

دراسة التحليل المسبق لدقة المضلعات المساحية وبرمجته

الدكتورة ندى محفوض*

(تاريخ الإيداع 3 / 10 / 2010. قُبل للنشر في 3 / 2 / 2011)

□ ملخص □

تستخدم المضلعات كثيراً في الحياة المساحية العملية، و لذلك تمّ التركيز في هذا البحث على دراسة التحليل المسبق لدقة المضلعات وذلك باستخدام قانون انتشار الأخطاء من أجل حساب الخطأ المتوسط التريبيعي لكل من الزوايا والمسافات التي تحدّد مواصفات الأجهزة المساحية المستخدمة في القياس (التيودوليت للزوايا وقائس المسافات الإلكتروني للمسافات). و من ثم برمجة هذه الدراسة باستخدام لغة البرمجة Visual Pascal والحصول على برنامج ذو واجهة تخاطبيه يساعد في إنجاز التحليل المطلوب بسرعة كبيرة و دقة عالية ويتميز بسهولة الفهم والاستخدام.

الكلمات المفتاحية: التحليل المسبق للدقة، المضلعات، مواصفات، الأجهزة المساحية.

* مدرس - قسم الهندسة الطبوغرافية- كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية- سورية.

Studying and Programming the Pre-Analysis of Surveying Traverses Accuracy

Dr. Nada Mahfoud*

(Received 3 / 10 / 2010. Accepted 3 / 2 / 2011)

□ ABSTRACT □

The Traverses are often used in the practical surveying domain. Therefore, in this research there is concentration on the pre-analysis of Traverses accuracy, by applying error propagation law in calculating the square average error of the angles and distances that determine the specifications of the surveying instruments used in measurement (theodolite for the angles and the electronic meter for the distances). Then, the research moves to the programming of this study by using Visual Pascal language, to obtain an interactive interface that helps in achieving the required analysis with great speed and high accuracy, distinguished by easy understanding and usage.

Keywords: Pre-Analysis, Traverses, Specifications, Survey Instrument.

* Assistant prof., Department of Topographical Engineering, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

إن التقدم التكنولوجي الذي دخل علم المساحة، و الرغبة المتزايدة في الحصول على قياسات مساحية دقيقة، والكلفة العالية للعمل المساحي من حيث الجهد و المال و الوقت، تتطلب الحيلة و الحذر في تصميم الأعمال المساحية. إذ إنه من الممكن للمساح أن يختار العديد من أنواع أجهزة القياس (أجهزة قياس المسافة و أجهزة التيودوليت و أجهزة التسوية)، و الكثير من طرق القياس، إلا أنه اعتماداً على التحليل المسبق لدقة المشروع يمكنه تحديد الأجهزة الأكثر ملاءمة لغرض المشروع و أفضل الطرق للقياس قبل البدء بالعمل المساحي الفعلي، بحيث يؤدي ذلك إلى تصميم اقتصادي للمشروع المساحي بالمواصفات المطلوبة لهذا المشروع.

وعلى اعتبار أن المضلعات تُستخدم كثيراً في الحياة المساحية العملية، و تعتبر أساساً لتوقيع تفاصيل المنشآت الهندسية و رفعها بواسطة إحداثياتها التي تعتبر غير مفيدة فيما إذا لم يتم معرفة مدى دقة هذه الإحداثيات والتي تعتمد على دقة قياس كل من زوايا المضلع و أضلاعه، لذلك يتم دراسة التحليل المسبق للدقة في المضلعات المساحية و برمجته.

أهمية البحث وأهدافه:

إن الهدف الأساسي لهذا البحث هو دراسة التحليل المسبق لدقة المضلعات، و ذلك باستخدام قانون انتشار الأخطاء من أجل حساب الخطأ المتوسط التريبيعي لكل من الزوايا و المسافات التي تحدّد مواصفات الأجهزة المساحية من حيث معامل تكبير النظارة و القيمة الزاوية لأصغر تدريج على الدائرة الأفقية و تحديد نوعية التمرکز المطلوبة (بصري أو باستخدام خيط المطمار).

و لمواكبة الثورة المعلوماتية و إنجاز التحليل المسبق لدقة المضلعات بسرعة كبيرة و دقة عالية تمّ برمجة ذلك بلغة دلفي 7 (Visual Pascal) و الحصول على برنامج ذو واجهة تخاطبيه تتميز بسهولة الفهم و الاستخدام.

طرائق البحث ومواده:

تمّ وضع المنهجية المتكاملة لدراسة التحليل المسبق لدقة المضلعات، و من ثمّ برمجة هذه الدراسة باستخدام لغة دلفي 7 و ذلك وفق الخطوات التالية:

- تعريف بمبادئ نظرية الأخطاء (الدقة - مجال الثقة - حدود التساهل - الخطأ المتوسط التريبيعي).
- عرض موجز لقانون انتشار الأخطاء العشوائية.
- دراسة التحليل المسبق لدقة العمليات المساحية (زوايا و مسافات).
- دراسة التحليل المسبق لدقة المضلعات و اختيار الأجهزة المناسبة لإجراء القياسات الزاوية و المسافات.
- برمجة التحليل المسبق للدقة واختيار مواصفات الجهاز المناسب في المضلعات وذلك باستخدام لغة دلفي 7.
- تطبيق عددي يوضح مراحل التحليل المسبق للدقة و آلية عمل البرنامج .

1- تعريف بمبادئ نظرية الأخطاء: (Fundamentals of Error Theory)

إذا تمّ قياس كمية ما عدداً من المرات و كانت الأخطاء العشوائية (Random Error) صغيرة فإنه يتم اعتبار القياسات مقبولة و تسمى درجة قبول القياسات بالضبط (precision). و بما أن أخطاء القياسات يمكن أن تكون أخطاء عشوائية أو أخطاء نظامية تؤثر في النتيجة النهائية للكمية المقاسة فإنه في هذه الدراسة سيتم اعتبار

القياسات المتأثرة فقط بالأخطاء العشوائية و الخالية من الأغلط و الأخطاء النظامية. و بالتالي يمكن تطبيق قوانين الإحصاء على عدد كبير من القياسات المستقلة لكمية مقيسة (x) فتكون القيمة المتوسطة لهذه القياسات \bar{x} والخطأ المتوسط التربيعي لهذه القياسات σ . و نتيجة لتأثير الأخطاء العشوائية يمكن التوقع إحصائياً أنه إذا كانت جميع القياسات بالدقة نفسها، فإن (68 %) من القياسات ستكون ضمن المجال ($\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma$) و أن (32 %) من النتائج ستقع خارج هذا المجال. و يبين الجدول (1) معاملات القيمة σ الموافقة لقيم الاحتمالات المحددة لمجال الثقة الناتجة من التحليل الإحصائي [1]، [2] :

الجدول (1) : معاملات القيمة σ الموافقة لقيم الاحتمالات المحددة لمجال الثقة

معامل قيمة σ	مجال الثقة	الاحتمال	ملاحظات
0.67σ	$[\bar{x}-0.67\sigma, \bar{x}+0.67\sigma]$	50 %	
1σ	$[\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma]$	68 %	
1.96σ	$[\bar{x}-1.96\sigma, \bar{x}+1.96\sigma]$	95 %	
2.58σ	$[\bar{x}-2.58\sigma, \bar{x}+2.58\sigma]$	99 %	
3.00σ	$[\bar{x}-3\sigma, \bar{x}+3\sigma]$	99.7 %	يوصى به كحد مسموح في التحليل المسبق للدقة في المشاريع المساحية

و تعتبر القيم σ 2.58 و 3σ ممثلة للخطأ الأعظمي المسموح (حدود التساهل المسموحة) عند تصميم دقة القياسات.

2- عرض موجز لقانون انتشار الأخطاء العشوائية (Propagation of Random Error)

بفرض (F) تابع لمجموعة من القياسات المستقلة (غير المترابطة) m_1, m_2, \dots, m_k ، ويفرض أن الأخطاء المتوسطة التربيع لهذه القياسات معلومة و مساوية σ_{mi} ، و حيث إنها خالية من الأغلط والأخطاء النظامية، يحسب عندئذ الخطأ المتوسط التربيعي σ_F للكمية F من قانون انتشار الأخطاء [3 ، 2 ، 1] :

$$\sigma_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial m_1}\right)^2 \sigma_{m_1}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial m_2}\right)^2 \sigma_{m_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial m_k}\right)^2 \sigma_{m_k}^2 \quad (1)$$

حيث إن $\frac{\partial F}{\partial m_i}$ هي الاشتقاق الجزئية للتابع (F) بالنسبة للقيم التقريبية الموافقة للقياسات. و يسمى مربع

الخطأ المتوسط التربيعي لكل قياس σ_{mi}^2 بالتباين (Variance) .

3- دراسة التحليل المسبق لدقة القياسات المساحية (Pre-Analysis of Survey Measurements)

3-1 - الدقة في قياس الزوايا الأفقية (Accuracy of Horizontal Angle Measurements) :

يتأثر قياس الزاوية بأخطاء كل من القياسات و الأجهزة المتمثلة في الآتي [2 ، 4] :

1- أخطاء المحاور (Axial Errors) :

و هي الأخطاء الناتجة عن عدم تعامد خط النظر مع محور دوران المنظار، و عدم تعامد محور المنظار مع المحور الشاقولي للجهاز (التيودوليت)، و أيضاً عدم مركزية الدائرة الأفقية لقياس الزوايا الأفقية. تحذف هذه الأخطاء بقياس الزوايا بالدوران المضاعف (متياسر و متيامن) ثم أخذ المتوسط الحسابية.

2- خطأ التسوية الأفقية (Levelling Error) :

إن حساسية الزئبقية في ميزان التسوية في أجهزة التيودوليت العالية و المتوسطة الدقة تتراوح ما بين 10 " إلى 40" لكل تدريجة على الزئبقية، و إن توافر الراصد الجيد و الزئبقية المضبوطة بشكل جيد و الحماية الكافية للزئبقية من أشعة الشمس أو أي مصدر حراري آخر يعطي خطأ متوسط تربيعي للتسوية الأفقية للجهاز مقدارها:

$$\sigma_L = 0.2 * \text{حساسية الجهاز} \quad (2)$$

يؤثر خطأ التسوية الأفقية للجهاز في قياس الزوايا، و بالتالي فإن الخطأ المتوسط التربيعي لزوايا σ_{BL} نتيجة خطأ التسوية الأفقية للجهاز يكون مساوياً:

$$\sigma_{BL} = \sigma_L \sqrt{\text{tg}^2 \gamma_2 + \text{tg}^2 \gamma_1} \quad (3)$$

حيث إن:

γ_1, γ_2 : الزوايا الشاقولية المقيسة من الجهاز إلى كل من الهدفين.

و يعتبر خطأ التسوية الأفقية مهماً في حال تم تحقيق الارتفاع نفسه لكل من الجهاز و الأهداف (أي $\gamma_1 = \gamma_2 \approx 0$)، أي أن خط النظر من الجهاز إلى الأهداف أفقي تقريباً (غالباً في الأراضي المنبسطة).

3- تأثير الانكسار الجوي (Influence of Refraction) :

إن الانكسار الجوي هو المصدر الأكثر خطورة في أخطاء قياس الزاوية و ذلك لأنه حتى الآن لا يوجد طريقة لتحديد قيمة خطأ الانكسار الجوي بشكل دقيق تبعاً لشروط الحقل، و لذلك فإن خطأ قياس الزاوية الأفقية سيكون كبيراً بشكل خاص إذا تم إجراء قياس الزاوية في منطقة مجاورة لعناصر مشعة حرارياً (جدران الأبنية المعرضة لحرارة الشمس) أو على منحدرات مثل هضبة أو فوق المياه أو كثبان رملية. لذلك فإن الأيام الغائمة، وعلى الأخص الليل في الأيام الغائمة هي الأكثر أماناً في قياس الزوايا، وكذلك الساعات الأولى من اليوم. إن الطريقة الوحيدة لتقليل خطأ الانكسار الجوي هو تكرار قياس الزاوية في ظروف جوية مختلفة خلال أيام مختلفة، أو على الأقل يكون بضع ساعات بين كل قياس و آخر.

4- خطأ عدم ثبات ثلاثية الأرجل و أبراج الرصد (Instability of Tripods and Observation Towers)

إن التمدد الحراري الناتج عن تأثير ضوء الشمس أو أي مصدر حراري آخر يتسبب في حدوث التواء ثلاثية الأرجل بحيث يصل لعدة ثواني و التواء لبرج الرصد يصل إلى عدة دقائق و هناك سبب آخر لعدم الثبات هو إمكانية غوص أرجل الثلاثية في التربة و أيضاً تحرك برج الرصد نتيجة لقوة الرياح. لذلك يوصى بوضع واقية فوق الأجهزة و ثلاثية الأرجل لمنع تأثير الحرارة و ذلك عند القياس الدقيق للزاوية، و يوصى أيضاً بفحص التسوية الأفقية و التمرکز للجهاز بشكل متكرر (عند بداية القياس في كل سلسلة قياس).

5- الخطأ الناتج عن عدم التمرکز الدقيق للجهاز فوق النقطة σ_c (Centering Error) :

توجد أربع طرائق للتمرکز و هي:

- i. التمرکز البصري Optical Plummetts
- ii. التمرکز باستخدام عصا التسامت Plumbing Rods
- iii. التمرکز باستخدام خيط الشاقول StringPlumb-bobs
- iv. التمرکز الأوتوماتيكي (الذاتي) Outomatic Centering

i - التمرکز البصري: إنَّ الخطأ المتوسط التريبيعي للتمرکز البصري $\sigma_c = 0.5mm$ و ذلك من أجل ارتفاع الجهاز فوق العلامة المساحية بمقدار 1 متر، و ذلك إذا كان التمرکز مضبوطاً و العلامة المساحية واضحة المركز.

ii - التمرکز باستخدام عصا التسامت: مثلاً في أجهزة Kern تعطي بشكل تقريبي الدقة نفسها المستخدمة في التمرکز البصري أو أفضل قليلاً.

iii - التمرکز الميكانيكي باستخدام خيط المطمار: يعطي دقة مساوية $\sigma_c = 1mm$ لكل 1 متر ارتفاع للجهاز فوق العلامة المساحية. و ذلك في ظروف جوية جيدة، و لكنه يعطي أخطاء كبيرة و غير متوقعة $\sigma_c \geq 2mm$ في حال وجود تيارات هوائية (ريح).

iv - التمرکز الذاتي: إنَّ الأجهزة التي تعتمد على التمرکز الذاتي تعطي خطأ متوسط تريبيعي $\sigma_c < 0.1mm$ إذن يتم حساب خطأ التمرکز عند قياس الزاوية الأفقية B كما يلي:

$$\sigma_{BC} = \frac{\sqrt{3}}{D} \sigma_c \rho'' \quad (4)$$

D : المسافة من الجهاز إلى الأهداف (على اعتبار المسافة من الجهاز إلى كل هدف متساوية تقريباً).

6- خطأ التوجيه نحو الهدف σ_p (Pointing Error):

إنَّ قوة التحليل (مجال الانحراف عن الهدف) للأجهزة البصرية تعطي الدقة الأعظمية للتوجيه إلى ما يقارب $\sigma_p = \frac{10''}{M}$ حيث إنَّ M معامل تكبير المنظار. و بشكل عام، عند الاختيار الجيد للهدف و ضمن شروط رؤية واضطراب حرارية مقبولة فإنَّ الخطأ المتوسط التريبيعي للتوجيه يكون مساوياً:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \frac{30''}{M} && \text{من} \\ &\text{لأجل مسافة قصيرة (أقل من بضع مئات من الأمتار)} \\ \sigma_p &= \frac{60''}{M} && \text{ولغاية} \\ &\text{لأجل مسافة كبيرة (أكبر من بضع مئات من الأمتار)} \\ \sigma_p &= \frac{45''}{M} && \text{و بشكل عام} \end{aligned}$$

و إذا تمَّ قياس الزاوية (B) في (n) مجموعة (أي سلسلة) فيكون تأثير خطأ التوجيه عند قياس الزاوية مساوياً:

$$\sigma_{BP} = \frac{\sigma_p}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

7- الخطأ الناتج في قراءة دائرة الجهاز σ_r و ذلك للأجهزة البصرية فقط (Reading Error)

إنَّ تأثير هذا الخطأ على الأجهزة البصرية فقط و لا تأثير له على الأجهزة الإلكترونية، و عند قياس الزاوية الأفقية (B) في (n) مجموعة (أي سلسلة) فإنَّ الخطأ المتوسط التريبيعي للقراءة يكون مساوياً:

$$\sigma_{BR} = \frac{\sigma_r}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

و يعطي خطأ القراءة بالعلاقة:

$$\sigma_r = 2.5d'' \quad (7)$$

حيث إنَّ d هي القيمة الزاوية لأصغر تدريج على الدائرة الأفقية (عادةً من 10 إلى 1).

و بالتالي يمكن حساب الخطأ المتوسط التريبيعي في قياس الزاوية الأفقية (B) من القانون الآتي:

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_p^2 + \sigma_r^2} \quad (8)$$

2- 3- الدقة في قياس المسافة الكترونياً EDM (Accuracy of Electronic Distance Measurements):
توجد طرائق عديدة لقياس المسافة، و الجدول (2) يبين عرضاً مختصراً لهذه الطرائق و الدقة المسموح بها لكل منها، وذلك فيما إذا كان القياس بمعدات تمّ معايرتها بشكل فعلي و استخدمت بشكل مناسب بوساطة راصد خبير [2، 5، 6]:

الجدول (2): طرق القياس و الدقة المسموح بها في قياس مسافة

طريقة القياس	الجهاز (أداة القياس)	الدقة $\frac{\sigma_s}{S}$ or σ_s
ميكانيكية	- شريط فولاذي و خيط مطمار و شوك (أرض عادية) - شريط الانفار	$\frac{1}{20000}$ (١ ميليمتر لكل 20 متر) $\frac{1}{10^6}$ (1 ميليمتر لكل 1 كيلومتر)
بصرية	- تيودوليت المستقيم الثابت بدقة 1" - تيودوليت بشعيرات الستاديا (أو) تاكيومتر	$\frac{1}{10000}$ $\frac{1}{1000}$
قانس المسافات الالكتروني	- أجهزة تستخدم أمواج الراديو - أجهزة تستخدم الأشعة الحمراء - أجهزة تستخدم الليزر - أجهزة الميكرومتر	أيهما أكبر 1.5 cm or 5 ppm أيهما أكبر 1.5 mm or 2 ppm أيهما أكبر 1 mm or 2 ppm أيهما أكبر 0.3 mm or 1 ppm

يبين الجدول (3) أمثلة عن أجهزة قياس المسافة الالكترونية مع خصائصها الأساسية ودقتها المصنعية [2، 7].

الجدول (3): أجهزة قياس المسافة الالكترونية - خصائصها و دقتها

أجهزة قياس المسافة الراديوية		
الدقة	المدى (كيلومتر)	الجهاز
$\pm (1.5\text{ cm} + 5\text{ ppm})$	60	Tellurometers
$\pm (1.5\text{ cm} + 5\text{ ppm})$	60	MRA-3
$\pm (0.3\text{ cm} + 5\text{ ppm})$	30	MRA-101
$\pm (1.5\text{ cm} + 5\text{ ppm})$	25	MRA-4
$\pm (2\text{ cm} + 5\text{ ppm})$	150	Distomat D1-50
أجهزة قياس المسافة الالكترو بصرية		
الدقة	المدى (كيلومتر)	الجهاز
$\pm (5\text{ mm} + 5\text{ ppm})$	5.5	Geodimeter 112
$\pm (5\text{ mm} + 5\text{ ppm})$	2.5	Wild D14 Distomat
$\pm (10\text{ mm} + 2\text{ ppm})$	5	Zeiss Eldi 2
$\pm (5\text{ mm} + 5\text{ ppm})$	5.5	Geodimeter 140
$\pm (5\text{ mm} + 5\text{ ppm})$	2.5	Sokkisha SDM3ER

و إنّ جميع أجهزة EDM تستخدم المبدأ نفسه لقياس المسافة، حيث إنّ الإشارة المعدّلة تُرسل بشكل مستمر من أحد أطراف خط القياس لتُعكس بعد ذلك من الطرف الآخر للخط، و بالتالي يُقاس الفرق في الطور بين الإشارة المعدّلة المرسلّة و المرتدّة (المستقبلّة) وذلك في جهاز الإرسال، وتعطى المسافة المقبسة بالعلاقة:

$$S = u + \frac{m\lambda}{2} + Z_0 \quad (9)$$

حيث إن:

λ : طول موجة الإرسال

m : عدد الموجات الكاملة (Phase Difference)

u : الجزء الكسري من الموجة و الذي يُقاس عن طريق فرق الطور

Z_0 : الثابت المركب للعاكس و الجهاز (و يسمى أحياناً بالتصحيح الصفري) و يُعطى طول الموجة λ بالمعادلة:

$$\lambda = \frac{c}{nf} \quad (10)$$

حيث إن:

c : سرعة الأشعة الكهرومغناطيسية

f : قيمة تردد الإرسال

n : معامل الانكسار للأشعة في الجو

و بالتالي تصبح المسافة المقاسة:

$$\sigma_s^2 = \sigma_u^2 + S^2 \left[\left(\frac{\sigma_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_n}{n} \right)^2 \right] + \sigma_{z_0}^2 \quad (11)$$

يُعبّر عن دقة EDM بالشكل التالي:

$$\sigma_s^2 = a^2 + b^2 s^2$$

أو بشكل أبسط:

$$\sigma_s = \pm a \pm b s$$

بالتالي يمكن اختزال المعادلة (11) إلى الشكل التالي:

$$\sigma_u^2 + \sigma_{z_0}^2 = a^2 \quad (12)$$

$$\left(\frac{\sigma_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_n}{n} \right)^2 = b^2 \quad (13)$$

حيث إن:

σ_c : خطأ سرعة الانتشار في الفراغ

σ_f : خطأ التردد المعدّل

σ_n : خطأ معامل الانكسار الجوي

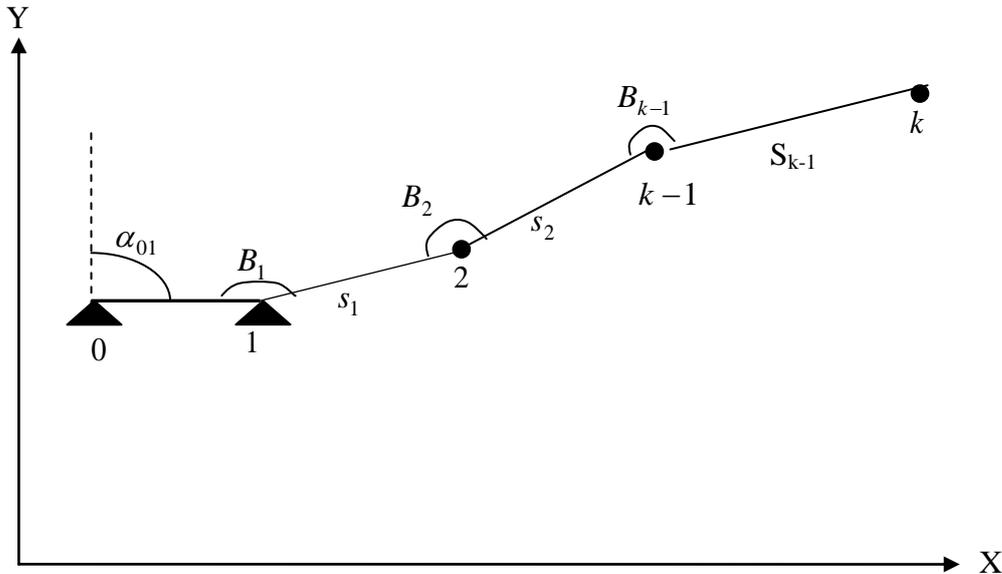
σ_u : خطأ تحديد فرق الطور

σ_{z_0} : خطأ تصحيح المعايرة (نتيجة عدم تطابق مركز إشعاع الأمواج مع مركز الجهاز)

و الآن يمكن معرفة سبب التعبير عن دقة أجهزة EDM في الجدول (2) برقمين، حيث إن الأول يمثل قيمة (a) و الثاني قيمة (b) مقدرة (ppm). و على اعتبار أن هذا البحث يدرس التحليل المسبق لدقة المضلعات فإن الحد الثاني (b) المتعلق بطول المسافة المقاسة يعتبر مهماً بالنسبة للحد الأول (a) و ذلك نتيجة أطوال الأضلاع القصيرة في المضلعات.

4 - التحليل المسبق للدقة في المضلعات المساحية:

في البداية يتم دراسة انتشار الأخطاء في المضلع المفتوح المؤلف من النقاط (من 0 إلى k) والمبين في الشكل (1)، حيث أنه يتم قياس كل من (k - 1) مسافة و (k - 1) زاوية، و معلوم إحداثيات النقطة (1) وانحراف الخط (α_{01}) . و لحساب الخطأ الموضعي σ_{pk} فإنه يجب في البداية حساب كل من الخطأ المتوسط التربيعي للنقطة (k) في كل من الاتجاهين x و y أي (σ_y, σ_x) ، و لذلك يتم كتابة المعادلة التالية لحساب إحداثيات النقطة (k) كما يلي [2]:



الشكل (1) : المضلع المفتوح

$$X_k = X_0 + S_1 \sin(\alpha_{01} + B_1 - 180^\circ) + S_2 \sin(\alpha_{01} + B_1 + B_2 - 2 \cdot 180^\circ) + \dots + S_{k-1} \sin(\alpha_{01} + B_1 + B_2 + \dots + B_{k-1}) - 180(k-1) \quad (14)$$

$$Y_k = Y_0 + S_1 \cos(\alpha_{01} + B_1 - 180^\circ) + S_2 \cos(\alpha_{01} + B_1 + B_2 - 2 \cdot 180^\circ) + \dots + S_{k-1} \cos(\alpha_{01} + B_1 + B_2 + \dots + B_{k-1}) - 180(k-1) \quad (15)$$

و إذا كانت الأخطاء في الزوايا و المسافات معلومة، و معطى قيم أخطاء كل من $(\alpha_{0,1}, y_1, x_1)$ فإن معادلة انتشار الأخطاء σ_{x_k} تعطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma_{x_k}^2 = \left(\frac{\partial X_k}{\partial X_1} \sigma_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial \alpha_{0,1}} \sigma_{\alpha_{0,1}} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial B_1} \sigma_{B_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial B_2} \sigma_{B_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial X_{k-1}} \sigma_{B_{k-1}} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial S_1} \sigma_{s_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial S_2} \sigma_{s_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_k}{\partial S_{k-1}} \sigma_{s_{k-1}} \right)^2 \quad (16)$$

إنَّ الاشتقاق الجزئية هي:

$$\frac{\partial X_k}{\partial X_1} = 1 \quad (17)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial \alpha_{01}} = S_1 \cos \alpha_{1,2} + S_2 \cos \alpha_{2,k-1} + S_{k-1} \cos \alpha_{k-1,k} = \sum_{i=1}^{k-1} \Delta y = y_k - y_1 \quad (18)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial B_1} = S_1 \cos \alpha_{1,2} + S_2 \cos \alpha_{2,k-1} + S_{k-1} \cos \alpha_{k-1,k} = y_k - y_1 \quad (19)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial B_2} = S_2 \cos \alpha_{2,k-1} + S_{k-1} \cos \alpha_{k-1,k} = y_k - y_2 \quad (20)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial B_{k-1}} = S_{k-1} \cos \alpha_{k-1,k} = y_k - y_{k-1} \quad (21)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial S_1} = \sin \alpha_{1,2} = \frac{x_2 - x_1}{S_1} \quad (22)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial S_2} = \sin \alpha_{2,k-1} = \frac{x_{k-1} - x_2}{S_2} \quad (23)$$

$$\frac{\partial X_k}{\partial S_{k-1}} = \sin \alpha_{k-1,k} = \frac{x_k - x_{k-1}}{S_{k-1}} \quad (24)$$

باستبدال قيم الاشتقاق الجزئية السابقة المحسوبة اعتماداً على القيم التقريبية للإحداثيات في المعادلة (16)

نجد:

$$\sigma_{x_k}^2 = \sigma_{x_1}^2 + (y_k - y_1)^2 \sigma_{\alpha_{0,1}}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} (y_k - y_i)^2 \sigma_{B_i}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{S_i} \right)^2 \sigma_{S_i}^2 \quad (25)$$

وبنفس الطريقة يمكن الحصول على:

$$\sigma_{y_k}^2 = \sigma_{y_1}^2 + (x_k - x_1)^2 \sigma_{\alpha_{0,1}}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} (x_k - x_i)^2 \sigma_{B_i}^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{S_i} \right)^2 \sigma_{S_i}^2 \quad (26)$$

وعلى اعتبار أن الخطأ المتوسط التربيعي للموضعي للنقطة k يعطى بالعلاقة:

$$\sigma_{p_k} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (27)$$

فإنه باستبدال المعادلات (25) و (26) في المعادلة (27) ينتج:

$$\sigma_{p_k}^2 = \sigma_{p_1}^2 + R_{1,k}^2 \sigma_{\alpha_{0,1}}^2 + \left[\sum_{i=1}^{k-1} R_{i,k}^2 \sigma_{B_i}^2 \right] + \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_{S_i}^2 \quad (28)$$

حيث إن:

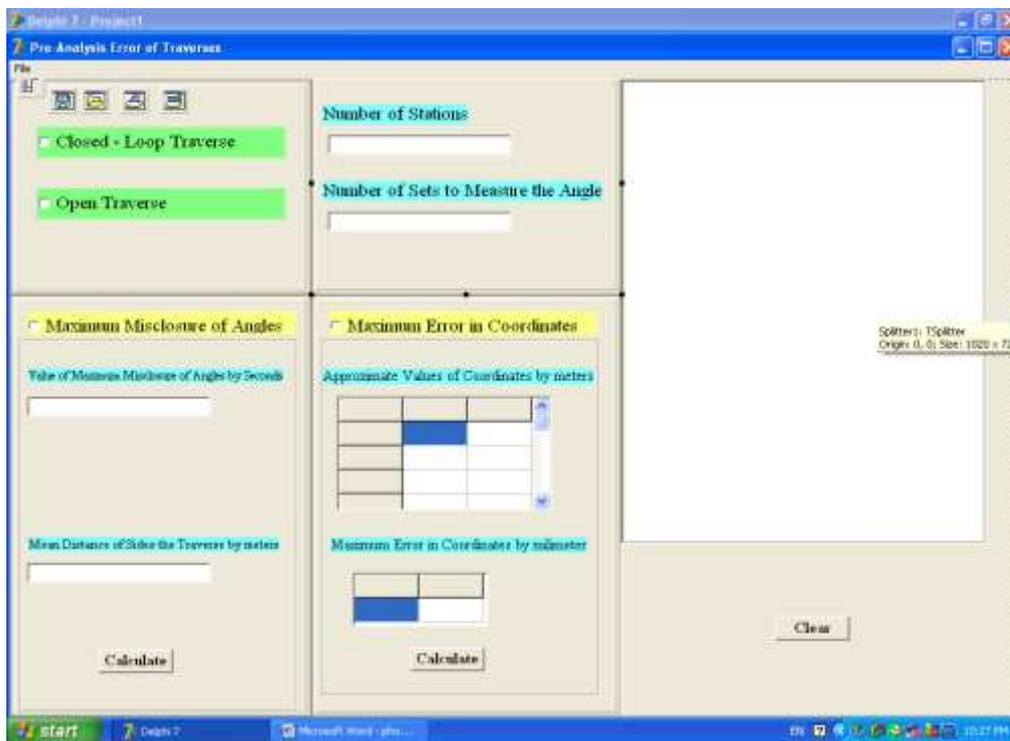
$$R_{i,j}^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \quad (29)$$

و تؤخذ قيم σ_α و σ_B بالراديان ($1\rho'' = 206265$) من أجل الحصول على النتيجة بالوحدات الخطية. و إنَّ تحديد قيمة الخطأ المتوسط التربيعي للموضعي للنقطة k يفيد في الحسابات التقريبية لخطأ القفل الخطي المتوقع في المضلعات. و لكن عند إجراء التحليل المسبق للمضلعات فإنَّ الخطأ المتوسط التربيعي لإحداثيات المضلع σ_x, σ_y معلومة، و بالتالي فإنه اعتماداً على المعادلات (25) و (26) يمكن حساب الخطأ المتوسط التربيعي لكل من الزوايا σ_B و المسافات σ_S و من ثمَّ متابعة الخطوات المذكورة في كل من التحليل المسبق لدقة الزوايا والمسافات

لتحديد الأجهزة المناسبة للعمل المساحي المطلوب وعدد مرات قياس الزوايا (عدد السلاسل) بحيث يؤدي ذلك إلى تصميم اقتصادي للمشروع المساحي بالموصفات المطلوبة.

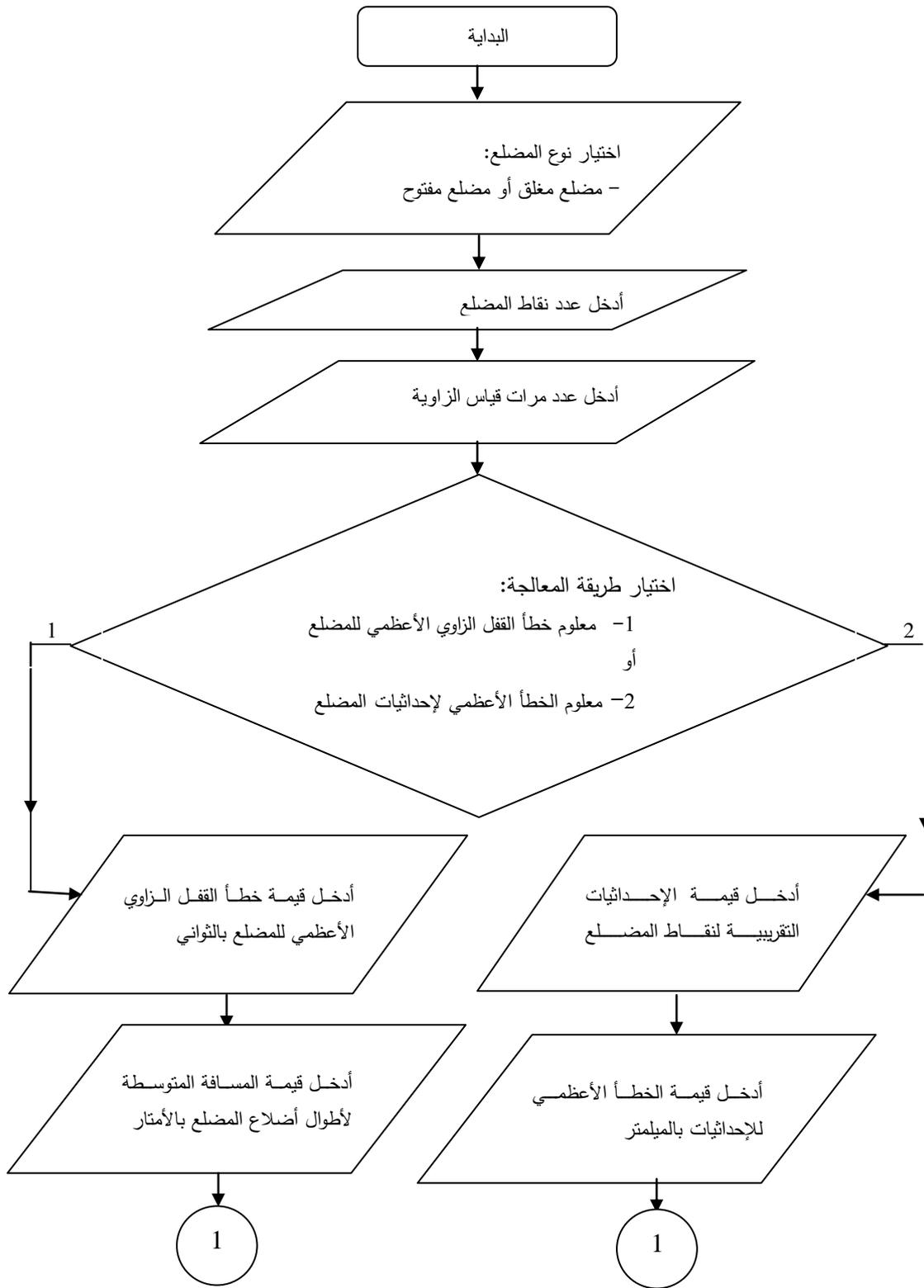
5 - برمجة التحليل المسبق للدقة و اختيار الجهاز المناسب في المضلعات المساحية باستخدام لغة دلفي 7 (Visual Pascal):

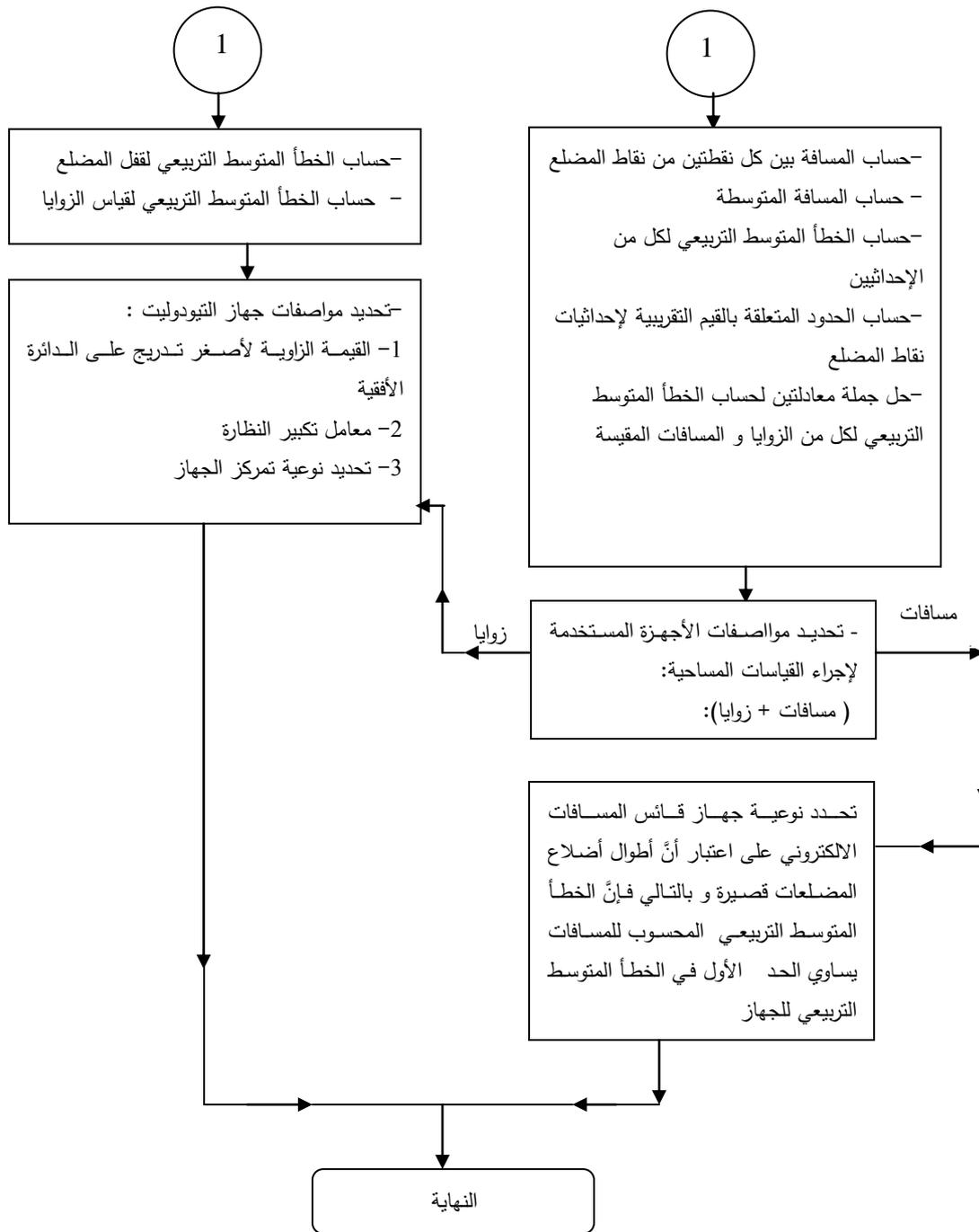
تمت كتابة برنامج بلغة (Visual Pascal) و تسميته Pre-Analysis Error of Traverses و ذلك من أجل إنجاز التحليل المسبق للدقة في المضلعات بسرعة و دقة عالية، إضافة لسهولة تعامل مستثمر البرنامج مع الواجهة التخطيئية المبينة في الشكل (2)، و التي تبين آلية العمل بسهولة.



الشكل (2) : واجهة البرنامج Pre-Analysis Error of Traverse

و تسمح بتخزين النتائج و طباعتها وإمكانية فتحها عند الحاجة إليها من خلال القائمة File. و سيتم عرض بيانات الإدخال (Input) و تسلسل العمليات الحسابية و النتائج (Output) وفق المخطط النهجي التالي:





النتائج والمناقشة:

من أجل توضيح مراحل التحليل المسبق للدقة في المضلعات المساحية و آلية عمل البرنامج سيتم عرض التطبيقين التاليين [2]:

♦ تطبيق (1):

يفرض لدينا مضلع مغلق مؤلف من 4 محطات، يستخدم في إنجاز مشروع هندسي ضمن منطقة منبسطة نوعاً ما و ذات طبوغرافية منسجمة، حيث إن المسافات بين نقاط المضلع مساوية تقريباً 300 متر، و إن مواصفات القياس

تسمح بخطأ قفل أعظمي للزوايا الأربعة "12. كيف يمكن أن تنفذ القياسات (أي ماهو عدد السلاسل) وما نوع التيودوليت المستخدم:

الحل:

$$3\sigma_{T_{\max}} = 12$$

$$\sigma_{BT} = 4$$

$$BT = \sum_{i=1}^m B_i = B_1 + B_2 + B_3 + B_4$$

$$\sigma_{BT}^2 = \sigma_{B_1}^2 + \sigma_{B_2}^2 + \sigma_{B_3}^2 + \sigma_{B_4}^2$$

$$(4)^2 = 4(\sigma_B)^2$$

$$\sigma_B \leq \sqrt{\frac{16}{4}} = 2''$$

و بفرض أن التيودوليت مضبوط بشكل جيد و أن الأهداف تم اختيارها بشكل مناسب، فإن الخطأ الكلي الذي سيؤثر على قياس الزاوية يشمل خطأ القراءة و خطأ التوجيه و خطأ التمرکز مع إهمال خطأ التسوية لأن الأرض منبسطة. و اعتماداً على ذلك نجد:

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_{B_r}^2 + \sigma_{B_p}^2 + \sigma_{B_c}^2} \leq 2''$$

$$\sigma_B = \sqrt{3\sigma_{B_i}^2} \leq 2''$$

$$\sigma_{B_r} = \sigma_{B_p} = \sigma_{B_c} = \frac{2''}{\sqrt{3}} = 1.16'' \quad \text{و اعتماداً على التحليل المسبق نفرض أن:}$$

و بالتالي فإن:

$$\sigma_{B_r} = \frac{2.5d''}{\sqrt{n}} = 1.16'' \quad \blacksquare \quad \text{خطأ القراءة}$$

فتكون القيمة الزاوية لأصغر تدرّج على الدائرة الأفقية:

- من أجل سلسلة قياس واحدة فإن $d = 0.5''$

- من أجل 4 سلاسل قياس فإن $d = 1''$

$$\blacksquare \quad \text{خطأ التوجيه} \quad \sigma_{B_p} = \frac{45''}{M\sqrt{n}} = 1.16''$$

فيكون معامل تكبير النظارة:

- من أجل سلسلة قياس واحدة فإن $M = 39$

- من أجل 4 سلاسل قياس فإن $M = 20$

$$\sigma_{B_c} = \frac{\sqrt{3} \sigma_c}{D_{mean}} \rho'' = 1.16'' \quad \text{خطأ التمركز}$$

فتكون قيمة خطأ التمركز = 0.9 ميليمتر

و بالتالي فإنه ينبغي قياس الزوايا إما في مجموعة واحدة (متياسر + متيامن) بتيودوليت له معامل تكبير للمنظار $M = 39$ و دقة قراءة $d = 0.5''$ وإما في أربع مجموعات بتيودوليت له معامل تكبير للمنظار $M = 20$ ودقة قراءة $d = 1''$ ، و في كلتا الحالتين يمكن التمركز باستخدام كل من التمركز البصري أو عصا التسامت أو خيط الشاقول.

و الآن سيتم حل التطبيق باستخدام البرنامج و عرض النتائج كما مبين:

○ حالة عدد مرات قياس الزوايا سلسلة واحدة:

- number of stations = 4
- number of sets to measure the angle = 1
- the mean square error of angle =2.00 second
- the micrometer read out = 0.46 second
- the angles should be measured in 1 number of sets with instrument which has the magnification $M=38.97$
- it should be used optical plummet or a centering rod

○ حالة عدد مرات قياس الزوايا 4 سلاسل:

- number of stations = 4
- number of sets to measure the angle = 4
- the mean square error of angle =2.00 second
- the micrometer read out = 0.92 second
- the angles should be measured in 4 number of sets with instrument which has the magnification $M=19.49$
- it should be used optical plummet or a centering rod

♦ تطبيق (2):

مضلع مفتوح له الإحداثيات التقريبية التالية:

رقم النقطة	X بالمتري	Y بالمتري
1	500	100
2	600	100
3	700	100
4	800	100
5	500	400
6	200	100
7	300	100
8	400	100

و فيه $\sigma_{x_{max}} = 19mm$ و $\sigma_{y_{max}} = 23.5mm$ حدّد الخطأ المتوسط التربيعي لكل من الزاوية والمسافة

و مواصفات الأجهزة:

○ يتم حساب الخطأ المتوسط التربيعي لإحداثيات المضلع:

$$\sigma_y = \frac{23.5}{3} \quad \text{و} \quad \sigma_x = \frac{19}{3}$$

○ يتم حساب الخطأ المتوسط التربيعي للمسافة و الزاوية بحل المعادلتين (25) و (26) فيكون:

- الخطأ المتوسط التربيعي للمسافة المقاسة = 2 ميليمتر

- الخطأ المتوسط التربيعي للزاوية المقاسة = 2.6°

و أما النتائج باستخدام البرنامج فهي:

○ حالة عدد مرات قياس الزوايا سلسلة واحدة:

- number of stations = 8

- number of sets to measure the angle = 1

- the mean square error of side = 2.08 mm

- the mean square error of angle = 2.60 second

- the micrometer read out = 0.60 second

- the angles should be measured in 1 number of sets with instrument which has the magnification M=30.02

- it should be used optical plummet or a centering rod

○ حالة عدد مرات قياس الزوايا 4 سلاسل:

- number of stations = 8

- number of sets to measure the angle = 4

- the mean square error of side = 2.08 mm

- the mean square error of angle = 2.60 second

- the micrometer read out = 1.20 second

- the angles should be measured in 4 number of sets with instrument which has the magnification M=15.01

- it should be used optical plummet or a centering rod

الاستنتاجات والتوصيات:

1- توضح هذه الدراسة أهمية التحليل المسبق لدقة المضلعات التي تمّ فيها إجراء القياسات الزاوية والمسافات المستقلة (غير المترابطة إذ قيست الزوايا بجهاز التيودوليت و المسافات بقانس المسافة الالكتروني)، وذلك من خلال التحديد المناسب لمواصفات جهاز قياس الزوايا (القيمة الزاوية لأصغر تدرج على الدائرة الأفقية، معامل تكبير النظارة، تحديد نوعية تمرکز الجهاز، عدد مرات تكرار قياس الزاوية) و أيضاً الدقة المطلوبة لجهاز قياس المسافة الكترونياً.

2- إنَّ مقارنة نتائج الحل اليدوي لكل من التطبيقين (1) و (2) مع نتائج البرنامج المكتوب بلغة دلفي تبين دقة عمل البرنامج و إمكانية الاعتماد عليه في التحليل المسبق لدقة المضلعات.

3- يوصى بمتابعة دراسة التحليل المسبق لدقة المضلعات و برمجته وذلك في حالة إجراء القياسات الزاوية و المسافات بشكل غير مستقل (مترابطة) إذ يوجد مصادر مشتركة للأخطاء.

المراجع:

- 1- DEVORE, J. L. *Probability and Statistics for Engineering and Sciences* .4th. ed. , wadsworth, Inc United States of America, 1995, 743.
- 2-CHRZANOWSKI, A. *Design and Analysis of Surveying Projects*. Dept. of Surveying Eng. Lecture Notes, No 47 , UNB, Canada, 1977.
- 3- أحمد، محسن. الإحصاء و الأخطاء (1) . الطبعة الأولى ، مديرية الكتب و المطبوعات في جامعة تشرين، سوريا ، 1997-1998، 156 .
- 4- فحصة، إياد اسماعيل . الجيوبوزيا 1. الطبعة الأولى، مديرية الكتب و المطبوعات في جامعة تشرين، سوريا، 1997 – 1998، 190 .
- 5- الحسيني، محمد صفوت محمد. الجيوبوزيا. الطبعة الأولى، جامعة القاهرة، مصر، 2002 ، 410 .
- 6- RUEGER, J. M. *Electronic Distance Measurement*. 3^{ed}. ed., Springer – Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 1990, 265.
- 7- الشافعي، شريف فتحي. محطات الرفع المتكاملة في الأعمال المساحية المختلفة. دار الكتب العلمية للنشر والتوزيع، القاهرة، 2004، 478.

