

نمذجة فترة نشوء شقوق التعب الأولية على أسنان المسننات الحلزونية

د. ثائر عثمان¹

د. سليمان علي²

(تاريخ الإيداع 11 / 10 / 2016. قُبل للنشر في 1 / 6 / 2017)

□ ملخص □

يقدم هذا البحث نموذج حسابي لفترة نشوء الشقوق الأولية بالتعب على أسنان المسننات الحلزونية، مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير المعالجة الحرارية بالكربنة والاحتكاك بين أسنان المسننات. وذلك بهدف حساب عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء هذه الشقوق، ودراسة تأثير السلوك الديناميكي على فترة عمل المسننات، بالاعتماد على نموذج ديناميكي للمسننات ثنائي درجة الحرية في الفتل ومقياس Papadopoulos للتعب باستخدام برنامج MatLab. تتم مقارنة النتائج الحاصلة مع نتائج التحليل الرياضي باستخدام طريقة الانفعال - عدد الدورات. تشير النتائج الحاصلة في هذا البحث إلى أن سرعة نشوء شق التعب الأولي تتعلق بقيم الاحتكاك بين سطوح المسننات وقيم الإجهادات المتبقية الناتجة عن المعالجة الحرارية، من جهة، وقيمة الحمل الديناميكي من جهة أخرى. حيث أن زيادة قيم الاحتكاك تنقص عدد دورات التحميل اللازم لنشوء الشق الأولي كما تنقل منطقة ظهوره باتجاه سطح أسنان المسننات وهذا التأثير معاكس لتأثير الإجهادات المتبقية التي تزيد عدد دورات التحميل.

الكلمات المفتاحية: معالجة حرارية - إجهادات متبقية - شق أولي - سلوك ديناميكي.

¹ مدرس في قسم هندسة التصميم والإنتاج - كلية الهندية الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - سورية

² مدرس في قسم هندسة التصميم والإنتاج - كلية الهندية الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - سورية

Modeling of the fatigue crack initiation period on the helical gears.

Dr. Thaer Osman¹
Dr. Suleiman Ali²

(Received 11 / 10 / 2016. Accepted 1 / 6 / 2017)

□ ABSTRACT □

A computational model of the fatigue crack initiation period on the helical gears ,with consideration of the heat treatment by carburization and friction effects, is presented. In order to calculate the number of stress cycles required for the appearance of the initial cracks, and study the influence of dynamic behavior. For this end, a dynamic model of gear with two freedom degrees in torsion developed in Matlab and fatigue criteria are used. The computational results are compared with those obtained using strain- life method. The obtained results show that appearance of initial fatigue crack depends strongly on the friction coefficient between the surfaces, heat treatment, and on the dynamic load.

Keywords: heat treatment - residuals stresses– initial crack – dynamic behavior

¹ Associate professor in the Department of Design and Production Engineering – Faculty of Mechanical and Electrical Engineering – Tichreen University – Syria.

² Associate professor in the Department of Design and Production Engineering – Faculty of Mechanical and Electrical Engineering – Tichreen University – Syria.

مقدمة:

يتعلق السلوك الميكانيكي لمختلف عناصر الآلات، كالمسنتات، الرولمانات، القارنات... الخ، بالتأثير المتبادل بين شروط الحمل المطبق وخصائص السطوح. حيث تتعرض السطوح، وبشكل خاص، الخاضعة لحركة مركبة من الانزلاق (sliding) والدوران (rolling) في شروط التحميل المتكرر، كما في حالة المسنتات، إلى ظهور التعب (fatigue)، الذي يعتبر نوع من أنواع الضرر المرتبط بتغيرات بنيوية للمادة. بشكل عام، يتعلق ظهور التعب بالعديد من العوامل، التي يرتبط بعضها بشروط التزييت، خشونة السطوح، خصائص المادة وطرق معالجتها، وبعضها الآخر يتعلق بقيم الإجهادات والانفعالات اللدنة المتكونة ضمن طبقات المادة والناجمة عن شروط التحميل. بالمقابل، فإنه يمكن تحديد عدد دورات التحميل الكلية لظهور التعب كمجموع عدد الدورات (N_i) اللازمة لظهور أو تكوّن الشق الأولي (fatigue crack initiation) ضمن طبقات المادة وعدد الدورات (N_p) اللازمة لانتشار الشق (fatigue crack propagation) من طوله الأولي إلى طوله الحرج. بالاعتماد على الدراسات المرجعية، تعتبر فترة تكون الشق الأولي من أهم مراحل الانهيار بالتعب [1-4] وذلك انطلاقاً من حقيقة أن زمن انتشار أي شق أولي، متكون ضمن طبقات المادة لعنصر ميكانيكي خاضع لتحميل متكرر، يكون سريعاً جداً مقارنة بزمن تكونه. ونتيجة لذلك، فإنه من الصعوبة التحكم في انتشار الشق أو حتى منع انتشاره في شروط التحميل المتكرر. لأجل هذا فإن الاهتمام يكون موجهاً غالباً نحو دراسة مرحلة تكون الشق الأولي وذلك بهدف حساب عدد دورات التحميل اللازمة لظهوره، أو البحث في أساليب وطرق منع حدوثه. بالمقابل، تعتبر طريقة الانفعال - عدد الدورات والتي يرمز لها اختصاراً ($\varepsilon - N$)، [3-4] من أهم الطرق وأكثرها استخداماً لدراسة فترة تكون الشق الأولي حيث ترتكز هذه الطريقة على تحليل إجهادات التماس مع الأخذ بعين الاعتبار بارامترات التعب الخاصة لكل مادة (ε_f' : مؤشر المطيلية، σ_f' : مؤشر مقاومة التعب في الانحناء، E : معامل المرونة... الخ). بالاعتماد على هذه الطريقة، يرتبط كل من مقدار تزايد الانفعال اللدن ($\Delta\varepsilon_p$) والانفعال المرن ($\Delta\varepsilon_s$) وعدد الدورات بالعلاقة التالية:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_s}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_i)^b + \varepsilon_f' (2N_i)^c$$

حيث أن b, c : أس (exponent) مرتبط بالمطيلية ومقاومة التعب على الترتيب.

بالأخذ بعين الاعتبار تأثير الإجهادات المتوسطة σ_m ، فإن العلاقة السابقة تملك الصيغة التالية:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_s}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{(\sigma_f' - \sigma_m)}{E} (2N_i)^b + \varepsilon_f' (2N_i)^c$$

أهمية البحث وأهدافه:

على الرغم من أهمية طريقة الانفعال - عدد الدورات ($\varepsilon - N$) في تحليل فترة تكون الشق الأولي للتعب، لكنها تفترض أن المادة متجانسة دون وجود أي عيوب في النسق البلوري (imperfection)، كما أنها لا تأخذ بعين الاعتبار تأثير الخشونة ونوع المعالجات الحرارية (الإجهادات المتبقية). بالإضافة لذلك، يمكننا استخدام كل من إجهادات القص τ_{xy} ، إجهادات القص الأعظمية τ_{max} والإجهاد الرئيسي الأعظمي في تحليل هذه الطريقة، وبالنتيجة نحصل على قيم مختلفة لعدد الدورات اللازمة لتكوين الشق الأولي في كل حالة. بالمقابل، فإن جميع الدراسات في المراجع العلمية، لا تأخذ بعين الاعتبار تأثير شروط التحميل الديناميكي على ظهور الشق الأولي ضمن طبقات مادة المسنتات، حيث تقتصر الدراسة على استخدام نموذج مبسط للمسنتات كقرصين مكافئين وبالتالي فإن شروط التحميل

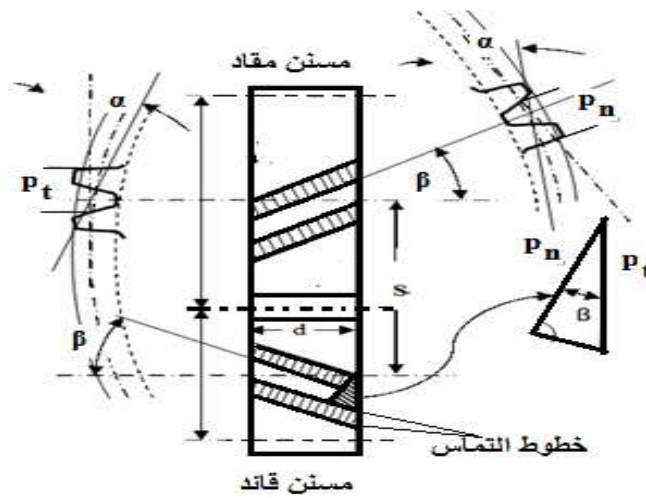
الناجمة تعتبر كشرط ستاتيكية. لأجل هذا، فإن الهدف الرئيسي من هذا البحث هو تقديم نموذج حسابي يساعد في حساب عدد الدورات اللازمة لتكون الشق الأولي على أسنان المسننات الحلزونية، بالاعتماد على مقياس Papadopoulos (Papadopoulos criterion) للتنبؤ بالتعب وباستخدام نموذج ديناميكي للمسننات ثنائي درجة الحرية في الفتل، مع الأخذ بعين الاعتبار، تأثير كل من السلوك الديناميكي للمسننات، نوع المعالجة الحرارية (تأثير الإجهادات المتبقية) وتأثير الاحتكاك بين سطوح التماس.

طرائق البحث ومواده:

باستخدام برنامج الماتلاب، فقد تم تطوير نموذج ديناميكي للمسننات ثنائي درجة الحرية بالفتل، وذلك بهدف تحديد وحساب الحمل الديناميكي وقيمة الضغط الأعظمي في كل نقطة تماس على أسنان المسننات، من خلال تحليل معادلة الحركة الديناميكية خطوة بخطوة مع الزمن. بالاعتماد على قيمة الضغط الأعظمي الناتج، فإن الإجهادات الناظمية والمماسية وتوزعها ضمن طبقات المادة تكون محسوبة. إن النتائج الحاصلة باستخدام مقياس Papadopoulos ستتم مقارنتها بالنتائج الحاصلة وفق طريقة $(\varepsilon - N)$.

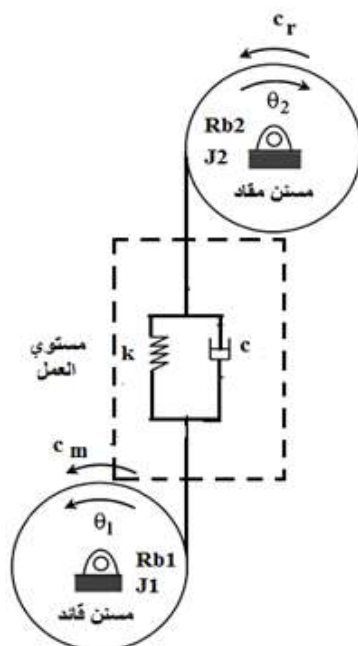
1: نمذجة السلوك الديناميكي للمسننات الحلزونية:

تستخدم المسننات ذات الأسنان الحلزونية بشكل كبير في جمل نقل الحركة بالمسننات، لما تمتلكه من صفات وخصائص وظيفية تميزها عن المسننات ذات الأسنان المستقيمة. فعلى سبيل المثال، تعتبر هذه المسننات قليلة التأثير بأخطاء التصنيع كأخطاء الانحراف والشكل، وذلك بسبب ميلان خطوط التماس على كامل عرض السن (d) بالنسبة لمحور السن بزواوية تدعى زواوية الحلزون (β). والتي تسبب أيضاً اختلافاً في قيمة كل من الخطوة الحقيقية (p_t) والخطوة الفعلية بين الأسنان (p_n)، الشكل (1). كما أنها مناسبة أكثر للسرعات العالية وتحمل حمولات كبيرة وذلك بسبب وجود عدد أكبر من الأسنان في طور التعشيق في وقت واحد، بالإضافة لمستوى الضجيج والاهتزاز المنخفض. على الرغم من هذه الميزات الهامة فإن شروط تصنيعها ونمذجة ودراسة شروط التعشيق الديناميكي يكون أكثر صعوبة من نظيراتها ذات الأسنان المستقيمة.



الشكل (1): شروط التماس بين أسنان المسننات الحلزونية

في بحثنا المقدم هنا، سنعتمد على نموذج ديناميكي للمسننات بدرجتي حرية في الفتل (θ_1 للمسنن القائد، θ_2 للمسنن المقاد) والموضح في الشكل (2)، [5].



الشكل (2): نموذج ديناميكي للمسننات ثنائي درجة الحرية، [5].

يوصف كل من المسنن القائد والمقاد بعزم عطالته القطبي (J)، نصف قطر الانحناء (Rb) وقيمة العزم المطبق (C_m : العزم على المسنن القائد (عزم المحرك) ، C_r : العزم على المسنن المقاد). بالمقابل توصف شروط التماس بين أسنان المسننات ضمن مستوي العمل بصلابة التعشيق (K) وثابت التخميد (C). بالاعتماد على نظرية العزم الديناميكي فإن معادلة الحركة لكل من المسنن القائد والمقاد تكتب وفق الصيغة التفاضلية التالية. [5]:

$$J_1[\dot{\Omega}_1 + \ddot{\theta}_1] = -\{C.[Rb_1.\dot{\theta}_1 + Rb_2.\dot{\theta}_2] + K.[Rb_1.\theta_1 + Rb_2.\theta_2]\}.cos^2\beta.Rb_1 + C_m$$

$$J_2[\dot{\Omega}_2 + \ddot{\theta}_2] = -\{C.[Rb_1.\dot{\theta}_1 + Rb_2.\dot{\theta}_2] + K.[Rb_1.\theta_1 + Rb_2.\theta_2]\}.cos^2\beta.Rb_2 + C_r$$

بما أن السرعة الزاوية لكل من المسنن القائد Ω_1 والمقاد Ω_2 تعتبر ثابتة وبالتالي فإن $\dot{\Omega}_1 = \dot{\Omega}_2 = 0$ ، فإنه يمكننا التعبير عن المعادلتين السابقتين بالصيغة التالية:

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \left\{ C. \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + K.cos^2\beta. \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} Rb_1^2 & Rb_1Rb_2 \\ Rb_1Rb_2 & Rb_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_r \\ C_m \end{bmatrix}$$

بضرب السطر الأول من المعادلة السابقة بـ Rb_1J_2 والسطر الثاني بـ Rb_2J_1 وتقسيم المعادلة على $J_1Rb_2^2 + J_2Rb_1^2$ نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

$$m_{tot}.\ddot{x} + c.\dot{x} + k.x.cos^2\beta = F_s$$

β : زاوية الحلزون (زاوية ميلان خطوط التماس بين أسنان المسننات ضمن مستوي العمل) وتساوي في حالة دراسة المسننات المستقيمة للصفر ($\beta = 0$).

$$m_{tot} = \frac{I_1 I_2}{I_1 R b_2^2 + I_2 R b_1^2} \text{ : الكتلة الكلية المكافئة للمسننات وتعطى بالعلاقة التالية:}$$

C, k : ثابت صلابة التعشيق المكافئ والتخميد للنموذج الديناميكي على الترتيب والذي يحسب بالاستناد إلى نظام ISO 6336 [6].

$$x = R b_1 \theta_1 + R b_2 \theta_2 \text{ : موجه درجات الحرية في الفتل للمسنن القائد والمقاد يعطى وفق العلاقة:}$$

$$F_s = \frac{C_m}{R b_1} = \frac{C_r}{R b_2} \text{ : الحمل الستاتيكي المؤثر في المسننات ويحسب وفق العلاقة التالية}$$

أن حل معادلة الحركة السابقة سيكون خطوة بخطوة مع الزمن وذلك باستخدام طريقة نيومارك (Newmark) [7]، والتي تعتبر من أكثر طرق التحليل استخداماً في إيجاد حلول للمشاكل الديناميكية، وتحليل معادلات الحركة لجمل النقل بالمسننات. خلال تحليل معادلة الحركة يجب التأكد من عدم وجود حمل سالب على أسنان المسننات. خلال كل خطوة من الزمن، فإن خطوط التماس التي تميل بزاوية الحلزون (β) تتزاح ضمن مستوي العمل وبالتالي فإن نقطة التماس M ستنتقل مع الزمن عبر خطوط التماس وبالتالي فإن الميزات الهندسية للمسننات (توزع الحمل - توزع الضغط - عرض منطقة التماس.....) ستكون متغيرة نتيجة لاختلاف موقع نقطة التماس على بروفيل أسنان المسننات. من أجل التحليل فقد استخدمنا 48 فترة تعشيق بهدف الحصول على نظام مستقر لتعشيق المسننات، عدد التزايدات الكلية في الزمن تساوي 2048. بما أن نقطة التماس بين أسنان المسنن القائد والمقاد تتحرك على طول بروفيل السن خلال الزمن، لأجل هذا فإن بروفيل (profile) أسنان المسننات سيكون موصوفاً بالنسبة $\frac{t}{T_m}$ حيث أن t : الزمن ، T_m : فترة التعشيق. خلال الحساب يكون مقدار تزايد الزمن Δt محسوباً وفق العلاقة $\Delta t = \frac{T_m}{tt}$. حيث tt : عدد تزايدات الزمن خلال فترة التعشيق الواحدة والتي تحسب من خلال عدد التزايدات الكلية في الزمن مقسومة على عدد فترات التعشيق. أن فترة التعشيق T_m تحسب بالاعتماد على السرعة الزاوية للمسنن القائد Ω_1 وعدد أسنانه Z_1 وفق العلاقة التالية:

$$T_m = \frac{2\pi}{Z_1 \cdot \Omega_1}$$

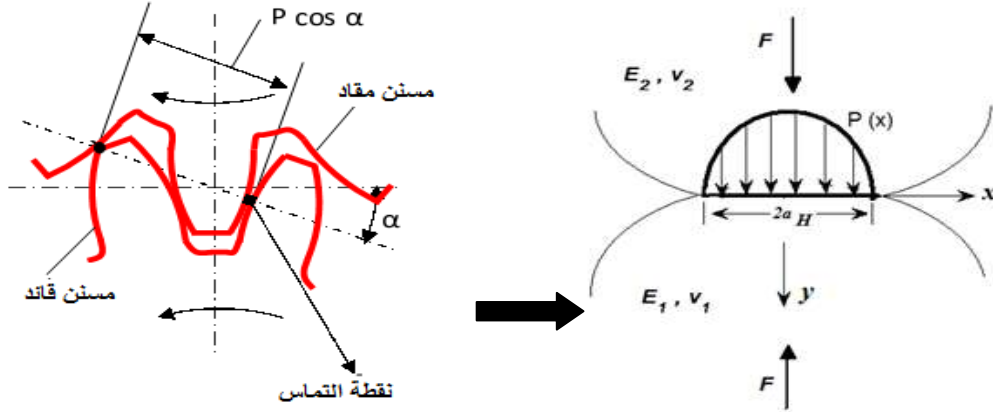
بعد حساب الحمل الديناميكي F في كل نقطة تماس M على أسنان المسننات (مع ملاحظة أن المسافة بين نقاط التماس لسنين متتاليين = $p \cdot \cos \alpha$ حيث أن p : الخطوة. α : زاوية الضغط) بالنسبة لعرض السن (d)، فإن توزع الضغط الناظمي $P(x)$ على عرض منطقة التماس aH يحسب بالاعتماد على نظرية هرتز (Hertz theory) وفق مايلي، [4]، الشكل (3):

$$P(x) = \frac{2 \cdot \pi}{aH(M)} \cdot \frac{F(M)}{d} \sqrt{1 - \frac{x}{aH(M)}}$$

بينما الضغط المماسي $q(x)$ فيحسب بالاعتماد على نظرية كولومب (Coulomb theory) وفق العلاقة التالية: $q(x) = \mu \cdot P(x)$. أن معامل الاحتكاك μ سيحسب بالاعتماد على سرعة الانزلاق ($V_s = u_1 - u_2$) وسرعة الدوران ($V_r = u_1 + u_2$) واللزوجة الحركية η_0 وفق مايلي، [8]:

$$\mu = 0,0127 \cdot \log \left[\frac{29,66 \cdot \frac{F(M_{ij})}{d}}{\eta_{0,v_s} v_r^2} \right]$$

U_2, U_1 : السرعة المحيطية للمسند القائد والمقاد على الترتيب.



الشكل (3): نمذجة توزيع الضغط المماسي والناظمي في نقطة التماس

ν, E : معامل يونغ ونسبة بواسون على الترتيب (1 يشير للمسند القائد و 2 للمسند المقاد).

بعد تحديد النقطة المدروسة فإن حقل الإجهادات الكلية يتمثل بمجموع الإجهادات الناشئة عن الحمل الناظمي $\sigma_{i,j}^n(x,y)$ والإجهادات الناشئة عن الحمل المماسي $\sigma_{i,j}^t(x,y)$. هذه الإجهادات الناظمية والمماسية تكون محسوبة ضمن شروط التشوهات المستوية، [9 - 10]. من جهة أخرى، فإن المسننات المستعملة في جمل نقل الحركة تكون غالباً معالجة حرارياً بهدف زيادة القدرة المنقولة، وبسبب هذه المعالجة تنشأ في طبقات المادة إجهادات متبقية سالبة، حيث تلعب هذه الإجهادات دوراً مهماً في زيادة مقاومة مادة المسننات للتعب. لأجل هذا الغرض فإن توزيع الإجهادات المتبقية $\sigma_{i,j}^r(x,y)$ ضمن طبقات المادة سيؤخذ بعين الاعتبار. وبالتالي يصبح حقل الإجهاد الكلي في كل نقطة تماس معطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma_{i,j}(x,y) = \sigma_{i,j}^n(x,y) + \sigma_{i,j}^t(x,y) + \sigma_{i,j}^r(x,y) \quad \forall i, j \in x, y, z$$

يوجد العديد من العلاقات التجريبية في المراجع العلمية لحساب توزيع الإجهادات، تبعاً لتغير القساوة ضمن طبقات المادة، والتي تتعلق بنوع المعالجات الحرارية لسطوح المسننات (تصليد (hardening) - نتردة (nitriding)، كربنة (carburizing)). في بحثنا هذا سنستخدم العلاقة التجريبية، المقدمة من العالم Tobe، لوصف توزيع الإجهادات المتبقية في حالة المعالجة بالكربنة، [11]. وفقاً لهذه العلاقة فإن توزيع الإجهادات المتبقية، تبعاً للعمق تحت سطح المسننات، يتعلق بقيم قساوة فيكرز (Vickers) في السطح HV_s والقلب HV_c .

2: نمذجة فترة نشوء الشق الأولي بالتعب:

تعتمد الدراسات الحديثة للتنبؤ بالتعب على استخدام مقاييس التعب (Fatigue criteria). يوجد العديد من هذه المقاييس في المراجع العلمية ولكن أكثرها استخداماً هي مقياس Crossland، Dang Van، Sines و Papadopoulos. في دراستنا المقدمة هنا، سنعتمد على مقياس Papadopoulos، [12]، الذي يعطي توافقاً كبير مع النتائج التجريبية، [12]. يعتمد هذا المقياس على القيمة الأعظمية لمطال الثابت الثاني لموجة الإجهادات

والضغط الهيدروستاتيكي $P_H = \frac{1}{3} [\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}]$ مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير الزمن. بالاعتماد على هذا المقياس ينشأ التعب الأولي على أسنان المسننات عندما تكون قيم الإجهادات المكافئة لهذا المقياس $\sigma_{eq,S}$ أكبر من قيمة حد التعب في الفتل المتناوب وإلا فالمسننات آمنة ضد التعب. حيث يعبر عن هذا المقياس وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\sigma_{eq,S} = \max(\sqrt{J_{2,a}}(t)) + \gamma \cdot [\max(P_H(t))] \leq \alpha$$

حيث إن α, γ بارامترات المادة والتي تحسب بالاعتماد على قيمة حدود التعب في الفتل المتناوب τ_w والانحناء المتناوب σ_w وفق مايلي:

$$\gamma = 3 \left(\frac{\tau_w}{\sigma_w} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \quad \alpha = \tau_w$$

$$\sqrt{J_{2,a}} = \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_{1,a} - \sigma_{2,a})^2 + (\sigma_{1,a} - \sigma_{3,a})^2 + (\sigma_{2,a} - \sigma_{3,a})^2]} \quad [MPa]$$

حيث إن $\sigma_{1,a}, \sigma_{2,a}, \sigma_{3,a}$ مطال الاجهادات الرئيسية لمركبات الاجهادات الناظمية والمماسية . حيث إن مطال الاجهاد يحسب بالاعتماد على القيمة العظمى σ_{max} والصغرى σ_{min} للاجهاد وفق العلاقة التالية :

$$\sigma_{i,a} = \frac{\sigma_{i,max} - \sigma_{i,min}}{2} \quad i = 1,2,3$$

إن المسننات غالباً ما تعالج حرارياً كي تكسب صفات المقاومة وبالتالي فإن حدود التعب τ_w و σ_w سنعتبرها متغيرة ضمن طبقات المادة وتحسب بالاعتماد على تغير قساوة المادة $HV(y)$ وفق العلاقات التالية [13]:

$$\sigma_w = \frac{\tau_w}{0,577} = 1,61 \cdot \frac{HV(y)}{\left(1 + \frac{20,7}{HV(y)}\right)} \quad [MPa] \quad \text{for } HV(y) \leq 340HV$$

$$\sigma_w = \frac{\tau_w}{0,577} = \frac{1,98 \cdot HV(y) - 0,0011 \cdot HV^2(y)}{\left(1 + \frac{20,7}{HV(y)}\right)} \quad [MPa] \quad \text{for } HV(y) > 340HV$$

وبالتالي يحدث التعب عندما تصبح قيمة الإجهادات المكافئة $\sigma_{eq,S}$ أكبر أو تساوي قيمة حد التعب في الفتل المتناوب τ_w . عند تحقق هذا الشرط فإنه يمكننا حساب عدد الدورات اللازمة لتكون الشق الأولي N_i بالاعتماد منحني فولر للتعب (Wöhler) والذي نستطيع التعبير عنه بالاعتماد على خصائص التعب للمادة (التي تعتبر كمميزات خاصة لكل مادة تتعلق بنوع المعالجات الحرارية) ومطال إجهادات القص (τ_a) والإجهادات الناظمية (σ_a)، [14] وفق مايلي:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_i)^b \quad \tau_a = \tau'_f (2N_i)^b$$

حيث إن σ'_f, τ'_f مؤشر مقاومة التعب للمادة (fatigue strength coefficients) في الفتل والانحناء على الترتيب ، [14].

b : أس مرتبط بمقاومة التعب.

بتطبيق هذه العلاقات في حالتي الفتل والانحناء أو الشد - ضغط على مقياس Papadopoulos ، سنتمكن من حساب عدد الدورات اللازمة لتكون الشق الأولي وفق مايلي:

• في حالة الفتل (torsion)، فإن الإجهادات الناظمية تكون معدومة وبالتالي فإن:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0 \Rightarrow P_H = 0$$

ومقياس Papadopoulos للتعب سيمك الشكل التالي:

$$\max \sqrt{J_{2,a}(t)} + \gamma \cdot 0 = \alpha \Rightarrow \max \sqrt{J_{2,a}(t)} = \tau_a = \alpha \Rightarrow \alpha = \tau_f'(2N_i)^b$$

• في حالة الشد - الضغط (tension-compression) مع نسبة إجهاد $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -1$:

$$\frac{\sigma_a}{\sqrt{3}} + \gamma \frac{\sigma_a}{3} = \alpha \Rightarrow \frac{\sigma_f'(2N_i)^b}{\sqrt{3}} + \gamma \frac{\sigma_f'(2N_i)^b}{3} = \tau_f'(2N_i)^b \Rightarrow \gamma = 3 \left[\frac{\tau_f'}{\sigma_f'} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

بعد تحديد قيم كل من الثوابت γ, α بدلالة بارامترات التعب للمادة سيصبح الشكل الجديد لمقياس Papadopoulos وفق مايلي:

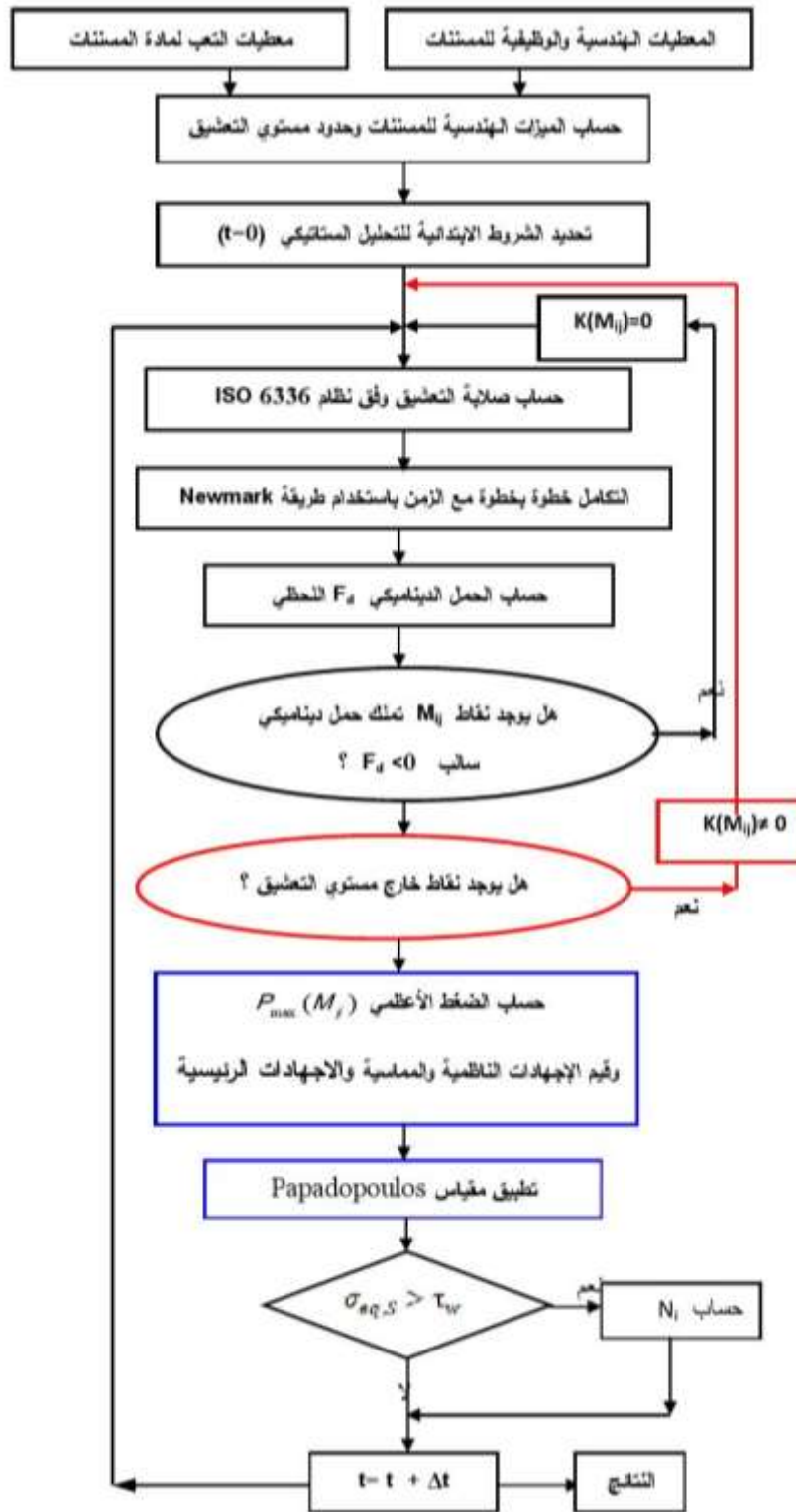
$$\max(\sqrt{J_{2,a}(t)}) + 3 \left[\frac{\tau_f'}{\sigma_f'} - \sqrt{3} \right] [\max(P_H(t))] \leq \tau_f'(2N_i)^b$$

وبالنتيجة فإن عدد الدورات اللازمة لتكون الشق الأولي (N_i) يحسب من العلاقة التالية:

$$N_i = 0.5 \left[\frac{\max(\sqrt{J_{2,a}(t)}) + 3 \left[\frac{\tau_f'}{\sigma_f'} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right] [\max(P_H(t))]}{\tau_f'} \right]^{\frac{1}{b}}$$

إن المخطط الصندوقي لعملية التحليل وحساب عدد الدورات اللازمة لنشوء الشق الأولي موضحة في الشكل

(4)



الشكل (4) المخطط الصندوقي لتحليل معادلة الحركة وتحليل الإجهادات في نقاط التماس باستخدام برنامج الماتلاب و بالاعتماد على طريقة newmark

النتائج والمناقشة:

المعطيات الأولية:

يبين الجدول (1)، المعطيات الهندسية والوظيفية للمسننات المستعملة في هذه الدراسة .

الجدول (1): المعطيات الهندسية والوظيفية لجملة نقل الحركة بالمسننات الحلزونية

Z1=18,	Z2=32	عدد أسنان المسنن القائد والمقاد
b1 =16 ,	b2= 16	عرض المسنن القائد والمقاد (mm)
3.5		المودول (mm)
20		زاوية الضغط (درجة)
15		زاوية الحلزون (درجة)
250		عزم المحرك (N.m)
$\Omega_1 =100$		سرعة دوران المسنن القائد (rad/sec)
$\eta_0 =1,56.10^{-2}$ pa.sec		خصائص التزييت: زيت معدني ISO VG 150

المسننات مصنوعة من الفولاذ 18CrMo4 ومعالجة بالكربنة (carburizing treatment)، التركيب الكيميائي

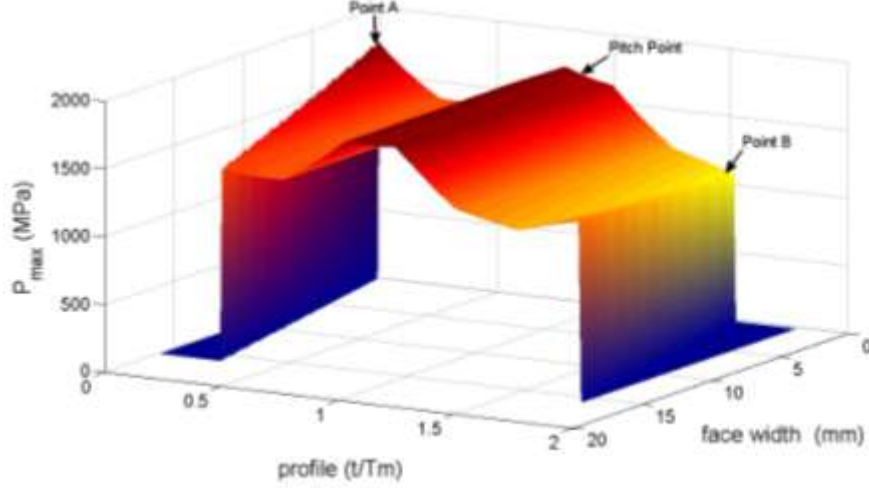
لهذه المادة وبارامترات التعب موضحة في الجدول 2 والمأخوذة من المرجع [15].

الجدول(2): التركيب الكيميائي للفولاذ 18CrMo4 وبارامترات التعب، [15]

التركيب الكيميائي		بارامترات التعب	
C	0.203 %	σ'_f	2344 MPa
Si	0.27 %	τ'_f	1353 MPa
Mn	0.84 %	ϵ'_f	0.27 m/m
P	0.022 %	b	-0.097
S	0.042 %	c	-0.398
Cr	1.02 %	n	0.244
Ni	0.02 %	HV _s قساوة السطح	710 HV
Mo	0.2 %	HV _c قساوة القلب	375 HV

عند دراسة ظاهرة التعب للمسننات، من المهم معرفة قيمة وتوزيع الضغط الأعظمي في نقاط التماس على طول البروفيل الفعال للسن، وذلك لأن قيمة الإجهادات (المسؤولة عن حدوث هذه الظاهرة) وتوزيعها ضمن طبقات المادة تعتمد بشكل كبير على قيم الضغط الأعظمي، حيث تعتبر النقاط الأخطر لظهور التعب هي النقاط التي تملك قيمة مرتفعة للضغط مقارنة بالنقاط ذات القيمة المنخفضة، (ISO 2006)، [6]. النتائج الحاصلة لتوزيع الضغط على أسنان المسننات موضحة في الشكل (5)، حيث يمكننا ملاحظة أن توزيع الضغط الأعظمي مائل على طول عرض السن الحلزوني (بسبب ميلان خطوط التماس بزاوية الحلزون β) حيث تتوضع القيمة الأعظمية في نقطة بداية التماس (في حال المسننات ذات الأسنان المستقيمة فإن توزيع الضغط يكون بشكل مستقيم حيث أن $\beta=0$). بالمقابل وعلى بروفيال السن فإن توزيع الضغط يكون بشكل متجانس تقريباً مع توزيع القيم الأعظمية للضغط في المنطقة المجاورة

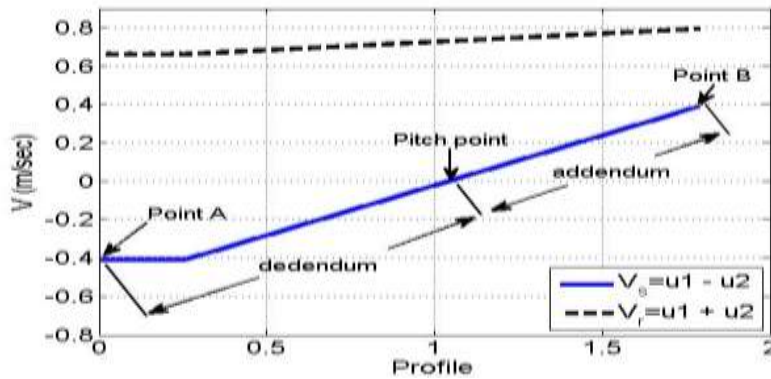
لنقطة الخطوة (pitch point) وفي نقاط بداية التعشيق (Point A)، مع قيم أكثر ارتفاعاً في نقاط بداية التعشيق. بالمقابل، في نقاط نهاية التعشيق (B) يكون قيم الضغط الأعظمي منخفضة مقارنة بقيمه في نقاط بداية التعشيق. وبالتالي يمكننا القول إن نقاط التعشيق في جوار نقطة خطوة وبداية التعشيق هي الأخطر لظهور التعب.



الشكل (5): نمذجة 3D باستخدام برنامج الماتلاب لتوزيع الضغط الأعظمي P_{max} على بروفيل السن (profile) الحلزوني الممثل بدلالة الزمن اللابعدي (t/T_m) وعلى عرض السن لأجل معطيات المسننات في الجدول (1)

من جهة أخرى، يتعرض بروفيل السن للمسننات لحركة مركبة من الانزلاق والدوران، الشكل (6)، وفق ما يلي:

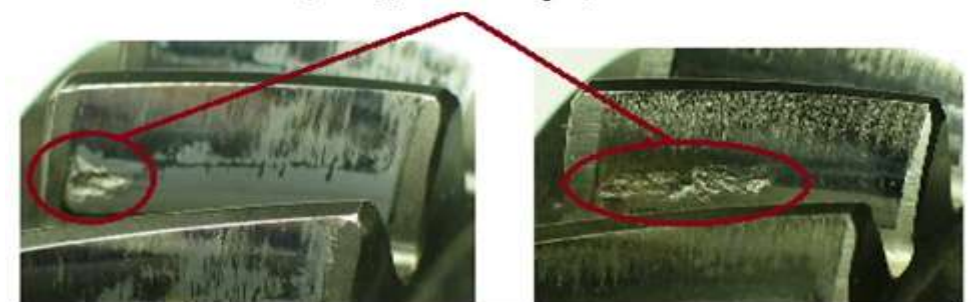
- في نقطة الخطوة يكون الانزلاق معدوم والحركة هي حركة دورانية فقط (سبب انعدام سرعة الانزلاق في هذه النقطة هو تتساوى سرعة المسنن القائد مع المقاد).
- في المنطقة الواقعة بين نقاط بداية التعشيق ونقطة الخطوة (dedendum) تكون الحركة انزلاقية ودورانية معا. مع حركة انزلاقية ذات قيمة سالبة ومعاكسة للحركة الدورانية ذات القيم الموجبة .
- في المنطقة الواقعة بين نقطة الخطوة ونقاط نهاية التعشيق (addendum)، تتواجد كلا الحركتين الدورانية والانزلاقية ولكن مع قيم موجبة للحركة الانزلاقية حيث أن اتجاه الدوران يتوافق مع اتجاه الانزلاق وذلك لأن سرعتين الانزلاقية والدورانية تملكان نفس الإشارة.



الشكل (6): توزيع سرعة الانزلاق V_s وسرعة الدوران V_r على طول البروفيل الفعال للسن. لأجل معطيات المسننات في الجدول (1)

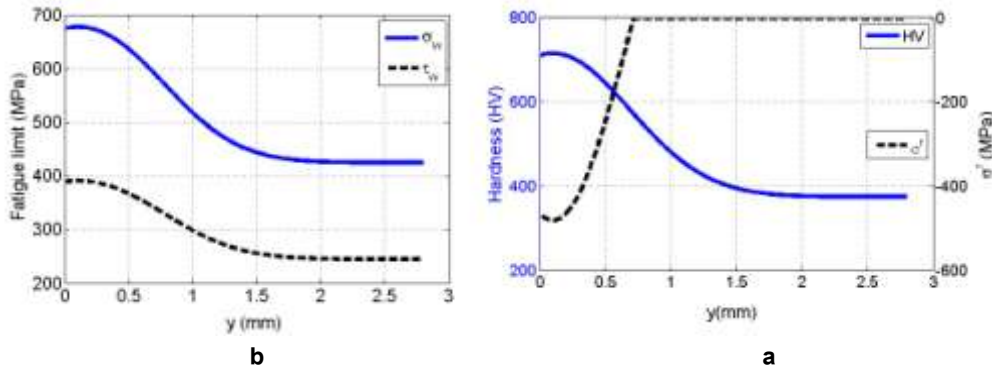
بالاعتماد على النتائج الموضحة في الشكل (5) و (6)، يمكننا التحقق من أن نقاط التشقيق الواقعة بين نقطة الخطوة ونقاط بداية التشقيق هي النقاط الأخطر لظهور التعب على أسنان المسننات الحلزونية وذلك بسبب القيم المرتفعة للضغط من جهة، وبسبب الانزلاق السالب المعاكس لاتجاه الحركة الدورانية، من جهة أخرى، مع احتمالية أكبر لبداية ظهور التعب في نقاط بداية التشقيق (قيم ضغط أكثر ارتفاعاً وانزلاقاً سالباً أعظمي) وهذه النتائج تتطابق مع الملاحظات التجريبية لظهور التعب على أسنان المسننات الحلزونية كما هو موضح في الشكل (7).

نشوء التعب في منطقة الانزلاق السالب



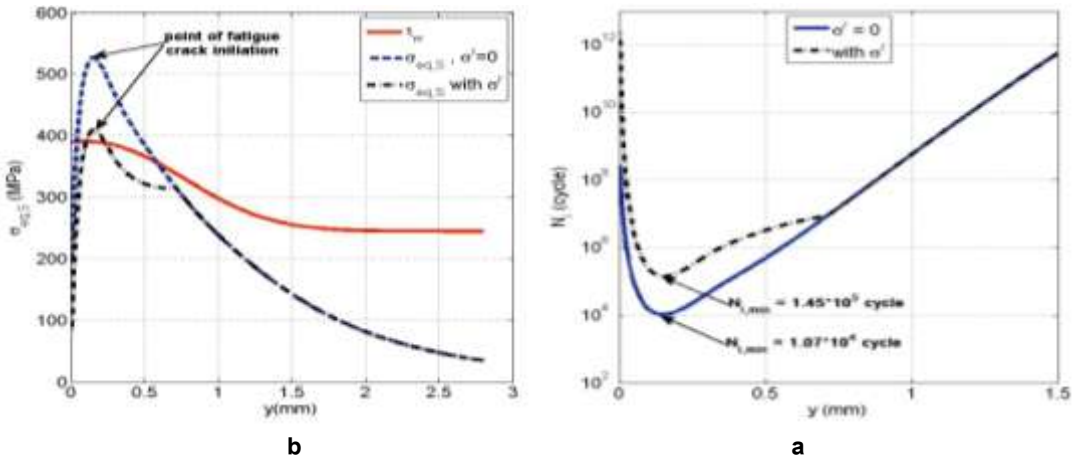
الشكل (7): نتائج تجريبية لمناطق ظهور التعب على أسنان المسننات الحلزونية .

بناء على ما سبق، يمكننا الاستنتاج أن نقطة بداية التشقيق (النقطة A) هي النقطة الأخطر لبداية ظهور التعب على بروفيل السن. لنأخذ هذه النقطة التي تملك قيمة للضغط الأعظمي تصل إلى 1750MPa ولندرس إمكانية ظهور التعب بالاعتماد على مقياس Papadopoulos. في البداية، لابد من معرفة توزيع قساوة (Hardness) في مركز وقيمة الإجهادات المتبقية وكذلك توزيع حدود التعب في الفتل المتناوب τ_w والانحناء المتناوب σ_w تبعاً للعمق تحت سطح السن. هذه النتائج لنمذجة توزيع القساوة والإجهادات المتبقية باستخدام العلاقات التجريبية للعالم Tobe [11]، موجودة في الشكل (8). حيث يمكننا ملاحظة أن قساوة مادة المسننات (18CrMo4) المعالجة بالكربنة، أعظمية في المنطقة المجاورة لسطح السن، وتتناقص قيمتها مع الابتعاد عن السطح، حتى تصل لقيمة ثابتة حوالي 375 HV عند مسافة 2.1mm من سطح السن. كما يمكننا ملاحظة أن الإجهادات المتبقية هي إجهادات سالبة، وبالتالي فإنها تساهم في زيادة مقاومة أسنان المسننات للتعب، كما أنها تبلغ قيمة أعظمية بالقرب من السطح ثم تتناقص حتى تنعدم عند مسافة 0.7 mm من السطح، الشكل (8-a). إن تغير قساوة المسننات تبعاً للعمق من السطح، سيؤدي إلى تغير توزيع حدود التعب، الشكل (8-b)، حيث تبلغ حدود التعب قيمها الأعظمية بالقرب من السطح لتتناقص كلما ابتعدنا عن السطح.



الشكل (8): a: توزيع قساوة (Hardness) مادة المسننات و الإجهادات المتبقية (σ') تبعاً للعمق تحت سطح السن (y).
b: توزيع حدود التعب الفتل المتناوب τ_w والانحناء المتناوب σ_w تبعاً للعمق تحت سطح السن (y)

يظهر الشكل (9-a) توزيع الإجهادات المكافئة $\sigma_{eq,S}$ لمقياس Papadopoulos ضمن طبقات المادة لأسنان المسننات، إن قيمة هذه الإجهادات المكافئة، مع أو بدون الأخذ بعين الاعتبار الإجهادات المتبقية σ' ، أكبر من قيمة حد التعب في الفتل المتناوب، وبالنتيجة هناك خطر لبداية نشوء أو تكوّن شقوق التعب. تقع نقطة نشوء شق التعب الأولي ضمن طبقات المادة في النقطة الموافقة للقيمة الأعظمية للإجهادات المكافئة، وهذه النقطة تقع على مسافة 0.185mm من السطح في مثالنا هذا. بالمقابل، فإن الإجهادات المتبقية تنقص من قيمة وتوزيع الإجهادات المكافئة ضمن طبقات المادة حتى مسافة 0.7mm من السطح (العمق التي تملك به قيمة)، وبالتالي فإنها تقلل من سرعة نشوء التعب بسبب إنقاصها لقيمة الإجهادات المكافئة. إن تأثير هذه الإجهادات المتبقية على عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي بالتعب N_f موضح بالشكل (9-b)، حيث يمكننا ملاحظة أن عدد دورات التحميل الأصغرية لنشوء الشق الأولي في حالة المسننات غير المعالجة حرارياً تبلغ $1.07 \cdot 10^4 \text{ cycle}$ ، بينما عند معالجة المسننات حرارياً، بالكربنة في مثالنا هذا، فإن عدد دورات التحميل تبلغ $1.45 \cdot 10^5 \text{ cycle}$. وبالنتيجة، فإن الإجهادات المتبقية (الناجمة عن المعالجات الحرارية) تساهم في رفع عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي وبالتالي زيادة فترة عمل المسننات وذلك نتيجة لإنقاص قيمة الإجهادات المكافئة المتكونة ضمن طبقات المادة. هذا التأثير للإجهادات المتبقية يكون مهملاً باستخدام طريقة ($\epsilon - N$).



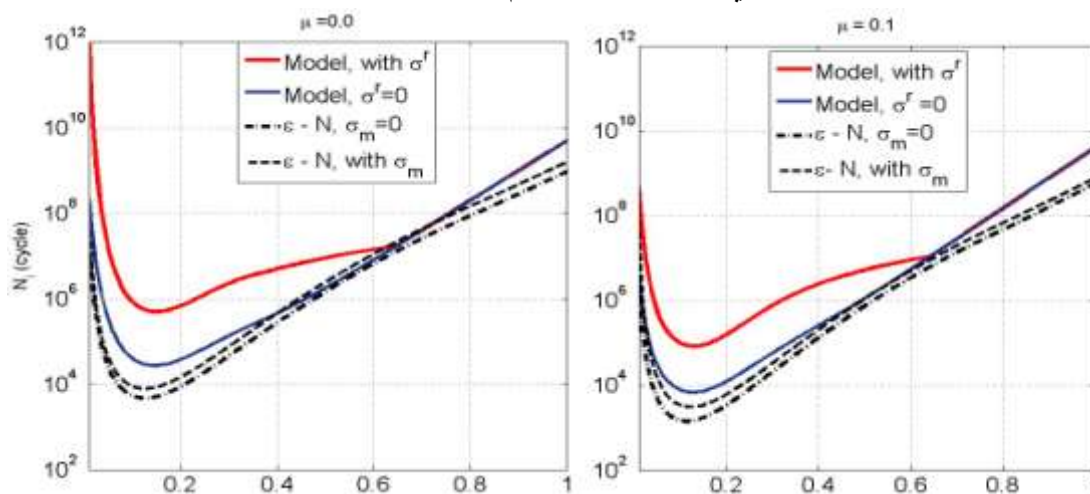
الشكل (9): a: توزيع الإجهادات المكافئة $\sigma_{eq,S}$ لمقياس Papadopoulos تبعاً للعمق تحت السطح (y).
b: عدد دورات التحميل N_f اللازمة لنشوء الشق الأولي بالتعب في نقطة بداية التشقق (point A)

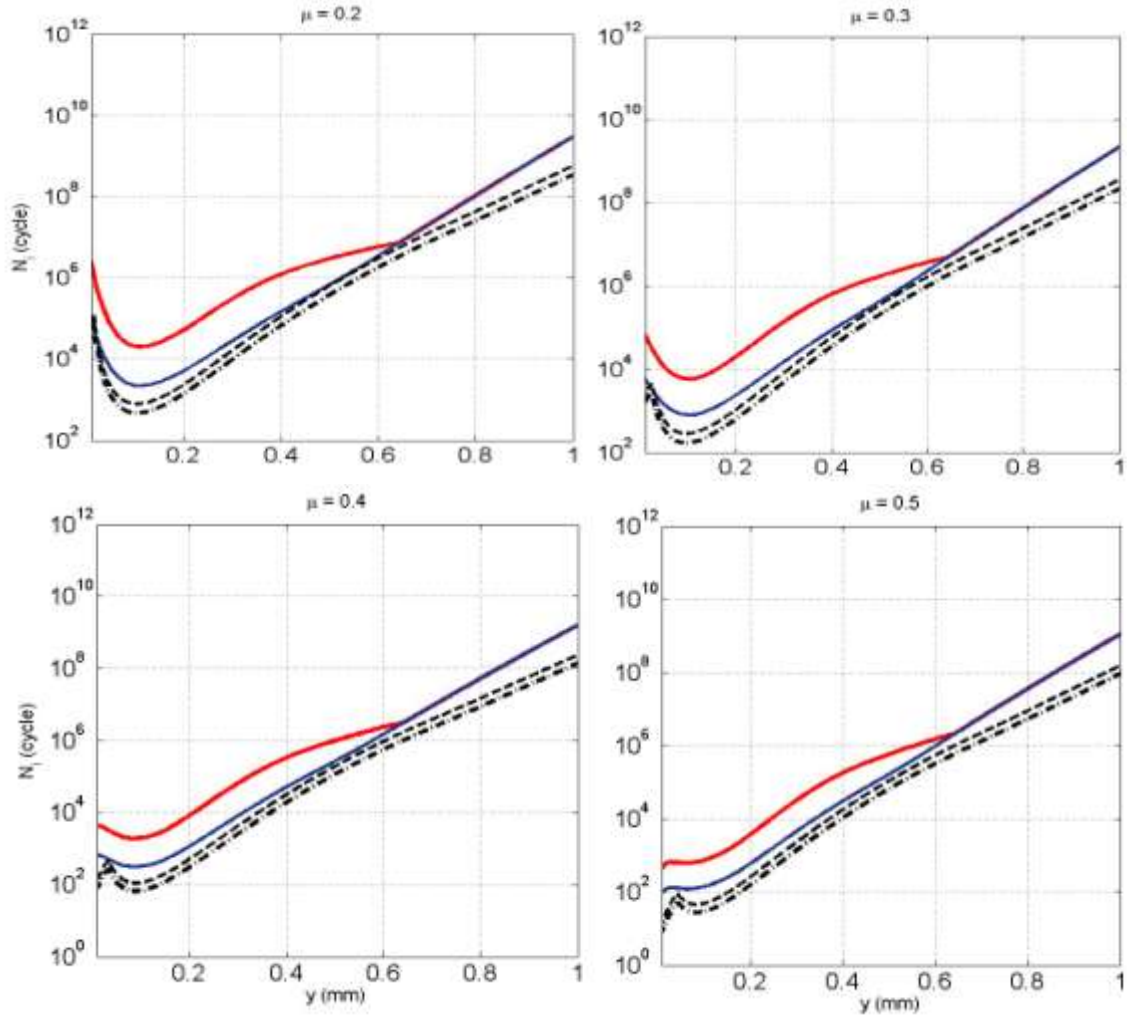
مقارنة النتائج:

لنقارن الآن النتائج الحاصلة باستخدام مقياس Papadopoulos، مع تلك النتائج الحاصلة باستخدام إجهادات القص τ_{xy} في طريقة $(\varepsilon - N)$ لنقطة بداية التعشيق (النقطة A)، مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير الاحتكاك بين أسنان المسننات. النتائج الحاصلة موجودة في الشكل (10) مع قيم لمعامل الاحتكاك تتراوح بين $\mu = 0 \div 0.5$ مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير الإجهادات المتوسطة σ_m في طريقة $(\varepsilon - N)$. حيث يمكننا ملاحظة ما يلي:

• تعطي طريقة $(\varepsilon - N)$ نتائج متقاربة تقريباً مع مقياس Papadopoulos عند إهمال تأثير الإجهادات المتبقية. ففي الحالتين، مع قيم لمعامل الاحتكاك تساوي الصفر ($\mu = 0$)، ينشأ الشق الأولي للتعب ضمن طبقات المادة على مسافة ما من السطح بعدد دورات يتراوح بين $1.10^4 \div 8.2.10^3$ cycle (وفق طريقة $(\varepsilon - N)$) بدون ومع الأخذ بعين الاعتبار تأثير الإجهادات المتوسطة σ_m على الترتيب، إلى عدد دورات $2.2.10^4$ cycle (وفق مقياس التعب بإهمال تأثير الإجهادات المتبقية $\sigma_r = 0$). ولكن هذا الاختلاف يزداد عند أخذ تأثير الإجهادات المتبقية بعين الاعتبار، حيث تبلغ عدد دورات التحميل 5.10^5 cycle وفق مقياس Papadopoulos.

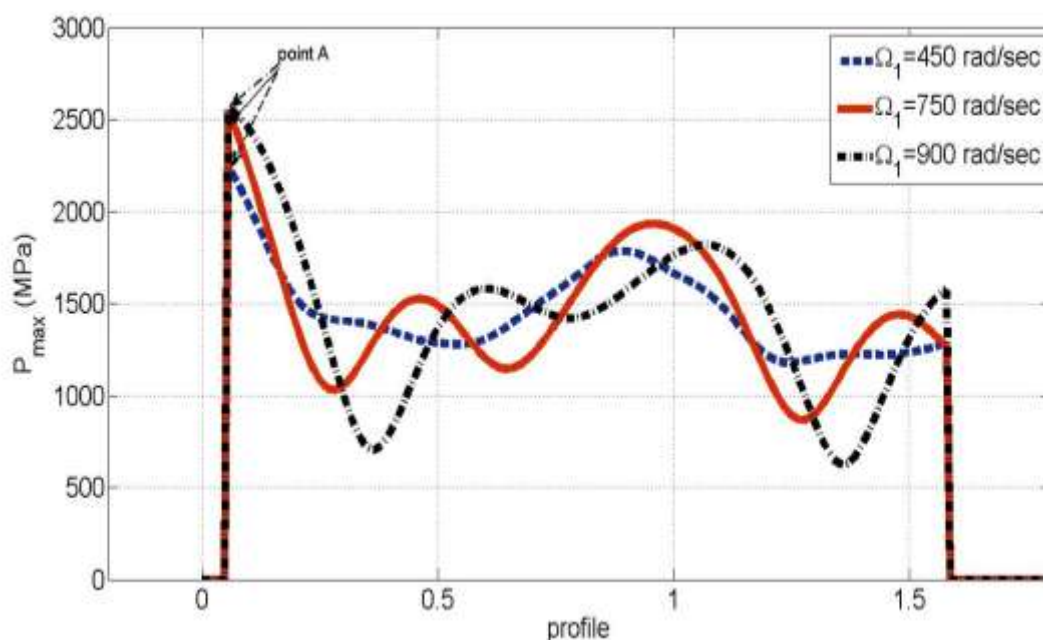
• عند ازدياد قيم الاحتكاك بين أسنان المسننات، فإن منطقة تكون الشق الأولي للتعب ضمن طبقات المادة تتزاح باتجاه السطح، وكلما زادت قيم الاحتكاك فإن هذه المنطقة لتكون الشق تقترب أكثر من السطح. كما أن عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء أو تشكل هذا الشق تنخفض، وذلك بسبب ارتفاع قيم الإجهادات المكافئة الناتجة عن ازدياد قيم الإجهادات المماسية والتي تتعلق بقيم الاحتكاك بين السطوح. فعلى سبيل المثال، في حالة $\mu = 0.5$ ، يتكون الشق الأولي على سطح السن ($y=0$) في كلا الطريقتين، مع عدد دورات $(28 \div 65$ cycle) وفق طريقة $(\varepsilon - N)$ ، ليصل عدد الدورات إلى $(101 \div 165$ cycle) باستخدام مقياس Papadopoulos. حيث تشير القيمة الكبرى إلى تأثير الإجهادات المتبقية. أن التناقص الكبير في عدد الدورات نتيجة لتزايد الاحتكاك يمكن تفسيره بزيادة قيمة الإجهادات المكافئة σ_{eq} والناتجة عن تزايد قيم الإجهادات المماسية وبالتالي تناقص قيمة N_i ويصبح التعب في هذه الحالة تعب منخفض عدد الدورات ($N_i < 10^3$ cycle) وذلك بالاعتماد على منحنى فولر للتعب. هذه النتيجة تتطابق مع النتائج التجريبية الموضحة في المراجع [16-17]. وبالنتيجة فإن مقاييس التعب تعطي نتائج أكثر دقة في حساب عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء (تكون) الشق الأولي بالتعب، لأنها تأخذ بعين الاعتبار تأثير المعالجات الحرارية للمسننات، هذا التأثير الذي يكون مهملاً باستخدام طريقة $(\varepsilon - N)$.





الشكل (10): مقارنة بين تطبيق مقياس Papadopoulos للتعب وطريقة $(\varepsilon - N)$ لحساب عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي للتعب (N_i) تحت تأثير الاحتكاك تبعاً للعمق تحت السطح (y)، في نقطة بداية التشقق (point A)،
 $P_{max} = 1750MPa$

يتعلق توزيع الضغط الناظمي على أسنان المسننات بعدد دورات المسننات، فعند السرعة الدورانية المنخفضة، يكون توزيعه منتظم تقريباً على طول البروفيل، ويعتبر سلوك المسننات سلوكاً ستاتيكياً، أنظر الشكل (4)، ولكن مع ازدياد قيم السرعة الدورانية فإن توزيعه يصبح أكثر عشوائية، وسلوك المسننات يعتبر سلوكاً ديناميكياً. هذه الملاحظات موضحة على الشكل (11)، حيث يمكننا ملاحظة تأثير السرعة الدورانية للمسنن القائد Ω_1 على توزيع الضغط الناظمي على بروفييل السن. حيث يمكننا ملاحظة أن نقطة بداية التشقق (point A) تملك قيمة أكبر للضغط مقارنة مع جميع نقاط التماس على بروفييل السن.



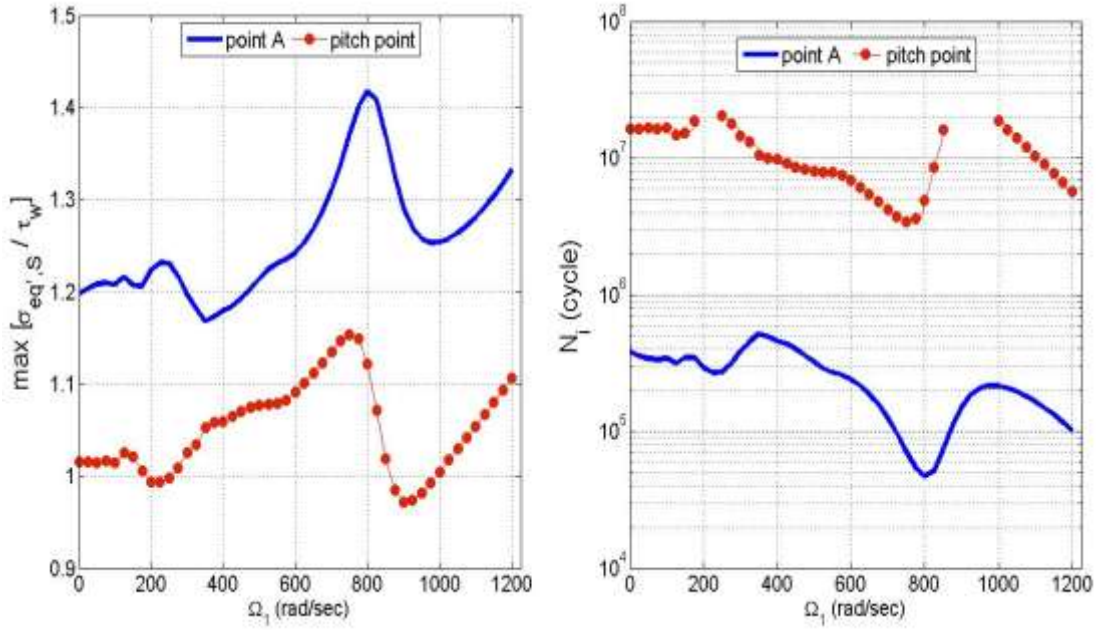
الشكل (11): تأثير السرعة الزاوية لدوران المسنن القائد على توزيع الضغط الأعظمي على بروفيل السن الحلزوني.

وبالتالي فإن اختلاف السرعة الدورانية لا يغير من موقع النقطة الخطرة لنشوء التعب على بروفيل السن، ولكن

يغير من قيمة الضغط الأعظمي في هذه النقطة، وبالتالي من عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء التعب. هذه الملاحظات موضحة في الشكل (12) والذي يظهر تأثير السرعة الدورانية للمسنن القائد على القيم الأعظمية للإجهادات المكافئة σ_{eqS} وبالنتيجة تأثيره على عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي بالنسبة لنقطة بداية التشقق (point A) ونقطة الخطوة (pitch point). حيث يمكننا ملاحظة ما يلي:

- نقطة بداية التشقق: إن الإجهادات المكافئة بالنسبة لحد التعب في الفتل المتناوب دائماً أكبر من الواحد لجميع السرعة الدورانية $\left(\frac{\sigma_{eqS}}{\tau_w} > 1\right)$ ، وبالتالي فإن التعب سينشأ في هذه النقطة بغض النظر عن قيمة السرعة الدورانية. بالمقابل، فإن كل سرعة دورانية تعطي قيمة مختلفة لخطر ظهور التعب وبالنتيجة فإن عدد الدورات N_f لنشوء الشق الأولي (سرعة تكون الشق الأولي) يكون مختلفاً.

- نقطة الخطوة: يتكون الشق الأولي بسرعة أقل من نقطة بداية التشقق (عدد دورات أقل) وذلك بسبب القيم المنخفضة للإجهادات المكافئة. مع ملاحظة أن بعض السرعة الدورانية لا تعطي خطر تكون الشق الأولي في هذه النقطة $\left(\frac{\sigma_{eqS}}{\tau_w} < 1\right)$ وذلك لأن $(\Omega_1 = 200, 225, 875, 900, 925, 950, 975 \text{ rad/sec})$.



الشكل (12): تأثير السرعة الزاوية لدوران المسنن القائد Ω_1 على قيمة الإجهادات المكافئة بالنسبة لحد التعب في الفتل المتناوب $\frac{\sigma_{eq,s}}{\tau_w}$ وعدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي بالتعب.

الاستنتاجات والتوصيات:

قدمنا في هذا البحث نمذجة ديناميكية لفترة نشوء الشق الأولي بالتعب على أسنان المسننات الحلزونية، من خلال التنبؤ به من جهة، وحساب عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي من جهة أخرى. وذلك بالاعتماد على مقياس Papadopoulos للتنبؤ بالتعب وبارامترات التعب للمادة مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير الاحتكاك (حالة السطوح) ونوع المعالجة الحرارية. إن السلوك الديناميكي للمسننات تم تحديده من خلال تحليل معادلة الحركة خطوة بخطوة مع الزمن لنموذج المسننات ثنائي درجة الحرية في الفتل. إن النتائج الحاصلة تم مقارنتها مع طريقة الانفعال - عدد دورات $(\epsilon - N)$ والمستخدم بكثرة في المراجع والأبحاث العلمية. حيث يمكننا استنتاج ما يلي:

- تعتبر نقاط بداية التعشيق هي النقاط الأخطر على أسنان المسننات الحلزونية لنشوء التعب، وذلك بسبب القيم المرتفعة للضغط الأعظمي مقارنة مع باقي نقاط التماس على أسنان المسننات. حيث إن القيم المرتفعة للضغط الأعظمي ستؤدي لزيادة سرعة نشوء الشق الأولي للتعب (إنقاص عدد دورات التحميل N_f).
- يؤثر السلوك الديناميكي للمسننات الحلزونية على سرعة نشوء التعب وذلك بسبب تأثيره على قيم الضغط وبالنتيجة تأثيره على قيم الإجهادات المتكونة ضمن طبقات المادة.
- إن المسننات غالباً ما تعالج حرارياً لإعطائها صفات المقاومة (للتعب، على سبيل المثال). ونتيجة ذلك لا يمكن استخدام طريقة $(\epsilon - N)$ ، لأنها تلغي تأثير الإجهادات المتبقية الناتجة عن هذه المعالجات. وبناء على ذلك فإن استخدام مقاييس التعب يعتبر أفضل في التنبؤ بفترة عمل المسننات المعالجة حرارياً.
- إن تزايد قيم الاحتكاك بين سطوح المسننات، يؤدي إلى تزايد قيم الإجهادات المتكونة، وبالنتيجة زيادة سرعة نشوء التعب (تقليل عدد دورات التحميل اللازمة لنشوء الشق الأولي) وينقل منطقة نشوء الشق الأولي باتجاه سطح

المسنتات. وبناء على ذلك، فإن الاختيار الجيد لنوع مادة التزيت بين سطوح المسنتات، والاهتمام بدرجة إنهاء سطوحها، سيساهم في التقليل من قيم الاحتكاك بين السطوح.

• إن الإجهادات المتبقية الناتجة عن المعالجات الحرارية، والمتكونة ضمن طبقات المادة، هي إجهادات سالبة، وبالتالي فإنها ترفع من مقاومة التعب لأنها تنقص من قيمة الإجهادات المتكونة ضمن طبقات المادة. لأجل هذا فإنه من الضروري البحث أكثر في اختيار نوع المعالجة الحرارية (كرينة - نتردة - تقسية... الخ) المناسبة للمسنتات حسب ظروف عملها.

المراجع:

- [1] FRANCESCA, C. ANDREA, M. CARLO, R. *Crack propagation behavior in planet gears*. Procedia Structural Integrity. Vol. 2, 2016, p. 3610 – 3616.
- [2] PODRUG, S. JELASKA, D. GLODEZ, S. *Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure, Vol. 31, 2008, p. 327-339.
- [3] FAJDIGA, G. SRAMEL, M. *Fatigue crack initiation and propagation under cyclic contact loading*. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 76, 2009, p.1320-1335
- [4] SRAMEL, M. FLASKER, J. *Computational approach to contact fatigue damage initiation analysis of gear teeth flanks*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 31, 2007, p. 1066-1075.
- [5] VELEX, P. AJMI, M. *On the modelling of excitations in geared systems by transmission errors*. Journal of Sound and Vibration, Vol. 290, 2006, p. 882–909
- [6] ISO 6336. *Calculation of load carrying capacity of spur and helical gears, Part 5: strength and quality of materials*, 2006
- [7] KHABOU, T. M. BOUCHAALA, N. CHAARI, F. FAKHFAKH. T, HADDAR, M. *Study of a spur gear dynamic behavior in transient regime*. Mechanical Systems and Signal Processing. Vol. 25, 2011, p.3089-3101
- [8] ANDERSON, N, E. LOEWENTHAL, S, H. *Spur gear system efficiency at part and full load*, Technical Report 46 – 79, NASA Technical Paper 1622, 1980
- [9] QIAO, H. EVANS, H. SNIDLE, W, R. *Comparison of fatigue model results for rough surface elastohydrodynamic lubrication*. Journal of Engineering Tribology, Part J, Vol. 222, 2008, p.381-393.
- [10] JABBOR, T. GHAZI, A. *Tooth stress calculation of metal spur and helical gears*. Mechanics and Machine Theory, Vol. 92, 2015, P. 375 – 390.
- [11] FAJDIGA, G. FLASKER, J. GLODEZ, S. *The influence of different parameters on surface pitting of contacting mechanical elements*. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 71, 2004, P. 747-758.
- [12] KENMEUGNE, B. FOTSING, S, D. ANAGO, F. FOGUE, M. ROBERT, L, J. KENNE, P, J. *On the evolution and comparison of multiaxial fatigue criteria*. International
- [13] CONRADO. E, FOLETTI. S, GORLA. C. *A multiaxial fatigue approach for the calculation of the pitting strength of case hardened gears*. JSME International Conference on Motion and Power Transmissions. Japan, 2009. P. 356 – 362.
- [14] KLUGER, K. LAGODA, T. *Application of the Dang Van criterion for life determination under uniaxial random tension-compression with different mean values*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 27, 2004, p. 505-512.

- [15] Msc/Corporation. MSC/FATIGUE Quick Start Guide, Version 8. Los Angeles: The MacNeal-Schwendler Corporation; 1999.
- [16] ZAHAVI, E. TORBILO, V. *Fatigue design life expectancy of machine parts*, 1st edition, CRC Press, 1996, 321 p.
- [17] SRAMEL, M. FLASKER, J. Potrc, I. *Numerical procedure for prediction the rolling contact fatigue crack initiation*. International Journal of Fatigue, Vol. 25, 2003, p. 585-595.