

## دراسة وتحليل الحالة الاجهادية للآليات الثقيلة بالطريقة الاحتمالية استناداً إلى البارامترات الأساسية الاحتمالية الوظيفية والعملية

د. محمد صقر ديوب\*

(تاريخ الإيداع 7 / 8 / 2018. قُبِلَ للنشر في 16 / 9 / 2018)

### □ ملخص □

أصبح من الواضح من خلال الخبرة العملية لدراسة الآليات الثقيلة، أنّ أكثر المؤشرات المعبرة عن الحالة الإجهادية الاستثمارية هي المؤشرات العملياتية والمحددة في البارامترات الاحتمالية. يتمّ تحديد المميز الاحتمالي للاجهادات في الآلات كحاصل جمع عوامل احتمالية (توقعية). تمّ في هذا البحث دراسة المؤشرات الاحتمالية للاجهادات الديناميكية في الآليات الثقيلة وذلك استناداً للمميز الاحتمالي للتأثير المتبادل للتثنائية (إنسان - آلة)، عند لحظة احتمالية (توقعية) معبرة عن فترة أو لحظة بدء دخول العناصر المتعددة من الآلة، أو دخول النظام ككل في الحركة أو لحظة بدء عمل وقيادة الآلية. تمّ تحديد نشوء الاضطرابات والاهتزازات في الميكانيزمات وعناصر الآلات من خلال استنتاج قانون رياضي احتمالي يتضمن العديد من العناصر الاحتمالية خلال فترة العمل والتحميل. تركز البحث على إيجاد قانون رياضي احتمالي يتضمن العديد من العناصر الاحتمالية أثناء العمل والتحميل، وذلك بهدف توقع والتكهن بنشوء الاضطرابات والاهتزازات في الميكانيزمات وفي عناصر الآلات الثقيلة، بغية إيجاد الطرق الكفيلة باستبعاد هذه الاضطرابات والاهتزازات أو تأخير فترة حدوثها، وبالتالي إطالة العمر الزمني الافتراضي للعناصر وللآلية ككل.

الكلمات المفتاحية: قانون الاحتمالات - توزع الاحتمالات - الوثوقية الهندسية - حدث.

\* أستاذ مساعد - قسم هندسة الميكاترونك - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

## Probabilistic Manner Based on the Basic Functional Practical and Probabilistic Parameters

Dr. Mohammad Saker Dayoub \*

(Received 7 / 8 / 2018. Accepted 16 / 9 / 2018)

### □ ABSTRACT □

Through practical experience to study heavy machinery it becomes clear that the most expressive indicators of the investment stress status are the operational and specific indicators in probabilistic parameters.

The probable characteristic of the stresses in machines is determined as a sum of probability factors (predictive).

In this study, probable indicators of dynamic stresses in machines are determined based on the probable characteristic of the mutual influence of the binary (human- machine) at a probable (predictive) moment which expresses the period or the moment the multiple components of the machine or the system as a whole start entering in motion or the moment you start moving and driving the machine.

The formation of disturbance and the vibrations in the mechanism and the components of the machine is determined through the conclusion of a potential mathematical law that includes many potential elements during work and loading.

This research focuses on finding a probabilistic mathematical law that includes many potential elements during work and loading in order to anticipate and predict the occurrence of disturbances and vibrations in mechanisms and heavy machinery components in order to find ways to exclude these disturbances and vibrations or delay their occurrence which prolong the default life span of the elements and the machine as a whole.

**Key words:** Probability Law, Distribution of probabilities, Engineering reliability, Event.

---

\* Associate Professor, Mechatronics Engineering Department, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

**مقدمة:**

تتطلب دراسة الموثوقية والأمان للآليات الثقيلة بهدف المحافظة على جودة ونوعية قطع وأجزاء الآليات الثقيلة، دراسة تأثير العوامل والمؤشرات الخارجية والداخلية على وظائف الآلات المتعددة وميكانيزماتها، أي **الموثوقية** هي استمرار الآليات والميكانيزمات بأداء مهامها بجودة عالية مع مرور الزمن [1].

إن إجراء دراسات مخبرية ومعملية على الوثوقية والأمان يتطلب الكثير من الجهد والزمن والإنفاق المادي، لذلك يتم الاعتماد على بارامترات احتمالية لتحديد الحالة الفنية للحظية والمستقبلية لعناصر الآليات وقطعها.

يعرف الاحتمال بطرق عديدة، إلا أن أبسطها: هو مقياس لاحتمال وقوع حدث (Even) معين [2].

تدرس نظرية الاحتمال (Probability theory) الحوادث العشوائية، حيث تعد الاحتمالات أعداد محصورة بين  $(0 \div 1)$ ، وهي تحدد احتمال حدوث أو عدم حدوث حدث معين عشوائي (غير مؤكد).

وتهتم نظرية الاحتمالات بدراسة مصطلحين هامين هما: المتغير العشوائي الاحتمالي، والتوزيع المتغير العشوائي [3].

هناك أنواع للمتغيرات العشوائية [4].

1. متغيرات عشوائية منفصلة أو متقطعة Discrete Random Variables

2. متغيرات عشوائية متصلة أو مستمرة Continuous Random Variables

المتغير العشوائي المنفصل (المقطع): هو متغير عشوائي تكون مجموعة القيم الممكنة له مجموعة متقطعة (أو قابلة للعد)، أما المتغير العشوائي المتصل (المستمر) فتكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة أو إتحد عدد من الفترات.

يتم تحديد الاحتمالية وضبطها من خلال مراقبة نظام عملها وأجهزة الإقلاع والتوقف، ومن خلال قياس قيم الخلوصات الناشئة نتيجة استمرار عمل عناصر الآلية، والتي تتسبب بالمحصلة بنشوء وحوادث تغييرات وزيادة في اضطرابات واهتزازات العناصر.

يتم تحديد المميز الاحتمالي للجهدات في الآلات كمجموع عوامل احتمالية (توقعية) [5].

إن دراسة المؤشرات الاحتمالية للجهدات الديناميكية في الآلات، وذلك استناداً للمميز الاحتمالي للتأثير المتبادل للثنائية (إنسان - آلة)، عند لحظة احتمالية (توقعية) معبرة عن فترة أو لحظة بدء دخول العناصر المتعددة من الآلة، أو دخول النظام ككل في الحركة أو لحظة بدء تحرك وقيادة الآلية سيساهم في التخفيف من التكاليف المادية ويختصر من الوقت اللازم لتحديد الحالة الفنية للعناصر وللآلية ككل.

العامل الاحتمالي هو مميز للمقاومة أثناء عمل المعدات الثقيلة المستخدمة في البناء والآليات المتعددة... الخ.

يتم تحديد نشوء الاضطرابات والاهتزازات في الميكانيزمات وعناصر الآلات من خلال استنتاج قانون رياضي احتمالي يتضمن العديد من العناصر الاحتمالية أثناء العمل والتحميل.

**أهمية البحث وأهدافه:**

يهدف هذا البحث إلى إيجاد طريقة رياضية احتمالية قابلة للتطوير تتضمن العديد من العناصر الاحتمالية بغية وصف عمل الآليات الثقيلة وتحميلها، وبهدف توقع والتكهن بنشوء الاضطرابات والاهتزازات في الميكانيزمات وعناصر الآلات الثقيلة، بغية إيجاد الطرق الكفيلة والناجعة باستبعاد هذه الاضطرابات والاهتزازات أو تأخير لحظة حدوثها. وأيضاً تحديد

الحالة الفنية للحظية والمستقبلية للآلية، وذلك بهدف إطالة العمر الزمني الافتراضي للعناصر وللآلية ككل، وتحديد الإجراءات الفنية الواجب اتخاذها في اللحظة الزمنية المناسبة.

### طرائق البحث ومواده:

إنّ طريقة البحث ومواده تعتمد على معرفة الاضطرابات والتذبذبات في عناصر الآلات الرئيسية وميكانيزماتها، وربط ذلك بمؤشرات احتمالية سيتم وضعها واعتمادها من أجل بناء نموذج رياضي احتمالي يربط جميع المؤشرات الاحتمالية بالميزم الاحتمالي للاجهادات، الذي يعدّ كمجموع عوامل احتمالية (توقعية).  
يمكن البناء، على أنه عند دراسة وثوقية تحميل الآلات الثقيلة يجب علينا أن نقوم بإجراء عمليات التحليل منذ لحظة وضع وإجراء الدراسة النظرية العامة للعمليات الاحتمالية.  
تعبّر الاحتمالية عن الوظيفة، والتي عند كل قيمة محددة لعدم الاحتمالية تقبل قيمة لمؤشر احتمالي.

### النتائج والمناقشة:

من خلال الدراسات المتعددة التي أجريت على الآليات الثقيلة، لوحظ أنّ جميع الحالات الاضطرابية والحمولات المفاجئة التي تتعرض لها هذه الآلات ذات طابع احتمالي غير متوقع، ويمكن التكهّن بها من خلال بعض البارامترات الاحتمالية التي توصف الحالة الفنية للآليات [6].

يمكن البناء من خلال الدراسات السابقة، على أنه عند دراسة وثوقية تحميل الآلات الثقيلة يجب علينا أن نقوم بإجراء عمليات التحليل منذ لحظة وضع وإجراء الدراسة النظرية العامة للعمليات الاحتمالية.  
إنّ الوظائف الاحتمالية  $i(t)$  والتي تحدث في مجالات متعددة من عمليات المراقبة  $(t_1, t_2)$ ، تدعى تحقق العمليات الاحتمالية. وبالتالي، فإنّ العملية الاحتمالية المدروسة في المجال الزمني  $(t_1, t_2)$ ، يمكن أن تقدّم كمجموع عمليات حقيقية  $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ .

تعبّر الاحتمالية عن الوظيفة، والتي عند كل قيمة محددة لعدم الاحتمالية تقبل قيمة لمؤشر احتمالي [7].

تقدّم العمليات الاحتمالية عدد كبير من القيم الاحتمالية والمقابلة لقيم ما للبارامترات الاحتمالية  $(t)$ .

$X(t)$ : القيم الاحتمالية والتي يعبر عنها بقانون محدّد للانتشارية (التوزع) والعشوائية. وعادة يكون البارامتر  $(t)$  هو المعبر عن الزمن.

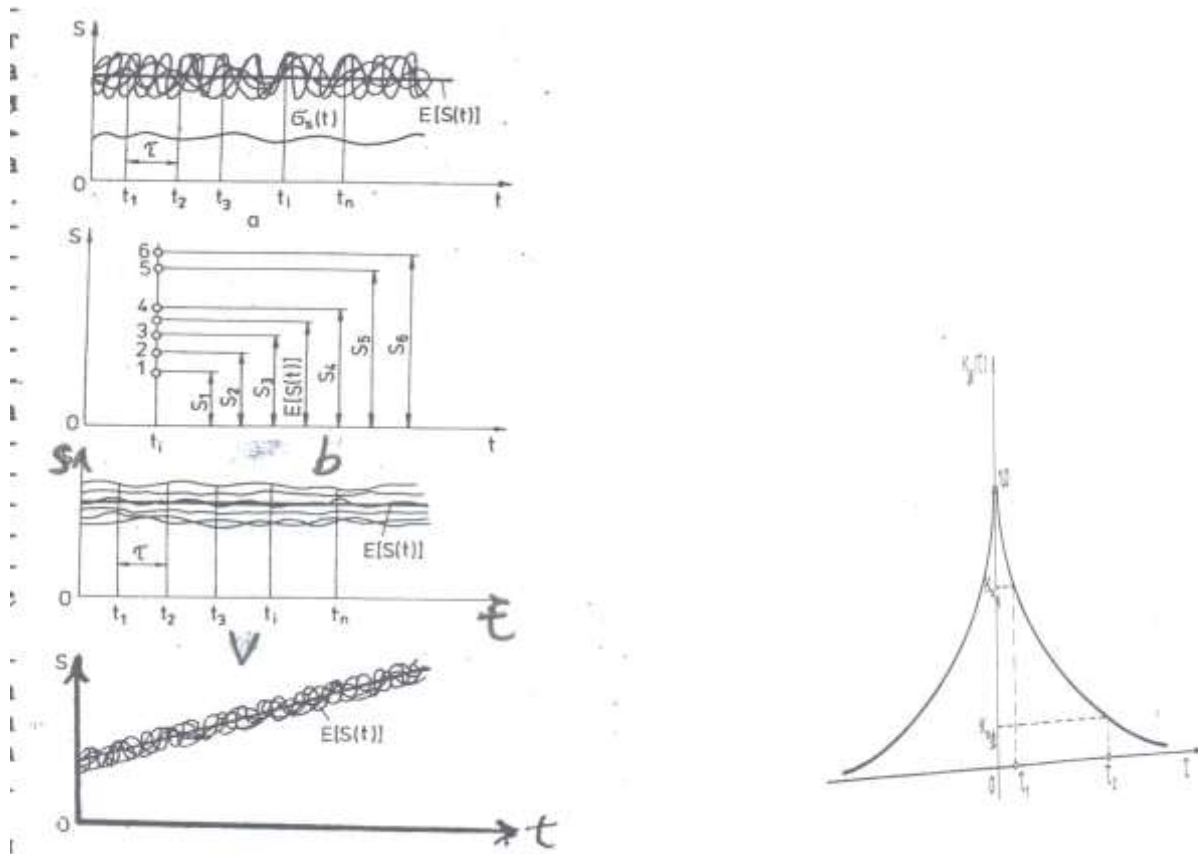
من أكثر القوانين التي تعبر عن احتمالية حدوث عدد من الأحداث ضمن فترة محددة هو قانون توزيع بواسون (Poisson distribution) [6]. ويسمى أيضاً قانون بواسون للأعداد الصغيرة، وهو قانون احتمالي يعبر عن

احتمالية حدوث عدد من الأحداث ضمن فترة زمنية محددة.

يوضّح الشكل (1) حدوث الإجهادات (الحمولات) الفعلية عند تغيرات القوة، حيث ينظر لها كعملية احتمالية ضمن مجال محدد ومعين.

من أجل تحديد الاحتمالات الرياضية وتوزعها، تتم الدراسة عند قيم متغيرة للزمن  $i$ ، والمقابلة لوقت حدوث التحميل عند العمليات الاحتمالية. في المجال الزمني  $i$  (شكل 1. b) تظهر نقاط متعددة على الخطوط الجارية العمودية مع حدوثات دقيقة للبارامترات الاحتمالية  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ ، والتي تتوزع وفقاً لقانون محدد مع كثافة في التوزيع  $(S_i t_i)$ ، وذلك خلال الزمن المقابل للعمليات الحقيقية المحددة والمعينة.

مقابل كل زمن محدد (1، 2، 3، i، ..... n) يتم تشكيل قيم احتمالية متعددة (S<sub>1</sub>، S<sub>2</sub>، S<sub>3</sub>، S<sub>i</sub>، ..... S<sub>n</sub>) والتي تتوزع وفقاً لقانون محدد متعلق بكثافة التوزيع وعامل الزمن f(S<sub>i</sub>, t<sub>i</sub>).



شكل 1. الاجهادات الفعلية عند تغيرات القوة، وينظر لها كعملية احتمالية ضمن مجال زمني محدد

شكل 2. العملية المصححة

يتم توصيف القيم الاحتمالية المتعددة من خلال قانون الاحتمالات الرياضي، ومن خلال التوزيع الستاتيكي وفقاً للعلاقة التالية:

$$E[S(t_i)]^n = \frac{\sum_{i=1}^m (t_i)}{m} \quad (1)$$

$$D[S(t_i)]^n = \frac{\sum_{i=1}^m \{S_i(t_i) - E[S(t_i)]^n\}}{m-1} \quad (2)$$

حيث: m - عدد العمليات الاحتمالية الحاصلة.  
i - رقم العملية الحاصلة.

تمّ مراقبة عدد كبير من العمليات الحاصلة عند لحظة زمنية محددة  $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ ، وتمّ في كل لحظة ما تحديد الاحتمالية الرياضية وفقاً للصيغ الرياضية (1) (2)، وأمكن بنتيجة ذلك الحصول على عدد كبير من النقاط، وبنتيجة ذلك وبعد توصيل النقاط مع بعضها البعض حصلنا على خطوط منكسرة.

عند عدد لا نهائي من  $m$  و  $n$ ، فإنّ حدود الخطوط المنكسرة سوف تتغير بشكل كبير في العمليات الاحتمالية. من قانون الاحتمالات الرياضي  $E[S(t)]$  وقانون التوزيع  $D[S(t)]$ ، ومن خلال إنشاء الشكل (1. a, b) نلاحظ - وبغض النظر بأنّ المستوى الوسطي وانحراف الواقعية عملياً هو نفسه- وجود اختلاف في البناء الداخلي بين هاتين العمليتين الاحتماليتين.

يعبّر الشكل (1) -وبغض النظر عن أنّه تمّ بناءه استناداً إلى قوانين احتمالية- عن قانون رياضي ثابت. إنّ التعبير وتحقيق هذه الواقعية صعب، ويجب الوصول إلى علاقة صلبة ومتمينة بين الاجهادات الناتجة خلال أزمنة حدوثها  $(t_1, t_2)$ .

يتمّ حدوث الاجهادات (شكل 1.a) بشكل مفاجئ وقاسي مما يقودنا إلى استنتاج بأنّ العلاقة بين أزمنة حدوثها المتعاقبة  $(t_1, t_2)$  هي علاقة ضعيفة بشكل كبير.

يمكن التعبير عن العلاقة أو درجة الارتباط (تصحيح) بين العمليات الاحتمالية للاجهادات وأزمنة حدوثها من خلال العلاقة التالية [8]:

$$K_X(t, t + \tau) = M[X^0(t), X^0(t + \tau)] \quad (3)$$

حيث:

$K(\tau)$  - المعامل الاحتمالي الأقوى.  $X_1, X_2, X_3$  - قيم الاحتمالية.

$$K_X(t, \hat{t}) = M[(X(t) - m_X(t))(X(\hat{t}) - m_X(\hat{t}))] \quad (4)$$

$$\hat{t} = t + \tau$$

من أجل قيمتين للزمن  $(t_1)$  و  $(t_2)$  تكون هذه العلاقة مساوية للحظة التصحيح.

يتمّ إجراء التقييم الستاتيكي من خلال العلاقة التالية:

$$K_S^n(t_1, t_2) = \frac{\sum_{i=0}^m [S_i(t_1) - E[S(t_1)^n]] [S_i(t_2) - E[S(t_2)^n]]}{m-1} \quad (5)$$

حيث:

$S_i(t_1)$ : احداثيات محور العينات تحقق العملية ذات الرقم (1) في اللحظة الزمنية  $(t_1)$ .

$S_i(t_2)$ : احداثيات محور العينات تحقق العملية ذات الرقم (2) في اللحظة الزمنية  $(t_2)$ .

$E[S_i(t_2)^n]$ ،  $E[S_i(t_1)^n]$ : القيم الستاتيكية لمحور العينات، وذلك للعمليات الرياضية الاحتمالية والمقابلة للفرات الزمنية  $(t_1)$  و  $(t_2)$  (شكل 1. a).

يلاحظ من المعادلتين (2) و (5) أنّ عدد العمليات الحقيقية  $m$  سينخفض بشكل واضح بمقدار واحد، وذلك حتى لا يحصل انزياح في التقييم للتوزيع وتصحيح العملية.

تم مراقبة عملية رفع وخفض لذراع آلية ثقيلة مؤلفة من ست عمليات حقيقية، والقيام بعملية التصحيح الوظيفي وفقاً لبارامترات الطريقة المعتمدة، يتم أولاً الحصول على قيم إحدائيات الاجهادات من معطيات تجريبية (تحديد العمليات والعنصر المختبر)، وذلك في اللحظات الزمنية  $t_1$  و  $t_2$  .  
يوضّح الجدول (1) القيم التجريبية للاجهادات المطبقة على ذراع آلية ثقيلة في اللحظات الزمنية  $t_1$  و  $t_2$  .

جدول (1) القيم التجريبية للاجهادات المطبقة على ذراع آلية ثقيلة في اللحظات الزمنية  $t_1$  و  $t_2$  .

التسلسل	احداثيات الاجهادات	في اللحظة الزمنية $t_1$	في اللحظة الزمنية $t_2$
		الاجهادات [KN]	
1	$S_1$	100	120
2	$S_2$	80	110
3	$S_3$	75	120
4	$S_4$	60	95
5	$S_5$	90	85
6	$S_6$	110	95

يتم إجراء التقييم الستاتيكي للاحتمالية الرياضية في اللحظات الزمنية  $t_1$  و  $t_2$  وفقاً للمعادلة (1):

$$E[S(t_1)^n] = (100 + 80 + 75 + 60 + 90 + 110)/6 = 85.83 [kN]$$

$$E[S(t_2)^n] = (120 + 110 + 120 + 95 + 85 + 95)/6 = 104.16 [kN]$$

التقييم الستاتيكي للعمليات المترابطة:

$$K_S^n(t_1, t_2) = (100 - 85.83)(120 - 104.16) + (80 - 85.83)(110 - 104.16) + (75 - 85.83)(120 - 104.16) + (60 - 85.83)(95 - 104.16) + (90 - 85.83)(80 - 104.16) + (110 - 85.83)(97 - 104.16)/5 = 32.4 [kN]$$

من أجل الحصول على صورة أفضل وأوضح للتقييم الستاتيكي للاحتمالية الرياضية، من ناحية التوزيع (الانتشارية) والتصحيح الوظيفي للعمليات، لا بدّ من إجراء عدد كبير من العمليات والإجراءات لا يقلّ عن 50 تحقق وإجراء [9].

عند الوضعية  $t_2 = t_1$  ، أي عند تطابق المجال الزمني للعمليات، أي:

$$S_i(t_1) = S_i(t_2) \quad (6)$$

$$E[S_i(t_1)^n] = E[S_i(t_2)^n] \quad (7)$$

وبالتالي:

$$K_S^n[t_1, t_1 = t_2] = D^n[S(t_1)] \quad (8)$$

أي أنّ التصحيح الوظيفي للعمليات الهندسية سيكون مساوي لمعامل التوزيع.

يوضّح الشكل (1. a, b) العمليات الثابتة أمّا العمليات المعبر عنها في الشكل (1. G) فهي عمليات غير ثابتة، وذلك كون العملية  $E[S_i(t_i)]$  تزداد مع مرور الزمن.

$$K_X(t, \hat{t}) = K_X(t, t + \tau) = K_X(\tau) \quad (9)$$

$$M[X(t)] = const ; \quad D[X(t)] = const$$

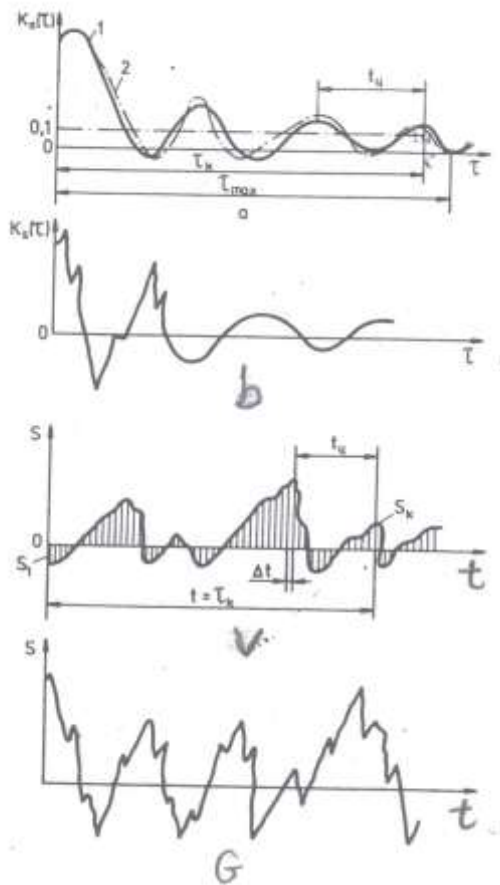
في حالات متعددة، يستخدم معامل الوظيفية المصحح للعمليات الثابتة، أي:

$$K_S(\tau) = \frac{K_S(\tau)}{D_S} \quad (10)$$

حيث:  $D_S$ : تشتت العملية العشوائية (الاحتمالية).

- عندما  $\tau = 0$  يتم استخدام العلاقة:  $K_S(\tau = 0) = D_S$

وبالتالي:  $K_S(\tau = 0) = 1$



شكل 3. العمليات الطبيعية المصححة والمعبرة عن عمليات التحميل

العمليات الطبيعية المصححة والمعبرة عن عمليات التحميل في الآلات الثقيلة المراقبة موضحة في الشكل (3). عند الاحتمالية الأولى (شكل 3. a) يكون لترددات العملية المصححة مميز (خاصية) واحد لعدد الدورات، أما في الاحتمالية الثانية (شكل 3. b) فلتردداتها مميزين لعدد الدورات. وهذا يعني أن العمليات الحقيقية المعبرة عن التحميل لها بالمقابل مميز، أو مميزين لعدد الدورات (شكل 3. v-g).

تكون قيم عدد الدورات الوسطية لتغيرات الحمولة والاجهادات مساوية لعدد دورات تغيرات الوظيفة المصححة.

إن العلاقة الاحتمالية بين مقاطع العملية اللاحقيقية (التوقعية) للاجهادات والحمولات ستضعف تدريجياً مع اتساع المجال الزمني يتلاشى في مجال أوسع للزمن ( ). أي، العلاقة ستضمحل بين العملية الحقيقية للاجهادات والحمولات. ويمكن القول عندئذ، أن

المجال الزمني سيكون

واحد. أي زمن التصحيح ( $\tau_K$ ) عند بناء الوظيفية المصححة سيكون مساوياً لـ 0.1 ،  $K_S(\tau) = 0.1$

(شكل 3. a). هذا يعني أن الاجهادات ( $S_1, S_2$ ) (شكل 3. v)، الموزعة وفق المجال الزمني  $t \geq \tau_K$

غير تابعة من الناحية الستاتيكية.



هذه الخلاصة الهامة، وعند إجراء الحسابات الرياضية للتحميل، ستسمح بالانتقال إلى قيم احتمالية غير تابعة وغير مرتبطة.

عندئذ، سيتم حساب وقراءة فقط الاجهادات الموزعة وفقاً للمجال الزمني المساوي أو الأكبر من  $\tau_K$  ، أي في المجال الزمني  $t \geq \tau_K$  .

عند بناء العلاقة  $S = f(t)$  ونتيجة للعدد الكبير للقيم الاحتمالية سيتم تحديد فقط قيم  $S_1$  ،  $S_K$  ،... الخ. (شكل v-3). تدعى المخططات المتعلقة بالاحتمالات الرياضية والانحرافات التربيعية الوسطية، الانجاز الستاتيكي المسبق. يتم التحقق من هذه المخططات استناداً لفرضية الثباتية والمتوالية للعمليات المصححة.

إذا تم في الاقتراب الأول التأكد -وبشكل قاطع- من تحقق فرضية الثباتية والمتوالية لعمليات التحميل، عندئذ نبدأ بمعالجة القيم الناتجة وفقاً للإحداثيات.

إن وجود النمط الواحد من العمليات، وعند عدم توفر إمكانية الارتفاع والازدياد غير المباشر (أي: عند انخفاض الاجهادات)، فإن ذلك يعطي إمكانية للتحقق من صحة الفرضية السابقة.

- في المجال الزمني  $\Delta t = t_n/6$  يتم تحديد إحداثيات عمليات التحميل والاجهادات (شكل v. 3).

حيث:  $t_n$  - القيمة الوسطى لزمن دورة واحدة، ولأكثر عملية نظامية مدروسة للاجهادات.

- في الوضعية عندما تكون الوظائف للاحتمالات الرياضية والتشتت واضحة ومحقة، وواقعة في مجال موثوق حول الخطوط، بالنسبة للزمن، فإن هذا سيبرهن على صحة فرضية الثباتية.

بعد ذلك يتم وفقاً للعلاقة (11) بناء العملية المصححة:

$$K_S^n(t_1, t_2) = \frac{\sum_{i=0}^m [S_i(t_1) - E[S(t_1)^n]] [S_i(t_2) - E[S(t_2)^n]]}{m-1} \quad (11)$$

يتم بعد ذلك تحديد طول الجزء من العملية المصححة  $\tau_{max}$  مع وثوقية عظمى وذلك وفق شروط:

$$\tau_{max} \leq \frac{T}{(10 \div 30)} \quad \text{حيث } T - \text{طول الواقعية المسبقة للحالة المدروسة.}$$

يتم بناء مخطط العملية الطبيعية المصححة بشكل تقريبي لعدد كبير من العمليات الاحتمالية من خلال العلاقة التالية:

$$K_S(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|) \left( \cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin\beta|\tau| \right) \quad (12)$$

يتم تحديد الحد الأول من المعادلة (12) بالشكل التالي:

$$ep(-\alpha/\tau_y) = 0.1 \quad (13)$$

حيث:  $\tau_y$  - زمن التصحيح .

يتم تحديد العامل  $\beta$  من خلال العلاقة:  $\beta = 2\pi/t_n$

$t_n$  - الزمن الوسطي للدورة للعملية المصححة.

أما استنتاج كثافة التفتيش للعملية، فيتم من خلال العلاقة:

$$S_S(W) = \frac{D_S}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-\alpha|\tau|) \left( \cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin\beta|\tau| \right) \cos w\tau d\tau = \frac{2D_S\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{\pi[(W^2 - \beta^2 - \alpha^2) + 4\alpha^2 W^2]} \quad (14)$$

تتطابق العمليات المصححة والكثافة العرضية للعمليات مع مشتق العملية الاحتمالية، وهذا يساهم وبشكل واضح وكبير في تحديد سرعة وتسارع إنجاز العمليات.

من خلال تحليل الاجهادات في وصلات الآلات الثقيلة، نجد أنّ أكثر العمليات احتمالية، هي العمليات الاحتمالية الغير ثابتة.

تمّ تحديد العمليات الاحتمالية الغير ثابتة قبل كل شيء، من خلال الدراسة الكينيماتيكية للوصلات المتعددة والمختلفة. تمّ تقسيم عمليات تغير الاجهادات إلى ثلاثة أنماط أساسية (شكل 4):

**(1) العمليات من النمط الأول I (شكل 4.a):** وهي مميزة ومحددة للعلاقة بين الاحتمالات الرياضية للوقت وتوزيعها المتواصل، وهذا النمط يحصل في أوقات التحميل المستمرة المرافقة للاهتزازات ذات سرعات الدوران العالية.

**(2) العمليات في النمط الثاني II (شكل 4. b):** وهي عمليات ذات طابع تشتتي. وهي تعبّر عن العلاقة بين الزمن والاحتمالات الرياضية المستمرة. وهي تشمل على الاهتزازات والضربات الناتجة عن عمليات التحميل.

**(3) العمليات من النمط الثالث III (شكل 4.v):** وهي تعبّر عن الاحتمالات الرياضية والتشتيت كعلاقات تابعة للزمن. وهي مميزة للاجهادات الناتجة عن مقاومة القطع والأجزاء العاملة للانزياحات، وذلك خلال زمن التحميل.

من أجل تحليل العمليات الاحتمالية غير الثابتة سوف نقترح مايلي:

- 1- نرسم لتمركز وتتاسق الأجزاء ذات سرعة الدوران العالية للعمليات  $N_{\theta}$ .
- 2- نرسم لتباعد الأجزاء ذات السرعات المنخفضة جداً  $N_{\tau}$ .
- 3- يتم تنظيم الأجزاء ذات السرعات الاحتمالية من النمط I وحتى النمط III بعد أن نكون قد قمنا بتحليلها وتكثيفها.

يمكن أن يتمّ تقديم العمليات المدروسة وعرضها بشكل مجموع  $N_{\theta}$  و  $N_{\tau}$ ، أي:

$$N = N_{\theta} + N_{\tau} \quad (15)$$

من أجل المعالجة لما سبق، يمكن اختيار عدّة طرق. أكثر هذه الطرق ملائمة هي طريقة الضم والدمج . تهتم هذه الطريقة ببناء العمليات،  $N_{01}$  و  $N_{02}$  وتحديد العملية الوسطية  $N_{\tau}$  وقراءتها من خلال العملية  $N$  .

نحصل وبنتيجة هذه المعالجة على عمليتين هما:  $N_{\theta}$  - التوجه الطبيعي

$N_{\tau}$  - التوجه عند لحظة زمنية محدّدة.

$N_{\theta}$  للعمليات الاحتمالية من النمط I هي عمليات ثابتة.

$N_{\theta}$  للعمليات الاحتمالية من النمط II و III هي عمليات غير ثابتة وفقاً للتوزيع والتشتت، وتخضع للقانون الطبيعي عند شروط محددة.

وبشكل آخر:

$$N_{\theta}'' = N_0 + N_{\theta} \quad (16)$$

حيث:  $N_0$  - الوسطية:  $N_0 = [(N_{01}) + (N_{02})]/2$

-  $N_{\theta}$  الطبيعية .

من أجل تنظيم العمليات من النمط الثاني II ، من الضروري تحديد  $N_0$  للعمليات، وأن يتمّ التقسيم لجميع المجالات الزمنية لقيم محددة لـ  $N_0$  .

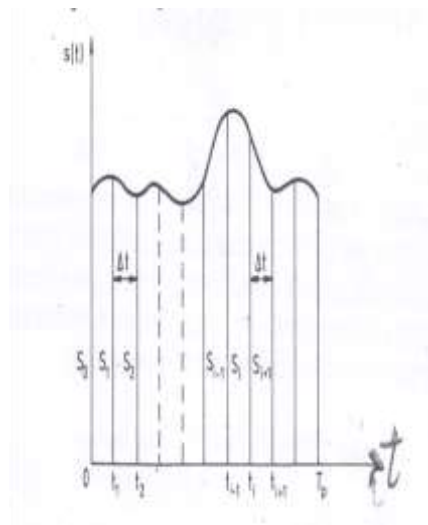
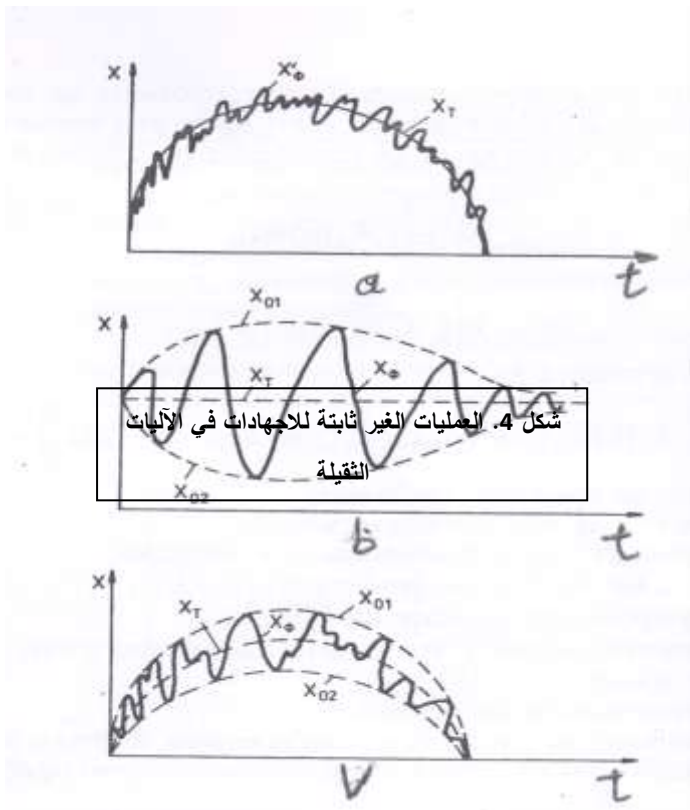
بهذه الحالة سنحصل على العملية  $N_0$  ثابتة .

العمليات من النمط الثالث III والتي أصبح من الممكن تحديدها، وهي في أغلب الحالات تكون خطية. أي:

$$N'_0 = N_T \cdot N_0 \quad (17)$$

$$N = N_T(N_0 + 1)$$

من أجل تنظيم العمليات العشوائية ، من الضروري أن يتم توزيع القيم، وذلك في مجال زمني محدد كقيم مقابلة للاتجاه. وبهذه الطريقة تصبح  $N_0$  ثابتة .



شكل 5. تقطع العمليات الاحتمالية  $S(t)$  وذلك من أجل مجال زمني معين  $T_p$

يمكن أن تكتب  $\tau$  الوسطية (العملية من النمط الثاني II) بالصيغة التالية:

$$\mathfrak{N}_\tau = A \cdot f(t)$$

عندئذ، وعند قيم مميزات ستاتيكية للتوترات A محددة ومعروفة، فإنه يمكن تحديد  $f(t)$  ولحظة ظهور الترددات تبعاً للمميزات الستاتيكية اللحظية  $\mathfrak{N}_\tau$  بالأشكال التالية:

$$- \text{ الاحتمالات الرياضية: } \overline{\mathfrak{N}_\tau} = E \left[ \int_0^1 \mathfrak{N}_\tau(\mu) d\mu \right]$$

$$- \text{ التوزيع: } D_\tau = E \left[ \int_0^1 \mathfrak{N}_\tau^2(\mu) d\mu \right] - \overline{\mathfrak{N}_\tau}^2$$

- الوظيفة المصححة:

$$K_\tau(\tau) = P \left\{ M \left[ \int_0^{1-\tau} \mathfrak{N}_\tau(\mu) \mathfrak{N}_\tau(\mu + \tau) d\mu + \int_{1-\tau}^0 \mathfrak{N}_\tau\{\mu\} \mathfrak{N}_\tau(\mu + \tau - 1) d\mu \right] \right\} - \overline{\mathfrak{N}_\tau}^2 \quad (18)$$

حيث: -M رمز للقيمة الوسطية.

- P - احتمالية العملية المحددة .

$\tau = \gamma \cdot \tau$  حيث  $\tau$ : حدية الوظيفة المصححة.

$\gamma$  - كثافة تيار التردد. حيث:  $\gamma = 1/\tau$

$\overline{t}_\tau$  الاستمرارية الوسطية للتوجه.

$\mu$  - الوقت النسبي في حدود التوجه، حيث:  $\mu = \frac{t}{\tau}$

$t$  - الزمن الجاري.

$t_\tau$  - استمرارية التوجه.

القانون الذي يوضح الترددات وفقاً للزمن، والذي يعدّ ضرورياً عند حصول الاحتمالات p ، يمكن أن يتمّ قبوله وبدقة أولية معقولة وفقاً لصيغة بواسون:

$$P = e^{-\gamma \tau} \quad (19)$$

بهذه الطريقة، ومن أجل تحديد دقيق وكامل للعمليات الاحتمالية الغير ثابتة، من الضروري أن يكون معلوم التوزيع، والوظيفة المصححة النظامية المحتملة، وتوزع ترددات التوجه وقيمة  $\gamma$  .

يمكن عرض التحليل النهائي للعمليات العشوائية (الاحتمالية) من النمط الثاني II وفقاً لسرعة تغيرات الزمن.

يمكن تحديد قانون ظهور التذبذبات بالنسب للزمن، الارتباط الوسطي للزمن، والمميزات الستاتيكية للاضطرابات، وذلك بعد أن نكون قد حدّدنا الطريقة التي تسمح بتحديد المميزات الستاتيكية للعمليات المدروسة.

من أجل تحقيق الهدف المطلوب يتمّ قبول  $P = 1$

عند انجاز التجارب والاختبارات يتمّ دراسة:

- قانون التوزيع والمميزات الستاتيكية الأساسية لبارامترات التذبذبات، وذلك لعدد من الآلات الثقيلة، عند عملها مع مميزات فيزيائية ورياضية مختلفة.

- قوانين توزيع سرعات تغيرات التحميل للآليات في مختلف ظروف العمل.

عند دراسة المميزات المحسوبة للعمليات الاحتمالية للحمولات والاجهادات، يتمّ إنجاز دراسة تقطع تنفيذ وتحقق العمليات. بنتيجة ذلك وبشكل مستمر، فإن تحقق العمليات الاحتمالية يتم إظهارها بشكل صف منقطع من القيم.

تقطع العمليات الاحتمالية المستمرة يشتمل على:

إذا كانت العملية الاحتمالية محققة هي  $S(t)$ ، وذلك خلال الزمن  $T_p$  (شكل 5)، فإنه يتم قراءة قيم محور العينات للعملية الاحتمالية  $S_1, S_2, S_{i-p}, \dots, S_i, \dots$  وذلك في اللحظات الزمنية يتم حساب الخطوة  $\Delta t$  بالعلاقة الآتية:

$$\Delta t = \pi / (l\omega_B) = t_\pi / (l_2) \quad (20)$$

حيث:

.  $l = 1, 2, \dots, 10$  (في العديد من الدراسات يتم اختيار  $l = 1 \div 3$ )

.  $\omega_B$  - السرعة الزاوية العظمى لتفتيش الاجهادات.  $\omega_B = 2\pi/t_\pi$

.  $t_\pi$  - الفترة الزمنية الدنيا للدورة لتفتيش للاجهادات.

. يتم قبول القيم التالية:  $\tau = m \cdot \Delta t$ ، حيث  $m = 1, 2, 3, \dots, 100$

$$T_p = (400 \div 1000) \cdot \Delta t$$

يتم تحديد  $S$  وفقاً للمعادلات السابقة من خلال العلاقة التالية:

$$K_S(\tau_m) = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{n-m} [S(t_i) - E_S(t)] [S(t_{i+k}) - E_S(t)] \quad (21)$$

حيث:  $\tau_m = m \cdot \Delta t = m \cdot T_p / n_d$

حيث:  $m = 0, 1, 2$  العدد الذي يحدد الانزياح وفقاً لمحور السينات  $OC$ .

.  $n_d$  - عدد عمليات المراقبة.

.  $E_S(t)$  - الاحتمالات الرياضية.

وبالتالي، وعند تحليل العمليات الوظيفية المصححة يتم تقديم ذلك بصيغة أسهل وفق النمط التالي:

$$K_S(\tau) = D_S \cdot e^{-\alpha(\tau)} \quad (22)$$

$$K_S(\tau) = D_S \cdot e^{-\alpha(\tau)} \cdot \cos\beta\tau$$

من المعادلات (21) و (22) وعلى التوالي، يتم إظهار الكثافة التفتيشية بالصيغة التالية:

$$S_S(\omega) = 2D_S \cdot \alpha / [\pi(W^2 + \alpha^2)] \quad (23)$$

$$S_S(\omega) = \frac{D_S}{\pi} \left[ \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right] \quad (24)$$

من الملاحظ بأن المعادلة (22) ليس لها تكرار ثاني عندما  $\tau = 0$ . وبالتالي، عند تحديد سرعة وتسارع العمليات المدروسة مع الأخذ بعين الاعتبار الخصائص الديناميكية للمنظومة الميكانيكية، فمن الضروري استخدام العمليات التفاضلية التقريبية من الشكل:

$$K_S(\tau) = D_S \cdot e^{-\alpha^2\tau^2} ; \quad (25)$$

$$K_S(\tau) = D_S \cdot e^{-\alpha^2\tau^2} \cdot \cos\beta\tau ; \quad (26)$$

$$K_S(\tau) = D_S \cdot e[Z \cdot e^{-\alpha_1\tau^2} + (1 - Z) \cdot e^{-\alpha_2\tau^2} \cdot \cos\beta\tau] \quad (27)$$

حيث:  $Z, \hat{a}, \acute{a}$  - معاملات التصحيح.

- في حالات احتمالية عديدة، أكثر التقييمات دقة للكثافة التفتيشية يمكن أن تتحدد من خلال العلاقة:

$$S_S(\omega) = \frac{2 \cdot \Delta t}{\pi} \sum_0^{n_n} K_S(i, \Delta t) \cos[\omega_j \cdot (i, \Delta t)] \quad (28)$$

حيث:  $\Delta t$  الخطوة الزمنية للعملية.

-  $K_S(i, \Delta t)$  القيم المتقطعة للوظائف المصححة في اللحظات الزمنية  $(i, \Delta t)$  .

-  $\dot{u}$  السرعة الدورانية في المجال  $(0, \delta)$  .

يتم الحصول عادةً على المميزات الستاتيكية للاجهادات الخارجية بطرق اختبارية (تجريبية) تجرى على الآليات الثقيلة، أو بوساطة موديلات رياضية خاصة.

يمكن استخدام وتعميم نتائج الاختبارات وفقاً لمجموعات معينة تابعة للآلات الثقيلة. وعند فقدان أو عدم توفر المعطيات التجريبية يمكن انجاز تقييم تقريبي للمميزات الستاتيكية للاجهادات وذلك وفقاً لبارامترات محددة مسبقاً تابعة لمنظومة عمل الآلية الميكانيكية.

عند تحليل التوجه اللحظي، أكثر الأزمنة سهولة تلك التي يتم التعبير عنها بوحدات نسبية.

الوظيفة الوسطية للتوجه اللحظي للآلات التي تعمل باستمرار (جرارات، حفارات، تراكسات الخ. ....)، والتي تبدأ بالقيم الموافقة لـ  $0.05 \div 0.03 = \mu$  ، يمكن أن يتم ملاحظتها وقراءتها باعتبار الزمن ثابت وموافق للترددات، وهذا صالح من أجل مستويات متعددة ومختلفة.

إن معامل الاحتمالية كتابع للزمن ثابت - تابع فقط لكثافة التربة في حال كانت الآلية الثقيلة حفارة تربة- يخضع لقانون الانتشار الطبيعي.

يمكن أن تصاغ الوظيفة للتوجه اللحظي وفقاً لعلاقة بشكل قطع زائد:

$$N_T(\mu) = A \cdot (a_0 \mu - b_0 \mu^2) \quad (29)$$

حيث:

$$\mu = t/t_x \quad (t - \text{المجال الزمني}) \quad \text{و} \quad (t_x - \text{زمن الحفر.})$$

$$(a_0, b_0) - \text{ثوابت العلاقة.}$$

$-A$  التردد والاضطراب المتوقع، والموافق لقانون الانتشار الطبيعي.

مجال الاجهادات هي بحدود حتى  $0.8 \text{ Mpa}$  .

العلاقة المعبرة عن التوجه اللحظي عند هذا الاحتمال، يمكن أن تأخذ الشكل التالي:

$$N_T(\mu) = A \cdot \left[ 1 + \sin \left( 2\pi\mu + \frac{3\pi}{2} \right) \right] \quad (30)$$

تتغير قيمة  $A$  وفقاً لقانون الانتشار والتوزع الطبيعي.

التوجه اللحظي للاجهادات المطبقة على حفار مع عمل جميع العناصر الميكانيكية فيه، دون الأخذ بعين الاعتبار عمل المنظومة الهيدروليكية، يمكن التعبير عنها بشكل صف ترددات ثلاثية الزوايا.

$$N_T(\mu) = A \cdot \mu \quad (31)$$

يتم تحديد تغيرات التوجه اللحظي للحفار من خلال العلاقة:

$$N_T(\mu) = A \cdot (a_0 + b_0 \sin 2\delta i) \quad (32)$$

قيم التوجه للاجهادات المؤثرة على عناصر الآلات الثقيلة وفقاً لزمن التحميل، والحركة بدون تحميل، وذلك عند حالات احتمالية متعددة تأخذ الشكل:

$$N_T(\mu) = A_0 (B e^{-1} - C) \cos i W \quad (33)$$

حيث:  $A_0$  - قيمة التحميل الستاتيكي.

$B, C$  - ثوابت المعادلة.

$W$  - سرعة ضربات أجهزة الحفر.

تتغير قيمة  $A$  في جميع الاحتمالات الممكن حدوثها وفقاً لقانون التوزيع الطبيعي.

عند تحديد المميزات الستاتيكية لذبذات الاجهادات، يمكن أن تكون بشكل مثلث حاد الزوايا (شكل 6).

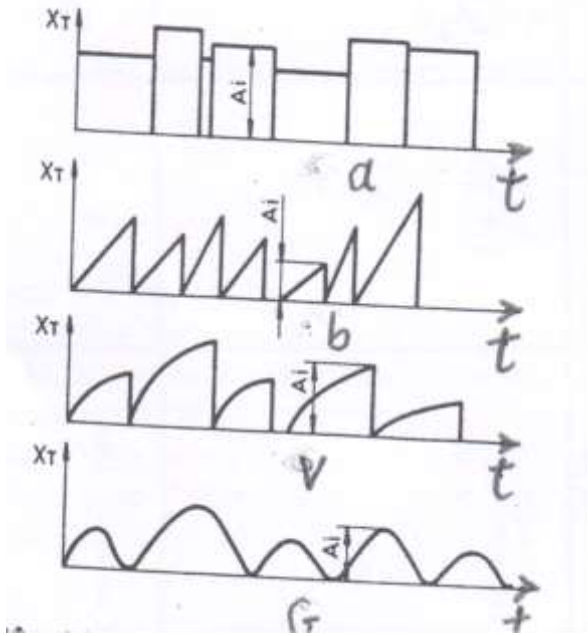
يظهر الشكل (6) قيم ثلاثة أشكال لتذبذبات العمليات الهندسية.

أما الكثافة  $\lambda$  فيتم تحديد قيمها بالشكل:

$$\lambda = \frac{1}{\tau}$$

$\bar{\tau}$  - الوقت الوسطي لانجاز دورة العمل.

في حالة كانت ترددات التذبذبات معروفة التشتت يمكن أن تعطى وفقاً للمعادلات:



شكل 6. أشكال تذبذبات العمليات الهندسية

$$\overline{\mathfrak{N}_\delta} = E \left[ \int_0^1 \mathfrak{N}_\tau(\mu) d\mu \right]$$

$$D_\tau = E \left[ \int_0^1 \mathfrak{N}_\tau^2(\mu) d\mu \right] - \overline{\mathfrak{N}_\tau}^2 \quad (34)$$

$$K_\tau(\tau) = P\{M \left[ \int_0^{1-\tau} \mathfrak{N}_\tau(\mu) \mathfrak{N}_\tau(\mu + \tau) d\mu + \int_{1-\tau}^0 \mathfrak{N}_\tau\{\mu\} \mathfrak{N}_\tau(\mu + \tau - 1) d\mu \right]\} - \overline{\mathfrak{N}_\tau}^2 \quad (35)$$

نتيجة التحليل، نجد أنه ومن أجل الحصول على المميزات الستاتيكية للتوجه، فمن الضروري أن يتم تحديد معاملات احتمالات التذبذبات تجريبياً فقط.

يمكن تحديد معطيات الخرج الباقية (بارامترات شكل التذبذبات، كثافتها ونمط توزيعها)، من خلال تحليل خصائص نظام عمل الآلات الثقيلة.

يتم تحديد معامل الاحتمالية للتذبذبات لترددات التوجه  $\tau$  من خلال معطيات العمل الوسطية للآلات الثقيلة، وفي حال عدم توفر هذه المعطيات، فإن قيم  $V_\tau$  يمكن إيجادها بشكل تقريبي، ومن خلال المراقبة المستمرة لعمل الآلات الثقيلة يقبل بأنها تساوي:

- من أجل الآليات ذات النمط الواحد  $V_\tau = 0.08 \div 0.12$

- من أجل الآليات ذات النمط نصف المتشابه  $V_\tau = 0.15 \div 0.20$

- من أجل الآليات ذات الأنماط المختلفة  $V_{\tau} = 0.20 \div 0.26$  .  
 بزيادة كثافة (صلابة) التربة التي يتم حفرها بواسطة الحفار، يزداد معامل الاحتمالات للاجهادات في الآلات  $V_{\hat{\theta}}$  ، و يظهر ذلك أيضاً بشكل واضح عند معامل الاحتمالات للقوى أيضاً عند الحفر.  
 أعلى قيمة لمعاملات الاحتمالات تمتلكها المجموعات النظامية، أما أقل قيم لمعاملات الاحتمالات فتمتلكها مجموعات جزئية.

معاملات الاحتمالات للاجهادات في الآلات الثقيلة عند العمل على الفراغ تكون أصغر من تلك المعاملات عند العمل والتحميل، وهذا الانحراف في القيم هو من مرتبة  $0.10 \div 0.15$  .  
 يمكن تحديد الوظيفة المصححة على النحو التالي:

$$K_{\theta}(\tau) = e^{-\alpha(\tau)} \cos \hat{\alpha}(\hat{\theta}) \quad (36)$$

معاملات الصلابة التجريبي:

$$S_{\theta}(\omega) = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\theta}} \cdot \frac{\hat{\alpha}^2 + \hat{\alpha}^2 + \hat{\omega}^2}{(\hat{\alpha}^2 + \hat{\alpha}^2 + \hat{\omega}^2)^2 - (2\hat{\alpha}\hat{\omega})^2} \quad (37)$$

حيث:  $\omega$  السرعة الزاوية (عدد الدورات rpm).

يتم الحصول على قيم  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$  تجريبياً، وهي مختلفة تبعاً لنوع ونمط التذبذبات. مع ارتفاع كثافة التربة، فإن عدد الدورات التفتيشي واتساعها يزداد بشكل كبير، ويزداد أيضاً بشكل واضح عند استخدام أجزاء عاملة ذات فعالية عالية، حيث تصل السرعة الزاوية إلى السرعة الزاوية لتذبذبات المنظومات الميكانيكية الفاعلة.

## الاستنتاجات والتوصيات:

### الاستنتاجات:

1. تم اعتماد طريقة رياضية احتمالية تعتمد على نظرية الاحتمالات لتحديد أوقات تقريبية احتمالية لذروة بروز الاضطرابات والتذبذبات، بهدف تحديد الحالة الفنية للحظية والمستقبلية لقطع وميكانيزمات الآليات الثقيلة.
2. إن الطريقة الاحتمالية الرياضية الاحتمالية الموضوعية ستساهم في إعطاء تصور واضح وموثوق للحالة الفنية للآلية من خلال الاعتماد على عدد من المؤشرات الاحتمالية الموثوقة بدرجة عالية. وبالتالي يسمح ذلك باتخاذ اجراءات تساهم باطالة العمر الزمني الاستثماري لها.
3. تساعد الطريقة الرياضية الاحتمالية المقترحة على الاستغناء عن الاختبارات والتجارب المخبرية ذات الكلفة الباهظة، والتي تحتاج إلى وقت كبير لانجازها، مما يقلل من هدر المال والوقت مع المحافظة على درجة مقبولة من وثوقية النتائج.
4. نتيجة التحليل، وجدنا أنه ومن أجل الحصول على المميزات الستاتيكية للوظيفة المصححة، فمن الضروري أن يتم تحديد معاملات احتمالات التذبذبات تجريبياً فقط.
5. إن العلاقة الاحتمالية بين مقاطع العملية اللاحقيقية (التوقعية) للاجهادات والحمولات ستضعف تدريجياً مع اتساع المجال الزمني  $\tau = t_1 - t_2$  . وهذا الارتباط يتلشى في مجال أوسع للزمن  $(\hat{\theta})$  . أي، العلاقة ستضمحل بين العملية الحقيقية للاجهادات والحمولات. ويمكن القول عندئذ، أن المجال الزمني سيكون واحد. أي زمن التصحيح  $(\hat{\theta}_K)$  عند بناء الوظيفية المصححة سيكون مساوٍ ل  $0.1$  ،  $K_S(\tau) = 0.1$



هذا يعني أن الاجهادات  $(S_1, S_2)$  (شكل 3. v)، الموزعة وفق المجال الزمني  $t \geq \hat{\theta}_K$  غير تابعة من الناحية الستاتيكية. هذه الخلاصة الهامة، وعند إجراء الحسابات الرياضية للتحمل، ستسمح بالانتقال من العمليات الاحتمالية (اللامتوقعة) إلى قيم احتمالية غير تابعة وغير مرتبطة.

#### التوصيات:

من أجل المساهمة في الوصول إلى حالة أكثر وثوقية ومثالية نوصي بتطوير الموديل الرياضي الاحتمالي المقترح ليشتمل على بارامترات احتمالية إضافية مما يعزز من وثوقية النتائج.

#### المراجع:

1. عيشوني، محمد. أستاذ مساعد في قسم التقنية الميكانيكية- بالكلية التقنية بحائل. الموثوقية (Reliability). المملكة العربية السعودية 2015.
2. خواجه، خالد زهدي. مدير عام المعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية. أساسيات الاحتمالات 2015.
3. O Connor, P. *Practical Reliability Engineering*. New York, Copyright, 1990.
4. Kreyszig, E. *Advanced Engineering Mathematics*. New York, Copyright, 1990.
5. ДАНЧЕН, Д. И.; Г. ГЕНАДИЕВ. Относен един модел за качеството. МАШИНОСТРОЕНИЕ. София-България; 1995.,  
ديميتروف، د. أي. أحد الموديلات الرياضية لتحديد الجودة. مجلة بناء الآلات. بلغاريا-صوفيا- 1995.
6. ANDRAES VETIER. *Probability Theory with Simulation*, London 2105.
7. Niels Richard Hansen. *Probability Theory and Statistics*. Department of mathematical sciences, University of Copenhagen, November 2010.
8. ANDREW N. O PROBABILITY ; Mohammed M. ; Ali M. Distributions used in Reliability Engineering . University of Maryland 2016.
9. Jaynes E. T. *Probability Theory The logic Science*. University of Cambridge 2003.