

## Treating signals as vectors in multi-dimensional directional vacuum

Sameera ali abood\*

(Received 1 / 8 / 2017. Accepted 21 / 1 / 2018)

### □ ABSTRACT □

This research shows how signals can be treated as vectors in multi-dimensional directional vacuum. So that it can apply the Equations and concepts known in spherical geometry in the analysis and signal processing in communications systems.

And the research shows how to conclude any power signal of a group of assumed signals (Vectors) in directional vacuum, and by devising linear approximation for the signal to be obtained in accordance to criterion of the least squares errors, and assumed that signals are non-reciprocally orthogonal as in the case of analyzing signal according to Fourier transform which contains the infinite number of orthogonal harmonics, where the number of those signals are limited.

**Key words:** multi-dimensional directional vacuum, squares errors, linear approximation Fourier transform

---

\*Work Supervisor, Department of Communication, Faculty of Mechanical & Electrical Engineering , Tishreen University, Lattakia, Syria.

## معالجة الإشارات كمتجهات في الفراغ الإتجاهي متعدد الأبعاد

سميرة علي عبود\*

(تاريخ الإيداع 1 / 8 / 2017. قُبل للنشر في 21 / 1 / 2018)

### □ ملخص □

يعرض هذا البحث كيف يمكن معالجة الإشارات كمتجهات في الفراغ الإتجاهي متعدد الأبعاد بحيث يمكن تطبيق العلاقات والمفاهيم المعروفة في الهندسة الفراغية في تحليل ومعالجة الإشارة وفي نظم الاتصالات، ويقوم البحث باستنتاج أي إشارة قدرة من مجموعة من الإشارات المفترضة (المتجهات) الموجودة في الفراغ الإتجاهي وذلك باستنباط تقريب خطي للإشارة المراد الحصول عليها وفق معيار أقل تربيعات الأخطاء، والإشارات المفترضة غير متعامدة تبادلياً كما هو الحال عند نشر الإشارة وفق منشور فوريير الذي يحوي على عدد لانتهائي من التوافقيات المتعامدة، حيث عدد هذه الإشارات محدود.

**الكلمات المفتاحية:** الفراغ الإتجاهي متعدد الأبعاد، تربيعات الأخطاء، التقريب الخطي، منشور فورييه.

\* مشرفة على الأعمال في قسم الاتصالات-كلية الهندسة الميكانيكية و الكهربائية-جامعة تشرين - اللاذقية - سورية .

## مقدمة:

إن معالجة الإشارة من المواضيع التي تتطور بشكل سريع، وقد ساعد في ذلك تطور الحواسيب الإلكترونية، والتقدم السريع في تكنولوجيا الدارات المتكاملة التي ساهمت في بناء وتحقيق نظم المعالجة التي تعمل في الزمن الحقيقي، وفي تحقيق خوارزميات حساب مُتقنة وفعالة، وكتسب معالجة الإشارة أهميتها في تنوع تطبيقاتها التي شملت الصوتيات والرادار ونظم الإرسال والاستقبال وغيرها من التطبيقات.

يتم التعامل مع أشعة الوحدة (I,J,K) المتعامدة في الفراغ الأقليدي ثنائي أو ثلاثي الأبعاد ويُعرّف أي شعاع من خلال مساقطه على محاور الإحداثيات، فإذا عُولمت الإشارات كمتجهات في فراغ إقليدي متعدد الأبعاد يمكن تطبيق العلاقات والمفاهيم الهندسية المعروفة في الهندسة الفراغية على العديد من المسائل لتحليل ومعالجة الإشارة وفي نظم الاتصالات.

بإدخال المتجهات الأساسية في الفراغ الاتجاهي ذو الـ  $k$  بُعد على غرار أشعة الوحدة يمكن التعبير عن أي إشارة (متجه) في هذا الفراغ الاتجاهي بتركيب خطي من هذه المتجهات الأساسية المستقلة خطياً بشرط تحديد الإشارات المغلقة بالتركيب الخطي لأن التركيب الخطي لإشارتين أو أكثر من إشارات فئة ما يعطي إشارة أخرى من الفئة نفسها، والهدف من ذلك الحصول على إشارة قدرة من مجموعة إشارات مفترضة. الجديد في البحث أن الإشارات المفترضة ليست متعامدة تبادلياً كما هو الحال عند نشر الإشارة وفق منشور فوريير الذي يحوي عدد لا نهائي من التوافقيات المتعامدة، والجديد أيضاً أن عدد هذه الإشارات ليس لا نهائي، وإنما عددها  $k$  وكلما زادت  $k$  كان التقريب أفضل .

## أهمية البحث وأهدافه:

يهدف البحث إلى عرض نظرية الفراغ الاتجاهي وتطبيق مفاهيمها في تحليل الإشارات، والهدف من ذلك الحصول على أية إشارة قدرة انطلاقاً من مجموعة من الإشارات المفترضة ذات العدد المحدود وليس بالضرورة تعامدها تبادلياً، ويتم ذلك عن طريق وضع نموذج رياضي لحساب هذه الإشارة بشكل تقريبي وبرمجة هذا النموذج حاسوبياً باستخدام برنامج DELPHE، ثم رسم ومقارنة كل من الإشارة الأصلية والتقريبية .

## طرائق البحث ومواده:

قمنا في هذا البحث بإتباع الخطوات التالية:

- 1-التعريف ببعض العلاقات الرياضية التي تخدم البحث.
- 2-التعريف بالفراغ الاتجاهي Vector Space (فراغ المتجهات) لنعرف كيفية تطبيق مفاهيمه في تحليل الإشارات ومعالجتها.
- 3-دراسة كيفية تطبيق نظرية الفراغ الاتجاهي ووضع نموذج رياضي لحساب هذه الإشارة بشكل تقريبي.
- 4-وضع النتائج والمناقشة وذلك بمعرفة الخطوات اللازمة لإجراء عملية البرمجة وحل جملة المعادلات الخطية الممثلة لهذا النموذج الرياضي، وبرمجة هذا النموذج حاسوبياً باستخدام برنامج DELPHE.
- 5-وضع الاستنتاجات والتوصيات .

## 1- التعريف ببعض العلاقات الرياضية التي تخدم البحث:

في البداية يجب التعريف ببعض العلاقات الرياضية التي تخدم البحث، إن الجداء السلمي product Scalar بين إشارتين  $x(t), y(t)$  يعرّف بالشكل [1]:

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt \quad \text{Energy Signal} \quad (1)$$

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)y^*(t)dt \quad \text{Power Signal} \quad (2)$$

وتعرّف إشارة القدرة بأنها الإشارة اللادورية التي تقبل التكامل المطلق:  $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty$  أي أن قدرتها  $E_k < \infty$  وتكون هذه الإشارة محدودة في مجال الزمن  $t$ ، أو تنتهي إلى الصفر عند اللانهاية، وعليه يكون المتوسط الزمني لقدرتها معدوم، وبالمقابل فإن قدرة إشارة الاستطاعة (الإشارة الدورية) لانهاية ولكن متوسط استطاعتها محدود أي  $P_{xp} < \infty$ .

إذا اعتبرنا أن  $x(t) = y(t)$  يكون:

$$\langle x(t), x(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = E_k \quad \text{Energy Signal} \quad (3)$$

$$\langle x(t), x(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = P_{xp} \quad \text{Power Signal} \quad (4)$$

نستنتج أن الجداء السلمي للإشارة مع نفسها يعطي كامل قدرتها  $E$  إذا كانت إشارة قدرة، ويعطي المتوسط الزمني للاستطاعة إذا كانت إشارة استطاعة  $P$ .

سنعتمد رمز  $\|x\|$  مقياس للإشارة Norm of Signal ويعرّف بالشكل [2]:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x(t), x(t) \rangle} \quad (5)$$

نجد أن المقياس يعبر عن القيمة الفعالة، وهو مقدار غير سالب، ولا يعبر عن القيمة المطلقة، والجداء السلمي لإشارتين يختلف عن المتوسط الزمني لهما الذي يعرّف بالعلاقة [3]:

$$\langle \widetilde{x(t)}, y(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)y(t)dt \quad (6)$$

## 2- التعريف بالفراغ الإتجاهي Vector Space (فراغ المتجهات):

سنقوم بتعريف الفراغ الإتجاهي Vector Space (فراغ المتجهات) لنعرف كيفية تطبيق مفاهيمه في تحليل الإشارات ومعالجتها. حيث يُعرف الفراغ الإتجاهي الخطي Linear Space بأنه مجموعة من العناصر تدعى متجهات تتميز بإمكانية تركيبها خطياً أي:

$$z = \alpha x + \beta y \quad (7)$$

حيث  $x, y, z$  متجهات تنتمي للفراغ الإتجاهي  $\varphi$  وحيث  $\beta, \alpha$  ثابتان سلميان (لا إتجاهيان)، وأي عملية على متجهين أو أكثر من الفراغ الإتجاهي الخطي تعطي متجهاً آخر ينتمي للفراغ نفسه، ويعرّف هذا الفراغ بأنه مغلق بالتركيب الخطي، ويمكن أن يوجد ضمن الفراغ  $\varphi$  فراغاً جزئياً يحوي مجموعة فرعية تتميز عناصرها بالتركيب الخطي أيضاً، وتكون المتجهات بشكل عام توابع حقيقية أو عقدية في الزمن أما الثوابت فتكون أعداد حقيقية أو عقدية.

$$\text{إذا كان المتجهان } x, y \text{ يحققان العلاقة: } \langle x, y \rangle \leq \|x\| \|y\| \quad (8)$$

سُميت العلاقة لا مساواة شوارتز Schwarz inequality وتناظر المساواة إحدى حالتين:

الحالة الأولى: أحد المتجهان معدوم ( $\langle x, y \rangle = \langle x, \theta \rangle = 0$ ).

والحالة الثانية: أحد المتجهان منطبق على الآخر  $y = \alpha x$  حيث  $\alpha$  ثابت تناسب وهو مقدار حقيقي (

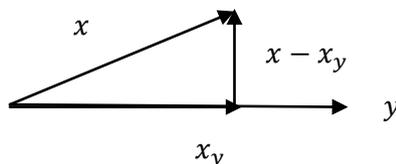
$$\|x + y\|^2 \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 \quad (9)$$

وإذا كان لدينا:

حالة المساواة تناظر حالة التعامد بين المتجهين وبهذه الحالة ينعدم الجداء السلمي لهما.

إذا كان المتجه  $x_y$  مسقط المتجه  $x$  على المتجه  $y$  وكان  $x_y = \alpha y$  ينعدم هذا المسقط عند تعامد المتجهين  $x$

و  $y$  ونستنتج أن  $\|x - x_y\|$  يمثل أقصر بعد من رأس المتجه  $x$  وأي نقطة من المتجه  $y$  كما يوضح الشكل (1).



الشكل (1) الإشارة  $x$  ومسقطها

يمكن القول بالحالة العامة إذا كان المتجه  $x$  في الفراغ  $\varphi$  وكان مسقطه  $x_\psi$  على الفراغ الفرعي  $\Psi$  فإن  $(x - x_\psi)$  يمثل أقصر بُعد من رأس المتجه  $x$  إلى أي نقطة من الفراغ الفرعي  $\Psi$ ، وهو المتجه الوحيد الذي يحقق العلاقة:

$$\langle x - x_\psi, z \rangle = 0, \|x - x_\psi\| \leq \|x - z\| \quad (10)$$

حيث  $z$  أي متجه من الفراغ الفرعي  $\Psi$  خلاف المتجه  $x_\psi$ .

لنفترض فراغاً إتجاهياً  $\varphi$  يحوي مجموعة من المتجهات المستقلة خطياً مثل:

$$(\Phi_m, m = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (11)$$

فإذا عبرنا عن أي متجه (إشارة) بتركيب خطي من هذه المتجهات (الإشارات) وفق الصيغة:

$$x = \sum_{m=1}^k \alpha_m \Phi_m \quad (12)$$

يمكن القول أن الفراغ  $\varphi$  ذا  $k$  بعد ونسميه عندئذ  $\varphi_k$ ، ونعتبر المتجهات  $\Phi_m$  المتجهات الأساسية في هذا الفراغ (التي تشبه متجهات الوحدة في الفراغ الإقليدي متعدد الأبعاد)، ونعتبر  $\alpha_m$  مركبات (المعاملات السلمية) المتجهات  $\Phi_m$  التي تتصف بتعامدها النظامي.

### 3- دراسة كيفية تطبيق نظرية الفراغ الإتجاهي ووضع النموذج الرياضي لحساب هذه

الإشارة:

عند تطبيق هذه النظرية ينبغي تحديد فئات الإشارات المغلقة بالتركيب الخطي لأن التركيب الخطي لإشارتين من فئة ما يعطي إشارة من الفئة نفسها ومن هذه الإشارات:

1- الإشارات الدورية ذات الاستطاعة المحدودة وبدور أساسي  $T_0$  تكون فراغاً إتجاهياً يكون فيه الجداء السلمي

لإشارتين  $x$  و  $y$  في هذا الفراغ معرّف بالعلاقة (3) ويكون المتوسط الزمني للإشارة  $x$  معرّف بالعلاقة [5]:

$$\overline{x(t)} = \langle x, 1 \rangle = \int_T x(t) dt \quad (13)$$

ويكون مربع المقياس مساوياً متوسط الاستطاعة:

$$\|x\|^2 = \langle x, x \rangle = \int_T x(t)^2 dt = P_x \quad (14)$$

ويوجد ضمن هذا الفراغ (الخاص بالإشارات الدورية) فراغاً إتجاهياً فرعياً  $\Psi$  يتصف بالمتجهات الأساسية المتعامدة نظامياً المعرّفة بالعلاقة:

$$[8] \Phi_m(t) = e^{\frac{j2\pi mt}{T_0}}, m = 0, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \bar{k} \quad (14)$$

فإذا كان  $x_\psi(t)$  مسقط الإشارة الدورية  $x(t)$  على هذا الفراغ الفرعي يمكن كتابة العلاقة:

$$x_\psi(t) = \sum_{m=-k}^{+k} \alpha_m \Phi_m(t) = \sum_{m=-k}^{+k} \alpha_m e^{\frac{j2\pi mt}{T_0}} \quad (15)$$

حيث  $\alpha_m$  إحداثيات المسقط وتُحسب كما يلي:

$$\alpha_m = \langle x_\psi, \Phi_m \rangle, m = 0, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \bar{k} \quad (16)$$

$$\alpha_m = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) \Phi_m^*(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^{-\frac{j2\pi mt}{T_0}} dt \quad (17)$$

نلاحظ أن حدود العلاقة (17) هي أول  $(2k+1)$  حد من منشور فوريير الأسي وأن  $\alpha_m$  هي معاملات هذا المنشور، ومنه نستنتج أن  $x_\psi(t)$  يمثل أفضل تقريب للإشارة  $x(t)$  وفق معيار أقل تربيعات الأخطاء Square Error Least وذلك لأن  $(x - x_\psi)$  يمثل أقصر بُعد من رأس المتجه  $x$  إلى الفراغ الفرعي  $\Psi$  وهناك نظرية تُعرف بالمقارنة بالمتوسط Convergence in the mean تقول [6]:

$$\|x - x_\psi\| \rightarrow 0; x_\psi \rightarrow x; k \rightarrow \infty \quad (18)$$

أي أن الفراغ الفرعي يتوسع ليشمل الفراغ كله أي تصبح العلاقة (15) بالشكل:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m e^{\frac{j2\pi mt}{T_0}} \quad (19)$$

$$[7] p_x = \|x\|^2 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} |\alpha_m|^2 \quad (20) \quad \text{نظرية بارسيفال للإستطاعة}$$

2- إشارات القدرة هي إشارات لا دورية تُشكّل فراغاً إتجاهياً بحيث يكون الجداء السلمي لإشارتين فيه يحقق العلاقة (1) ويفتقر هذا الفراغ إلى أساس محدود ويوصف بالتابع:

$$\Phi_f(t) = e^{j2\pi ft}, -\infty < f < +\infty \quad (21)$$

حيث  $f$  دليل متصل يمثل التردد وليس رقم دليلي يُعد به.

3- يوجد فراغاً إتجاهياً خاص بإشارات القدرة محدودة النطاق يُعرّف بالمتجهات الأساسية التالية:

$$\Phi_m(t) = \sqrt{2w} \text{sinc}(2wt - m)\pi; m = 0, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \bar{k} \quad (22)$$

التقريبات الخطية: Linear Approximation

$$Z_m(t); m = 1, 2, 3, \dots, k \quad (23) \quad \text{إذا وُجد لدينا مجموعة من الإشارات}$$

المعرّفة ضمن الفترة الزمنية  $0 \leq t \leq T$  يمكن استنباط تقريب خطي للإشارة  $x(t)$  وفق معيار أقل تربيعات الأخطاء LSE يكون من النمط:

$$x_a(t) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^k \alpha_m z_m(t) \quad (24)$$

وتبعاً للمعيار المذكور يجب أن يكون  $\|x - x_a\|^2$  أصغر ما يمكن، والمسألة بسيطة إذا كانت الإشارات  $Z_m(t)$  متعامدة تبادلياً لأننا سنستفيد من مسألة التعامد كما هو الحال عند نشر الإشارة  $x(t)$  وفق منشور فوريير لأنه

بالإمكان افتراض تكرار الإشارة خارج الفترة الزمنية  $0 \leq t \leq T$  بدور أساسي  $T \leq T_0$  فتصبح الإشارة تابعاً دورياً ونأخذ العدد المناسب من التوافقيات حتى يصبح التقريب مقبول، أما إذا كانت الإشارات  $Z_m(t)$  غير متعامدة عند ذلك يجب استنباط مجموعة من الإشارات (المتجهات) المتعامدة نظامياً من هذه الإشارات وذلك وفق نظرية غرام شميت [8,9] Cram -Schmidt ولكن توجد هناك طريقة أخرى مباشرة ومكافئة تبدأ بحساب الجداء السلمي للإشارتين  $x, z$  وتنتهي بالصيغة التقريبية  $x_a(t)$  وتتم بالشكل التالي :

$$\langle x, z \rangle = \frac{1}{T} \int_T x(t) Z^*(t) dt \quad (25)$$

أخذنا التكامل على  $T$  فقط لأن  $Z_m(t)$  معرّفة ضمن هذه الفترة الزمنية، وصلاحيّة التقريب محصورة ضمن هذا الزمن ولهذا يمكن اعتبار الإشارات  $Z_m(t)$  و  $x_a(t)$  إشارات دورية بدور  $T \leq T_0$  ونعم ذلك على كامل مجال الزمن بأخذ  $T \rightarrow \infty$ . بما أن الفراغ  $\phi$  يتكون من الإشارات  $Z_m(t)$  المعرّفة بالعلاقة (23) ولأننا نريد أن يكون  $\|x - x_a\|^2$  أصغر ما يمكن فهذا يعني أن  $x_a(t)$  هو مسقط  $x(t)$  على هذا الفراغ، وبالتالي فإن  $x(t) - x_a(t)$  يُعتمد أي متجه من الفراغ المذكور الذي يحوي جميع المتجهات المكوّنة بالتركيب الخطّي للمتجهات  $Z_m(t)$  حسب العلاقة (10) وعليه فإن  $x(t) - x_a(t)$  ينبغي أن يتعامد مع أي حد على يمين المساواة في العلاقة (24) لأن هذه الحدود جملة وتفصيلاً تُعرف في الواقع المُفترض لعملية التقريب سواء أكانت متعامدة أو لا وعليه:

$$\langle x - x_a, \alpha_0 \rangle = 0 \quad (26)$$

$$\langle x - \alpha_0 - \sum_{m=1}^k \alpha_m Z_m, \alpha_0 \rangle = 0 \quad (27)$$

$$\frac{1}{T} \int_T \left[ x(t) - \alpha_0 - \sum_{m=1}^k \alpha_m Z_m(t) \right] \alpha_0^* dt = 0 \quad (28)$$

$$\alpha_0^* \left\{ \frac{1}{T} \int_T \left[ x(t) - \alpha_0 - \sum_{m=1}^k \alpha_m Z_m(t) \right] dt \right\} = 0 \quad (29)$$

بما أن  $\alpha_0^* \neq 0$  فإن الحد  $\frac{1}{T} \int_T [x(t) - \alpha_0 - \sum_{m=1}^k \alpha_m Z_m(t)] dt$  معدوم حكماً ونستنبط من ذلك أن:

$$\alpha_0 = \overline{x(t)} + \sum_{m=1}^k \alpha_m \overline{Z_m(t)} \quad (30)$$

وبالتعويض بالعلاقة (24) نحصل على الصيغة التقريبية:

$$x_a(t) = \overline{x(t)} + \sum_{m=1}^k \alpha_m [Z_m(t) - \overline{Z_m(t)}] \quad (31)$$

وتتحصّر عملية التقريب بإيجاد الثوابت  $\alpha_m$  ولإيجادها نطبق شرط التعامد ثانية وسنكتبه بالصيغة التالية:

$$\langle x - x_a, z_j \rangle = \langle (x - \tilde{x}) - \sum_{m=1}^k \alpha_m [(z_m - \tilde{Z}_m), z_j] \rangle = 0 \quad (32)$$

حيث  $(j=1,2,3,\dots,k)$  ومن العلاقة الأخيرة يمكن كتابة العلاقة التالية:

$$\langle x - \tilde{x}, z_j \rangle = \sum_{m=1}^k \alpha_m \langle (z_m - \tilde{z}_m), z_j \rangle \quad (33)$$

وهي جملة معادلات خطية في المجاهيل  $\alpha_m$  ، وبحلها باعتماد حساب المصفوفات والتعويض في العلاقة (31) نكون قد حصلنا على المطلوب .

### النتائج والمناقشة :

#### 1- يجب معرفة الخطوات اللازمة لإجراء عملية البرمجة:

بعد إنشاء النموذج الرياضي

• تحديد عدد الإشارات  $K$ .

• تحديد الدور  $T = T_2 - T_1$

#### 2- يجب حل جملة المعادلات الخطية الممثلة بالعلاقة (33)، ولهذا يلزمنا:

1- المتوسط الزمني للإشارة  $x(t)$  المراد تمثيلها.

2- المتوسطات الزمنية للإشارات المفروضة  $z_m(t)$ .

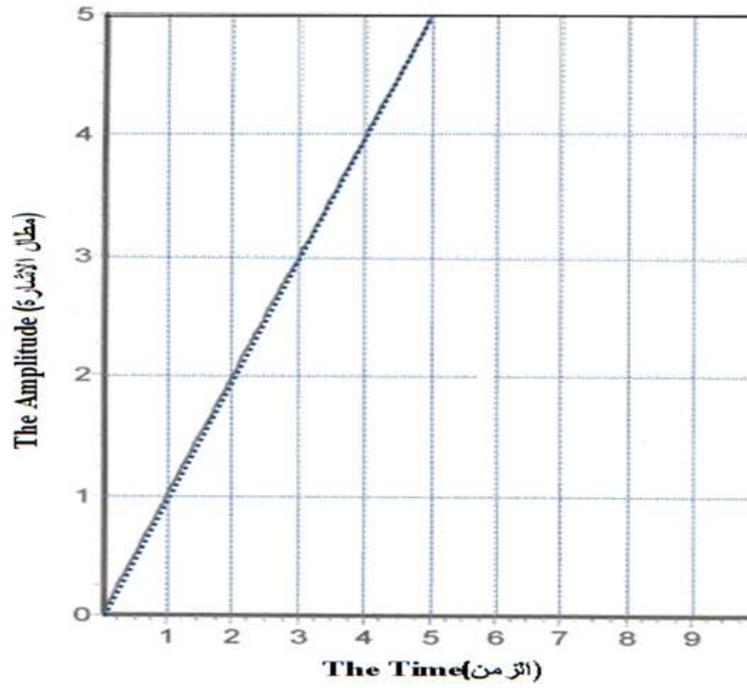
3- المتوسطات الزمنية  $\langle x - \tilde{x}, z_j \rangle$  و  $\langle (z_m - \tilde{z}_m), z_j \rangle$

4- التعويض بالعلاقة (31) لنحصل على الإشارة  $x_a(t)$  التي هي تقريب للإشارة  $x(t)$ .

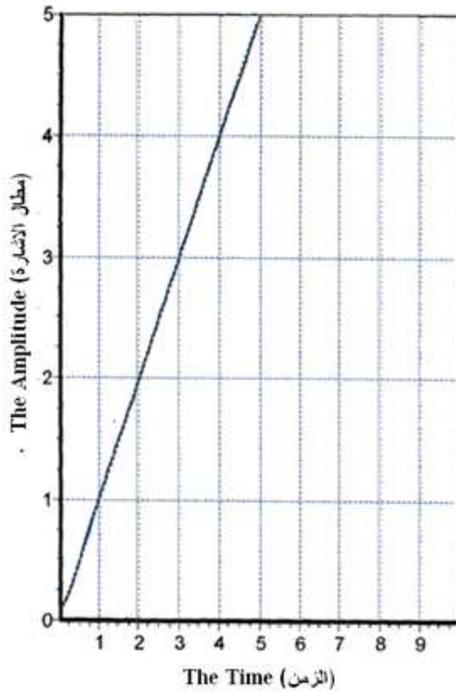
5- نرسم كل من  $x(t)$  و  $x_a(t)$  ضمن الزمن المفروض ونقارن الإشارات ونحدد مدى نسبة التقريب وبماذا

تتعلق .

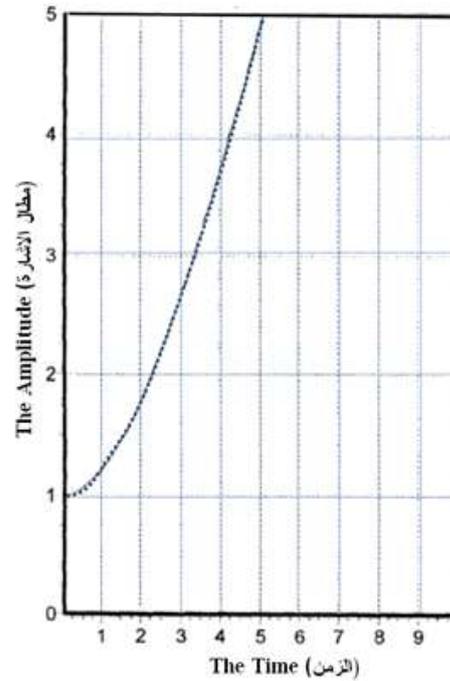
- - إذا فرضنا أن دور الإشارة  $T=10$  ، والإشارة الأصلية  $x(t) = t$  المبينة بالشكل (2-a) ، ومجموعة الإشارات  $z_m(t) = t^m$  ، فإذا فرضنا  $m=2$  نحصل على إشارة التقريب  $x_a(t)$  المبينة بالشكل (2-b) ، أما إذا فرضنا  $m=10$  سنحصل على الشكل (2-c) و إذا زدنا عدد الإشارات بحيث يصبح عددها  $m=15$  سنحصل على الشكل الأصلي للإشارة  $x(t)$  ، ويمكننا استخدام مجموعة أخرى من الإشارات  $z_m(t)$  بشرط تعامدها نظامياً لإيجاد الإشارة  $x(t) = t$  . يجب الأخذ بعين الاعتبار في حالة الإشارة الأصلية  $x(t) = t$  جعل  $m$  تتغير حسب القيم  $k, \dots, 3, 2, m$  ، لأنه لا يمكن استنتاج من نفسها.



الشكل ( 2-a ) المخطط التمثيلي للإشارة  $x(t) = t$

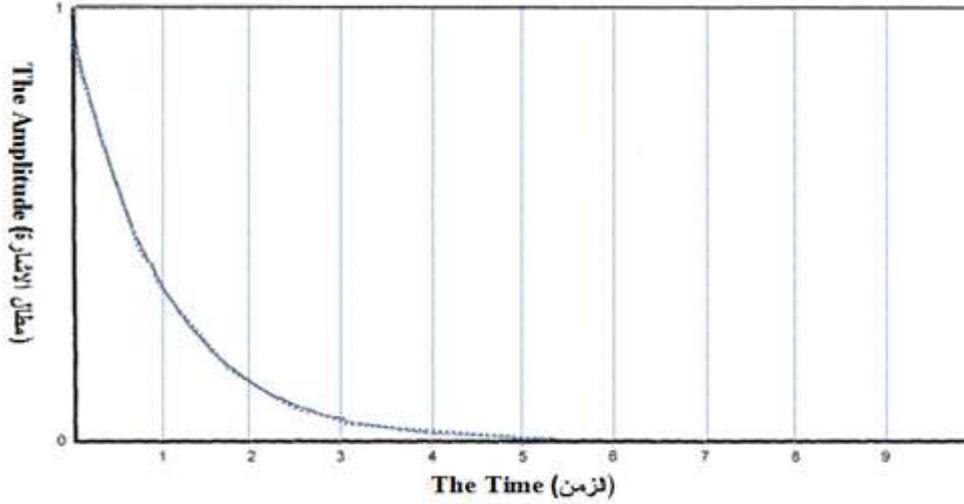


الشكل ( 2-c ) المخطط التمثيلي للإشارة  $x_a(t)$  وهي إشارة التقريب للإشارة  $x(t) = t$  من أجل  $m=10$

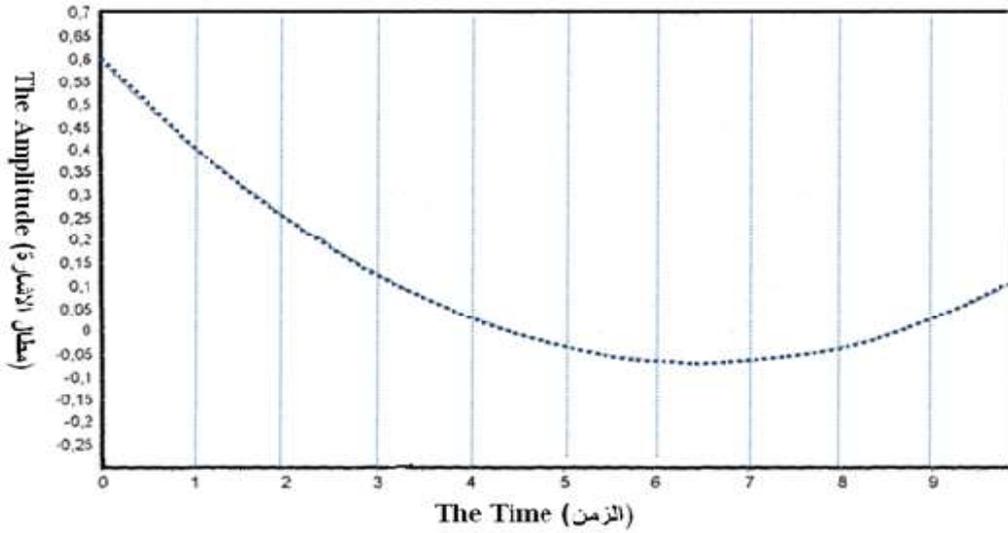


الشكل ( 2-b ) المخطط التمثيلي للإشارة  $x_a(t)$  وهي إشارة التقريب للإشارة  $x(t) = t$  من أجل  $m=2$

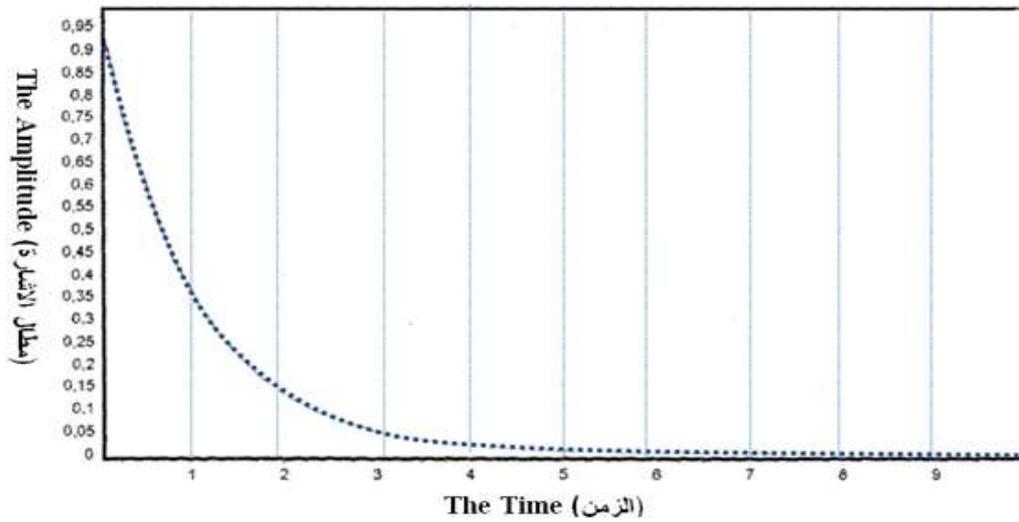
- إذا أن فرضنا دور الإشارة  $T=10$  ، والإشارة الأصلية  $x(t) = e^{-t}$  المبينة بالشكل (3-a) ، ومجموعة الإشارات  $z_m(t) = (-\frac{t}{T})^m + (-0.9)^m$  ، فإذا فرضنا  $m=2$  نحصل على إشارة التقريب  $x_a(t)$  المبينة بالشكل (3-b) ، أما إذا فرضنا  $m=10$  سنحصل على الشكل (3-c) و إذا فرضنا  $m=12$  سنحصل على الشكل الأصلي للإشارة  $x(t)$  .



الشكل (3-a) المخطط التمثيلي للإشارة  $x(t) = e^{-t}$

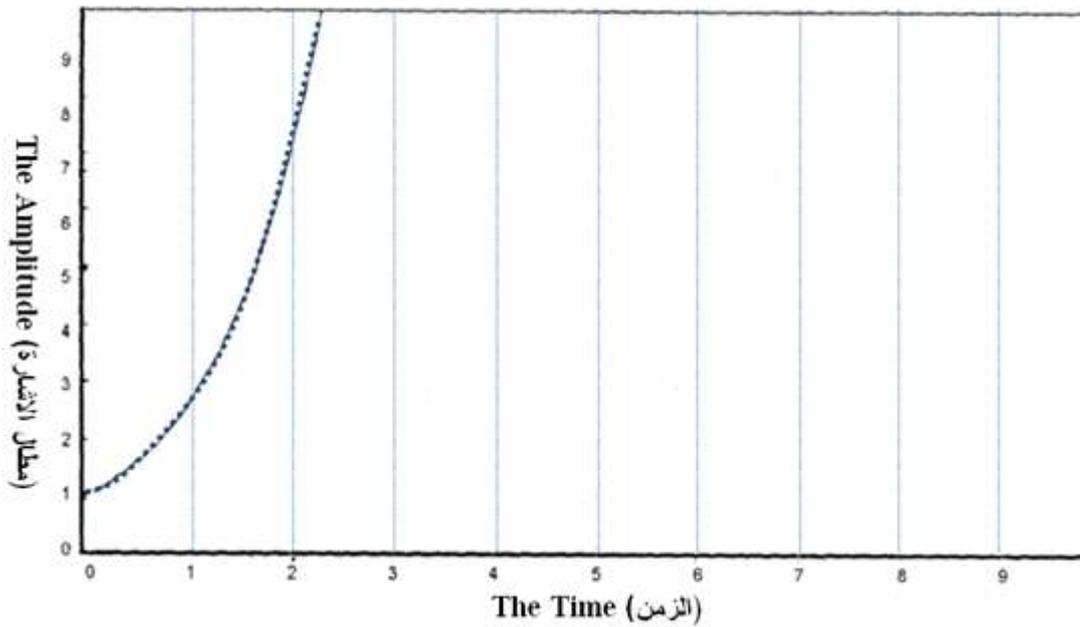


الشكل (3-b) المخطط التمثيلي للإشارة  $x_a(t)$  وهي إشارة التقريب للإشارة  $x(t) = e^{-t}$  من اجل  $m=2$

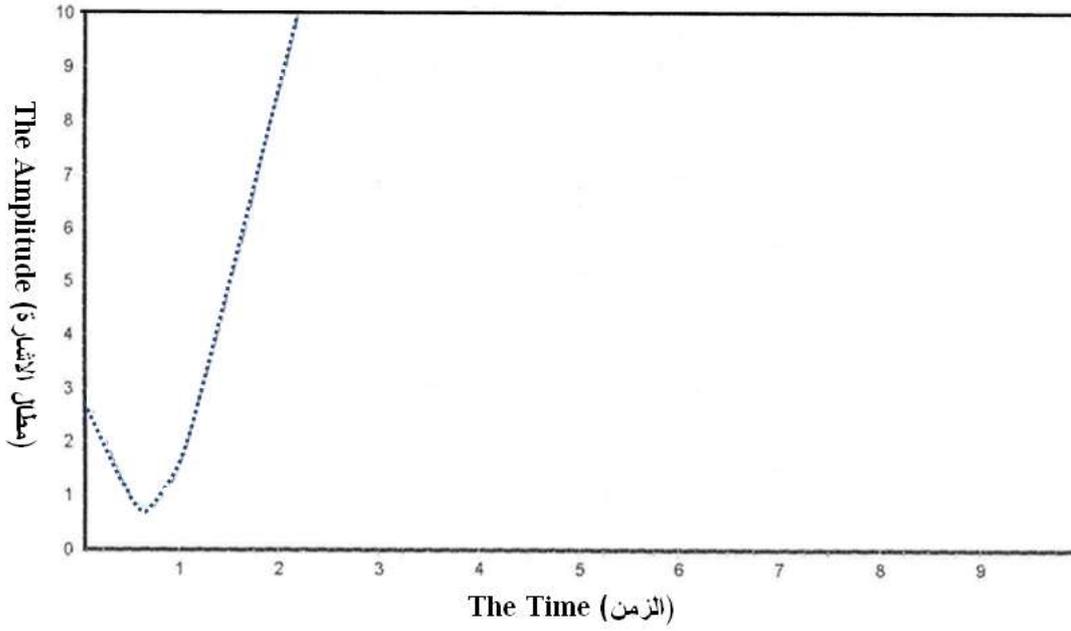


الشكل (3-c) المخطط التمثيلي للإشارة  $x_a(t)$  وهي إشارة التقريب للإشارة  $x(t) = e^{-t}$  من أجل  $m=10$

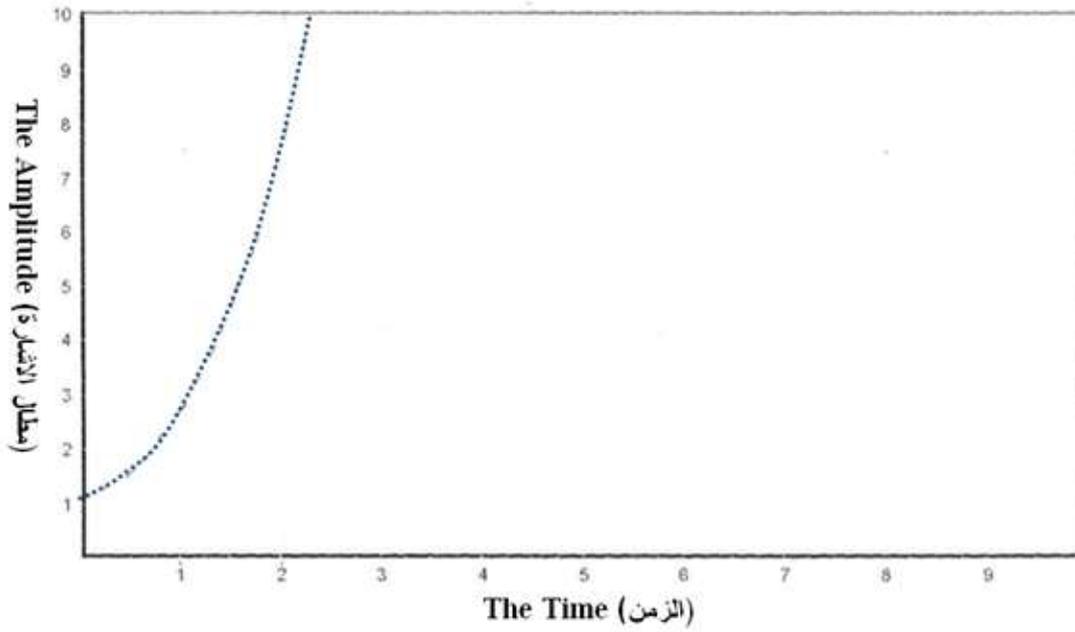
- - إذا فرضنا دور الإشارة  $T=10$ ، والإشارة الأصلية  $x(t) = e^t$  المبينة بالشكل (4-a)، ومجموعة الإشارات  $z_m(t) = t^m$ ، فإذا فرضنا  $m=8$  نحصل على إشارة التقريب  $x_a(t)$  المبينة بالشكل (4-b)، أما إذا فرضنا  $m=10$  سنحصل على الشكل (4-c) و إذا فرضنا  $m=12$  سنحصل على الشكل الأصلي للإشارة  $x(t)$ .



الشكل (4-a) المخطط التمثيلي للإشارة  $x(t) = e^t$



الشكل (4-b) المخطط التمثيلي للإشارة  $x_a(t)$  وهي إشارة التقريب للإشارة  $x(t) = e^t$  من أجل  $m=8$



الشكل (4-c) المخطط التمثيلي للإشارة  $x_a(t)$  وهي إشارة التقريب للإشارة  $x(t) = e^t$  من أجل  $m=10$

### الاستنتاجات والتوصيات :

من خلال ما تم دراسته وجدنا أن معرفة النظريات الرياضية بدون معرفة تطبيقها في مجال اختصاصاتنا شيء لا يُجدي ووجدنا أن عملية التقريب تكون أفضل إذا كان عدد الإشارات المفترضة المكوّنة للإشارة التقريبية أكثر كان التقريب أفضل ولاحظنا أنه إذا لم تكن الإشارات المفترضة متعامدة يجب استنباط مجموعة الإشارات المتعامدة نظامياً منها، وهذا موضوع الدراسة القادمة.

### المراجع:

- 1- YUCHUAN WEI, QISHAN ZHANG-*Common Waveform Analysis: A New And Practical Generalization of Fourier Analysis*- Springer US, Aug 31, 2000, 50-150.
- 2- HAO HE, JIAN LI, and PETRE STOICA- *Waveform design for active sensing systems: a computational approach*- Cambridge University Press, 2012, 60-120.
- 3- SOLOMON W. GOLOMB, and GUANG GONG- *Signal design for good correlation: for wireless communication, cryptography, and radar*- Cambridge University Press, 200-405 , 2005.
- 4- JAYANT, NUGGEHALLY S and NOLL, PETER. *Digital coding of waveforms: principles and applications to speech and video*- Englewood Cliffs, NJ, 1984, 120-345.
- 5- M. SOLTANALIAN- *Signal Design for Active Sensing and Communications*- Uppsala Dissertations from the Faculty of Science and Technology (printed by Elanders Sverige AB), 2014, 160-310.
- 6- NADAV LEVANON, and ELI MOZESON-*Radar signals*. Wiley- com, 2004,120-344.
- 7- JIAN LI, and PETRE STOICA- *Robust adaptive beamforming*- New Jersey: John Wiley, 2005,190-420.
- 8- FULVIO GINI, ANTONIO DE MAIO, and LEE ATTON EDS- *Waveform design and diversity for advanced radar systems*- Institution of engineering and technology, 2012, 356-520.
- 9- JOHN G. BENEDETTO, LOANNIS KONSTANTINIDIS and MURALIDHAR RANGASWAMY-*Phase-coded waveforms and their design-IEEE Signal Processing Magazine*, 26.1 (2009): 22-31.