مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (32) العدد (6) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Engineering Sciences Series Vol. (32) No. (6) 2010

تبسيط صياغة التحليل الإنشائي للجيزان بطريقة الانتقالات

الدكتور أكرم صقور*

(تاريخ الإيداع 16 / 11 / 2009. قُبِل للنشر في 20/ 9 / 2010)

□ ملخّص □

يتضمن البحث صياغة التحليل الإنشائي للجيزان المستمرة بطريقة الانتقالات في علاقات مبسطة يمكن تعميم استخدامها على جميع أنماط الجيزان، التي تتعرض عقدها إلى الدوران بتأثير الحمولات الخارجية. إذ تسمح هذه العلاقات بإجراء التحليل اللازم وحساب الدورانات والعزوم النهائية في عقد الجائز دون الحاجة إلى:

1- تكرار رسم مخططات العزوم لفتحات الجائز الناتجة عن تدوير الوثاقات الوهمية المقيدة لدرجات الحرية في هذه العقد والمتمثلة بالدوران.

2- تكرار إجراء التوازن المنفرد على كل عقدة للحصول على المعادلات اللازمة لإيجاد قيم المجاهيل في هذه العقد.

الكلمات المفتاحية: طريقة الانتقالات – معادلة الدورانات – الجيزان المستمرة

* أستاذ مساعد – قسم الهندسة الإنشائية – كلية الهندسة المدنية– جامعة تشرين–اللاذقية –سورية.

مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (32) العدد (6) 2010
Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies - Engineering Sciences Series Vol. (32) No. (6) 2010

Simplifying the Formulation of the structural Analysis for Beams by the Use of Displacements Method

Dr. Akram Sakkour*

(Received 16 / 11 / 2009. Accepted 20 / 9 / 2010)

□ ABSTRACT □

The present Paper shows a formulation of the structural analysis of Continuous Beams, by using of simplified equations of Displacements Method, that can be used for all types of beams with rotated nodes resulted from external loads.

The advantage of these equations is analyzing the beam and computing its nodes rotations and final moments, without need of the following:

1. Repeating the drawing of moment diagrams resulted from the supposed fastened supports that restrict the nodes freedom degree (rotation).
2. Repeating of the single balance of each node to get the necessary equations for computing these nodes unknowns.

Key words: Displacements Method - Rotations - Continuous Beams

* **Associate Prof., Structural Engineering Department, Civil Engineering Faculty , Tishreen University, lattakia, Syria.**

مقدمة:

يعتمد تحليل المنشآت على أسس ومفاهيم أهم ثلاث طرائق معروفة في التحليل الإنشائي وهي طريقة الطاقة وطريقتا القوى والانتقالات. حيث وضع الباحثون خلال القرنين الماضيين أسس الحساب بهذه الطرق المذكورة بالتكامل بين مفاهيمها المختلفة اعتماداً على ما تحقق من نتائج في مجال الخط المرن للعناصر الجائزية المقررة وغير المقررة استاتيكياً. تتالت بعدئذ وتركزت الجهود حتى يومنا هذا على محاولة تسهيل استخدام التحليل بهذه الطرائق، إذ كان على سبيل المثال لاستخدام مفهوم مبدأ نظرية الطاقة التبادلية لـ بيتي – مكسويل وصياغة التكاملات لمخططات العزوم للجملة المقررة ومخططات عزوم المجاهيل الفائضة في طريقة القوى لحساب الانتقالات في نهايات العناصر المحررة من القيود الأثر البالغ في تقليل حجم العمل اللازم لإنجاز التحليل المطلوب وجعله أيسرَ في متناول يد المهندس الإنشائي [1].

كذلك سعى بعض الباحثين لاحقاً إلى استثمار الحساب بهذه الطرائق في صياغة علاقات رياضية مبسطة للحالات الأكثر شيوعاً بين الجمل الإنشائية المتداولة، فكان للعالم كلاوبيرون أن بسط صياغة طريقة القوى من خلال ما يسمى بمعادلة العزوم الثلاثة الشائعة الاستخدام حتى يومنا هذا لحل الجيزان المستمرة مسهلاً في ذلك إمكانية تجاوز رسم مخططات العزوم الواحدية لعزوم المساند كمجاهيل فائضة للمسألة المطروحة وإجراء التكاملات لهذه المخططات مع مخططات العزوم للفتحات المقررة للجائز واستبدالها بحساب قيم الدورانات للفتحات المقررة على أطراف المساند والتي يمكن الحصول عليها بطرق متعددة أهمها طريقة الجائز البديل لأوتو مور (O. Mohr).

وإذا كانت طريقتا القوى والانتقالات مترادفتين بالحالة العامة في حل الجمل الإنشائية باختيار الأنسب بينهما للجملة المتوفرة أو الأكثر إلماماً من قبل المهندس الإنشائي، فإنه لم يتوفر حتى الآن على علم الباحث بطريقة الانتقالات صياغة مباشرة رديفة لمعادلة العزوم الثلاثة المصاغة بطريقة القوى لحل الجيزان المستمرة لترك الخيار مفتوحاً أمام المهندس باعتماد هذه الطريقة أو تلك. من هنا تركز جهد الباحث على محاولة إيجاد هذه الصياغة المطلوبة لحل الجيزان المستمرة، حيث توصل الباحث من خلال ذلك إلى صياغة ما يسمى عنوان بحثنا به،ألا وهو تبسيط حساب الجيزان المستمرة بطريقة الدورانات من خلال الصياغة المبسطة للعلاقة التي تربط الدورانات الثلاثة بالحمولات المؤثرة على فتحات الجائز، التي سنعرضها في الفقرات التالية.

أهمية البحث وأهدافه:

تتجلى أهمية هذا البحث في أنه يجسد صياغة مبسطة وعامة لحساب الجيزان المستمرة التي تعاني عقد استنادها من دورانات وتعميم تطبيق هذه الصيغة على جميع الحالات لهذه الجيزان. إننا نهدف من خلال ذلك إلى توسيع إمكانيات التحليل الإنشائي المبسط، التي يمكن تداولها من قبل المهندس الإنشائي.

طرائق البحث ومواده:

اعتمد في هذا البحث على المفهوم الأساسي لطريقة الانتقالات والمبدأ العام المتعلق بتوازن أجزاء المنشأة بتأثير الحمولات الخارجية والداخلية وذلك لاستنتاج الصيغة المبسطة التي تربط الدورانات الثلاثة في الجيزان المستمرة موضوع بحثنا المذكور أعلاه. بذلك أمكن استخدام هذه الصيغة المستنتجة في حساب بعض نماذج الجيزان للتوثيق والمقارنة مع أساليب وطرائق أخرى للحل.

استنتاج الصياغة المبسطة لمعادلة الدورانات الثلاثة لحساب الجيزان المستمرة

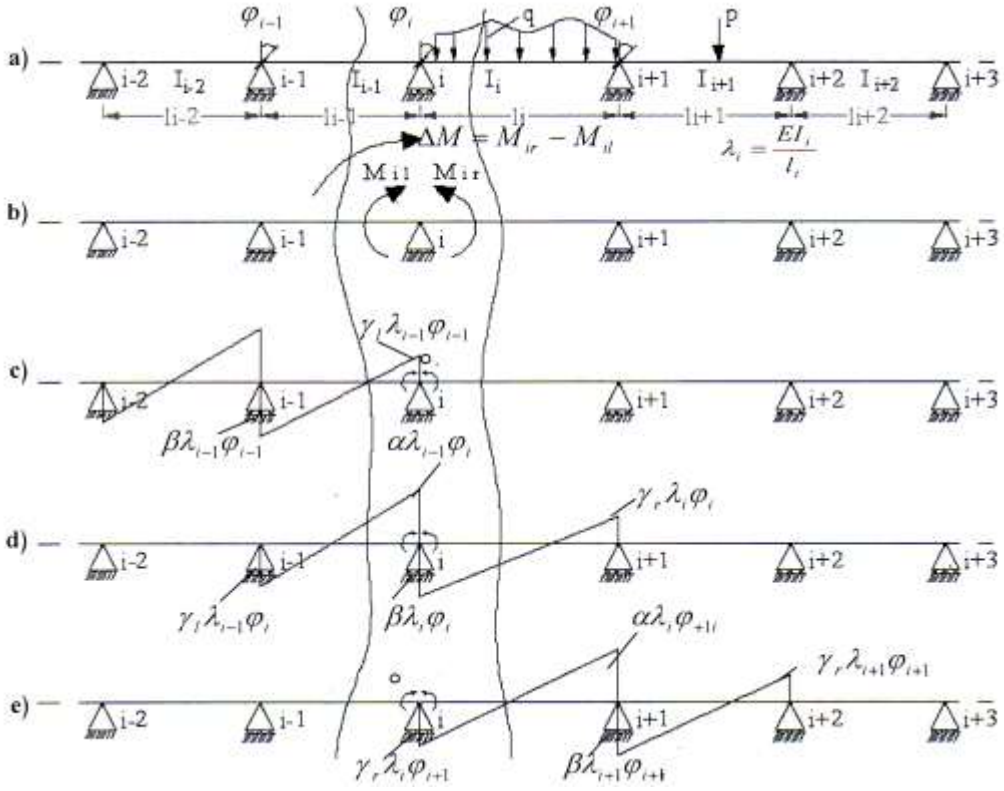
تتمثل المجاهيل الأساسية في طريقة الانتقالات كما هو معلوم بمجموعة الدورانات والانزياحات التي يمكن حصولها في عقد الجملة الإنشائية المطروحة للحل. إذ يتطلب التحليل الإنشائي في هذه الحالة تثبيت افتراضي لهذه العقد باتجاه درجات الحرية المتوفرة فيها، حيث تقابل الدورانات بوثاقات والانزياحات بمساند مفصلية.

يتم حساب هذه المجاهيل الأساسية وفقاً لمبدأ العمل الافتراضي. حيث ينجم عن تحرك افتراضي لعناصر التثبيت للعقد باتجاه درجات الحرية هذه تشكل قوى داخلية في عناصر العقدة تتوازن محصلاتها على هذه العقدة مع تلك التي تسببها الحمولات الخارجية المؤثرة على عناصر العقدة ذاتها نتيجة التثبيت الافتراضي لها.

تنتج عن قيم المجاهيل الأساسية المحسوبة المجاهيل الأخرى الملحقة بها المتمثلة بقيم القوى الداخلية في عناصر الجملة الإنشائية المختلفة.

إذا طبقنا هذه الأسس المعتمدة في طريقة الانتقالات على الجائز المستمر المبين في الشكل (1a) المكون من n فتحة بأبعاد وعطالات مختلفة ومحمل بحمولات خارجية وذلك باتباع المراحل التالية:

1. ترقيم مساند الجائز بالتتالي
2. ترقيم فتحات الجائز وأطوالها وحساب صلابات الانعطاف لهذه الفتحات بالعلاقة $\lambda i = \frac{EI_i}{l_i}$
3. تقييد درجات الحرية لعقد الجائز بالوثاقات اللازمة لمنع دورانات هذه العقد
4. تدوير افتراضي موجب باتجاه عقارب الساعة لوثاقات التثبيت
5. حساب قيم عزوم الوثاقات يمين ويسار العقدة الناتجة عن الحمولات الخارجية (شكل 1b) ودوران العقد بدلالة أمثال الصلابة للفتحة [2] (الشكل 1b , 1c , 1d , 1e).



شكل (1) الجائز المستمر مع عزوم الحمولات الخارجية ودورانات العقد الثلاثة

حيث إن: M_{il} عزم الوثاقة للعقدة i تحت تأثير الحمولات الخارجية على الفتحة i-1

M_{ir} عزم الوثاقة للعقدة i تحت تأثير الحمولات الخارجية على الفتحة i

يلاحظ من هذه المخططات، أن تأثير دوران العقد على أية عقدة من الجائز ولتكن i ينحصر فقط بدوران العقدة نفسها والعقدتين المجاورتين لها يميناً ويساراً وهما العقدتان i+1, i-1.

بإجراء قطع للعقدة i من الجائز وتطبيق معادلة التوازن عليها حيث إن:

$$\circlearrowleft \quad + \quad \sum M_i = 0$$

نجد أن:

$$\gamma_l \lambda_{i-1} \varphi_{i-1} + \alpha \lambda_{i-1} \varphi_i + \beta \lambda_i \varphi_i + \gamma_r \lambda_i \varphi_{i+1} + \Delta M = 0 \qquad (1)$$

بنقل محصلة عزوم الحمولات الخارجية ΔM للعقدة i إلى الطرف الثاني والتعويض والإصلاح ينتج أن:

$$\gamma_l \lambda_{i-1} \varphi_{i-1} + (\alpha \lambda_{i-1} + \beta \lambda_i) \varphi_i + \gamma_r \lambda_i \varphi_{i+1} = M_{il} - M_{ir} \qquad (2)$$

حيث تأخذ أمثال الصلابة القيم التالية:

$\gamma_l = \gamma_r = 0$ لأجل الفتحة الأولى والأخيرة من الجائز المنتهية بمسند مفصلي.

$\gamma_l = \gamma_r = 2$ لأجل باقي فتحات الجائز بما فيها الطرفية المنتهية بوثاقة.

$\alpha = \beta = 3$ لأجل الفتحة الأولى والأخيرة من الجائز المنتهية بمسند مفصلي.

$\alpha = \beta = 4$ لأجل باقي فتحات الجائز بما فيها الطرفية المنتهية بوثاقة، حيث الدوران في هذه الوثاقة يساوي الصفر.

عندما تكون صلابة فتحات الجائز ثابتة وأطوال فتحاته متساوية تأخذ العلاقة الشكل التالي:

$$\gamma_l \varphi_{i-1} + (\alpha + \beta) \varphi_i + \gamma_r \varphi_{i+1} = (M_{il} - M_{ir}) \frac{l}{EI} \qquad (3)$$

أما قيم العزوم النهائية في العقدة فتحسب من إحدى العلاقتين التاليتين:

$$M_i = M_{ir} + \lambda_i (\beta \varphi_i + \gamma_r \varphi_{i+1}) \qquad (4a)$$

$$M_i = M_{il} - \lambda_{i-1} (\gamma_l \varphi_{i-1} + \beta \varphi_i) \qquad (4b)$$

إذ يعتبر تطبيق العلاقتين لحساب العزم في العقدة i بمنزلة تدقيق لصحة النتائج.

هكذا تكون معادلة العزم والقص للفتحة i من الجائز هي من الشكل:

$$M_{xi} = M_i (1 - \frac{x}{l_i}) + M_{i+1} \frac{x}{l_i} + m_{0x_i} \qquad (5)$$

$$Q_{xi} = \frac{dM_{xi}}{dx} = \frac{M_{i+1} - M_i}{l_i} + Q_{0xi} \qquad (6)$$

m_{x0} , Q_{x0} : معادلة العزم والقص للفتحة i المقررة من الجائز.

عند إجراء التثبيت الوهمي لجميع العقد بما فيها الطرفية المتمفصلة يمكن إصلاح صياغة العلاقة (2) لتأخذ الشكل:

$$\lambda_{i-1} \varphi_{i-1} + 2(\lambda_{i-1} + \lambda_i) \varphi_i + \lambda_i \varphi_{i+1} = 0.5(M_{il} - M_{ir}) \qquad (7)$$

وهي مماثلة تماماً من حيث الصيغة لمعادلة العزوم الثلاثة، إلا أن استخدامها عوضاً عن المعادلة (2) يؤدي إلى زيادة المعادلات للجائز بمعادلتين إضافيتين في حالة الاستناد الطرفي المفصلي يميناً ويساراً، بينما يؤدي وجود وثاقة طرفية في الجائز إلى تخفيض الفرق إلى معادلة واحدة، في حين يتساوى في هذه الحالة عدد معادلات العزوم الثلاثة مع عدد معادلات الدوران.

أما في حال وجود وثاقتين طرفيتين فإن ذلك يؤدي إلى نقصان معادلات الدوران عن معادلات العزوم الثلاثة بمعادلتين.

في حال اعتماد المعادلة (7) في الحساب تحسب قيمة العزوم النهائية في المساند بالعلاقتين التاليتين:

$$M_i = M_{ir} + 2\lambda_i(2\varphi_i + \varphi_{i+1}) \qquad (8a)$$

$$M_i = M_{il} - 2\lambda_{i-1}(2\varphi_i + \varphi_{i-1}) \qquad (8b)$$

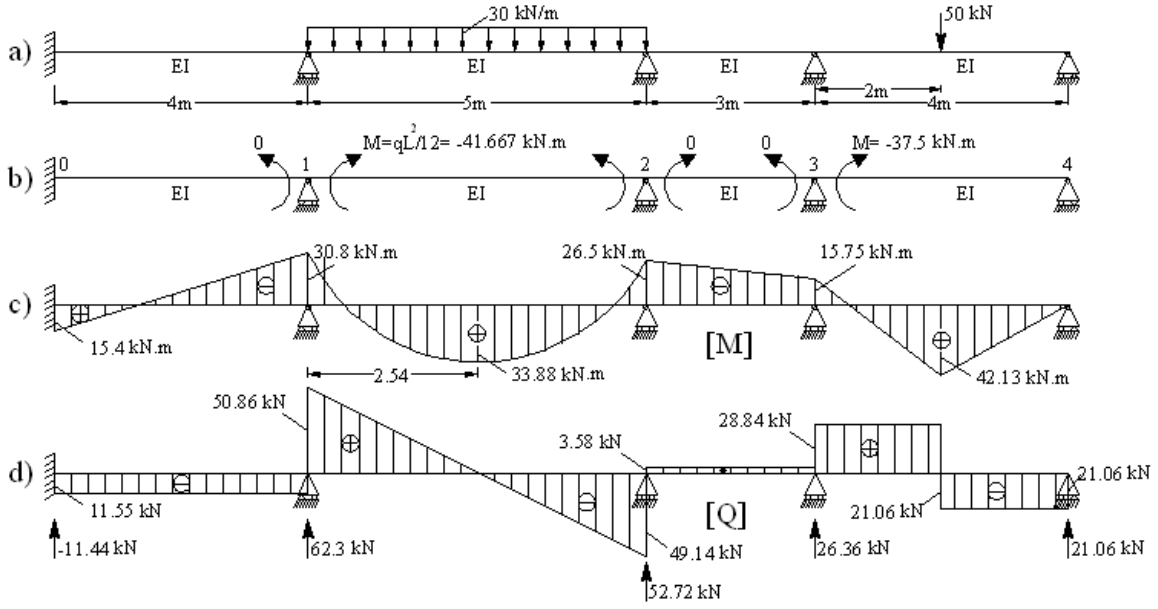
النتائج والمناقشة:

طبق استخدام هذه المعادلة المشتقة على نماذج كثيرة وقورنت النتائج مع نتائج الطرق الأخرى ومنها معادلة العزوم الثلاثة، إذ تبين نتيجة ذلك التطابق الكلي بين هذه النتائج مما برهن على سلامة استخدام هذه الطريقة. لذلك سوف نبين من خلال بعض الأمثلة كيفية تطبيق هذه المعادلة على الجيزان المستمرة.

كي لا نطيل هنا في تبيان هذا التطابق في النتائج، سوف يقتصر تعريفنا باستخدام الطريقة على بعض النماذج للجيزان المستمرة، مع ترك التحقق من نتائجها للمطلع باستخدامه طرقاً أخرى معروفة.

<u>تطبيقات المعادلة على الجيزان</u>

مثال 1: جائز معطى بالشكل (2) ومحمل بالحمولات الخارجية المبينة.



شكل (2) الجائز المستمر ومخططات القوى الداخلية

مراحل الحل:

1. ترقيم مساند الجائز وفتحات الجائز وفق الشكل (2b)
2. حساب عزوم الحمولات الخارجية لوثاقات العقد لفتحات الجائز(شكل 2b)
3. حساب صلابات الانعطاف لفتحات الجائز $\lambda_i = \frac{EI}{l_i}$
4. تطبيق المعادلة (2) على فتحات الجائز

بذلك نجد أن:

$$2\frac{EI}{4}\varphi_0 + (4\frac{EI}{4} + 4\frac{EI}{5})\varphi_1 + 2\frac{EI}{5}\varphi_2 = 0 - (-41.667)$$
$$2\frac{EI}{5}\varphi_1 + (4\frac{EI}{5} + 4\frac{EI}{3})\varphi_2 + 2\frac{EI}{3}\varphi_3 = -41.667 - 0$$
$$2\frac{EI}{3}\varphi_2 + (4\frac{EI}{3} + 3\frac{EI}{4})\varphi_3 + 0\frac{EI}{4}\varphi_4 = 0 - (-37.5)$$

بإصلاح المعادلات ينتج أن:

$$0 + 1.8\varphi_1 + 0.4\varphi_2 = 41.667/EI$$
$$0.4\varphi_1 + 2.133\varphi_2 + 0.667\varphi_3 = -41.667/EI$$
$$0.667\varphi_2 + 2.0833\varphi_3 + 0 = 37.6/EI$$

حل هذه المعادلات يعطي:

$$\varphi_1 = 30.788/EI \;;\; \varphi_2 = -34.379/EI \;;\; \varphi_3 = 29.00/EI$$

حساب العزوم في العقد:

$$M_0 = 0 + \frac{EI}{4}(4\frac{0}{EI} + 2\frac{30.788}{EI}) = +15.4kN.m$$
$$M_1 = -41.667 + \frac{EI}{5}(4\frac{30.788}{EI} + 2\frac{-34.379}{EI}) = -30.79kN.m$$

$$M_2 = 0 + \frac{EI}{3}(4\frac{-34.379}{EI} + 2\frac{29.0}{EI}) = -26.5kN.m$$
$$M_3 = -37.5 + \frac{EI}{4}(3\frac{29.0}{EI} + \frac{0}{EI}) = -15.75kN.m$$

للتحقق من صحة قيم العزوم المحسوبة نطبق العلاقة 4b فنجد:

$$M_1 = 0 - \frac{EI}{4}(2\frac{0}{EI} + 4\frac{30.79}{EI}) = -30.79kN.m$$
$$M_2 = -41.667 + \frac{EI}{5}(2\frac{30.79}{EI} + 4\frac{-34.38}{EI}) = -26.48kN.m$$
$$M_3 = 0 - \frac{EI}{3}(2\frac{-34.38}{EI} + 4\frac{29.0}{EI}) = -15.75kN.m$$

إيجاد معادلات عزوم الفتحات:

$$M_{x0} = 15.4(1 - \frac{x}{4}) + (-30.79)\frac{x}{4} + 0 = -11.55x + 15.4$$

$$M_{x1} = -30.79(1-\frac{x}{5}) + (-26.5)\frac{x}{5} + \frac{20.5}{2}x - \frac{20x^2}{2}$$

$$M_{x1} = 50.86x - 10x^2 - 30.79$$

$$M_{x2} = -26.5(1-\frac{x}{3}) + (-15.75)\frac{x}{3} = 3.583x - 26.5 \qquad 0 \le x \le 2m$$

$$M_{x3} = -15.75(1-\frac{x}{4}) + 0 + 25x = 28.94x - 15.75 \qquad 0 \le x \le 4m$$

$$M_{x3} = -15.75(1-\frac{x}{4}) + 25x - 50(x-2)$$

$$M_{x3} = -21.06x + 84.25$$

$$Q_{x0} = -11.55\,KN$$

$$Q_{x1} = 50.86 - 20x$$

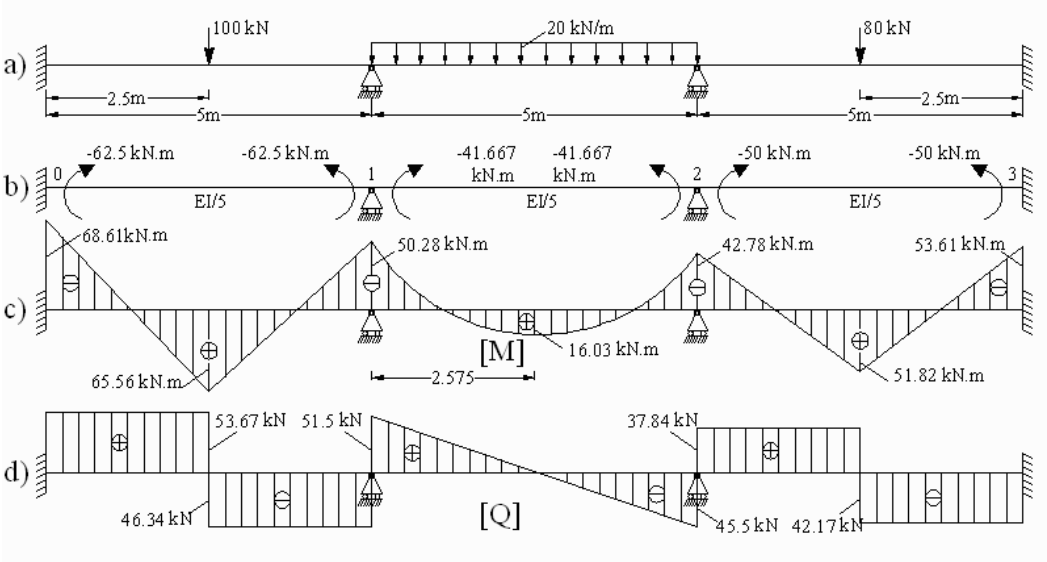
$$Q_{x2} = 3.58kN$$

$$Q_{x3} = 28.94kN \qquad 0 \le x \le 2m$$

$$Q_{x3} = -21.06kN \qquad 2 \le x \le 4m$$

مخطط عزم الانعطاف النهائي مبين في الشكل (2c) ومخطط القص في الشكل (2d).

مثال 2: جائز مستمر موثوق من الطرفين ومحمل بالحمولات الخارجية المبينة في الشكل(3)، حيث إن $EI = const$.



شكل (3) الجائز المستمر ومخططات القوى الداخلية

نطبق من أجل الحل المراحل المذكورة سابقاً، وبما أن فتحات الجائز متساوية في الطول والصلابة تستخدم المعادلة (3) مباشرة لنجد أن:

$$0+(4+4)\varphi_1+2\varphi_2=[-62.5-(-41.667)]\frac{5}{EI}$$

$$2\varphi_1+(4+4)\varphi_2+0=[-41.667-(-50)]\frac{5}{EI}$$

بالإصلاح ينتج أن:

$$8\varphi_1+2\varphi_2=-104.165/EI$$

$$2\varphi_1+8\varphi_2=41.665/EI$$

بحل المعادلات نجد أن:

$$\varphi_1=-15.28/EI \quad ; \quad \varphi_2=9.03/EI$$

حساب عزوم المساند من المعادلة 4a:

$$M_0=-62.5+\frac{EI}{5}(4\frac{0}{EI}+2\frac{-15.28}{EI})=-68.61kN.m$$

$$M_1=-41.667+\frac{EI}{5}(4\frac{-15.28}{EI}+2\frac{9.03}{EI})=-50.28kN.m$$

$$M_2=-50+\frac{EI}{5}(4\frac{9.03}{EI}+0)=-42.78kN.m$$

$$M_3=-50-\frac{EI}{5}(4\frac{0}{EI}+2\frac{9.03}{EI})=-53.61kN.m$$

معادلات عزوم الفتحات:

إن تطبيق المعادلة (5) على فتحات الجائز يعطي المعادلات التالية:

الفتحة 0: $0\le x\le 2.5m$

$$M_{x0}=53.666x-68.61$$

$$2.5\le x\le 5m$$

$$M_{x0}=-46.334x+181.39$$

الفتحة 1:

$$M_{x1}=51.5x-10x^2-50.28$$

الفتحة 2: $0\le x\le 2.5m$

$$M_{x2}=37.84x-42.78$$

$$2.5\le x\le 5m$$

$$M_{x2}=-42.17x+157.22$$

قوى القص:

الفتحة 0: $0\le x\le 2.5m$ $\quad Q_{x0}=53.666kN$

$2.5\le x\le 5m$ $\quad Q_{x0}=-46.334kN$

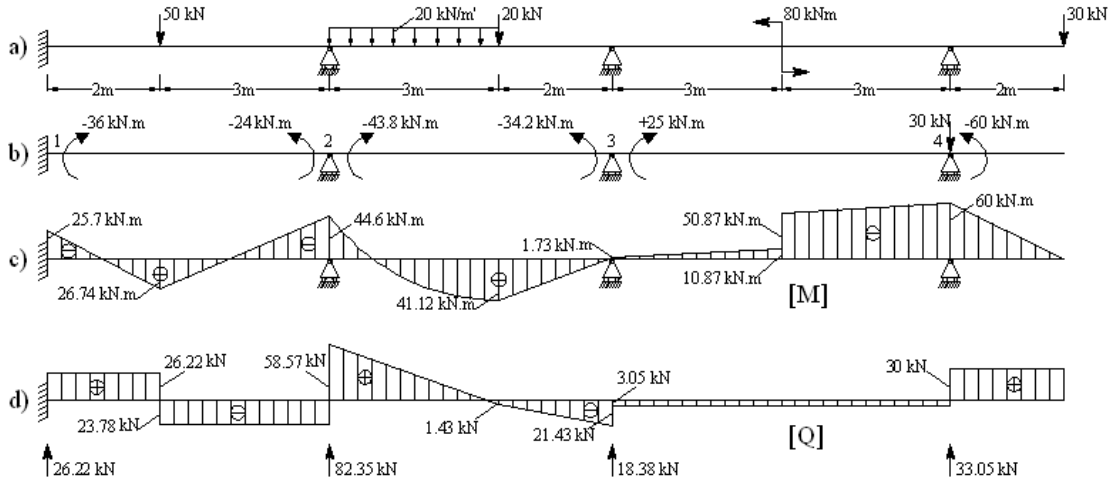
الفتحة 1: $Q_{x1} = 51.5 - 20x$

الفتحة 2: $0 \le x \le 2.5m$ $Q_{x2} = 37.84kN$

$2.5 \le x \le 5m$ $Q_{x2} = -42.17kN$

مخططات العزم والقص مبينة في الشكل 3c ، 3d.

مثال 3: جائز مستمر مبين في الشكل (4a) مع الحمولات الخارجية المؤثرة. صلابة الانعطاف للجائز $EI = const$ (يمكن مقارنة النتائج مع [3] صفحة 175).



شكل (4) الجائز المستمر ومخططات القوى الداخلية

نتبع من أجل الحل الخطوات المذكورة في البند 2، حيث رقمت المساند على الشكل (4a).

تطبيق المعادلة (2) على الجائز يعطي بعد حساب عزوم وثاقات العقد للحمولات الخارجية:

$$0 + (\frac{4}{5} + \frac{4}{5})\varphi_2 + \frac{2}{5}\varphi_3 = [-24 - (-43.8)]/EI$$

$$\frac{2}{5}\varphi_2 + (\frac{4}{5} + \frac{3}{6})\varphi_3 + 0 = [-34.2 - (25)]/EI$$

بالإصلاح والحل ينتج أن:

$$\varphi_2 = 25.74/EI \quad ; \quad \varphi_3 = -53.16/EI$$

حساب عزوم الاستناد حسب العلاقة (3a):

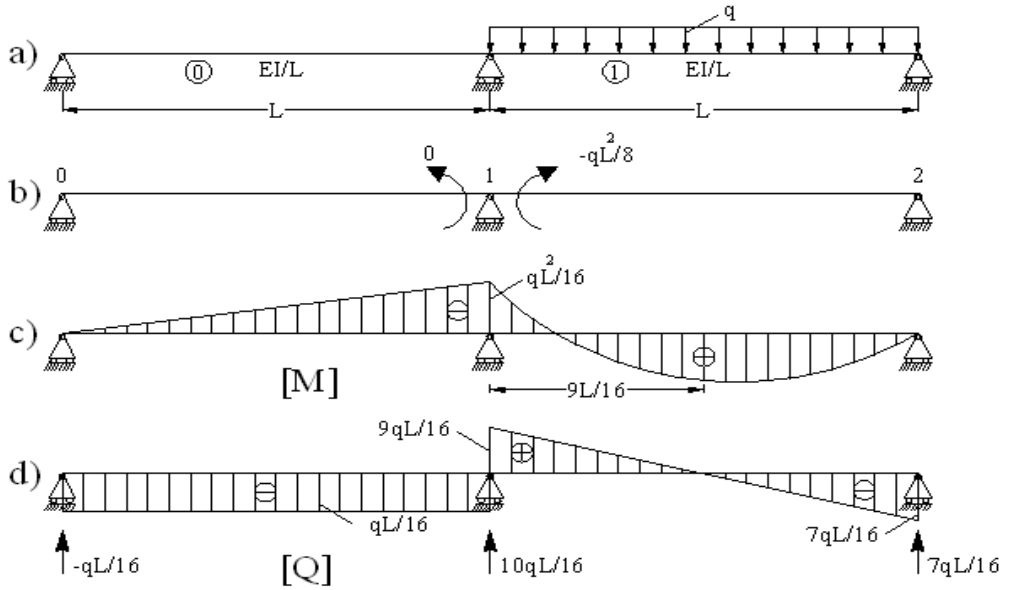
$$M_1 = -36 + \frac{2}{5}25.74 = -25.7kN.m$$

$$M_2 = -43.8 + \frac{1}{5}[4(25.74) + 2(-53.46)] = -44.6kN.m$$

$$M_3 = 25 + \frac{1}{6}[3(-53.46) + 0] = -1.73kN.m$$

بإيجاد معادلة العزم والقص لفتحات الجائز وفق العلاقات (5) و(6) نحصل على مخططاتهما المبينة في الشكل 4c ، 4d.

مثال 4: جائز مستمر مبين في الشكل (5a) مع الحمولات الخارجية المؤثرة. صلابة الانعطاف للجائز $EI = const$ (يمكن مقارنة النتائج مع [4] صفحة 158).



شكل (5) الجائز المستمر ومخططات القوى الداخلية

بما أن صلابة وأطوال الفتحات متساوية نطبق من أجل الحل المعادلة (3)، حيث نجد:

$$0 + (3+3)\varphi_1 + 0 = 0 - (-\frac{ql^2}{8})l / EI$$

بالتالي:

$$\varphi_1 = \frac{+ql^3}{48EI}$$

$$M_1 = -\frac{ql^2}{8} + \frac{1}{l}(3\frac{ql^3}{48} + 0) = -\frac{ql^2}{16}$$

يبين الشكل 5c ، 5d مخطط العزم والقص للجائز.

حل الجائز للمثال 4 بالمعادلة (7):

$$2\frac{EI}{l}\varphi_0 + \frac{EI}{l}\varphi_1 = 0$$

$$\frac{EI}{l}\varphi_0 + 4\frac{EI}{l}\varphi_1 + \frac{EI}{l}\varphi_2 = \frac{ql^2}{24}$$
$$\frac{EI}{l}\varphi_1 + 2\frac{EI}{l}\varphi_2 = -\frac{ql^2}{24}$$

بالحل نجد أن:

$$\varphi_0 = -\frac{ql^3}{96EI} \quad ; \quad \varphi_1 = \frac{2ql^3}{96EI} \quad ; \quad \varphi_2 = -\frac{3ql^3}{96EI}$$

الاستنتاجات والتوصيات:

1. يتبين من الأمثلة المحلولة يسر وسلامة استخدام العلاقات المستنتجة لمعادلة الدورانات الثلاثة للجيزان المستمرة دون الحاجة لرسم مخططات عزوم الفتحات لدوران العقد وتطبيق معادلات التوازن عليها.
2. يمكن باستخدام هذه العلاقة اختصار عدد معادلات المجاهيل في بعض الجيزان إلى أقل من المعادلات اللازمة لطريقة العزوم الثلاثة للجيزان.
3. تقدم هذه الصيغة المبسطة للدورانات في الجيزان المستمرة إمكانية أخرى رديفة لتلك الصياغة المبسطة لطريقة القوى ضمن ماسمي بمعادلة العزوم الثلاثة لحساب هذه الجيزان، إذ يمكن للمهندس الإنشائي الخيار بينهما بحسب ما يتوفر لديه من معطيات لتطبيق إحدى الطريقتين.
4. لا يحتاج حل الجيزان بهذه الطريقة إلى تعويض الوثاقات الطرفية بفتحات إضافية كما في حالة العزوم الثلاثة.
5. يمكن صياغتها مصفوفياً لحل جملة المعادلات عند اللزوم وتوفر المعرفة اللازمة من قبل المهندس.

المراجع:

1- HIRSCHFELD , K. – *Baustatik* , 3. Aufl. , Bd. I u. II , Berlin- Newyork- Tokyo: Springer Verlag 1984

2- GULDAN , R. – *Rahmentragwerke* , 6. Aufl. ,Wien : Springer Verlag 1999

3- دبانة، نبيل- ميكانيك الإنشاءات/3/ - جامعة تشرين 1993- 19943

4- صقور، أكرم – مقاومة المواد: الجزء الثاني- جامعة تشرين 1996-1997

5- ناصر، عصام- ميكانيك الإنشاءات/1/ - جامعة تشرين 1994- 1995