

دراسة الخصائص الكهربائية والحرارية للخلايا الفولط ضوئية باستخدام لغة النمذجة VHDL-AMS

رحاب حبيب*

(تاريخ الإيداع 6 / 9 / 2011. قُبل للنشر في 12 / 10 / 2011)

□ ملخص □

أصبحت الخلايا الفولط ضوئية مستخدمة بشكل كبير في مجال الصناعة، نتيجة لعدة أسباب كأداء مكونات النظام الفولط ضوئي الجيد، والإنتاج الصناعي الكبير للخلايا الفولط ضوئية، والتكلفة المنخفضة. تقوم الأجهزة الفولط ضوئية أو الخلايا الشمسية بتحويل طاقة الإشعاع الشمسي الواردة إلى طاقة كهربائية. تُمتص الفوتونات الواردة لتنتج حوامل شحنة ضوئياً تعبر الحمل الخارجي لتقوم بعمل كهربائي. تغطي تطبيقات الأجهزة الفولط ضوئية مجالاً واسعاً بدءاً من الآلات الحاسبة بخلية شمسية تُستخدم لأقل من ميلي واط إلى محطات الطاقة المركزية المولدة للطاقة الفولط ضوئية بعدة ميغاواط.

تساهم دراسة الخصائص الكهربائية والحرارية للخلايا الفولط ضوئية في توسيع خيارات التصميم وتطوير تكنولوجيا الخلايا الفولط ضوئية. سوف نقوم بهذا البحث بدراسة الخصائص الكهربائية والحرارية اعتماداً على لغة النمذجة VHDL-AMS التي اثبتت فعاليتها في مجال نمذجة نظم الطاقة ومنها الطاقة الكهربائية، وستكون دراستنا مقتصرة على الخلايا الفولط ضوئية السيلكونية.

الكلمات المفتاحية: الخلايا الفولط ضوئية، الخلايا الشمسية، VHDL-AMS، النمذجة، المحاكاة، التصميم بمساعدة الحاسوب.

* عضو هيئة فنية - قسم هندسة الاتصالات والالكترونيات - كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية

Using VHDL-AMS Modelling Language for Studying the Electrical and Thermal Characteristics of Photovoltaic Cells

Rehab Habeb*

(Received 6 / 9 / 2011. Accepted 12 / 10 / 2011)

□ ABSTRACT □

Photovoltage is rapidly becoming a mature industry as the performance of photovoltaic system components and the leverage of large-scale industrial production steadily decrease costs.

Photovoltaic devices or solar cells convert the incoming solar radiation energy into electrical energy. Incoming photons are absorbed to photogenerate charge carriers that pass through an external load to do electrical work. Photovoltaic device applications cover a wider range from small consumer electronics, such as a solar cell calculator using less than some milliwatts, to photovoltaic power generation by a central power plant (generating some megawatts).

In this paper, we study the electrical and thermal characteristics of the photovoltaic cell based on the VHDL-AMS modelling language; we select the silicon solar cell as a case study.

Keywords: Photovoltaic, Solar Cells, VHDL-AMS, Modeling, Simulation, Computer-Aided Design.

* Engineer, Department of Communication and Electronics, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة

يقوم نظام الخلايا الفولط الضوئية (Photovoltaic (PV بتحويل الطاقة الشمسية إلى طاقة كهربائية. يتطلب هذا المبدأ البسيط في توليد الطاقة الكهربائية من الطاقة الشمسية تقنيات معقدة تُستخدم لبناء أجهزة فعالة تُسمى الخلايا الفولط الضوئية أو الخلايا الشمسية. تُعدّ الخلية الشمسية العنصر الأساسي في نظم الفولط ضوئية. ويستلزم بناء خلية شمسية بفعالية كبيرة وتكلفة قليلة إلى تقنيات عالية لمعالجة أنصاف النواقل. وإنّ دراسة خصائص الخلية الشمسية (الكهربائية، الحرارية، الفيزيائية، الإشعاعية) يساهم بشكل كبير في تحسين تقنيات التصنيع للحصول على خلايا شمسية بكفاءة عالية وتكلفة رخيصة. كما ويساهم في إمكانية تطوير نظم الخلايا الفولط الضوئية. إن سورية بلد يقع في منطقة إشعاع شمسي كبير ومناسب لبناء نظم الخلايا الفولط الضوئية لتوليد طاقة كهربائية نظيفة. يوضح الجدول (1) متوسط الإشعاع الشمسي لبعض المدن والمناطق السورية الواقعة على مستوى سطح البحر مقدراً بوحدة الواط للمتر المربع [1].

الجدول (1): متوسط الإشعاع الشمسي على سطح مستوي في سورية

| المدينة | دمشق | حلب | حمص | اللاذقية | تدمر | الرقّة | دير الزور | الحسكة |
|-----------------------------------|------|------|------|----------|------|--------|-----------|--------|
| متوسط الإشعاع W/m ² | 5106 | 4792 | 4886 | 4516 | 4985 | 5152 | 4810 | 4695 |

يوجد العديد من أنواع الخلايا الشمسية كالخلايا السيلكونية، وخلايا الغاليوم أرسنيد GaAs، والخلايا التي تعتمد على الأفلام الرقيقة [2,3,4,5,6]، ويختلف بعضها عن بعض بمدى فعالية تحويل الطاقة الشمسية إلى طاقة كهربائية، بحيث كلما تحسنت فعالية التحويل كلما ارتفعت التكلفة. لذلك لا بد من وجود دراسة اقتصادية عند التفكير ببناء نظم توليد الطاقة الكهربائية من الطاقة الشمسية.

سوف نعتمد في دراستنا على الخلايا الشمسية السيلكونية لأنها الأكثر شيوعاً وتصنيعاً، إضافة إلى ذلك فإنّ النموذج الفيزيائي وبارامترات النموذج غير متاحة بالنسبة لبقية الأنواع من الخلايا الشمسية على عكس الخلايا الشمسية السيلكونية.

تعطي النمذجة والمحاكاة رؤية معمقة لفيزياء الخلية الشمسية، تُمكن المهندس من استكشاف مجال عريض لخيارات التصميم والتأثيرات المحتملة على أداء نظام PV [7]. سوف نقوم في هذا البحث بدراسة الخصائص الكهربائية والحرارية للخلية الشمسية اعتماداً على لغة النمذجة VHDL-AMS [8]، ويعود سبب اختيار هذه اللغة لأنها لغة حديثة التطوير وكونها تُمكن من نمذجة النظم بخصائص مختلفة كالخصائص الكهربائية والضوئية والحرارية والميكانيكية وبشكل سلوكي behavioral وبنوي structural وهرمي hierarchical. ولهذه الخصائص أصبحت هذه اللغة شائعة الاستخدام في الأوساط الأكاديمية والصناعية.

لابد من الإشارة إلى وجود محاولة لنمذجة الخلايا الشمسية باستخدام لغة PSPICE [9, 10]. لكن الإمكانيات التي تقدمها لغة VHDL-AMS لأنها تُمكن من النمذجة السلوكية والنمذجة البنوية والنمذجة الهرمية على عدة مستويات (مستوى العناصر، مستوى الدارة، مستوى الجهاز، مستوى النظام) أفضل بكثير من لغة PSPICE التي تُمكن فقط من النمذجة البنوية على مستوى العناصر المكونة للنظام.

أهمية البحث وأهدافه

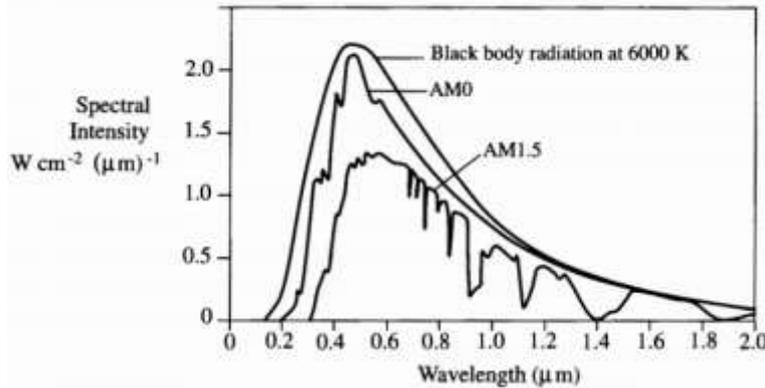
تتلخص أهداف البحث في النقاط الآتية:

- إيجاد نموذج رياضي للخلايا الفولط ضوئية باستخدام لغة النمذجة VHDL-AMS.
- دراسة الخصائص الكهربائية من مميزة الجهد-التيار للخلايا الفولط ضوئية وتأثير المقاومة التسلسلية والتفرعية على هذه المميّزة.
- دراسة مميزة الجهد-التيار للخلايا الفولط ضوئية عند ربطها تسلسلياً وتفرعياً.
- دراسة تأثير درجة الحرارة على كفاءة الخلايا الفولط ضوئية.
- مناقشة النتائج ومدى تأثير هذه الخصائص على أداء الخلايا الشمسية.

طرّاق البحث ومواده

1- تعاريف أساسية

يتوزع الإشعاع الشمسي الذي يصل إلى سطح الأرض على المجال من 300nm حتى 4 micron من أطوال الموجة. ينعكس جزء منها بواسطة الغلاف الجوي والآخر يصل إلى سطح الأرض. تعمل الخلايا الفولط ضوئية (الخلايا الشمسية) خارج الغلاف الجوي على أطوال موجة مختلفة مشابه لطيف الجسم الأسود Black Body الذي يتبع قانون بلانك، بينما تعمل هذه الخلايا على سطح الأرض وفقاً لأطوال موجة محددة؛ فمن المهم أن نميز بين نوعين من الطيف الإشعاعي على النحو الآتي [3] كما هو مبين بالشكل (1).



الشكل (1): أنواع الطيف الإشعاعي

حيث إن:

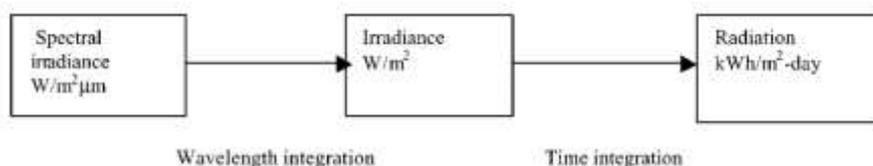
AM0: هو الطيف خارج الغلاف الجوي. (AM= air mass)

AM 1.5G: الطيف الإشعاعي على مستوى سطح البحر تحت شروط محددة وفق البارامترات الآتية:

- طيف الإشعاعية Spectral Irradiance I_{λ} : هو الطاقة المستقبلية بواسطة مساحة واحدة السطح عند طول الموجة التفاضلي $d\lambda$ وتقدر بوحدة $W/m^2\mu m$.
- الإشعاعية Irradiance: هي تكامل طيف الإشعاعية على كامل المجال الطيفي المرغوب (مجال طول موجة) ويقدر بالوحدة W/m^2 .

• الإشعاع Radiation: هو تكامل الإشعاعية بالنسبة لفترة من الزمن وبالتالي له وحدة الاستطاعة ويقدر بالوحدات الآتية: $kWh/m^2\text{-year}$, $kWh/m^2\text{-month}$, $kWh/m^2\text{-day}$, $J/m^2\text{-day}$ اعتماداً على الفترة الزمنية المحددة بتكامل الإشعاعية.

يبين الشكل (2) العلاقة بين البارامترات لطيف الإشعاعية وطيف الإشعاعية والإشعاع.

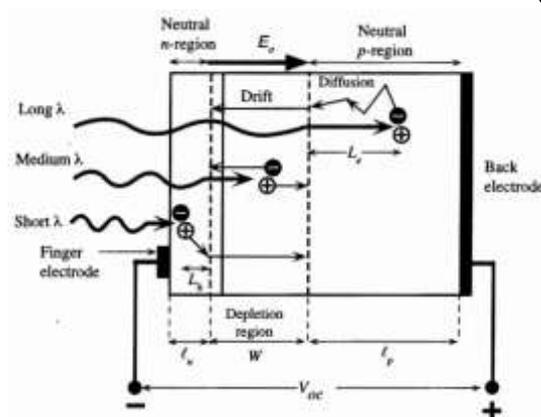


الشكل(2): العلاقة بين طيف الإشعاعية وطيف الإشعاعية والإشعاع

سوف نعتمد في هذا البحث على مجال الطيف الإشعاعي AM 1.5G الذي يمثل الطيف الإشعاعي على مستوى سطح البحر.

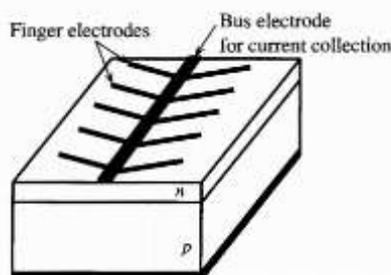
2- مبادئ عمل الخلية الفولط ضوئية

إن أبسط مخطط للخلية الشمسية عبارة عن وصلة من مادتين نصف ناقلتين نوع p و n بحيث تكون المنطقة n ضيقة جداً وكثيرة الإشابة وهي المنطقة التي تتعرض للإضاءة، وتمتد منطقة الشحنات الفراغية (SCL) أو ما يسمى (المنطقة المجردة W) ضمن المنطقة p. ينتج عن هذه الوصلة حقل كهربائي ذاتي E_0 (Built in field) في المنطقة المجردة كما هو مبين بالشكل (3) [3].



الشكل (3): مبدأ عمل الخلية الشمسية

تتوضع على الطبقة n مجموعة من الأصابع الكهربائية بحيث تسمح بدخول الإضاءة إلى الجهاز، وفي الوقت نفسه تنتج مقاومة تسلسلية صغيرة. كما تظلي الطبقة n بغطاء رقيق يمنع الانعكاس عنها ويسمح بمرور ضوء أكثر إلى الخلية كمل هو مبين بالشكل (4) [3].



الشكل (4): توضع الأصابع الكهربائية على سطح الطبقة n لمنع انعكاس الضوء عن سطح الخلية.

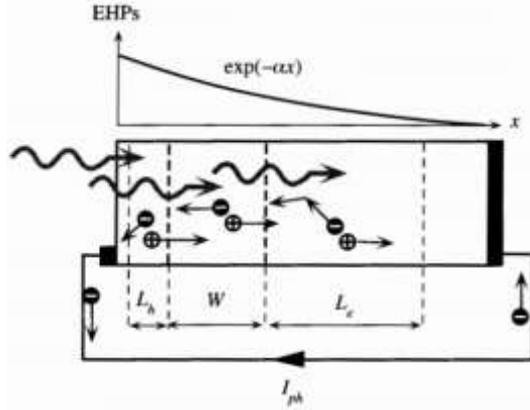
رغم أن المنطقة n ضيقة لكن معظم الفوتونات تمتص ضمن المنطقة المجردة W وضمن المنطقة المحايدة p (بطول lp) وتتولد ضوئياً أزواج إلكترون-ثقب EHPs electron-hole pairs في هذه المنطقة. تتفصل الأزواج إلكترون-ثقب المولدة في المنطقة المجردة مباشرة تحت تأثير الحقل الكهربائي E_0 الذي يقوم بجرفها، حيث ينجرف الإلكترون ويصل إلى المنطقة المحايدة في الطرف n+ حيث يقوم بجعلها منطقة سالبة بسبب كمية الإلكترونات السالبة -e. وبشكل مشابه تنجرف الثقوب وتصل إلى المنطقة المحايدة في الطرف p وتقوم بجعلها منطقة موجبة. وبالنتيجة يتولد جهد دائرة مفتوحة بين أطراف الجهاز، بحيث يكون القطب الموجب عند الطرف p والقطب السالب عند الطرف n. إذا تم وصل حمل خارجي بين طرفي الخلية فإن الإلكترون الفائض في المنطقة n يتحرك من المنطقة n عبر الحمل الخارجي ليصل إلى المنطقة p ليتحد مع الثقب الفائض في المنطقة p. تكمن أهمية منطقة الحقل الكهربائي في جرف جزء من أزواج إلكترون-ثقب EHPs المولدة ضوئياً ويتركز الإلكترونات الفائضة في المنطقة n والثقوب في المنطقة p.

إن الأزواج إلكترون ثقوب المولدة ضوئياً من قبل الفوتونات الساقطة على سطح الخلية ذات أطوال الموجة الكبيرة والممتصة في الطرف p يمكنها الانتشار في هذه المنطقة بسبب عدم وجود حقل كهربائي. إذا تم فرضاً أن زمن الحياة لاتحاد الإلكترون τ_e فإن مسافة الانتشار L_e تعطى بالعلاقة الآتية:

$$L_e = \sqrt{(2D_e \tau_e)}$$

حيث D_e يمثل معامل الانتشار للإلكترون في المنطقة p.

تنتشر الإلكترونات ضمن المسافة L_e بسهولة ثم يتم جرفهم في المنطقة المجردة من قبل الحقل الكهربائي E_0 إلى المنطقة n. وبالنتيجة فإن الأزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً وضمن طول الانتشار L_e للحوامل الأقلية minority carrier في المنطقة المجردة هي التي تسهم في الأثر الفولط ضوئي. هكذا مرة أخرى يظهر أثر الحقل الكهربائي E_0 في نشر الإلكترون إلى المنطقة المجردة حيث يقفز فوق الطرف n بواسطة الحقل الكهربائي E_0 لإضافة شحنة سالبة إضافية هناك. إن الثقوب المتبقية من الإلكترونات في الطرف p تسهم بإعطاء شحنة موجبة صافية لهذه المنطقة. إن الأزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً EHPs بعيداً عن المنطقة المجردة بمسافة أكبر من L_e يتم خسارتها بالاتحاد. ولهذا من الأفضل الحصول على طول انتشار للحوامل الأقلية للشحنة L_e كبير قدر الإمكان. ولهذا السبب يعود اختيار الطرف L_e من السيليكون في الوصلة لجعل الإلكترونات هي حوامل الشحنة الأقلية، حيث إن طول الانتشار للإلكترون في السيليكون أطول من طول الانتشار للثقب. وبشكل مشابه تطبيق أيضاً على أزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً من قبل الفوتونات بطول موجة قصيرة والممتصة في الطرف n. هذه الثقوب المولدة ضوئياً بطول انتشار للثقوب L_n يمكنها من الوصول إلى المنطقة المجردة ويتم خسارتها عند قفزها إلى الطرف p. يوضح الشكل (5) آلية توليد التيار الضوئي اعتماداً على الأزواج إلكترون-ثقب.



الشكل (5): آلية توليد التيار الضوئي

تسهم أزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً في الأثر الفولط ضوئي والذي يحدث في حجم يمتد على النحو الآتي:

$$L_n + W + L_e$$

وإذا كانت نهايات الجهاز قصيرة كما في الشكل (5) فإن الإلكترون الواصل في الطرف n يمكنه التدفق عبر الدارة الخارجية ليجعل الثقب في الطرف p محايداً. إن هذا التيار العائد إلى الحوامل المولدة ضوئياً يدعى بالتيار الضوئي I_{ph} .

تتم خسارة أزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً بواسطة الفوتونات الطاقة الممتصة في الطرف n بقرب من سطح المنطقة أو خارج طول الانتشار L_n وإلى المنطقة المجردة وذلك عن طريق إعادة الاتحاد recombination حيث يكون زمن حياتها قصيراً في الطرف n (هذا عائد إلى الإشابة الكبيرة). ولهذا يتم تصنيع الطرف رقيقاً جداً؛ عادة بثخانة أقل من $0.2\mu\text{m}$. بالحقيقة إن طول l_n في الطرف n قد يكون أقل من طول الانتشار للثقب L_n . إن أزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً والقريبة جداً من سطح الطرف n لا تظهر، على كل حال، بسبب الاتحاد العائد للعيوب المختلفة للسطح والتي تعمل كمراكز إعادة اتحاد.

إن معامل الامتصاص α للسليكون عند طول موجة طويلة حول $1-1.2\mu\text{m}$ يكون صغيراً، وبالتالي فإن عمق الامتصاص ($1/\alpha$) يكون أكبر من $100\mu\text{m}$. للحصول على فوتونات لها هذه الأطوال الموجية نحتاج إلى طرف p ثخين، وفي الوقت نفسه نحتاج إلى مسافة انتشار أكبر للحوامل الأقلية للشحنة L_e يكون طويلاً وعادة يكون الطرف p بثخانة $200-500\mu\text{m}$ ويتجه L_e ليكون أقصر من ذلك. يمتلك السليكون الكريستالي ثغرة طاقة 1.1eV والتي تتوافق مع عتبة طول موجة مقداره $1.1\mu\text{m}$ ، لذا فإن الموجات الواردة للمنطقة بأطوال موجية أكبر من $1.1\mu\text{m}$ يتم إهمالها.

3- التيار الضوئي I_{ph} Photocurrent

بافتراض وجود جهاز فولط ضوئي مضاء بضوء بطول موجة يؤمن توليد تيار ضوئي ضمن كثافة الجهاز كما في الشكل (5)، حيث تعرف G_{ph} بأنها نسبة التوليد لأزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً. وهي عدد EHPs خلال وحدة الحجم في وحدة الزمن، وتعطى بـ $G_0 \exp(-\alpha x)$ وعندها G_0 هي نسبة التوليد عند السطح و α معامل الامتصاص، وبافتراض أن الجهاز مقصور للسماح للحوامل المولدة ضوئياً أن تتدفق خلال الدارة الخارجية (يتدفق الإلكترون فقط في الدارة الخارجية)، وبافتراض أن L_n أكبر من ثخانة الطبقة n أي l_n هذا يعني أن أزواج (إلكترون-ثقب) ضمن الحجم $l_n + W + L_e$ تساهم في التيار الضوئي، وبافتراض أن إعادة الاتحاد قرب سطح الكريستالة مهملة. فإن التيار الضوئي I_{ph} يعطى على النحو الآتي:

$$I_{ph} = \frac{eG_0A}{\alpha} \{1 - \exp[-\alpha(\ell_n + W + L_e)]\} \quad (1)$$

حيث A مساحة سطح الجهاز المضاء.

وبذلك تعطى نسبة الأزواج (إلكترون-ثقب) EHPs المولدة ضوئياً من سطح الكريستالة المضاء:

$$G_{ph} = G_0 \exp(-\alpha x)$$

وهكذا فان الأزواج (إلكترون-ثقب) EHPs في وحدة الزمن في حجم صغير $A\delta x$ يعطى بـ $G_{ph}(A\delta x)$ وهكذا فان العدد الكلي لـ EHPs المولدة في وحدة الزمن في $\ell_n + W + L_e$ مساوٍ لـ:

$$= A \int_{x=0}^{\ell_n+W+L_e} G_0 \exp(-\alpha x) dx \quad \text{or} \quad \frac{dN_{EHP}}{dt} = \frac{G_0A}{\alpha} \{1 - \exp[-\alpha(\ell_n + W + L_e)]\}$$

بينما تتدفق الإلكترونات المولدة ضوئياً في الدارة الخارجية، فان التيار الضوئي يساوي على النحو الآتي:

$$I_{ph} = e \left(\frac{dN_{EHP}}{dt} \right) = \frac{eG_0A}{\alpha} \{1 - \exp[-\alpha(\ell_n + W + L_e)]\}$$

من اجل أطوال موجة طويلة وعندها ستكون α صغيرة، وينشر التابع الأسّي ينتج:

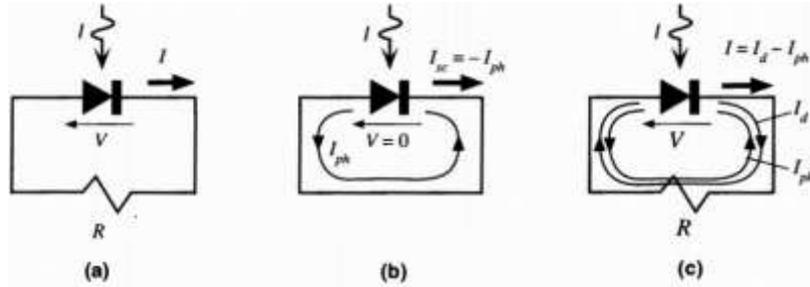
$$I_{ph} = eG_0A(\ell_n + W + L_e) \quad (2)$$

الخصائص الكهربائية للخلية الشمسية

يوصل جهاز فولط ضوئي إلى مقاومة حمل R كما في الشكل (6-a) [3]، لاحظ أن اتجاه التيار يكون موجباً وكذلك الجهد، إذا كان الحمل دائرة مقصورة فان التيار فقط هو التيار المتولد من قبل الضوء الوارد كما في الشكل (6-b)، وهذا يسمى التيار الضوئي I_{ph} والذي يعتمد على عدد أزواج (إلكترون-ثقب) المولدة ضوئياً ضمن الحجم القريب من المنطقة المجردة W وعلى طول الانتشار ضمن المنطقة المجردة. عند أعظم كثافة ضوئية تكون نسبة التوليد الضوئي أعظمية والتيار الضوئي I_{ph} أعظمياً، إذا رمزنا لكثافة الضوء بـ I فان تيار الدارة المقصورة يُعطى بالعلاقة الآتية:

$$I_{sc} = -I_{ph} = -KI \quad (3)$$

حيث K ثابت يعتمد على الجهاز نفسه. لا يعتمد التيار الضوئي على الجهد المطبق على طرفي الوصلة بسبب وجود حقل داخلي دائم يجرف أزواج (إلكترون - ثقب) المولدة ضوئياً. يمكننا استثناء الأثر الثانوي للجهد المعدل لعرض المنطقة المجردة. ولهذا فان التيار الضوئي يتدفق حتى لو لم يتم تطبيق جهد عبر الجهاز.



الشكل (6): وصل الخلية إلى حمل خارجي. (a): تيار الدارة المقصورة. (b): ربط حمل خارجي.

في حال وجود المقاومة R فإنه يظهر جهداً موجباً عبر الوصلة كنتيجة لمرور تيار عبر المقاومة، هذا الجهد ينقص الجهد الكامن V_0 لوصلة pn والتي تقود الحوامل الأقلية في الوصلة وتنتشرها تماماً كما يحصل في الثنائي العادي. وهكذا بالإضافة إلى وجود التيار الضوئي I_{ph} يظهر أيضاً تيار الثنائي الأمامي I_d في الدارة كما في الشكل

(6-c) والذي يزيد من الجهد المتزايد عبر المقاومة R. بما أن التيار I_d يعود إلى سلوك الوصلة العادية والمعطاة من خصائص الثنائي العادي. فإن معادلة التيار تعطى على النحو الآتي:

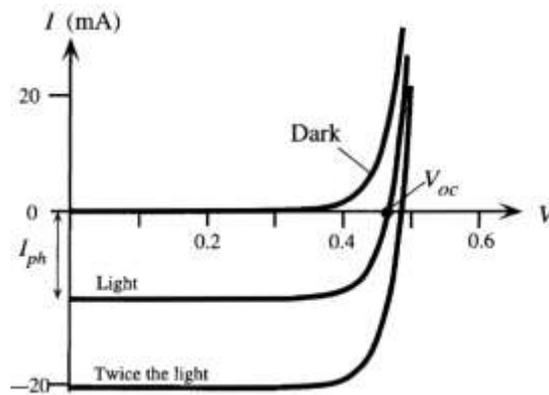
$$I_d = I_o \left[\exp\left(\frac{eV}{nk_B T}\right) - 1 \right] \quad (4)$$

حيث I_o تيار الإثباع العكسي و n معامل المثالية ($n = 1-2$) والذي يعتمد على المادة نصف الناقله والخصائص الحاصلة في الدارة المفتوحة يكون التيار المار الصافي مساوياً للصفر وهذا يعني أن التيار الضوئي يخلق جهداً ضوئياً V_{oc} كافياً لإنتاج تيار الثنائي مساوٍ لـ $I_d = I_{ph}$. وهكذا فإن التيار الكلي خلال الخلية الشمسية، كما في الشكل (6-c)، يعطى بالعلاقة الآتية:

$$I = -I_{ph} + I_o \left[\exp\left(\frac{eV}{nk_B T}\right) - 1 \right] \quad (5)$$

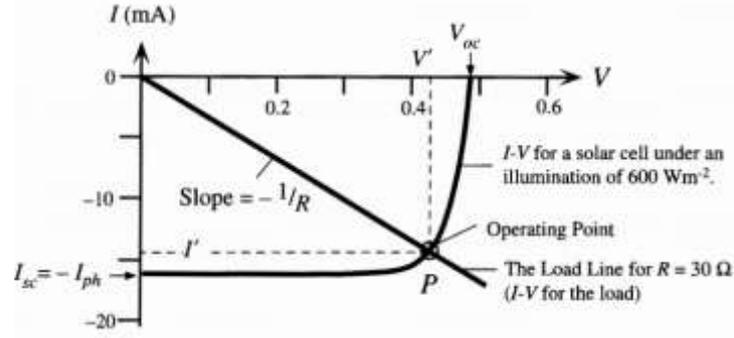
يظهر الشكل (7) الخصائص الفولط- أمبير العامة للخلية الشمسية السليكونية حيث يمكن ملاحظة أنها تابعة للخصائص العادية في الظلام ولكن بإزاحة إلى الأسفل بمقدار مساوٍ للتيار الضوئي I_{ph} والذي يعتمد على كثافة الضوء I ، إن جهد الخرج للدارة المفتوحة V_{oc} للخلية الشمسية يعطى عند نقطة تقاطع منحنى $V-I$ مع محور V حيث $I = 0$ وكما هو واضح انه مع اعتماد V_{oc} على كثافة الضوء فإن قيمته تتراوح في المجال $0.4 - 0.6V$. كذلك قيمة التيار عند جهد يساوي الصفر تساوي قيمة التيار الضوئي $I_{ph} = I_{sc}$ وهو عبارة عن تيار الدارة المقصورة.

تعطي المعادلة (5) الخصائص الفولط- أمبير للخلية الشمسية، وعندما توصل الخلية الشمسية إلى الحمل كما في الشكل (6)، فإن الحمل له نفس الجهد كما لجهد الخلية الشمسية ويحمل التيار نفسه. ولكن التيار I عبر المقاومة R يكون باتجاه معاكس لاتجاه الاصطلاحي حيث يتدفق التيار من الجهد الأعلى إلى الأقل. وهكذا كما في الشكل (6).



الشكل (7): مميزة الجهد-تيار للخلايا الفولط ضوئية

يظهر في الشكل تيار الظلام I_{Dark} وهو التيار المعتبر في حالة عدم وجود كثافة ضوئية. للحصول على إحداثيات نقطة العمل operating point (I' , V') نقوم برسم معادلة خط الحمل $I = V/R$ كما هو موضح بالشكل (8) [3].



الشكل (8): الحصول على إحداثيات نقطة العمل (I' , V') (خط الحمل عند $R=30\Omega$)

يقطع خط الحمل خصائص الخلية الشمسية عند النقطة P والتي تُعدُّ نقطة العمل للدارة.

تدلُّ استطاعة الحمل على مساحة المستطيل بحدود المحورين I' , V' ($P = I' \cdot V'$) وتصبح الاستطاعة أعظمية عند $V' = V_m$, $I' = I_m$. تكون قيمة التيار أعظمية عند I_{sc} وتكون قيمة الجهد أعظمية عند V_{oc} وبالتالي تصبح الاستطاعة $P_{max} = I_{sc} \cdot V_{oc}$ وهي الاستطاعة المراد استخراجها من الخلية الشمسية.

للمقارنة بين الاستطاعة الأعظمية والاستطاعة عند نقطة العمل نستخدم بارامتر يسمى "عامل الشكل" ويعطى

بالعلاقة الآتية:

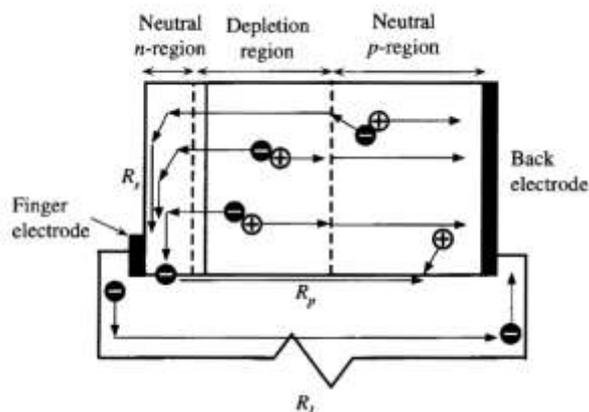
$$FF = \frac{I_m V_m}{I_{sc} V_{oc}} \quad (6)$$

يعبر معامل الشكل عن مدى تقارب منحنى الفولط أمبير للخلية الشمسية مع شكل المستطيل (في الحالة المثالية). من الواضح انه من المفيد اختيار عامل الشكل بحيث يكون مقارباً للواحد قدر الإمكان ولكن الخاصية الآسية لخصائص الوصلة pn تمنع ذلك. وعادة تكون قيم عامل الشكل في المجال 70-85% وتعتمد على مادة الجهاز وتركيبته.

نمذجة الخلايا الفولط ضوئية

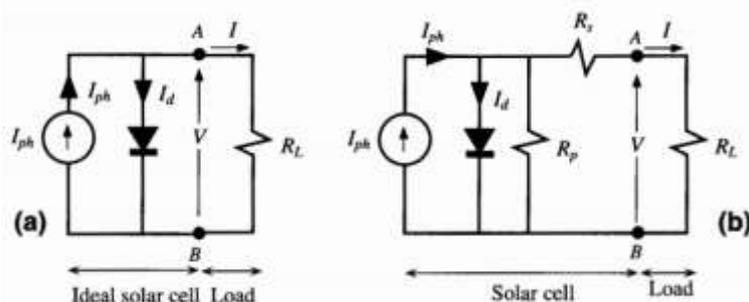
1- النموذج الكهربائي للخلية الفولط ضوئية

إن الأجهزة العملية يمكن أن تتحرف بشكل أساسي عن سلوك وصلة pn للخلية الشمسية وذلك لعدة من الأسباب. بملاحظة وصلة pn المضاءة وهي تقود مقاومة الحمل RL وبافتراض أن التوليد الضوئي يحدث في المنطقة المجردة. كما هو موضح في الشكل (9)، الإلكترونات المولدة ضوئياً تتحرك من منطقة سطح المادة نصف الناقل لتصل إلى اقرب إصبع من الأقطاب. كل هذه الإلكترونات تمر في الطبقة n لمنطقة السطح إلى أصابع الأقطاب، مؤلفة مقاومة تسلسلية مكافئة R_S ضمن الدارة الفولط ضوئية المشار إليها في الشكل (9). إذا كان إصبع القطب رقيقاً فإن مقاومة الأقطاب نفسها ستزيد R_S . هناك أيضاً مقاومة تسلسلية تعود إلى منطقة p المحايدة ولكنها عادة صغيرة بالمقارنة مع مقاومة مسار الإلكترون إلى أصابع أقطاب.



الشكل (9): المقاومة التسلسلية والتفرعية للخلية الفولط-ضوئية

يظهر الشكل (10) الدارة المكافئة للخلية الشمسية لوصلة pn المثالية، يتم التعبير عن عملية التوليد الضوئي بمولد تيار ثابت I_{ph} حيث يتناسب التيار طردياً مع كثافة الضوء. إن تدفق الحوامل المولدة ضوئياً عبر الوصلة يؤدي إلى ارتفاع فرق الجهد الفولط ضوئي V عبر الوصلة، وهذا الجهد يقود إلى تيار الثنائي العادي (المعادلة (4)).



الشكل (10): نموذج الخلية الشمسية. (a): المثالي. (b): النموذج بإضافة المقاومة التسلسلية والتفرعية.

يمثل التيار في الدارة المكافئة I_d بتيار ثنائي مثالي لوصلة pn كما في الشكل (10-a). إن للتيار I_d والتيار I_{ph} اتجاهين متعاكسين (I_{ph} للأعلى و I_d للأسفل) في الدارة المفتوحة حيث يكون لهما المطال نفسه وبلغني كل منهما الآخر.

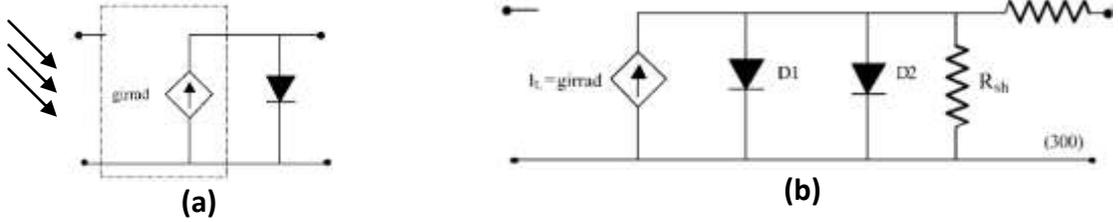
يظهر الشكل (10-b) الدارة المكافئة للخلية الشمسية العملية. تعطي المقاومة التسلسلية R_s زيادة في هبوط الجهد؛ ولذلك فإنها تمنع الجهد الفولط ضوئي من الزيادة عند الخرج بين النقطتين A, B.

إن جزءاً صغيراً من حوامل الشحنة المولدة ضوئياً قد يتدفق خلال سطوح الكريستال (عبر الحواف أو الجهاز) أو عبر حدود الشبكة في الأجهزة البوليكريستالية عوضاً عن التدفق في مقاومة الحمل الخارجية R_L مسببة مقاومة يمكن التعبير عنها بمقاومة داخلية فعالة shunt أو مقاومة تفرعية R_p والتي تحول التيار الضوئي بعيداً عن الحمل R_L .

بشكل عام المقاومة R_p أقل أهمية من المقاومة R_s في سلوك الجهاز، إلا في الأجهزة البوليكريستالية حيث مكونات التيار تتدفق في حواف الشبكة فعندها لا تهمل.

2- النموذج الكهربائي للخلية الفولط ضوئية باستخدام لغة VHDL-AMS

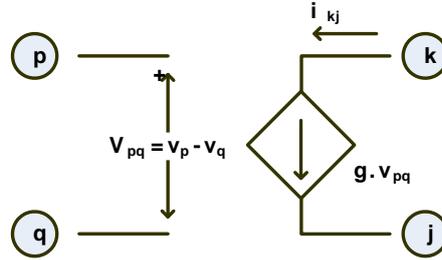
سوف نعتمد الدارة المبينة بالشكل (11) كنموذج للخلية الشمسية المثالية والعملية. ولنمذجة منبع الإشعاع الشمسي سوف نستخدم نموذج منبع التيار المتحكم به بالجهد (G-device) كما هو مبين بالشكل (12).



الشكل (11): نماذج الخلية الشمسية: (a): النموذج المثالي، (b): النموذج العملي

يُصف منبع تيار متحكم به بمنبع جهد V_{CCS} بريح الجهد g المبين بالشكل (12) بالمعادلات الآتية [11]:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0 \\ I_2 &= gV_1 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

الشكل (12) منبع تيار متحكم به بمنبع جهد V_{CCS}

يُعطى طابع منبع تيار متحكم به بمنبع جهد V_{CCS} في الجدول (2).

الجدول (2) منبع تيار متحكم به بمنبع جهد V_{CCS}

| | v_k | v_j | v_p | v_q | RHS |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| K | | | g | $-g$ | |
| J | | | $-g$ | g | |

توصف مكونات نموذج الخلية الشمسية باستخدام لغة VHDL-AMS على النحو الآتي:

نموذج منبع الجهد Virrad

```
library IEEE;
use IEEE.MATH_REAL.all;
use IEEE.electrical_systems.all;
entity v_constant is
    generic (level: voltage:=1000) ;    -- Constant voltage value [Volts]
    port (terminal pos, neg : electrical);
end entity v_constant;
architecture ideal of v_constant is
    -- Declare Branch Quantities
    quantity v across i through pos to neg;
begin
    v == level;
end architecture ideal;
```

نموذج منبع التيار المتحكم به بالجهد

```
library IEEE;
use IEEE.ELECTRICAL_SYSTEMS.all;
entity VCCS_R is
    generic (gain : REAL := 1.0; -- gain
    port (terminal IN1, IN2, OUTM, OUTP : ELECTRICAL);
end entity VCCS_R;
```

```

architecture ARCH_VCCS of VCCS_R is
    quantity VIN across IN1 to IN2; -- input branch
    quantity VOUT across IOUT through OUTP to OUTM; -- output branch
begin
    IOUT == gain * VIN;
end architecture ARCH_VCCS;

```

نموذج الثنائي

```

library IEEE;
use IEEE.math_real.all;
use IEEE.electrical_systems.all;
use IEEE.fundamental_constants.all;
entity diode is
    generic (Isat : current := 1.0e-14, n: real :=1.0); -- saturation current [Amps]
    port (terminal p, n : electrical);
end entity diode;
architecture ideal of diode is
    quantity v across i through p to n;
    constant TempC:real:=27.0;-- ambient Temperature [Degrees]
    constant TempK: real:=273.0 +TempC; --temperature [Kelvin]
    constant vt : real:=PHYS_K*TempK/PHYS_Q; --thermal Voltage
begin -- ideal architecture
    i == Isat*(exp(v/vt) - 1.0);
end architecture ideal;

```

نموذج المقاومة

```

library IEEE;
use IEEE.ELECTRICAL_SYSTEMS.all;
Entity resistor is
Generic(res: real:= 1.0);
    Port(Terminal p1, p2 : electrical);
End entity resistor;
Architecture ideal of resistor is
    Quantity v across I through p1, p2;
Begin -- architecture ideal
    I == v /res;
End architecture ideal;

```

باستخدام هذه المكونات يمكن وصف النموذج المثالي والعملي. كمثال سوف نقوم بوصف الخلية الشمسية العملية على النحو الآتي:

```

library IEEE;
use IEEE.ELECTRICAL_SYSTEMS.all;
entity BENCH is
end entity BENCH;
architecture BENCH_RC of BENCH is
    terminal IN1, IN2, OUT1, OUT2 : ELECTRICAL; terminal node : ELECTRICAL;
begin
Vlrrad: entity v_constant
    generic map (level :=1000)
    port map (pos=> IN1, neg=> IN2);
RC1: entity RC(V1)
    generic map (4.0E2, 1.0E-6)
    port map (A, B, ELECTRICAL_REF);
VCCV: entity VCCV
    generic map (gain:= 1.0)

```

```

port map (IN1=> IN1, IN2 => IN2, OUTP=>node1, OUTM=> OUTM);
end architecture BENCH_RC;
D1: entity diode
generic map (Isat:= 1.0e-11, n:=1.0)
port map (A, B, ELECTRICAL_REF);
D2: entity diode
generic map (Isat:= 1.0e-14, n:=2.0 )
port map ( p=> node, n=> OUT1);
end architecture BENCH_RC;
Rsh: entity resistor
generic map (res:= 100000.0 )
port map (p1=> node, p2=> OUT1);
end architecture BENCH_RC;
RS: entity resistor
generic map (res:= 1.0)
port map (p1=> node, p2=> OUT2);
end architecture BENCH_RC;

```

3- تأثير درجة الحرارة Temperature Effects

يزداد جهد الخرج وكفاءة الخلية الشمسية بنقصان درجات الحرارة، أي إنها تقدم الأفضل عند درجات حرارة منخفضة. باعتبار جهد الدارة المفتوحة V_{oc} للجهاز (التيار الكلي للخلية مساوٍ للصفر) فإن التيار الضوئي I_{ph} المولد بواسطة الضوء يجب أن تتم موازنته من قبل I_d والذي يولد من الجهد الضوئي V_{oc} حيث:

$$I_d = I_0 \exp(eV_{oc} / nk_B T)$$

إذا كان n_i التركيز الحقيقي للحوامل في الطرف n ونعلم أن I_0 يتناسب مع n_i^2 هذا يعني أن I_0 يتناقص بشكل سريع مع تناقص درجات الحرارة. وبالنتيجة فإن الجهد المتعاطم يزداد ليولد التيار I_d الضروري ليوافق I_{ph} . يعطى جهد الخرج V_{oc} عندما $V_{oc} \gg nk_B T/e$ بالعلاقة الآتية:

$$V_{oc} = \frac{nk_B T}{e} \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_0}\right) \quad (7)$$

في المعادلة (7) يكون تيار الإشباع العكسي والذي يعتمد بشدة على درجات الحرارة بسبب اعتماده على n_i^2 . حيث k ثابت و I كثافة الضوء، فيمكن كتابة المعادلة (6) كما يأتي:

$$V_{oc} = \frac{nk_B T}{e} \ln\left(\frac{KI}{I_0}\right) \text{ or } \left(\frac{eV_{oc}}{nk_B T}\right) = \ln\left(\frac{KI}{I_0}\right)$$

بافتراض أن $n = 1$ فعندئذ عند درجتى حرارة مختلفتين T_1 و T_2 ولكن عند نفس مستويات الإضاءة وبالطرح ينتج:

$$\frac{eV_{oc2}}{k_B T_2} - \frac{eV_{oc1}}{k_B T_1} = \ln\left(\frac{KI}{I_{o2}}\right) - \ln\left(\frac{KI}{I_{o1}}\right) = \ln\left(\frac{I_{o1}}{I_{o2}}\right) \approx \ln\left(\frac{n_{i1}^2}{n_{i2}^2}\right)$$

إن الرمز 1 و 2 يدلان على درجتى الحرارة T_1 و T_2 على التوالي.

باستبدال

$$n_i^2 = N_C N_v \exp\left(\frac{-E_g}{k_B T}\right)$$

يمكننا الاستبدال وإهمال درجات الحرارة التي تؤثر على N_C , N_v وبالمقارنة مع الجزء الأسى فنحصل على:

$$\frac{eV_{oc2}}{k_B T_2} - \frac{eV_{oc1}}{k_B T_1} = \frac{E_g}{k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

وبالترتيب بالنسبة لـ V_{oc} ينتج:

$$V_{oc2} = V_{oc1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{E_g}{e} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

كمثال في الخلية الشمسية السيليكونية $V_{oc} = 0.55 \text{ V}$ عند درجة حرارة $T_1 = 20^\circ \text{C}$ (293 K) وعندها سيكون V_{oc2} عند درجة حرارة $T_2 = 60^\circ \text{C}$ معطى على النحو الآتي:

$$V_{oc2} = (0.55 \text{ V}) \left(\frac{333}{293} \right) + (1.1 \text{ V}) \left(1 - \frac{333}{293} \right) = 0.475 \text{ V}$$

بشكل مشابه للبرنامج السابق يمكن كتابة برنامج لغة VHDL-AMS لدراسة تأثير درجة الحرارة.

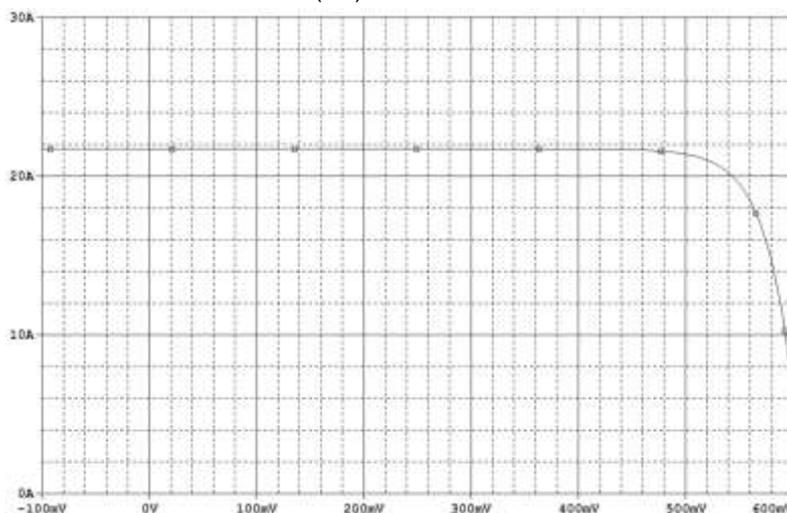
النتائج والمناقشة

بالنسبة لمساحة الخلية الشمسية A سنستخدم على المساحة المعيارية المعتمدة من قبل الهيئات العالمية وتساوي 126.6 m^2 [9]. لحساب قيمة ربح منبع التيار المتحكم به بالجهد $girrad$ سنستخدم المعادلة الآتية [11]:

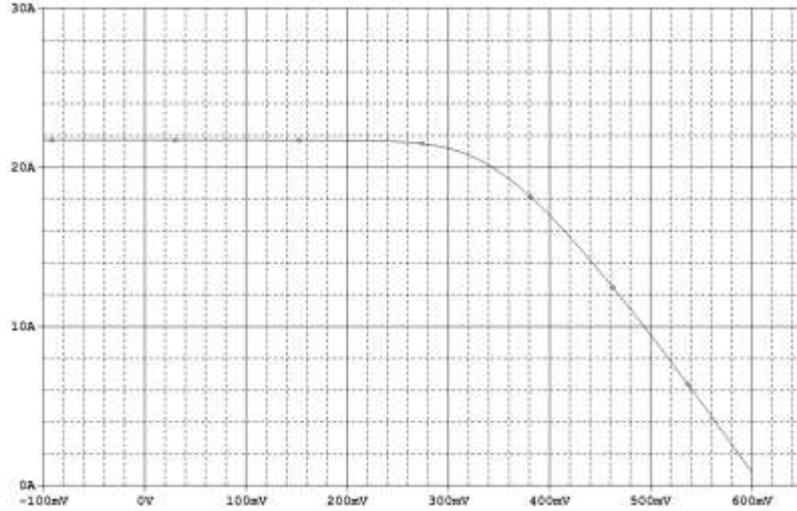
$$girrad = \frac{J_{sc} A}{1000} G$$

حيث J_{sc} تمثل كثافة التيار ويمكن الحصول عليها من النشرات الفنية للخلية الشمسية، A تمثل مساحة الخلية الشمسية، G تمثل شدة الإشعاع الشمسي W/m^2 للطيف الإشعاعي AM1.5G سنختار قيمتها $G=5000 \text{ W/m}^2$ بما يتوافق مع شدة الإشعاع الشمسي لمدينة دمشق عند درجة حرارة $T_{cell} = 25^\circ \text{C}$.

بكتابة نموذج VHDL-AMS للخلية الشمسية المثالية والعملية المبينة بالشكل (11) ينتج الشكل (13) الذي يمثل مميزة الجهد أمبير للخلية الشمسية المثالية. ويمثل الشكل (14) مميزة الجهد أمبير للخلية الشمسية العملية.

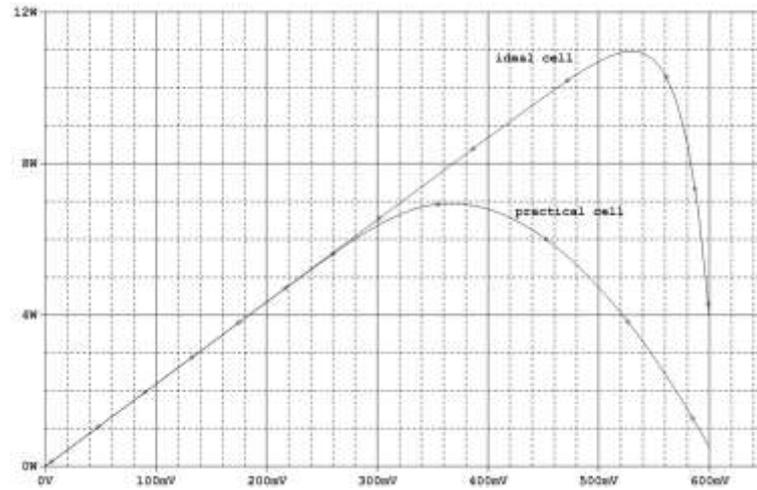


الشكل (13) مميزة الجهد أمبير لخلية شمسية مثالية



الشكل (14) مميزة الجهد أمبير لخلاية شمسية العملية عند قيمة للمقاومة $R_{sh} = 100k\Omega$, $R_s = 0.1\Omega$.

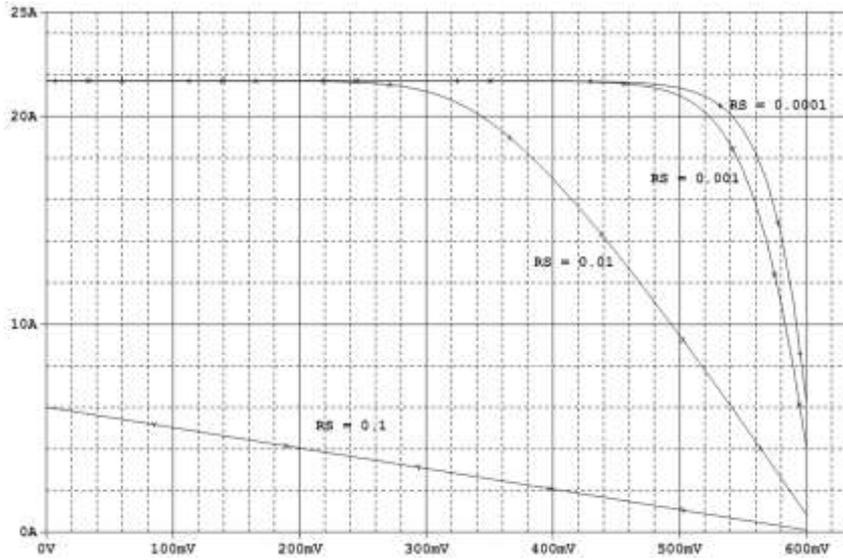
بمقارنة الشكلين يتبين مدى تأثير المقاومة التسلسلية R_s على مميزة الجهد-أمبير الناتجة عن تأثير الأصابع الكهربائية. لذلك يتوجب تصميم هذه الأصابع بحيث تشكل مقاومة تسلسلية منخفضة كما سنرى عند دراسة تأثير هذه المقاومة. والاستطاعة الناتجة عن كل خلية مبيئة بالشكل (15).



الشكل (15): استطاعة الخلية الشمسية المثالية والعملية

تأثير المقاومة التسلسلية Effects of the Series Resistance

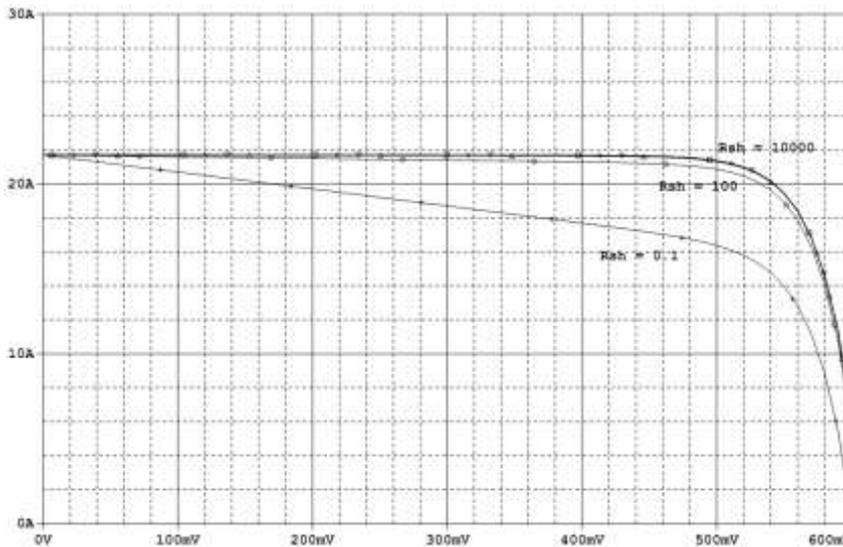
يبين الشكل (16) تأثير المقاومة التسلسلية على مميزة الجهد-أمبير. إن المقاومة التسلسلية وبشكل ملحوظ تفقد مردود الخلية الشمسية، حيث عند $R_s = 0$ تكون الخلية الشمسية بأفضل حالة لها. ومن الواضح أن استطاعة الخرج العظمى المتوفرة تنقص مع المقاومة التسلسلية وبالتالي تنقص كفاءة الخلية. ولكن نلاحظ أيضا أنه عندما تكون المقاومة R_s كبيرة بشكل كافٍ فإنها تحد من قيمة تيار الدارة المقصورة.



الشكل (16) تأثير المقاومة التسلسلية على مميزة الجهد-أمبير (قيمة المقاومة مقدرة بالأوم)

تأثير المقاومة التفرعية Effects of the Parallel Resistance

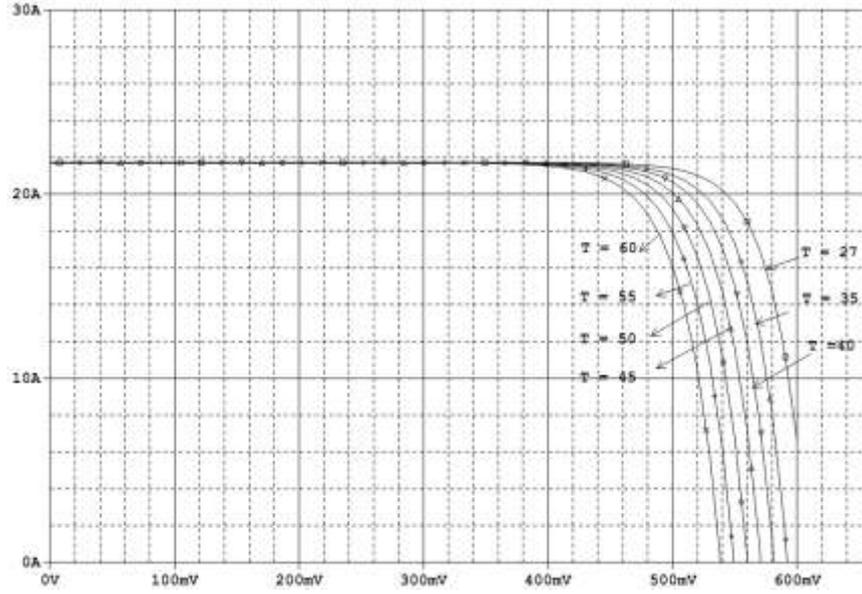
يبين الشكل (17) تأثير المقاومة التفرعية على مميزة الجهد-أمبير. يجب أن تكون قيمة هذه المقاومة كبير قدر الإمكان. كما هو ملاحظ فإن تأثير المقاومة التفرعية مهمل أمام تأثير المقاومة التسلسلية على مميزة الجهد-أمبير للخلية الشمسية.



الشكل (17) تأثير المقاومة التفرعية على مميزة الجهد-أمبير (قيمة المقاومة مقدرة بالأوم)

تأثير درجة الحرارة

يبين الشكل (18) تأثير درجة الحرارة على مميزة الجهد-أمبير. من الملاحظ أن تأثير درجة الحرارة يقتصر على جزء المميزه الأسي، الذي يمثل مميزة الثنائي. ويعود هذا التأثير إلى تأثير درجة الحرارة على تيار الإشباع العكسي الذي بدوره يؤثر على كثافة تركيز الحوامل n_i^2 (انظر المعادلة (7)). وبالنتيجة تعمل الخلية الشمسية بشكل أفضل كلما تناقصت درجة الحرارة.



الشكل (18) تأثير درجة الحرارة على مميزة الجهد-أمبير

ربط الخلايا الفولط ضوئية تسلسلياً وتفرعياً

يمكن ربط الخلايا الشمسية بشكل تسلسلي (الشكل (19)) أو بشكل تفرعي (الشكل (20)) وذلك للحصول على

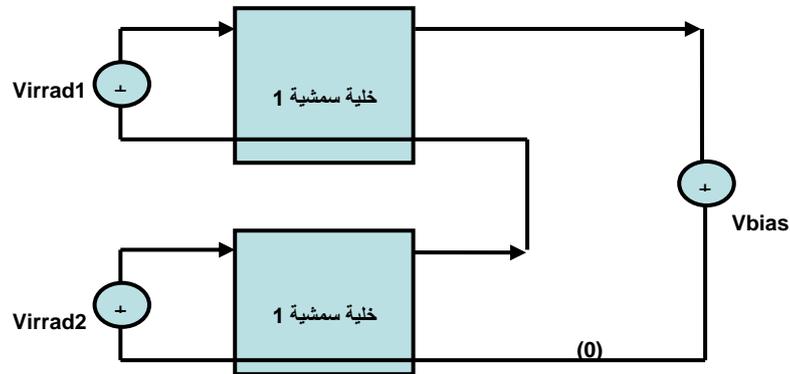
مميزات أفضل للخلية الشمسية. التيار الناتج عن كل خلية يُعطى بالعلاقة الآتية:

$$I = I_{ph} + I_o \exp\left(\frac{eV_d}{nk_B T}\right) - I_o = I_{ph} + I_o \exp\left[\frac{e(V - IR_s)}{nk_B T}\right] - I_o$$

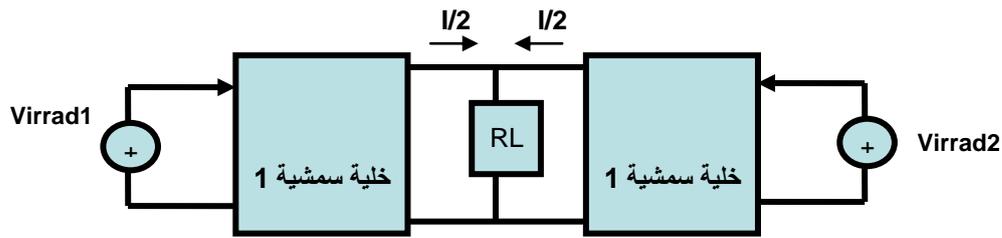
التيار الكلي المار عبر الحمل الخارجي R_L يساوي:

$$I = 2I_{ph} + 2I_o \exp\left[\frac{V - \frac{1}{2}IR_s}{nk_B T}\right] - 2I_o$$

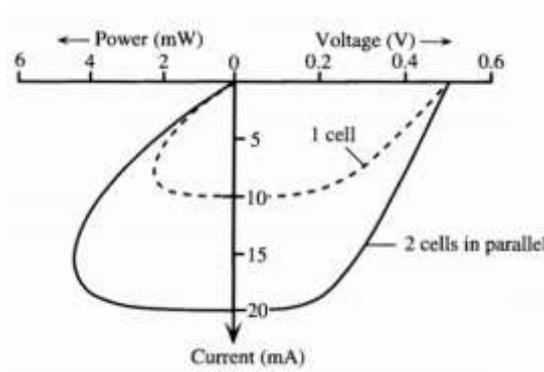
بمقارنة المعادلتين السابقتين نجد أن الوصل التفرعي ينصف المقاومة التسلسلية. ويضاعف التيار الضوئي، ويضاعف تيار الإشباع العكسي للتنائي I_o وذلك لأن المساحة الفعالة قد ضوعفت.



الشكل (19): ربط خليتين شمسيتين بشكل تسلسلي

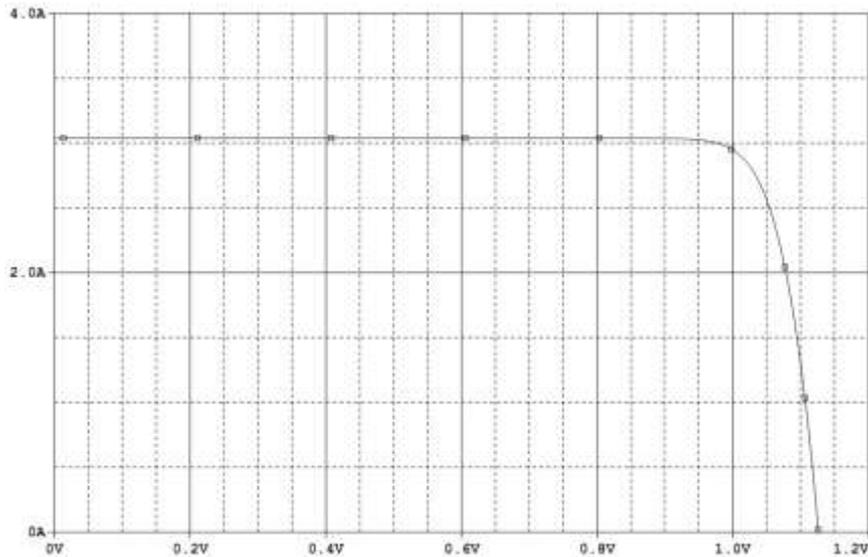


الشكل (20): ربط خليتين شمسيتين بشكل تفرعي

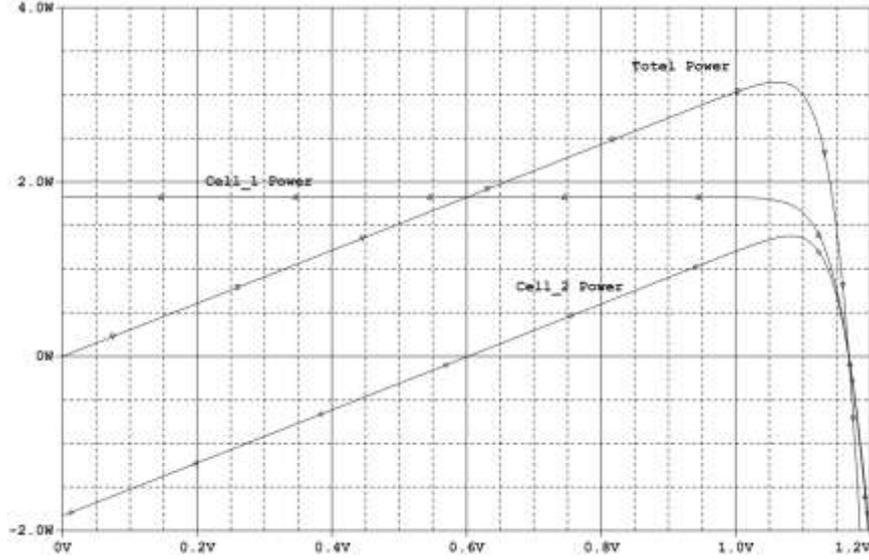


الشكل (21): مميزة الجهد التيار لربط خليتين على التفرع

يظهر الشكل (21) خصائص التيار كتابع للجهد وللطاقة. كخصائص للجهاز الكامل، حيث نجد أن الاستطاعة أيضاً قد تزايدت لأن المساحة المحصورة قد أصبحت أكبر من المساحة المحصورة بالنسبة لخلية وحيدة. يبين الشكل (22) مميزة جهد-أمبير لخليتين شمسيتين مربوطتين تسلسلياً. من الملاحظ أن جهد الخلية يتضاعف. ولمقارنة استطاعة الخلية الكلية مع الخليتين الأساسيتين نلاحظ أن الاستطاعة قد ازدادت نتيجة للربط التسلسلي الشكل (23). افترضنا شدة الإشعاع الشمسي للخلية الأولى 1000W/m^2 وشدة الإشعاع الشمسي للخلية الثانية 700W/m^2 .

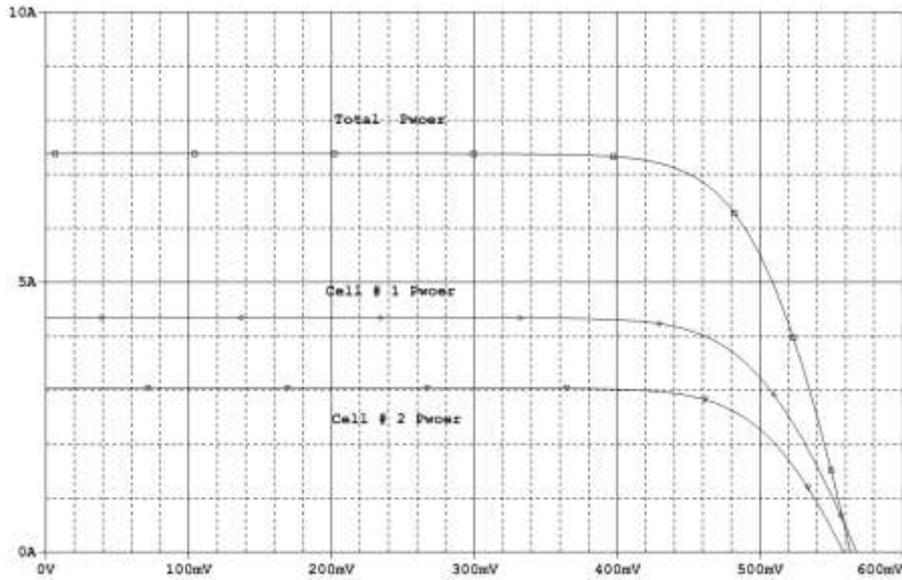


الشكل (22): مميزة الجهد-أمبير لخليتين مربوطتين تسلسلياً



الشكل (23): استطاعة الخلايا الشمسية المربوطة تسلسلياً

يبين الشكل (24) مميزة الجهد-أمبير لخليتين مربوطين على التفرع مع فرض شدة الإشعاع الشمسي للخلية الأولى $1000\text{W}/\text{m}^2$ وشدة الإشعاع الشمسي للخلية الثانية $700\text{W}/\text{m}^2$. من الملاحظ أن الوصل التفرعي ينصف المقاومة التسلسلية وبالتالي يضاعف التيار الضوئي، وتتضاعف الاستطاعة لأن المساحة الفعالة قد ضوعفت.



الشكل (24) مميزة الجهد-أمبير لخليتين مربوطين على التفرع

الاستنتاجات والتوصيات

إن دراسة الخصائص الكهربائية والحرارية للخلايا الشمسية تساهم في عملية اختيار آليات التصميم والتطوير لنظم الخلايا الشمسية وقد بينا في هذا البحث مدى تأثير المقاومة التسلسلية والتفرعية على مميزة الجهد-أمبير. والنتيجة كلما كانت قيمة المقاومة التسلسلية قريبة من الصفر، وقيمة المقاومة التفرعية كبيرة قدر الإمكان كان عمل الخلية الشمسية أفضل. كما بينا أن الخلية الشمسية تعمل عند درجات حرارة منخفضة بشكل فعال. ولزيادة استطاعة

الخلية قمنا بربط الخلايا تسلسلياً وتفرعياً. وتبين أن الربط التفرعي يقدم استطاعة أكبر وطريقة عمل للخلية بشكل أفضل.

إن البحث في مجال الخلايا الشمسية يفتح آفاق البحث لكثير من المحاور يمكن أن نحدد بعضها كأعمال مستقبلية على النحو الآتي:

- دراسة خصائص الخلية من خلال النمذجة على المستوى الفيزيائي.
- نمذجة نظام الطاقة الفولط ضوئية بشكل كامل بما في ذلك وحدات تخزين الطاقة، والمبدلات، ومحولات الجهد، ودراسة أداء النظام بشكل كامل.
- اختيار أنواع أخرى من الخلايا الشمسية كخلايا GaAs ودراسة خصائصها ومقارنتها مع الخلايا الشمسية السيلكونية.

المراجع العلمية

1. RENAC: RENEWABLE ACADEMY, www.renac.de, NERC, January 2010.
2. A. Goetzberger V.U. Hoffmann *Photovoltaic Solar Energy Generation*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 2005, 234.
3. S.O. KASAP, *Optoelectronics and Photonics: Principles and Practices*, Prentice-Hass, 2001, 254-274.
4. TOM MARKVART, LUIS CASTAÑER, *Solar Cells: Materials, Manufacture and Operation*, Elsevier, 2005, 569.
5. TOM MARKVART, LUIS CASTAÑER, *Handbook of Photovoltaics*, Elsevier, 2003, 1015.
6. ANTONIOLUQUE, STEVENHEGEDUS, , *Handbook of photovoltaic science and engineering*, JohnWiley&Son, 2003, 1117.
7. Kurt Mueller, Ricardo Borges, Simulation in Photovoltaics: From Solar Cells to full-Scale Arrayes, http://www.solarindustrymag.com/e107_plugins/content/content.php?content.5322. 2011, 1-4.
8. P. J. ASHENDEN, G. D. PETERSON, AND D. A. TEEGARDEN, "The System Designer's Guide to VHDL-MAS: Analog, Mixed-Signal, and Mixed-Technology Modeling," Morgan Kaufman Publishers, 2004, 872.
9. LUIS CASTAÑER AND SANTIAGOSILVESTRE, "Modeling Photovoltaic Systems using PSPICE, John Wiley & Sons, 2002, 873.
10. MUHAMMAD RASHID, *SPICE for Circuits and Electronics Using PSPICE*, 2nd Ed. Prentice-Hall, 2010, 475.
11. V. Litovski and M. Zwolinski, "VLSI Circuit Simulation and Optimization," Chapman & Hall, 1997.