Van ، sines ، Liu ، & Zenner. في دراستنا المقدمة هنا، سنعتمد على مقياس Crossland والذي يعتبر من أكثر المقاييس استخداماً حيث يعطي توافقاً كبير مع النتائج التجريبية. يعطى الشكل العام لهذا المقياس بالاعتماد على مطال الثابت الثاني لموجه الاجهادات $\sqrt{J_{2,a}}$ والضغط الهيدروستاتيكي $P_H = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}$ وفق مايلي:

$$\sigma_{CR} = \max \sqrt{J_{2,a}(t)} + \alpha \cdot P_H \leq \beta$$

حيث α, β بارامترات المادة والتي تتحدد من خلال حدود التعب في الفتل τ_w والانحناء σ_w المتناوب وفق

مايلي

$$\beta = \tau_w \quad \alpha = \frac{3\tau_w \cdot \sqrt{3}}{\sigma_w}$$

أن المسننات غالباً ما تعالج حرارياً كي تكسب صفات المقاومة وبالتالي فإن خصائصها الميكانيكية ستتغير تبعاً للعمق تحت السطح وفق نوع المعالجة الحرارية وبالتالي لا يمكن اعتبار خصائصها متجانسة. لأجل هذا الغرض فإن حدود التعب τ_w ، σ_w سنعتبرها متغيرة ضمن طبقات المادة وتتعلق بقساوة المادة وتحدد من العلاقة التالية [15]:

$$\tau_w = 0,773.HV(y) - \frac{HV(y)^2}{3170}; \quad \tau_w = 0,577.\sigma_w$$

يحدد مقياس Crossland الأجهادات المكافئة تبعاً لموجه الاجهادات والخصائص الميكانيكية للمادة ويسمح بالتنبؤ بإمكانية حدوث الضرر بالمادة، ولذلك سندخل مفهوم درجة التعب D_f وفق مايلي:

$$D_f = \frac{\sigma_{CR}}{\tau_w} = \frac{\max\sqrt{J_{2,a}(t)} + \alpha.P_H}{\tau_w}$$

وبالتالي عندما تكون $D_f \geq 1$ سيحدث تعب بالمسننات ومنطقة حدوث التعب (بداية تشكل التعب) توافق منطقة تركز القيمة الأعظمية لـ D_f . وإلا فالمسننات آمنة ضد التعب ($D_f < 1$)

معادلة الحركة للنموذج الديناميكي للمسننات:

تعطى معادلة الحركة للنموذج الديناميكي السابق للمسننات بوجود التخميد (c) وفق الشكل التفاضلي التالي

$$m_{tot} \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F_s$$

m_{tot} : الكتلة الكلية المكافئة للمسننات وتعطى بالعلاقة التالية:

$$m_{tot} = \frac{J_1 J_2}{J_1 Rb_2^2 + J_2 Rb_1^2}$$

Rb_2, Rb_1 : نصف قطر دائرة القاعدة للمسنن القائد والمقاد على الترتيب.

J_1, J_2 : عزم العطالة القطبي للمسنن القائد والمقاد على الترتيب.

x : موجه درجة الحرية (الإزاحة) ويعطى بالاعتماد على درجة الحرية في الفتل للمسنن القائد والمقاد

$$(\theta_2, \theta_1)$$

$$x = Rb_1 \cdot \theta_1 + Rb_2 \theta_2 \text{ بالشكل}$$

k : ثابت صلابة التعشيق المكافئ للنموذج الديناميكي والذي يعطى بالاستناد على نظام ISO 6336 [16]

وفق الشكل التالي:

$$k = k_m (1 + a \cdot g)$$

حيث أن k_m : ثابت صلابة التعشيق الوسطي . a : التغير النسبي في شروط التماس بين أسنان المسننات

($a < 1$) . g : ثابت يأخذ بعين الاعتبار جهة الدوران للمحرك الكهربائي ويملك القيمة 1 (الدوران مع عقارب

الساعة) أو -1 (الدوران عكس عقارب الساعة) .

$$F_s = \frac{C_m}{Rb_1} = \text{الحمل الستاتيكي المؤثر على المسننات ويحسب وفق العلاقة التالية:}$$

$$\frac{C_r}{Rb_2}$$

C_r, C_m : عزم الدوران للمسنن القائد (عزم المحرك) وللمسنن المقاد على الترتيب .

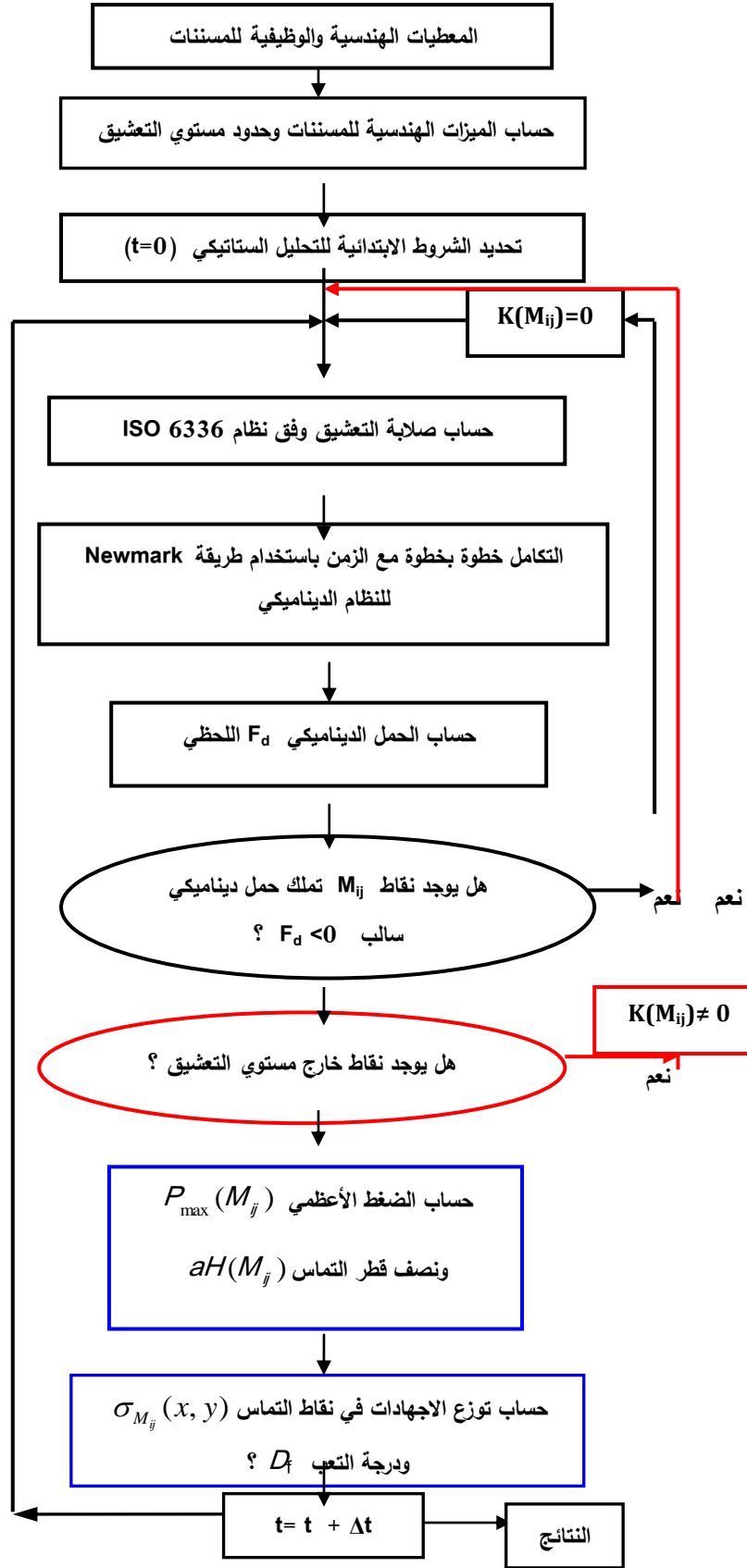
بالأخذ بعين الاعتبار التردد الطبيعي للنظام الميكانيكي $\omega = \sqrt{\frac{k_m}{m_{tot}}}$ والتقسيم على الكتلة المكافئة m_{tot}

تصبح معادلة الحركة من الشكل :

$$\ddot{x} + 2. \zeta. \omega. \dot{x} + \omega^2 (1 + a. g) x = \frac{Rb_1}{J_1} . C_m + \frac{Rb_2}{J_2} . C_r$$

ζ : عامل الإخماد وتتراوح قيمته بين 0.02 ÷ 0.1 لنقل الحركة بالمسننات، في حال المسننات المستقيمة فإن القيمة المثالية ζ=0.05 ، [17] .

أن معادلة الحركة السابقة تكون محللة خطوة بخطوة مع الزمن باستخدام طريقة نيومارك (Newmark 1659) [18] والتي تعتبر من أكثر طرق التحليل استخداماً في إيجاد حلول للمشاكل الديناميكية وتحليل معادلات الحركة لجمل النقل. خلال تحليل معادلة الحركة يجب التأكد من عدم وجود حمل سالب وعدم وجود نقاط تماس تقع خارج مستوي التعشيق والمحدد بالنقاط. $T_1' T_2'$ ، الشكل (2). خلال كل خطوة من الزمن، فإن خطوط التماس تتزاح ضمن مستوي العمل وبالتالي فإن نقطة التماس ستنتقل مع الزمن عبر خطوط التماس وبالتالي فإن الميزات الهندسية للمسننات (توزع الحمل - توزع الضغط- عرض منطقة التماس.....) ستكون متغيرة نتيجة لاختلاف موقع نقطة التماس على بروفيل أسنان المسننات. المخطط الصندوقي لعملية التحليل موضح بالشكل (4).



الشكل (4) المخطط الصندوقي لتحليل معادلة الحركة وتحليل الاجهادات في نقاط التماس بالاعتماد على طريقة newmark

النتائج والمناقشة:

يبين الجدول (1)، المعطيات الهندسية والوظيفية للمسننات المستقيمة المستعملة في هذه الدراسة والمستخرجة من معطيات آلة FZG والمستخدم لاختبار المسننات [19].

الجدول (1): المعطيات الهندسية والوظيفية لجمل نقل الحركة بالمسننات

Z1=17,	Z2=41	عدد أسنان المسنن القائد والمقاد
b1 =20 ,	b2= 14	عرض المسنن القائد والمقاد (mm)
3		المودول (mm)
20		زاوية الضغط (درجة)
250		عزم المحرك (N.m)
$\Omega_1 =150$		سرعة دوران المسنن القائد (rad/sec)
HV _s = 595HV	HV _c =300HV	مادة المسننات 42CrMo4 (معالجة بالتقسية)
$\eta_0 =1,56.10^{-2}$	pa.sec	y _{eff} =1mm خصائص التزييت: زيت معدني ISO VG 150

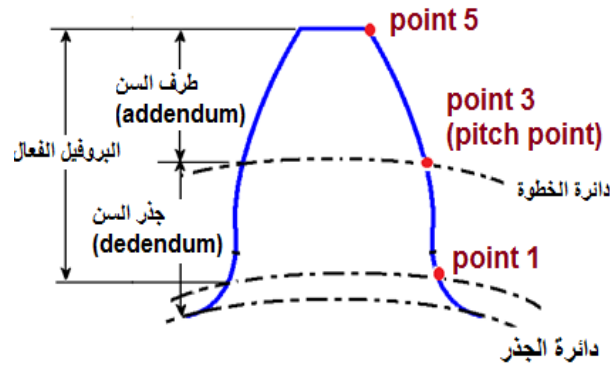
من أجل التحليل فقد استخدمنا 48 فترة تعشيق بهدف الحصول على نظام مستقر لتعشيق المسننات، عدد التزايدات الكلية في الزمن تساوي 2048، عدد الشرائح الرقيقة (j) 80 شريحة وعدد خطوط التماس (i) 26 خط. بما أن نقطة التماس بين أسنان المسنن القائد والمقاد تتحرك على طول بروفيل السن خلال الزمن ، لأجل هذا فإن بروفيل (profile) أسنان المسننات سيكون موصوف بالنسبة $\frac{t}{T_m}$ حيث أن t : الزمن ، T_m : فترة التعشيق. خلال الحساب يكون مقدار تزايد الزمن Δt محسوب وفق العلاقة $\Delta t = \frac{T_m}{tt}$. حيث tt: عدد تزايدات الزمن خلال فترة التعشيق الواحدة والتي تحسب من خلال عدد التزايدات الكلية في الزمن مقسومة على عدد فترات التعشيق من جهة أخرى ، يظهر الجدول (2) حدود منطقة العمل والتعشيق المحسوبة تبعاً للمعطيات الهندسية والوظيفية للمسننات:

الجدول (2): بارامترات مستوي العمل للمسننات

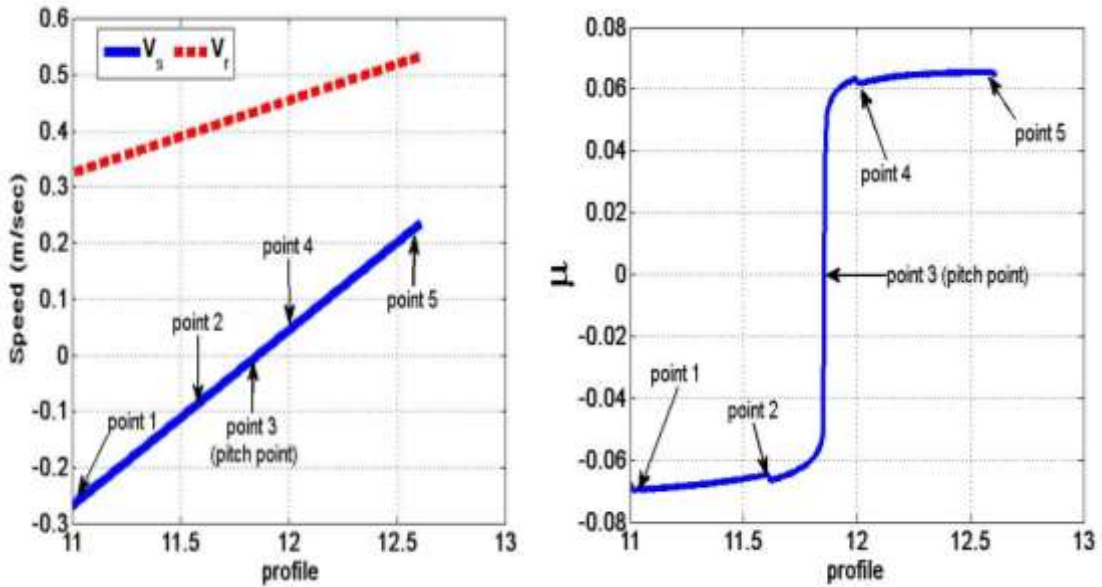
$T_1 T_2 = \sqrt{(x_e)^2 - (rb_1 + rb_2)^2}$	0.02976m	x_e : البعد المركزي
$T_1 T_2' = \sqrt{(ra_1)^2 - (rb_1)^2}$	0.01543m	r_a : نصف قطر دائرة الرأس
$T_2 T_1' = \sqrt{(ra_2)^2 - (rb_2)^2}$	0.02864m	r_b : نصف قطر دائرة القاعدة
$T_1 T_1' = T_1 T_2 - T_2 T_1'$	0.00111m	إشير للمسنن القائد. 2. للمسنن المقاد
$T_2 T_1' = T_1 T_2' - T_1 T_1'$	0.01432m	$ra_1 = 0.0285m$ $ra_2 = 0.0645m$ $rb_1 = 0.02396m$ $rb_2 = 0.05779m$
tt	42,66666	
t_m	0.01478 sec	
Δt	$3.465.10^{-4}$ sec	

تتعرض أسنان المسننات لحركة مركبة من الدوران والانزلاق على طول البروفيل الفعال للسن فبالاعتماد على شروط التماس، يتميز بروفيل السن بمنطقتين هامتين من ناحية التعشيق، الشكل (5) وهما: منطقة طرف السن (addendum) وهي المنطقة المحصورة بين دائرة الخطوة (pitch circle) ودائرة الرأس وتتمثل بالمسافة المحصورة

بين نقطة الخطوة (النقطة 3) ونقطة نهاية التعشيق (النقطة 5) وتتمثل بالجزء العلوي من السن. في هذا الجزء يكون الانزلاق موجب واتجاهه متطابق مع اتجاه الدوران. ومنطقة الجذر (dedendum) وهي المنطقة المحصورة بين دائرة الخطوة ودائرة القاعدة (الجذر) للسن. وبما أن التعشيق يتم فقط على الجزء الفعال من السن فيمكن تمثيلها بالمسافة المحصورة بين النقطة 3 والنقطة 1 (نقطة بداية التعشيق). في هذا الجزء يكون الانزلاق سالب واتجاه معاكس لاتجاه الدوران. بينما تكون الحركة دورانية فقط في نقطة خطوة (ينعدم الانزلاق). هذه النتائج موضحة بالشكل (6) الذي يظهر سرعة الانزلاق ($V_s = u_1 - u_2$) وسرعة الدوران ($V_r = u_1 + u_2$) لنقاط التماس على أسنان المسنن القائد. وطالما أن عامل الاحتكاك بين أسنان المسننات يتعلق بسرعة الانزلاق كما يتعلق بسماكة طبقة التزييت فإن قيمته تكون مرتفعة في نقاط نهاية التعشيق (الانزلاق الموجب) وبداية التعشيق (الانزلاق السالب) بينما ينعدم في نقطة الخطوة (النقطة 3) بسبب انعدام الانزلاق في هذه النقطة.



الشكل (5) وصف بروفيل السن للمسنن القائد

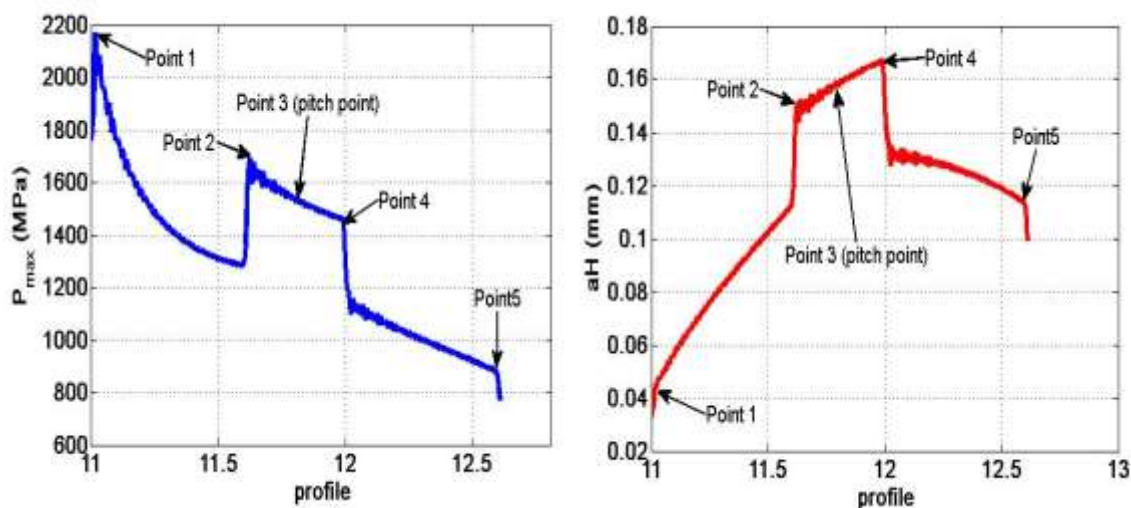


الشكل (6): سرعة الانزلاق V_s والسرعة الدورانية V_r وعامل الاحتكاك μ في نقاط التماس على بروفيل السن رقم 12 على المسنن القائد - النقطة 2 : تمثل نقطة بداية الانتقال من زوجين إلى زوج واحد من الأسنان في التعشيق. النقطة 4 : تمثل نقطة بداية الانتقال من زوج إلى زوجين من الأسنان في التعشيق (

الشكل (6) يظهر توزيع الضغط الأعظمي المحسوب وفق نظرية هرتز ونصف عرض منطقة التماس على

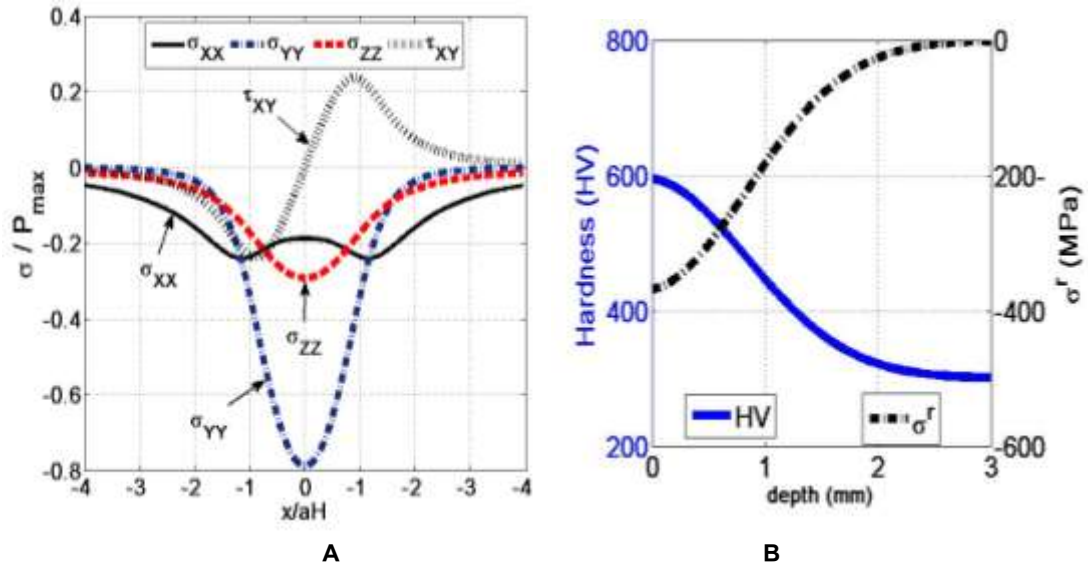
بروفيل السن القائد حيث يمكننا التحقق من ما يلي:

- تملك نقاط التماس المتوضعة تحت نقطة الخطوة (منطقة الانزلاق السالب) قيم مرتفعة من الضغط ومنخفضة من عرض منطقة التماس مقارنة مع النقاط المتوضعة فوق نقطة الخطوة (منطقة الانزلاق الموجب). مع قيم عظمى للضغط في نقاط منطقة بداية التشقيق (النقطة 1) والنقطة 2 .
- بما أن ظهور التعب يتعلق بالقيم المرتفعة للاجهادات والتي تتعلق بدورها بقيم الضغط (حسب نظام ISO 6336) وقيم عامل الاحتكاك على أسنان المسننات فإن ظهور التعب يكون أكثر احتمالاً في نقاط التماس المتوضعة تحت نقطة الخطوة على بروفيل السن وخصوصاً في نقاط بداية التشقيق والمنطقة المجاورة لنقطة الخطوة (النقطة 2) .

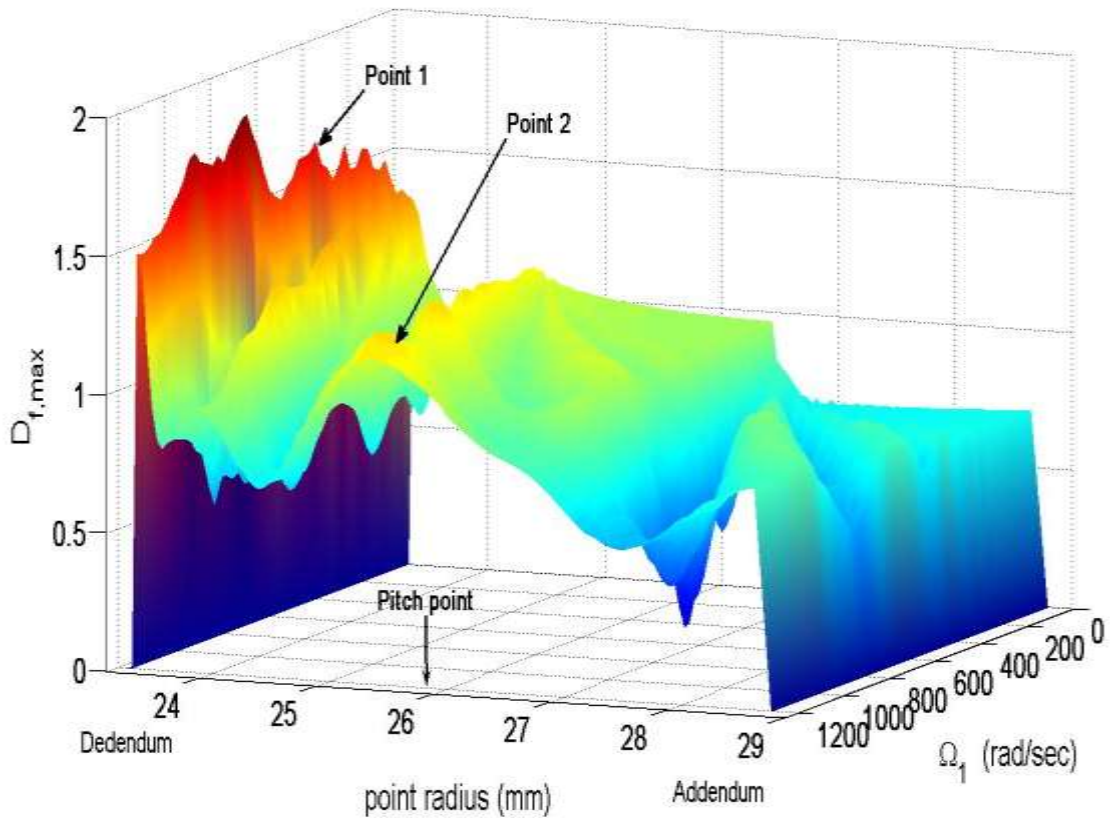


الشكل (6) توزيع الضغط الأعظمي P_{max} ونصف عرض التماس aH على بروفيل السن رقم 12 للمسنن القائد ($\Omega_1=125 \text{ rad/sec}$)

لتأكيد إمكانية ظهور التعب في مناطق الانزلاق السالب، سنحسب درجة التعب في جميع نقاط التماس على بروفيل السن مع الأخذ بعين الاعتبار إن حقل الاجهادات الناظمية والمماسية تكون محسوبة في كل نقطة تماس، والتي تملك قيم خاصة للضغط الأعظمي (P_{max}) وعرض منطقة التماس (aH)، ضمن الشروط التالية: على المحور x والذي يمثل الاتجاه المماسي لبروفيل السن حقل الاجهادات تحسب ضمن المجال $-4.aH \leq x \leq +4.aH$ و في الاتجاه العمودي (أي باتجاه عمق المسنن) $0 \leq y \leq 4.aH$. عندما تكون $y=0$ فإن الحساب يتم على سطح السن. النتائج الحاصلة لتوزيع الأجهادات الناظمية والمماسية بالنسبة لقيمة الضغط الأعظمي موجودة في الشكل (7-A) وللجهادات المتبقية والتي تتعلق بنوع المعالجة الحرارية (النقسية في مثالنا هذا) في الشكل (7-B). هنا قيم عامل الاحتكاك، والذي يستخدم لحساب الاجهادات المماسية، تختلف في كل نقطة تماس كما رأينا في الشكل (6). بينما يظهر الشكل (8) توزيع درجة التعب الأعظمية $D_{f,max}$ في جميع نقاط التماس (الممثلة هنا بنصف قطرها) بالنسبة للسرع الدورانية للمسنن القائد.



الشكل (7): A: توزيع الاجهادات الناعمية والمماسية في نقطة التماس بالنسبة لقيمة الضغط الاعظمي ($y=0.75 \cdot aH$)
 B: توزيع الاجهادات المتبقية σ^r وقساوة فيكرز للمادة (Hardness) تبعاً للعمق (depth) تحت سطح المسننات



الشكل (8) تمثيل 3D لدرجة التعب العظمى $D_{f,max}$ في نقاط التماس الممثلة بنصف القطر (point radius) على بروفيل السن القائد تبعاً لقيم مختلفة لـ Ω_1 - المسننات معالحة بالتقسية 42CrMo4

من الشكل (8) يمكننا ملاحظة مايلي:

• في شروط التماس المذكورة، تملك النقاط المتوضعة على جذر السن قيم مرتفعة لدرجة التعب مع إمكانية حدوثه ($D_{f,max} > 1$) مقارنة بالنقاط المتوضعة على طرف السن (فوق نقطة الخطوة) والتي تملك درجة تعب أقل من الواحد وبالتالي فهي آمنة ضد التعب.

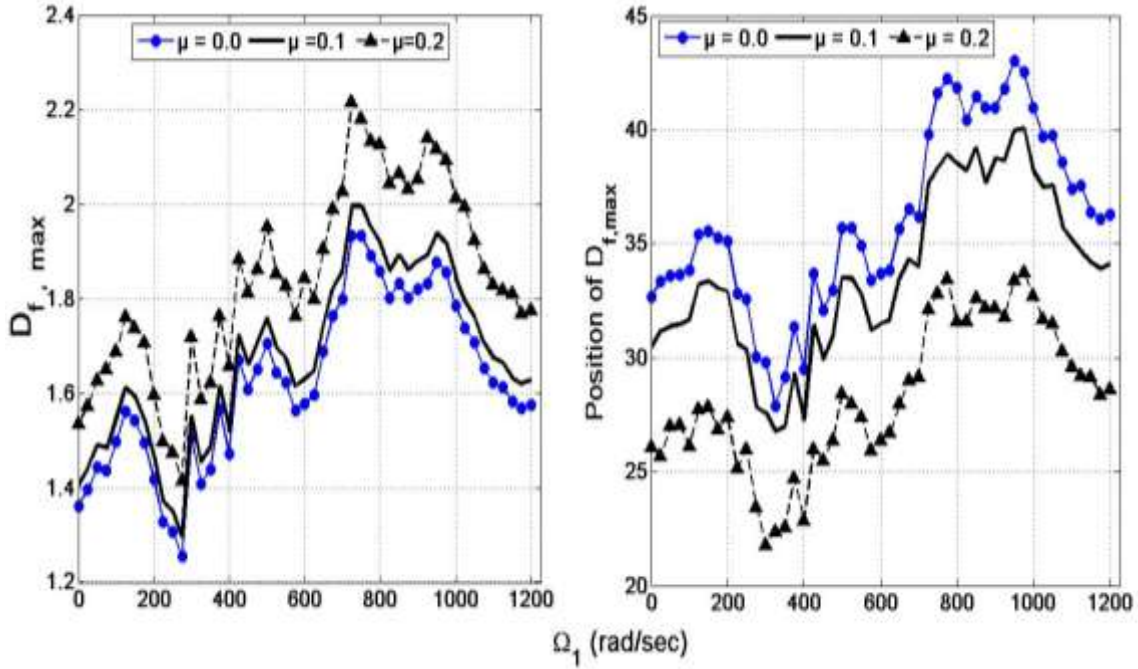
• القيم الأعظمية لدرجة التعب العظمى تتوضع في بداية التعشيق (النقطة 1) ونقطة الانتقال من زوجين إلى زوج من الأسنان في طور التعشيق (النقطة 2). مقارنة بالنقاط الأخرى المتوضعة على جذر السن مع قيم أكثر ارتفاعاً لدرجة التعب في النقطة 1 وبالتالي فإن التعب يظهر أولاً في هذه النقاط .

• تختلف درجة التعب في نقطة التماس الواحدة تبعاً للسرعة الدورانية للمسنن القائد وذلك بسبب اختلاف قيم الحمل الديناميكي وبالنتيجة قيم الضغط المؤثر في كل سرعة دورانية (النقطة 1 على سبيل المثال). من ناحية أخرى، فإن أعظم قيمة لدرجة التعب تتواجد عند السرعة الدورانية الحرجة ($\Omega = 725 \text{ rad/sec}$) حيث تبلغ قيمتها 1.9. وبناءً عليه يمكننا أن نستنتج بأن التعب يظهر أولاً في منطقة الانزلاق السالب (منطقة جذر السن والتي تملك قيم مرتفعة للضغط الأعظمي) مقارنة بمنطقة الانزلاق الموجب مع إمكانية حدوثه أولاً في منطقة بداية التعشيق. هنا يجب الإشارة على أن المسنن القائد والذي يكون غالباً أصغر من المسنن المقاد فإنه يتعرض لعدد دورات مرتفعة وبالتالي فإن التعب يحدث بنسبة أكبر من المسنن المقاد. ولذلك ينصح بأن يكون المسنن القائد أكثر متانة من المسنن المقاد.

تأثير الاحتكاك:

يتعلق ظهور التعب على أسنان المسننات بالإضافة إلى شروط التحميل (قيم الضغط الاعظمي) بحالة سطوح المسننات (خشونة السطوح) وخصائص التزيت (سماكة طبقة التزيت بين أسنان المسننات، تلوث التزيت... الخ). حيث يؤدي انخفاض سماكة التزيت (بسبب الحرارة أو الاختيار السيئ لنوع الزيوت) إلى تزايد الاحتكاك بين السطوح مما يؤدي بالنتيجة إلى تزايد خطر ظهور التعب على أسنان المسننات. الشكل (9) يظهر تأثير تزايد الاحتكاك بين السطوح على درجة التعب الأعظمية في النقطة الأخطر وهي نقطة بداية التعشيق (النقطة 1) وتوضعها ضمن طبقات المادة تبعاً لسرع دورانية مختلفة للمسنن القائد. حيث نلاحظ أن ازدياد قيمة الاحتكاك (بسبب انخفاض سماكة طبقة التزيت أو تزايد خشونة السطوح، على سبيل المثال) يؤدي إلى:

- رفع قيمة درجة التعب العظمى وازدياد خطورة وسرعة ظهور التعب على أسنان المسننات.
- نقطة بداية ظهور التعب (الموافقة للقيمة العظمى لدرجة التعب) ضمن طبقات المادة تتزاح باتجاه سطح الاسنان. وبالنتيجة فإن زمن انتشار التعب من نقطة بداية حدوثه ضمن طبقات المادة وحتى السطح يصبح صغير نسبياً مقارنة مع الزمن اللازم لانتشاره من نقطة تتوضع ابعده عن السطح (قيم منخفضة لعامل الاحتكاك). وبالتالي انهيار أسرع للمسننات بسبب فقدان جزء من المادة. وبالنتيجة يمكن القول أن القيم المرتفعة جداً للاحتكاك بين السطوح لا تؤدي إلى بداية ظهور التعب ضمن طبقات المادة وإنما على سطح أسنان المسننات بشكل مباشر وبالتالي فترة حياة أقل للمسننات.



الشكل (9): تأثير الاحتكاك على درجة التعب العظمى في نقطة بداية التعشيق (النقطة 1) وتوضعها (position) ضمن طبقات المادة تبعاً لسرع دورانية مختلفة للمسنن القائد

تأثير المعالجة الحرارية:

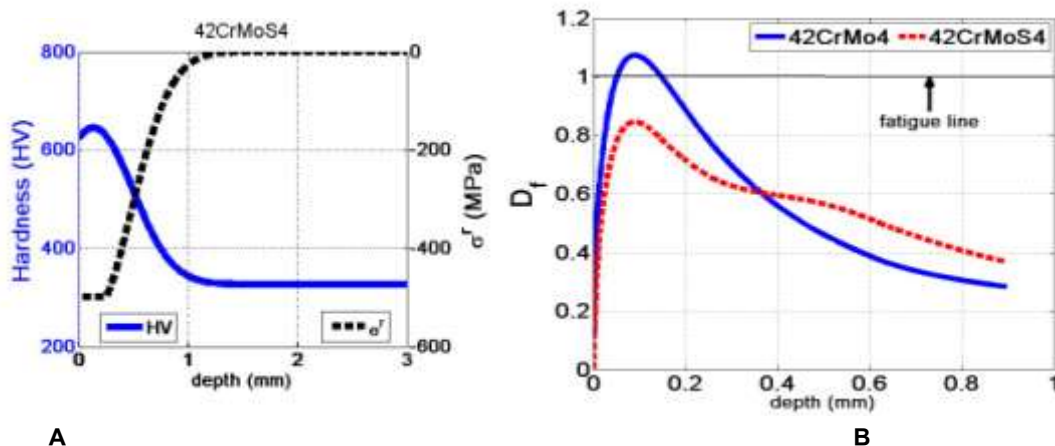
يلعب نوع المعالجة الحرارية دوراً مهماً في مقاومة التعب وذلك من خلال تأثيره على قيم الاجهادات المتبقية في طبقات المادة من جهة وتأثيره على حدود التعب وقساوة المادة من جهة أخرى. هذا التأثير يمكن إظهاره من خلال المقارنة بين نوعين من المعالجات الحرارية:

الأولى: مادة المسننات 42CrMo4 معالجة بالتصليد (التقسية)، الجدول (1) والشكل (7-B).

الثانية: مادة المسننات 42CrMoS4 معالجة بالنتردة مع قيم للقساوة على النحو التالي: $HV_s=624HV$,

$HV_c=326HV$, $y_{eff}=0.5mm$, [20].

النتائج الحاصلة موضحة على الشكل (10) من أجل قيمة للضغط الأعظمي $1650MPa$ حيث نلاحظ أن المعالجة الحرارية تؤثر بشكل كبير على ظهور التعب لأنه في حالة التصليد (42CrMo4) فإن التعب يظهر على أسنان المسننات ضمن طبقات المادة على مسافة من السطح حوالي $95\mu m$ ، حيث درجة التعب لمقياس كروسلاندي أكبر من الواحد ($D_{f,max} > 1$) عند هذه المسافة، بينما في حالة النتردة (42CrMoS4) فإن درجة التعب دائماً أصغر من الواحد ولا يوجد خطر لظهور التعب ضمن طبقات المادة. أن الاختلاف في إمكانية ظهور التعب بين المادتين يكمن في قيم الاجهادات المتبقية والنتيجة عن نوع المعالجة الحرارية. حيث في حالة التصليد قيمة الاجهادات المتبقية تكون أقل منها في حالة النتردة.



الشكل (10): تأثير نوع المعالجة الحرارية على تعب المسننات (A): توزيع الاجهادات المتبقية والقساوة ضمن طبقات المادة (42CrMoS4). B : مقارنة بين توزيع درجة التعب D_f بالنسبة للعمق من السطح

الاستنتاجات والتوصيات:

- قدمنا في هذا البحث دراسة استاتيكية وديناميكية للتنبؤ بالتعب بالاعتماد على نموذج ديناميكي متخصص لنقل الحركة بالمسننات أحادي درجة الحرية في الفتل والاعتماد على مقياس كروسلاندر. حيث يمكننا استنتاج مايلي:
- تعتبر منطقة الانزلاق السالب على أسنان المسننات هي المنطقة الأخطر لظهور التعب وخصوصاً في منطقة بداية التعشيق على جذر السن حيث قيم الضغط الأعظمي مرتفعة جداً ودرجة التعب العظمى تتوضع قريبة من السطح (نصف قطر التماس صغير جداً) مقارنة بنقاط التعشيق الأخرى على جسم السن وبالنتيجة زمن قصير جداً لانتشار التعب وظهوره على السطح.
 - يلعب نوع المعالجة الحرارية للمسننات دوراً مهماً في مقاومة التعب وذلك من خلال رفع قيم الاجهادات المتبقية السالبة، من جهة، وحدود مقاومة التعب من جهة أخرى.
 - يؤدي تزايد قيم الاحتكاك بين سطوح أسنان المسننات إلى تزايد خطر وقوع التعب حيث يرفع قيمة درجة التعب ويزيح منطقة حدوثه باتجاه السطح وبالنتيجة فترة حياة أقل للمسننات.
 - أن خطر التعب يرتبط مباشرة بالسلوك الديناميكي للمسننات، حيث تختلف درجة التعب مع اختلاف السرعة الدورانية.

لذلك عند تصميم المسننات، ينصح بجعل المسنن القائد (والذي يتعرض لعدد دورات مرتفعة من التحميل) أكثر صلابة من المسنن المقاد. كما أن الاختيار الجيد للزيوت ومعالجة السطوح والاهتمام بدرجة إنهاؤها يلعب دور هام في التقليل من الاحتكاك بين سطوح أسنان المسننات. وبما أن قيم الضغط الأعظمي تتركز في منطقة بداية التعشيق، فإن إجراء تغيير في شكل السن كأجراء تصحيح لبروفيل السن (profile correction)، على سبيل المثال، والذي يتمثل بإزالة طبقة صغيرة من مادة رأس السن بشكل خطي سيؤدي إلى تناقص قيم الضغط في هذه المنطقة وبالتالي التقليل من خطورة التعب.

المراجع:

- [1] STEWART. R. M. *The specification and developpement of a standard gearbox monitoring*. 2nd International Conference on Vibration in Rotating Machines, Cambridge, 1980. 353-358.
- [2] FOLETTI. S, BERETTA. S, TARNTINO. M. G. *Multiaxial fatigue criteria versus experiments for small crack under rolling contact fatigue*, International Journal of Fatigue, Vol. 58, January 2014. 181-192.
- [3] BRANDAO. A. J, MARTINS. R, SEABRA. O. H. J, CASTRO. J, *An approach to the simulation of concurrent gear micropitting and mild wear*, Wear. Vol. 324-325, February 2015. 64-73.
- [4] FABRE. A, EVANS. P. H, BARRALLIER. L, SHARIF. J. K, DESVIGNES. M. *Prediction of microgeometrical influence on micropitting fatigue damage on 32CRMOV13 Steel*, Tribology International. Vol. 59, 2013. 129-140.
- [5] BRANDAO. A. J, SEABRA. O. H. J, CASTRO. J. *Surface initiated tooth flank damage. Part I: Numerical model*, Wear, Vol. 268, 2010. 1-12.
- [6] BRANDAO. A. J, SEABRA. O. H. J, CASTRO. J. *Surface initiated tooth flank damage. Part II: Prediction of micropitting initiation and mass loss*, Wear, Vol. 268, 2010. 13-22.
- [7] LIU. C. R., CHOI. Y. *Rolling contact fatigue life model incorporating residual stress scatter*. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 50, 2008. 1572-1577.
- [8] DESIMONE. H, BERNASCONI. A, BERETTA. S. *On the application of Dang Van criterion to rolling contact fatigue*. Wear, Vol. 260, 2006. 567-572.
- [9] ISO 6336-5. *Calculation of load capacity of spur and helical gears, Part 5: strength and quality of materials*, 2006
- [10] ANDERSON. N. E, LOEWENTHAL. S.H. *Spur gear system efficiency at part and full load*, Technical Report 46 – 79, NASA Technical Paper 1622, 1980
- [11] JOHNSON. L. K. *Contact mechanics*, Cambridge University Press, 1985. 2.11-2.44, 452p.
- [12] LANG. O.R. *The dimensioning of complex steel members in the range of endurance strength and fatigue life*. Zeitschrift fuer Werkstofftechnik, 1979, Vol. 10. 24-29.
- [13] TOBE. T, KATO. M, INOUE. K, TAKATSU. N, MORITA. I. *Bending strength of carburised CM42OH spur gear teeth*. JSME, 1986, Vol. 29. 273-280.
- [14] BATISTA. A. C, DIAS. A. M, LEBRUN. J. C, LE FLOUR. J. C. *Contact fatigue of automotive gears: Evolution and effects residual stresses introduced by surface treatments*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 23. 2000. 217-228.
- [15] SANDBERG. A. *A calculation method for subsurface fatigue*. In procs of the International Symposium on Gearing and Power Transmission. Japan. Vol. I, 1981. 429-434.
- [16] ISO/DIS 6336. *Calculation of load capacity of spur and helical gears- Part I: Basic principles and influence factors*. Draft International Standard, 1990. 87-95.
- [17] LITVIN. F, FUENTES. A. *Gear geometry and applied theory*. 2nd edition, Cambridge University press. UK, 2004. 2.85-2.90. 655p.

- [18] NEWMARK. N. M. *A method of computation for structural Dynamics*. ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.85, 1959. 67-94.
- [19] ASLANTAS. K, TASGETIREN. S, YALCIN. Y. *Austempering retards pitting failure in ductile iron spur gears*, Engineering Failure Analysis, Vol. 11, 2004. 935 – 945.
- [20] ZHOU. R. S, CHENG. H. S, MURA. T. *Micropitting in rolling and sliding contact fatigue under mixed lubrication*, ASME. Journal of Tribology, Vol. 111, 1989. 605-613.