

تطوير برنامج لحساب حجوم الأعمال الترابية في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية

الدكتور فايز ديب*

الدكتور وائل ديوب**

(تاريخ الإيداع 11 / 1 / 2009. قُبِلَ للنشر في 2009/12/2)

□ ملخص □

يعرض هذا البحث تطوير برنامج في بيئة الـ MATLAB لحساب الحجوم في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية، التي تعتمد في حساب الحجم على تقسيم الجسم إلى عدد كبير ومحدد من العناصر الصغيرة وحساب مجموع حجوم هذه العناصر، ويحسب حجم كل عنصر بضرب المساحة للمقطع الطولي في اتجاه المحور بعرض العنصر. كما يعرض البحث إعداد برنامج حاسوبي في بيئة الـ MATLAB لحساب حجوم الأعمال الترابية في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية. وقد تم حساب الحجوم لمنحن دائري من طريق، وذلك باستخدام طريقة العناصر المنتهية و الطرق الشائعة في حساب الحجوم (متوسط القاعدتين ، والجسم شبه الموشوري)، ومن ثم تمت مقارنة نتائج الحساب.

تعتمد دقة طريقة العناصر المنتهية في حساب الحجم على عرض العنصر المختار، الذي يجب أن لا يكون صغيراً جداً بما لا يتناسب مع بيانات السطح، وأن لا يكون كبيراً جداً بحيث تكون نتيجة حسابات الحجوم غير دقيقة. وقد تبين أن الحجم لم يتغير كثيراً عندما تغير عرض العنصر من 0.1 m إلى 1m ، حيث كانت نسبة تغير الحجم بتغير العرض حوالي (0.05%).

الكلمات المفتاحية: العناصر المنتهية، حساب الحجوم، الجسم شبه الموشوري، متوسط القاعدتين، برنامج في بيئة الـ MATLAB، السطح، الردم، الحفر، منحنيات دائرية.

* أستاذ مساعد - قسم الهندسة الطبوغرافية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

** مدرس - قسم الهندسة الطبوغرافية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Development a Program for Calculating the Volume in Curves Using the Finite Element Method

Dr. Fayez Deeb*
Dr. Wael Dayoub**

(Received 11 / 1 / 2009. Accepted 2 / 12 / 2009)

□ ABSTRACT □

This paper presents the development of program in MATLAB to calculate the volumes in curves using the finite elements method, which depends on dividing the whole body to a large numbers of finite elements and calculating the sum of all volumes for these elements. The volume of each element is calculated by multiplying the area of a longitudinal section in the direction of the center line by the width of the element. Also, This paper presents the development of program in MATLAB to calculate the volumes in curves using the finite elements method.

An example was presented to explain the finite element method and the other common methods for calculating the volume (the average end area and prismatic methods) and the results were compared.

The accuracy of volumes using the finite elements method depends on the width of the selection element. The element width must go well with the surface data to get more accurate volume calculation. For the presented example, the variation in volume was so small (0.05 %) when the variation of element width was between 0.1 m and 1m

Key words: finite element, volume computation, prismatic, average end area, program in MATLAB, surface, fill, cut, curves.

*Associate Professor, Department of Topographic Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

** Assistant Professor, Department of Topographic Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

يعتبر حساب حجوم الأعمال الترابية عملاً هاماً وأساسياً عند تصميم معظم المشاريع الهندسية مثل خطوط المواصلات الطرقية والحديدية والأنفاق والسدود... الخ. حيث يتم اختيار مسارات ومناسيب محاور المشاريع الهندسية الخطية بحيث تتعادل كميات الحفر والردم قدر الإمكان مع الأخذ بالحسبان الوقت والكلفة. في الوقت الحاضر يستخدم نموذج الارتفاعات الرقمي لسطح الأرض في تصميم مسارات المشاريع الخطية في المستويين الأفقي والشافولي، بالإضافة إلى إنتاج المقاطع العرضية وحساب الحجوم. لا بد من الإشارة هنا إلى أنه يجب معرفة أساسيات حساب الحجوم وكيفية إدخال البيانات للحصول على النتائج باستخدام البرمجيات الجاهزة. ويتم حساب الحجوم حسب البيانات المتوفرة وباستخدام طرق متعددة مثل : طريقة متوسط القاعدتين، الجسم شبه الموشوري [4].

يتيح برنامج AutoCAD Land Development Desktop الشهير، ثلاث طرق لحساب الحجوم بين سطحين، هي: طريقة الشبكة، طريقة السطح المركب، طريق المقاطع. إن حساب الحجوم باستخدام هذه الطرق تفترض أن المقاطع العرضية مأخوذة على نفس الاستقامة. بينما تكون المقاطع العرضية في المنحنيات الأفقية الدائرية غير متوازية، وبالتالي تطبيق طريقة متوسط القاعدتين والجسم شبه الموشوري لا يعطي نتائج دقيقة. تعتمد الطرق السابقة في حساب الحجوم في المنحنيات الدائرية على نظرية باباس (theorem of Pappus) والتي تنص على أن حجم أي جسم ناتج عن حركة مساحة مستوية حول محور ثابت يساوي حاصل ضرب مساحة المقطع بطول مسار مركز ثقل المقطع. تم في هذا البحث عرض طريقة حساب الحجوم في المنحنيات الدائرية بتطبيق طريقة العناصر المنتهية، حيث يتم حساب الحجم اعتماداً على مجموع حجوم عدد كبير من العناصر، ويحسب حجم كل عنصر بضرب المساحة للمقطع الطولي في اتجاه المحور بعرض العنصر.

أهمية البحث وأهدافه:

يهدف البحث إلى عرض طريقة حساب الحجوم في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية، التي تعتمد في حساب الحجم على تقسيم الجسم إلى عدد كبير ومنته من العناصر الصغيرة وحساب مجموع حجوم هذه العناصر، ويحسب حجم كل عنصر بضرب المساحة للمقطع الطولي في اتجاه المحور بعرض العنصر. كما يهدف البحث إلى إعداد برنامج حاسوبي في بيئة الـ MATLAB لحساب حجوم الأعمال الترابية (حفر، ردم) في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية. واختبار موثوقية البرنامج من خلال تطبيقه على بيانات منحني دائري ومقارنة النتائج مع الطرق الشائعة والمستخدمة في حساب الحجوم (متوسط القاعدتين والجسم شبه الموشوري)، التي تعتمد في حساب الحجوم على أخذ مقاطع عرضية على مسافات معينة في اتجاه المحور.

يعتبر حساب حجوم الأعمال الترابية من حفر وردم عملاً هاماً وأساسياً بالنسبة لمعظم المشاريع الهندسية مثل الطرق والأنفاق والسدود... الخ. إن حساب كميات الأعمال الترابية ضروري عند تصميم مسارات ومناسيب محاور المشاريع الهندسية الخطية، والتي يتم اختيارها، بحيث تتعادل كميات الحفر والردم قدر الإمكان، مع الأخذ بالحسبان الوقت والكلفة وغيرها من عوامل التصميم.

طرائق البحث ومواده:

بداية لابد من التعرض ولو بشكل مختصر لطريقتين شائعتين في حساب الحجوم في المنحنيات، هما طريقة متوسط القاعدتين وطريقة الجسم شبه الموشوري، ثم سيتم عرض طريقة العناصر المنتهية لحساب الحجوم في المنحنيات.

1- حساب الحجوم باستخدام طريقة الجسم شبه الموشوري (Prismoidal Method) :

نعرف الجسم شبه الموشوري بأنه جسم له وجهان موجودان في مستويين متوازيين وكل منهما مؤلف من مضلع مغلق، وليس من الضروري أن يكون لكل من الوجهين نفس عدد الأضلاع، نسمي هذين الوجهين قاعدتي الجسم شبه الموشوري، كما هو مبين في الشكل رقم (1).

في طريقة الجسم شبه الموشوري يعطى الحجم بالعلاقة الآتية [1]:

$$V_{\text{Curv}} = \frac{L}{6} (A_1 + 4.A_m + A_2) + C_e \quad (1)$$

و يعطى تصحيح الانحناء بالعلاقة الآتية:

$$C_e = \frac{L}{6 \times R} . (e_1 . A_1 + 4 . e_m . A_m + e_2 . A_2) \quad (2)$$

حيث:

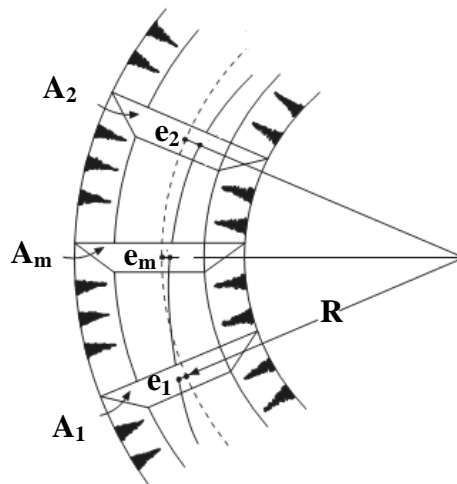
A_1, e_1 : هي مساحة المقطع الأول و اللامركزية له (البعد بين محور المقطع ومركز ثقله).

A_2, e_2 : هي مساحة المقطع الأول و اللامركزية له

A_m, e_m : هي مساحة المقطع الأوسط واللامركزية الخاصة به.

L : البعد بين المقطعين.

R : نصف قطر انحناء المسار.



الشكل (1) طريقة الجسم شبه الموشوري

2- حساب الحجم باستخدام طريقة متوسط القاعدتين (Average End Area Method)

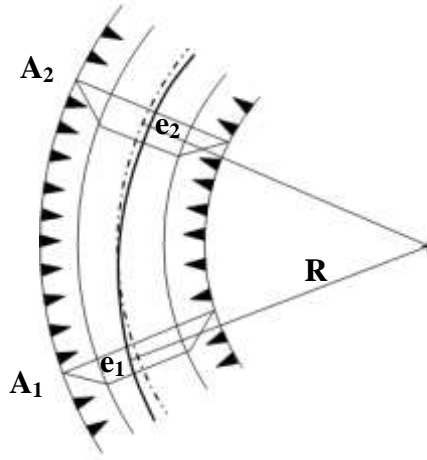
لإيجاد الحجم بين أي مقطعين متتاليين يتم أخذ المتوسط بين المقطعين المتتاليين ويضرب بالبعد بين هذين المقطعين ويضاف تصحيح الانحناء عند وجود انحناء في مسار محور المشروع، كما هو موضح في الشكل رقم (2). أي أن الحجم بين المقطعين المتتاليين يعطى بالعلاقة التالية [1]:

$$V_{\text{curv}} = \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) \cdot L + C_e \quad (3)$$

ويعطى تصحيح الانحناء بالعلاقة الآتية:

$$C_e = \frac{L}{2R} \cdot (e_1 \cdot A_1 + e_2 \cdot A_2) \quad (4)$$

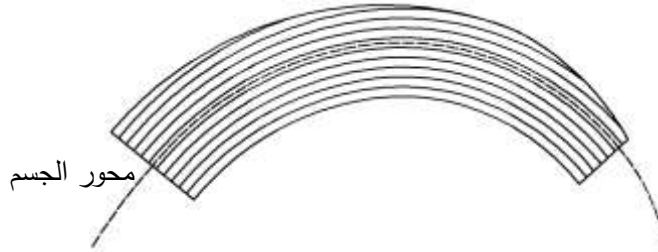
حيث أن الرموز (R، L، A₁، e₁، A₂، e₂) لها نفس التعريف السابق.



الشكل (2) طريقة متوسط القاعدتين

3- حساب الحجم في المنحنيات باستخدام طريقة العناصر المنتهية (Finite Elements Method)

تعتمد الطرق السابقة (متوسط المقاطع، والجسم شبه الموشوري) على أخذ مقاطع على مسافات معينة في اتجاه المحور. في طريقة العناصر المنتهية يتم حساب الحجم اعتماداً على مجموع حجوم عدد كبير من العناصر، ويحسب حجم كل عنصر بضرب المساحة للمقطع الطولي في اتجاه المحور بعرض العنصر [2]. والشكل رقم (3) يوضح كيفية أخذ العناصر موازية للمحور.



الشكل (3) مسقط يبين فيه تقسيم الجسم إلى عناصر محدودة

يتم حساب الحجم اعتماداً على مجموع حجوم عدد كبير من العناصر، ويحسب حجم كل عنصر بضرب المساحة للمقطع الطولي في اتجاه المحور بعرض العنصر [2].

يتم حساب الحجم الكلي بعد حساب حجوم العناصر المنتهية المشكلة والتي يتم حسابها من العلاقة:

$$V_i = A_i \cdot W \quad (5)$$

حيث: V_i : حجم العنصر المحدود. (A_i) المساحة الطولية للعنصر (باتجاه محور الجسم). (W) عرض العنصر (بالاتجاه المعامد لمحور الجسم). وهو قيمة يتم تحديدها بشكل افتراضي. ويكون مجموع الحجوم الموجبة يمثل حجم الحفر، ومجموع الحجوم السالبة يمثل حجم الردم. أما مساحة العنصر فيتم حسابها باستخدام عدة علاقات تبعاً لشكل الجسم المراد حساب حجمه، فبالنسبة للخط المستقيم أو قطعة من منحني دائري، يتم حساب المساحة الطولية للعنصر الخطي والعنصر ذي الانحناء الدائري وفق العلاقة:

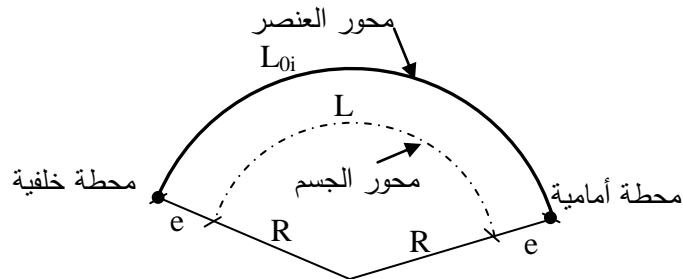
$$A_i = \frac{L_{0i}}{2} (H_{1i} + H_{2i}) \quad (6)$$

حيث: H_{1i}, H_{2i} : هي ارتفاعات العنصر عند البداية والنهاية، ويتم الحصول عليها من المقاطع العرضية بالتوسط الداخلي. وتعتبر موجبة في حالة الحفر وسالبة عند الردم (منسوب الأرض - منسوب الإنشاء). ويحسب الطول L_0 الموافق لطول المسار المسير لمركز ثقل العنصر بالنسبة لجسم محوره ذو انحناء دائري من العلاقة:

$$L_{0i} = L \left(1 + \frac{e_i}{R} \right) \quad (7)$$

e_i : المسافة القطرية بين محور العنصر ومحور الجسم. ويؤخذ بإشارة موجبة إذا كان العنصر باتجاه خارج المحور كما في الشكل التالي. كما يؤخذ بإشارة سالبة إذا كان العنصر نحو الداخل.

R : نصف قطر الانحناء. في حالة وجود عنصر فيه حفر و ردم، يتم تجزئته إلى عنصرين، تكون نقطة انعدام الحفر والردم هي المحددة لنهاية عنصر وبداية عنصر آخر، وذلك بالاتجاه المعامد لنصف قطر الانحناء (الشكل رقم 4).



الشكل (4) مسقط لعنصر منحنى

بعد حساب حجوم العناصر المنتهية كلها يتم تجميع القيم الموجبة للحجوم الجزئية لهذه العناصر لتكون معبرة عن كمية الحفر والقيم السالبة لتكون معبرة عن كمية الردم.

4- إعداد البرنامج الحاسوبي لحساب الحجوم في المنحنيات الدائرية باستخدام العناصر المنتهية

نبين فيما يلي البرنامج المعد لحساب الحجم وفق طريقة العناصر المنتهية مكتوباً في بيئة الـ [3] MATLAB. ولتنفيذ البرنامج يجب إدخال المعطيات وفق صيغة ملف نصي اسمه input.txt وفق التالي:

0.3 100 200	عرض العنصر، المسافة بين مقطعي البداية والنهاية ثم نصف قطر الانحناء
30 2	إدخال عرض المقطع الأول ثم ارتفاعه
15 1	إدخال عرض المقطع الثاني ثم ارتفاعه

وسيتم إخراج البيانات في ملف اسمه out.txt يتضمن القيمة النهائية للحجم الكلي وحجم المقطع اليساري واليمني. وسيتم عرض البرنامج مكتوباً في بيئة الـ MATLAB.

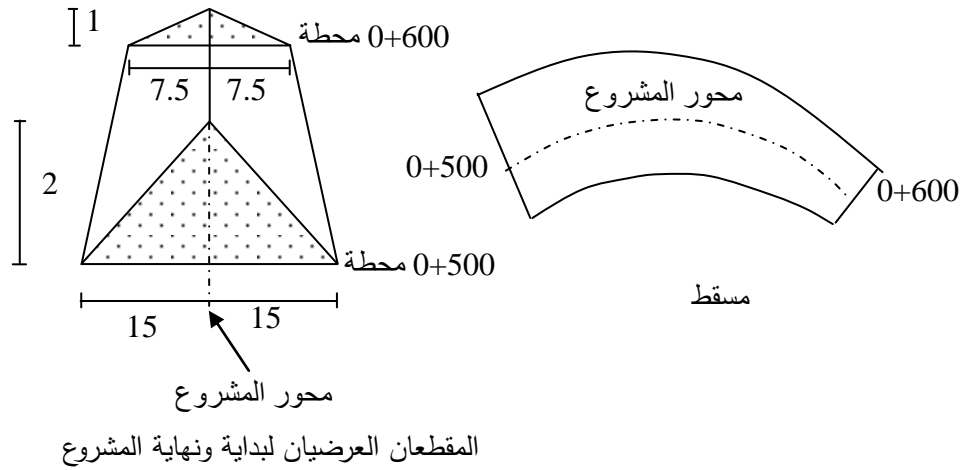
برنامج حساب الحجم في المنحنيات في بيئة الـ MATLAB:

```
f1open = fopen('input.txt','r');
Data1=fscanf(f1open,'%g %g \n',[3]); D1=Data1'; w=D1(1);L=D1(2);R=D1(3);
Data2=fscanf(f1open,'%g %g \n',[2]);D2=Data2';b1=D2(1);h1=D2(2);
Data3=fscanf(f1open,'%g %g \n',[2]);D3=Data3';b2=D3(1);h2=D3(2);
fclose(f1open)
nL=(0.5*b1)/w;e1=0.5*w;SL=0; SR=0;
for k=1:nL;e(k)=(k-1)*w+e1;LeL(k)=L*(1+(e(k)/R));
if e(k)>(b2/2)
Y(k)=((e(k)-(b2/2))*2*LeL(k))/(b1-b2);LeL(k)=LeL(k)-Y(k);
H1L(k)=h1*(0.5*b1-e(k))/(0.5*b1);H2L(k)=0;else
H1L(k)=h1*(0.5*b1-e(k))/(0.5*b1);H2L(k)=h2*(0.5*b2-e(k))/(0.5*b2);end
AL(k)=(LeL(k)/2)*(H1L(k)+H2L(k));VL(k)=AL(k)*w;SL=SL+VL(k); end
if (b1/2)>e(nL)
wwL=(b1/2)-e(nL);eeL=(b1/2)-0.5*wwL;LeLeL1=L*(1+eeL/R);
YYL=((eeL-(b2/2))*2*LeLeL1)/(b1-b2);LeLeL=LeLeL1-YYL;
H1H1L=h1*(0.5*b1-eeL)/(0.5*b1);H2H2L=0;
AALLL=(LeLeL/2)*(H1H1L+H2H2L);VVLL=AALLL*wwL;end
VallL=SL+VVLL; nR=nL;
for k=1:nR;eR(k)=(k-1)*w+e1;LeR(k)=L*(1-(eR(k)/R));
if eR(k)>(b2/2)
YR(k)=((eR(k)-(b2/2))*2*LeR(k))/(b1-b2);LeR(k)=LeR(k)-YR(k);
H1R(k)=h1*(0.5*b1-eR(k))/(0.5*b1);H2R(k)=0;else
H1R(k)=h1*(0.5*b1-eR(k))/(0.5*b1);H2R(k)=h2*(0.5*b2-eR(k))/(0.5*b2); end
AR(k)=(LeR(k)/2)*(H1R(k)+H2R(k));VR(k)=AR(k)*w;SR=SR+VR(k); end
if (b1/2)>(eR(nR))
wwR=(b1/2)-eR(nR);eeR=((b1/2)-0.5*wwR);LeLeR1=L*(1-eeR/R);
YYR=((eeR-(b2/2))*2*LeLeR1)/(b1-b2);LeLeR=LeLeR1-YYR;
H1H1R=h1*(0.5*b1-eeR)/(0.5*b1);H2H2R=0;
AALLR=(LeLeR/2)*(H1H1R+H2H2R);VVLR=AALLR*wwR;end
VallR=SR+VVLR;V=VallR+VallL;
f2open = fopen('out.txt','W');
fprintf(f2open,'|=====|=====|=====|\n');
fprintf(f2open,' V(m^3) VR(m^3) VL(m^3) \n');
fprintf(f2open,'%13.6f %14.6f %16.6f \n',V,VallR,VallL);
fclose(f2open)
```

النتائج والمناقشة:

يبين الشكل التالي مقطعين عرضيين عند المحطتين (0+500) و (0+600) لطريق، وهما مقطعا ردم. يفرض أن المسقط عبارة عن طريق نصف قطر انحناء محوره (R=200 m). المطلوب مقارنة حساب الحجم باستخدام طريقة متوسط القاعدتين، وطريقة الجسم شبه الموشوري، ثم طريقة العناصر المنتهية. الأبعاد على الشكل بالأمتار.

لحساب الحجم نميز بين الجزء الأيسر من المقطع والجزء الأيمن من المقطع. في الجزء الأيسر يكون بعد مركز الشكل عن محور المشروع موجباً (أبعد عن مركز الانحناء) و في الجزء الأيمن من المقطع العرضي يكون بعد مركز الشكل عن محور المشروع سالباً (أقرب إلى مركز الانحناء). الجزء الأيسر عبارة عن مثلث في المحطة (0+500) وبالتالي يكون بعد مركز ثقله عن المحور وهو مساو إلى ($e_1=5\text{ m}$). بالمثل من أجل e_2 حيث يكون $e_2=2.5\text{ m}$ عند المحطة (0+600) وبالنسبة للمقطع الوسطي (A_m) يكون ($e_m=3.75\text{ m}$).



$$h_m = \frac{2+1}{2} = 1.5\text{m}, \quad b_m = \frac{30+15}{2} = 22.5\text{m} \quad : (A_m) \text{ حساب أبعاد المقطع الوسطي}$$

$$A_m = \frac{1}{2} \times 22.5 \times 1.5 = 16.875\text{m}^2 \quad : \text{حساب مساحة المقطع الوسطي}$$

$$A_{1L} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 2 \right) = 15\text{m}^2, \quad A_{2L} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \times 15 \times 1 \right) = 3.75\text{m}^2$$

$$A_{mL} = \frac{1}{2} A_m = \frac{1}{2} \times 16.875 = 8.4375\text{m}^2$$

$$e_{1L} = 5\text{m}, \quad e_{2L} = 2.5\text{m}, \quad e_{mL} = 3.75\text{m} \quad : \text{ولامركزية المقاطع السابقة هي}$$

تم حساب الحجم للجزئين الأيسر والأيمن والحجم الكلي وفق طريقتي متوسط القاعدتين، وطريقة الجسم شبه الموشوري وأدرجت النتائج في الجدول رقم (1).

الجدول رقم 1- يبين حساب الحجم وفق طريقتي متوسط القاعدتين وطريقة الجسم شبه الموشوري

الطريقة	حجم الجزء الأيسر (m ³)	حجم الجزء الأيمن (m ³)	الحجم الكلي (m ³)
متوسط القاعدتين	958.594	916.406	1875
الجسم شبه الموشوري	892.578	857.422	1750

من أجل حساب الحجم بطريقة العناصر المنتهية، تم الاستعانة بالبرنامج المذكور سابقاً. لتوضيح عمل البرنامج المذكور سابقاً، سيتم عرض كيفية حساب القيم بشكل تفصيلي لثلاثة عناصر في المقطع اليساري. يتم اختيار عنصر، عرضه مثلاً $W=0.1$ m فرضاً ، وبالتالي يكون العنصر المجاور لمحور المشروع البيانات التالية: $e=0.05$ m ويتم حساب L_0 له من العلاقة:

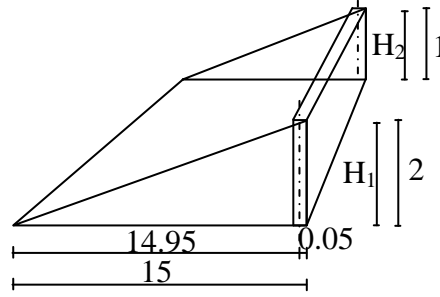
$$L_{01} = L \left(1 + \frac{e_1}{R}\right) = 100 \left(1 + \frac{0.05}{200}\right) = 100.025 \text{ m}$$

ويتم حساب H_1 و H_2 للعنصر (1) بالتناسب:

$$H_2 = 1 \cdot \frac{7.45}{7.5} = 0.9933 \text{ m} \quad H_1 = 2 \cdot \frac{14.95}{15} = 1.9933 \text{ m}$$

وتكون مساحة العنصر (1):

$$A_L = \frac{L_0}{2} (H_1 + H_2) = \frac{100.025}{2} (1.9933 + 0.9933) = 149.367 \text{ m}^2$$



$$V_L = A_L \cdot W = 149.367 \times 0.1 = 14.9367 \text{ m}^3 \quad \text{وحجم العنصر (1) :}$$

$$e = 0.15 \text{ m}$$

وتكون بيانات العنصر التالي هي:

$$L_0 = 100 \cdot \left[1 + \frac{0.15}{200}\right] = 100.075 \text{ m}$$

$$H_2 = 1 \cdot \frac{7.35}{7.5} = 0.98 \text{ m} \quad H_1 = 2 \cdot \frac{14.85}{15} = 1.980 \text{ m}$$

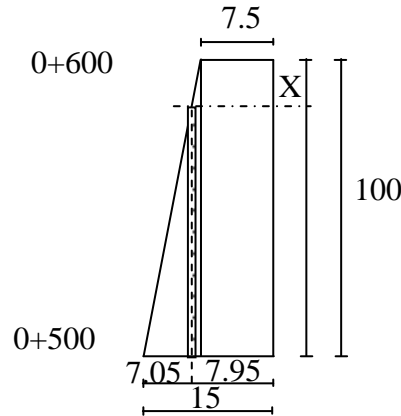
$$A_L = \frac{100.075}{2} (1.980 + 0.98) = 148.111 \text{ m}^2$$

$$V_L = 148.111 \times 0.1 = 14.8111 \text{ m}^3$$

وهكذا لبقية العناصر، وعندما يزيد طول e_0 عن القاعدة الصغرى فإن الطول L_0 ينقص بمقدار يتم حسابه بالتوسط. بفرض $e_0=7.95$ m بالتالي

$$L_0 = L \left(1 + \frac{e}{R}\right) - X = 100 \left(1 + \frac{7.95}{200}\right) - X = 103.975 - X$$

يتم حساب X كما في الشكل التالي:



$$\frac{100 - X}{100} = \frac{7.05}{7.5} \Rightarrow X = 6 \text{ m}$$

وبالتالي تصبح قيمة L_0 مساوية إلى: $L_0 = 103.975 - X = 103.975 - 6 = 97.975 \text{ m}$

$$H_2 = 0 \text{ m} \quad H_1 = 2 \cdot \frac{7.05}{15} = 0.94 \text{ m}$$

$$A_L = \frac{97.975}{2} (0.94 + 0) = 46.04825 \text{ m}^2$$

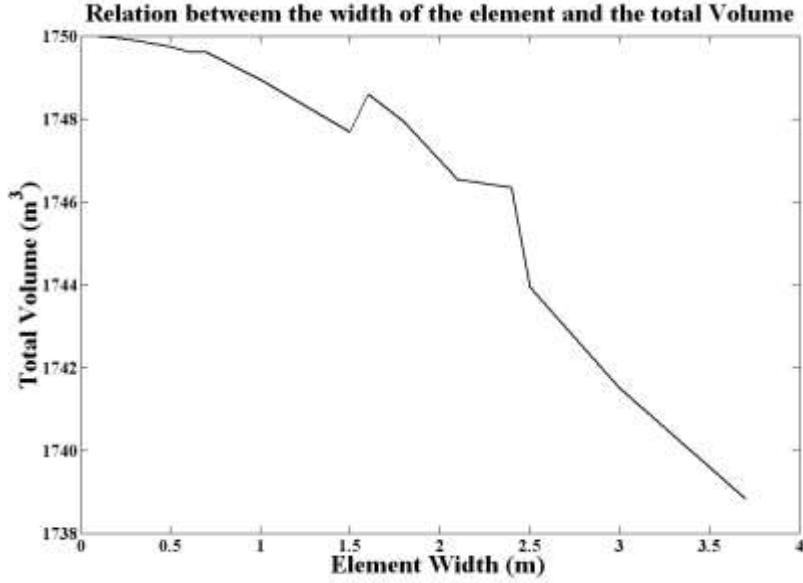
$$V_L = 46.04825 \times 0.1 = 4.604825 \text{ m}^3$$

لقد أعطيت عدة قيم لعرض العنصر من 1 سم وحتى 3.7 متر وتم حساب الحجم للجزئين الأيسر والأيمن والحجم الكلي ووضعت النتائج في الجدول رقم (2).

الجدول رقم 2- يبين حساب الحجم وفق طريقة العناصر المنتهية

عرض العنصر (m)	حجم المقطع اليساري (m^3)	حجم المقطع اليميني (m^3)	حجم المقطع الكلي (m^3)
0.01	892.578	857.422	1750.000
0.05	892.577	857.420	1749.997
0.10	892.573	857.416	1749.989
0.20	892.557	857.399	1749.956
0.50	892.451	857.278	1749.729
0.60	892.396	857.216	1749.612
1.00	892.084	856.861	1748.944
1.50	891.499	856.188	1747.688
1.60	892.003	856.588	1748.590
1.80	891.702	856.230	1747.932
2.10	891.031	855.499	1746.530
2.40	891.027	855.309	1746.336
2.50	889.766	854.157	1743.924
3.00	888.668	852.832	1741.500
3.70	887.559	851.258	1738.817

نلاحظ من الجدول السابق، أن قيمة الحجم المحسوب لم تتغير كثيراً بتغير عرض العنصر، ولإظهار النتائج السابقة بشكل رسومي تم رسم العلاقة بين عرض العنصر والقيمة النهائية للحجم، كما هو مبين في الشكل رقم (3).



الشكل (3) علاقة عرض العنصر مع قيمة الحجم الكلي

الاستنتاجات والتوصيات:

- بالاستناد إلى الدراسة النظرية والتطبيقية للبحث يمكن كتابة الاستنتاجات الآتية:
- 1- يمكن حساب الحجم في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية بدقة كبيرة من خلال مقارنته مع الطرق الشائعة والمستخدمة في حساب الحجم (متوسط المقاطع، الجسم شبه الموشوري).
 - 2- لقد تبين أن الحجم لم يتغير عندما كان عرض العنصر في المجال $0.1 \text{ m} \sim 0.3 \text{ m}$ وتغير الحجم قليلاً عندما أصبح العرض 1 متر. وكانت نسبة تغير الحجم حوالي (0.05%) عندما تغير عرض العنصر من 0.1 m إلى 1 m .
 - 3- يتيح البرنامج الحاسوبي المعد في بيئة الـ MATLAB حساب حجم الأعمال الترابية (حفر، ردم) في المنحنيات الدائرية باستخدام طريقة العناصر المنتهية بعد إدخال البيانات اللازمة.
 - 4- إن طريقة الجسم شبه الموشوري قد أعطت نتائج مشابهة لتلك التي أعطتها طريقة العناصر المنتهية بينما كانت قيمة الحجم وفق طريقة متوسط القاعدتين بعيدة عن نتائج العناصر المنتهية. ونبين فيما يلي أهم التوصيات المتعلقة بحساب الحجم في المنحنيات:
 - (a) تعتمد دقة طريقة العناصر المنتهية في حساب الحجم على عرض العنصر المختار، والذي يجب أن لا يكون صغيراً جداً، بما لا يتناسب مع بيانات السطح وأن لا يكون كبيراً جداً بحيث تكون نتيجة حسابات الحجم غير دقيقة.
 - (b) يجب إنشاء نموذج الارتفاعات الرقمي لسطح الأرض الطبيعية بدقة، عند استخدامه في حساب الحجم وإنتاج المقاطع العرضية.
 - (c) يمكن استخدام برنامج AutoCAD Land Development Desktop الشهير في حساب الحجم بين سطحين عند استخدام المقاطع العرضية على نفس الاستقامة فقط ولا يمكن استخدامه في المنحنيات.

المراجع:

- 1- ANDERSON, J. M. ; MIKHAIL, E. M. "*Surveying theory and practice*". McGraw-Hill, New York. USA. 1998, 1167.
- 2- DAVIS, T. G. "*Finite Element Volumes*". ASCE Journal of Surveying Engineering, Vol. 120, No. 3. 1994, 94-114.
- 3- LYSHEVSKI, S. E. "*Engineering and Scientific Computations Using MATLAB*". John Wiley & Sons, Inc., Hoboken New Jersey. USA. 2003, 227.
- 4- MINICK R. ; BRINKER R. C. "*The Surveying Hand Book*". Chapman & Hall, New York, USA. 1995, 967.