

تحديد الخواص الترددية المثلى لقنوات إرسال الإشارات المتقطعة باستخدام تقنية FDM، وفق معيار أقل قيمة لضجيج التداخل بين الرموز وضجيج التداخل بين الأقنية

الدكتور جمال خليفة*

(قبل للنشر في 2000/5/13)

□ الملخص □ □

يرتبط عرض الحزمة الترددية للقناة ارتباطاً وثيق الصلة باستطاعة كل من ضجيج التداخل بين الرموز $P_{(ISI)}$ ، وضجيج التداخل بين القنوات P_{ICI} ، يتم في هذا العمل اقتراح حل نظري لتصميم القنوات الترددية لمنظومات نقل المعلومات بمعدل 2Bod/Hz. وذلك وفق معيار أقل قيمة لـ P_{ICI} و P_{ISI} ، مما يتيح استخدام هذه القنوات من حيث المجال الترددي استخداماً أمثل.

تم في هذا العمل استنباط الربط الرياضي بين الخواص الترددية للقناة ومجموع استطاعتي ISI و ICI. وذلك من أجل القنوات ذات الاستجابة النبضية المنتهية Finite duration Impulse Response Channels (FIR)، وكذلك تحديد العلاقات الرياضية التي تعطي استطاعة كل من ضجيجي التداخل بين الرموز في القناة الواحدة P_{ISI} ورموز القنوات المتجاورة P_{ICI} ، وذلك عند إرسال الإشارات الرقمية في أنظمة الإرسال متعدد القنوات، بطريقة التجميع بتقسيم المجال الترددي FDM التي تستخدم طريقة التعديل المطالي وحيد الحزمة SSB، باعتباره التقنية الأفضل من حيث الاستخدام الأمثل لعرض حزمة القناة.

*مدرس في قسم الهندسة الإلكترونية - في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية

Determination of the optimal frequency characteristics in the case of discrete signal transmission channels, using FDM technique in accordance with the minimum intersymbol interference and interchannel interference powers

Dr. Jamal Khalifa*

(Accepted 13/5/2000)

□ ABSTRACT □

□
The frequency bandwidth of the channel is tightly connected with the considerations of intersymbol interference (ISI) and interchannel interference (ICI) powers. We suggest a theoretical solution to design the frequency channels to transmit information with the rate of 2Bod/Hz corresponding to minimum value of (ISI) and (ICI) powers, which allow optimizing the usage of these channels.

The objective of this work is to evaluate the mathematical relationship between the frequency characteristics of the channel and the sum of (ISI) and (ICI) powers in the case of Finite Duration Impulse Response Channels (FIR), and determine the mathematical relationships, which give the power of (ISI) in the channel itself, and the power of (ICI) between channels in the FDM transmission systems of digital signals, which use the amplitude modulation SSB technique, that gives a better channel bandwidth performance.

*Lecturer, Electronic Engineering Department Mechanical & Electrical Engineering faculty of Tishreen University Lattakia - Syria

مقدمة:

إن من أهم المسائل التي تعترضنا عند إرسال الإشارات المتقطعة، هي عملية الاستخدام الأمثل للحزمة الترددية لقنوات الاتصال، وزيادة فاعلية هذا الاستخدام ، وهذا يعني زيادة عدد الإشارات التي يمكن إرسالها في قنوات الاتصال محدودة العرض ترددياً ، وذلك عن طريق تحسين أداء الأنظمة عند زيادة سرعة إرسال المعلومات. ومن المعروف أنه وبزيادة سرعة الإرسال لرموز الإشارات المرسله، فإن مشكلة ضجيج التداخل بين الرموز Intersymbol Interference (ISI) تزداد تأثيراً، وكذلك الحال بالنسبة للضجيج الناجم عن التداخل بين القنوات في الأنظمة متعددة القنوات Interchannel Interference (ICI). لذلك ازداد الاهتمام في الآونة الأخيرة بتصميم قنوات اتصال ،وفق معايير تعتمد على أقل قيمة لاستطاعة كل من هذين النوعين من أنواع الضجيج P_{ICI} و P_{ISI} .

يرتبط عرض الحزمة الترددية للقناة ارتباطاً وثيق الصلة بـ P_{ICI} و P_{ISI} ،وتعد زيادة استطاعة هذين النوعين من الضجيج من الاستخدام الأفضل لعرض الحزمة الترددية لقناة الاتصال، وبالتالي نستطيع عند تصميم قنوات ترددية وفق معيار أقل قيمة لـ P_{ICI} و P_{ISI} استخدام هذه القنوات ،من حيث المجال الترددي استخداماً أمثلياً.

لم يتم عملياً الوصول إلى حد نايكويست الموضوع عام 1928 ،الذي ينص على أن السرعة الحدية التي يمكن الوصول إليها عند إرسال الإشارات المتقطعة هو 2Bod/Hz ،ويبقى هذا الحد حداً نظرياً. يتم في هذا العمل اقتراح حل نظري لتصميم القنوات الترددية لمنظومات نقل المعلومات بمعدل 2Bod/Hz.

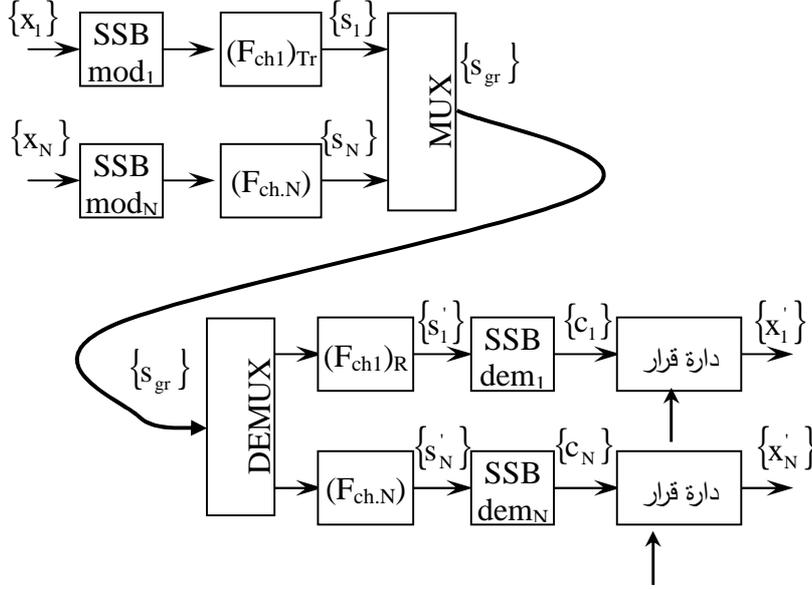
إن الاهتمام الكبير بـ ISI و ICI يظهر من عدد الدراسات التي ظهرت في الآونة الأخيرة ونوعيتها في المجالات العلمية، فقد تم في كثير من الأعمال العلمية التطرق إلى الاستخدام الفعال لعرض الحزمة الترددية للقناة، فقد جرى في العمل [1] تحليل فعالية عرض الحزمة في أنظمة QPSK ،بوجود ضجيج التداخل بين القنوات ICI فقط، دون التطرق إلى ضجيج التداخل بين الرموز، بينما تم في [2] مناقشة بعض أنواع المرشحات المصممة وفق معايير الاستطاعة الصغرى لـ ICI ،وذلك من حيث تحقيقها أصغر استطاعة لـ ISI وانتقاء أفضلها. وتناولت الكثير من الأعمال [3,4,5,6] موضوع حساب واستنتاج احتمال الخطأ في الأنظمة الرقمية، بوجود ضجيج التداخل بين الرموز وضجيج التداخل بين القنوات ،كل منها على حدة، أو بشكل مجتمع، وفي حال وجود الضجيج الأبيض أو في قناة خالية من الضجيج الأبيض

وقد أخذنا في اعتبارنا ،عند حل مسألة التصميم واستنتاج العلاقات الرياضية في هذا العمل، تأثير ضجيج التداخل بين الرموز ISI، إذ تم تجاهله في كثير من الدراسات [7,8,9,10] عند دراسة الاستخدام الأمثل لعرض حزمة القناة وذلك إضافة إلى ضجيج التداخل بين القنوات ICI الذي تناولت تأثيره عدد من الدراسات، وقدمت هذه الدراسات حلولاً نظرية للمسألة المذكورة، أخذة في الحسبان تأثير هذا النوع فقط. أما في حالتنا هذه ،فقد تم تحديد الخواص الترددية للقناة، وفق معيار أقل استطاعة ممكنة لمجموع ضجيجي التداخل بين الرموز والقنوات. واستنباط الربط الرياضي بين الخواص الترددية للقناة ومجموع استطاعتي ISI و ICI. وذلك من أجل القنوات ذات الاستجابة النبضية المنتهية Finite duration Impulse Response Channels (FIR)

لقد تم من أجل ذلك تحديد العلاقات الرياضية التي تعطي استطاعة كل من ضجيجي التداخل بين الرموز في القناة الواحدة P_{ISI} ورموز القنوات المتجاورة P_{ICI} ،وذلك عند إرسال الإشارات الرقمية في أنظمة الإرسال متعدد القنوات بطريقة التجميع بتقسيم المجال الترددي FDM، التي تستخدم طريقة التعديل المطالي وحيد الحزمة SSB باعتباره التقنية الأفضل من حيث الاستخدام الأمثل لعرض حزمة القناة. واستنباط النسبة بين مجموع استطاعتي هذين النوعين من الضجيج واستطاعة الإشارة المرسله، ومن ثم استخدام طرق حساب التغيرات calculus of Variation لتحديد القيمة الصغرى لهذه النسبة ،وفق شروط حدية تضمن استخدام أقل عرض حزمة ممكن.

حساب استطاعة ISI وICI على خرج القناة:

يبين الشكل (1) المخطط الصندوقي العام [11] لإحدى الطرق المتبعة في إرسال الإشارات الرقمية باستخدام التجميع بتقسيم التردد FDM، حيث مرشح تمرير حزمة Band Path Filter عرض حزمة تمريره W ، ويخصص لكل قناة مرشح في طرف الإرسال، ومرشح في طرف الاستقبال، MUX - مجمع باستخدام تقنية DEMUX FDM - مفكك إشارات مجمعة بطريقة SSB-D FDM - كاشف التعديل وحيد الحزمة.



الشكل رقم 1: مخطط عام لنظام إرسال واستقبال إشارات رقمية مع استخدام تجميع القنوات بالتقسيم الترددي FDM

SSB mod.: معدل مطالي بحزمة جانبية واحدة،

SSB dem.: كاشف التعديل المطالي وحيد الحزمة،

$(F_{ch\ n})_{Tr}$: مرشح القناة رقم n في طرف الإرسال،

$(F_{ch\ n})_R$: مرشح القناة رقم n في طرف الاستقبال.

بفرض أن المعلومات الرقمية التي يتم إرسالها تعطى [12] بالعلاقة:

$$\{x\} = \{x_n\}, \quad n = \overline{1, 2, \dots, N}, \quad x_n = \sum_m \hat{a}_{mn} d(t - mT). \quad (1)$$

حيث n : رقم القناة؛ $T = p/W$ ؛ $t = 0, \pm T, \pm 2T, \dots$ لحظات أخذ العينات، وتمتلك الرموز المرسله الخواص الاحتمالية التالية:

$$a_{mn} = 0; \quad \overline{a_{mn}^2} = s^2; \quad \overline{a_{mn} \cdot a_{lk}} = 0, \quad m \neq l, \quad n \neq k \quad (2)$$

نرمز إلى الخواص الترددية لمرشحات القناة بـ $K_q(w)$ ، ونرمز للاستجابة النبضية لهذه المرشحات بـ $g_q(t)$ ، واحد من هذه المرشحات في طرف الإرسال وواحد في طرف الاستقبال، وذلك من أجل كل قناة q ، وسنعتبر أن الخواص الترددية لمرشحات هذه القنوات مختلفة عن بعضها البعض، بمقدار انزياح ترددي على محور التردد كما في الشكل (2)، ويمكننا عندئذ، وبالاعتماد على خواص التعديل [12]، الحصول على العلاقة التالية:

$$g_q(t) = 2g(t)\cos w_q t \quad \hat{U} \quad K_q(w) = [K(w - w_q) + (w + w_q)] \quad (3)$$

وتعبر عن العلاقة بين المجالين الترددي والزمني وفقاً لفورييه وفورييه العكسي، و $2g(t)$ تمثل غلاف إشارة التردد العالي $g_q(t)$ ، حيث:

$$g(t) \hat{U} K(w) \quad (4)$$

ينتج من عملية الطي بين $g_q(t)$ و $g_n(t)$ أن:

$$R_{qn}(t) = g_q(t) * g_n(t) \hat{U} K_q(w) K_n(w) \quad (5)$$

وإذا كانت $w_q \gg W$ فإن :

$$R_{qq}(t) \approx 2R(t) \cos w_q t, R(t) = g(t) * g(t) \hat{U} K^2(w) \quad (6)$$

سنجري عملية الأمثلة optimization على صنف القنوات التي تمتلك خواص طورية-ترددية خطية، واستجابة نبضية محدودة زمنياً بامتداد زمني $2t_0$ حيث t_0 : تمثل التأخير الزمني الذي سببته القناة، ولم ندخل التأخير الزمني في حسابنا، وعدم إدخال التأخير الزمني يبسط المسألة من ناحية، ويجعل الخواص الترددية للقناة توابع حقيقية للتردد بدلاً من كونها مركبة.

تقوم مرشحات القنوات في طرف الإرسال بتشكيل إشارات القنوات:

$$s_n = \hat{a}_m a_{mn} g_n(t - mT) \quad (7)$$

والتي يشكل مجموعها الإشارة المجمعة:

$$s_{gr} = \hat{a}_n s_n = \hat{a}_{m,n} a_{mn} g_n(t) \quad (8)$$

وتكون الإشارة على خرج مرشح القناة في طرف الاستقبال:

$$s_q^*(t) = \hat{a}_{m,n} a_{mn} g_n(t - mT). \quad (9)$$

وباعتبار أن الإشارة تتعرض لعملية كشف وحيدة الحزمة [13]، فيمكن النظر إليها كنتيجة تعديل وحيد الحزمة SSB

للحامل ذي التردد العالي $\cos(w_q W/2)t$ ، بإشارة التردد المنخفض $A_q(t) \cos[(w_q - W/2)t + F_q(t)]$

$$s_q^*(t) = s_{SSB}(t) = A_q(t) \cos[(w_q - W/2)t + F_q(t)] \quad (10)$$

وبعد عملية الكشف للإشارة SSB التي تتم بضرب الإشارة $s_q^*(t)$ بالإشارة $2 \cos(w_q - W/2)t$ ، وكبت المركبات الترددية $(2w_q - W)$ نحصل على:

$$c_q(t) = A_q(t) \cos[F_q(t)] \quad (11)$$

ومن السهولة ملاحظة أنه عند مضاعفات التردد $w_q - W/2$ و W ، فإن عينات إشارة التردد العالي (10) تتطابق حتى بإشارة القطبية مع عينات إشارة التردد المنخفض (11)، أي مع $x_q^*(mT)$ / الشكل (1). إن الخواص الاحتمالية لكل العينات متساوية، وأبسط علاقة استطاعة على خرج القناة للعينات تكون في اللحظة $t=0$ ، ولذلك نجد استطاعة الإشارة المكونة من مجموع الإشارة والضجيج على خرج القناة رقم q عند $t=0$:

$$\overline{[x_q^*(0)]^2} = [s_q^*(0)]^2 = s^2 \hat{a}_{m,n} R_{qn}^2(mT). \quad (12)$$

وبنتيجة عدم وجود ترابط correlation بين الرموز المرسلة، وكذلك عدم الترابط بين ISI و ICI يمكن التأكيد أن [11] :

$$P_c + P_{ISI} + P_{ICI} = s^2 \mathring{a}_{m,n} R_{qn}^2(mT); P_c = s^2 R_{qq}^2(0). \quad (13)$$

$$P_{ISI} = s^2 \mathring{a}_{m, m^1 0} R_{qq}^2(mT); P_{ICI} = s^2 \mathring{a}_{m,n, n^1 q} R_{qn}^2(mT).$$

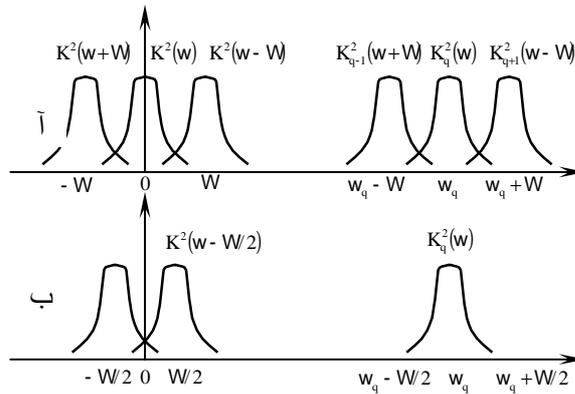
حل مسألة الاختيار الأمثل للخواص الترددية للقناة:

ويمكن إرجاع حل هذه المسألة إلى مسائل حساب التغيرات، وحيث إنه لا يمكن اعتماد العلاقة (3) من أجل حل الأمثلة في حساب التغيرات، لذلك نعيد تشكيلها بالشكل المناسب. بأخذ العلاقة (5) بالاعتبار، وكذلك ما يسمى (تكرار الطيف الأصلي) عند تقطيع الإشارة التمثيلية [14] يمكننا أن نكتب:

$$R_{qn}(t) \mathring{a}_m s(t - mT) \hat{U} \mathring{a}_i K_q(w + iW) K_n(w + iW) \quad (14)$$

ووفقاً لنظرية بارسوفال:

$$\begin{aligned} \mathring{a}_{m,n} R_{qn}^2(mT) &= \mathring{a}_n \int_{-\infty}^{\infty} \mathring{a}_m \mathring{a}_m R_{qn}(t) d(t - mT) \mathring{a}_m dt = \\ &= (1/T) \mathring{a}_n K_q(w) K_n(w) \mathring{a}_i \int_{-\infty}^{\infty} K_q(w + jW) K_n(w + jW) df \\ &= (1/T) \int_{-\infty}^{\infty} K_q(w) \mathring{a}_{n,i} K_n(w) K_{q-i}(w) K_{n-i}(w) df \end{aligned} \quad (15)$$



الشكل (2): طيف الإشارة المقطعة (أ) عند تردد تقطيع W ، (ب) عند تردد تقطيع $W/2$

وعند كون مرشحات القناة ذات انتقائية ترددية عالية، فإن للموضوع أهمية عملية، حيث إنه يمكن عندئذ إهمال الحدود التي تحوي الضارب $K_j(w)$ [15,16] في حال كون $|j-q| > 1$ انظر الشكل (2-أ). وبنتيجة ذلك يمكننا تبسيط العلاقة (15) إلى الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \mathring{a}_{m,n} R_{qn}^2(mT) &\gg (2/T) \int_{-\infty}^{\infty} [K_q^4(w) + 2K_q^2(w) K_{q+i}^2(w) + \\ &+ 2K_q^2(w) K_{q-i}^2(w)] df. \end{aligned} \quad (16)$$

إن التكامل في الجزء اليميني لا يتغير، إذا قمنا بإزاحة التابع الذي تتم مكاملته بمقدار W_q في الاتجاه الأيسر، وقمنا أيضاً بتغيير حدود التكامل بما يتوافق مع ذلك. مع الأخذ بعين الاعتبار (3) نحصل على:

$$\begin{aligned} \mathring{a}_{m,n} R_{qn}^2(mT) \gg (2/T) \int_{-\infty}^{\infty} [K^4(w) + 2K^2(w)K^2(w-W) + \\ + 2K^2(w)K^2(w+W)] df. \end{aligned} \quad (17)$$

من (12) وباحتساب (6) و(13) و(17) وبالاعتماد على نظرية التعديل ونظرية بارسوفال نحصل على:

$$P_c + P_{ISI} + P_{ICI} \gg (2s^2/T) \int_{-\infty}^{\infty} \mathring{R}^2(t)(1 + 4 \cos Wt) dt. \quad (18)$$

وبإجراء تحويلات مشابهة لحدود المجموع المضاعف بالنسبة للمتحوّلين m,n ، نحصل على:

$$\begin{aligned} P_{ICI} &= (4s^2/T) \int_{-\infty}^{\infty} \mathring{R}^2(t) \cos Wt dt; \\ P_{ISI} &= \int_{\dot{e}}^{\dot{e}} (2s^2/T) \int_{-\infty}^{\infty} \mathring{R}^2(t) dt - 4s^2 R^2(0) \int_{\dot{u}}^{\dot{u}} + (4s^2/T) \int_{-\infty}^{\infty} \mathring{R}^2(t) \cos Wt dt; \\ P_s &= s^2 R_{qq}^2(0) = s^2 \int_{\dot{e}}^{\dot{e}} \int_{\dot{e}}^{\dot{e}} K_q^2(w) df \int_{\dot{u}}^{\dot{u}} = s^2 \int_{\dot{e}}^{\dot{e}} \int_{\dot{e}}^{\dot{e}} K_q^2(w) df \int_{\dot{u}}^{\dot{u}} = \\ &= 4s^2 R^2(0). \end{aligned} \quad (19)$$

نستخدم العلاقة (19) لحل مسألة حساب التباين، وهذا هو الأهم بالنسبة لموضوعنا. كما يمكن استخلاص العلاقات التي تعطي استطاعة ضجيج التداخل بين الرموز وضجيج التداخل بين القنوات، لاستخدامها في الحالات العملية عند حساب P_{ICI} و P_{ISI} وذلك على الشكل التالي:
من العلاقة (13) نستطيع أن نكتب:

$$P_s + P_{ISI} = s^2 \mathring{a}_m R_{qq}^2(mT) = (s^2/T) \int_{-\infty}^{\infty} K_q^2(w) \mathring{a}_i K_q^2(w+iW) df$$

هنا أيضاً، وكما تم أثناء الحصول على العلاقة (17)، فإن التكامل في الجزء اليميني لا يتغير إذا قمنا بإزاحة التابع الذي تتم مكاملته بمقدار W_q في الاتجاه الأيسر، وقمنا أيضاً بتغيير حدود التكامل بما يتوافق مع ذلك. مع الأخذ بعين الاعتبار (3) نحصل على:

$$P_s + P_{ISI} = (4s^2/2T) \int_{-\infty}^{\infty} K^2(w) \mathring{a}_i K^2(w+iW) df = 4s^2 \mathring{a}_m R^2(2mT).$$

يتوافق زمن التقطيع $2T$ مع التردد الحدي للاستجابة الترددية $K^2(w)$ والمساوي لـ $W/2$ ، ومن العلاقة (19) نحصل على:

$$P_s + P_{ISI} \gg (4s^2/2T) \int_{-\infty}^{\infty} \mathring{R}^2(t) dt + P_{ISI}$$

ومن آخر علاقته نحصل على:

$$P_{ISI} = 4s^2 \frac{a}{m} R^2(2mT),$$

$$P_{ICI} = 4s^2 \frac{a}{m} R^2(2mT) - (2s^2/T) \int_0^{\infty} \dot{R}^2(t) dt. \quad (19')$$

وتكتسب هاتان العلاقتان أهميتهما خاصة عند الحسابات العملية لضجيج التداخل بين الرموز وضجيج التداخل بين القنوات، في الأنظمة الرقمية التي تعتمد تقنية الـ FDM، وتتميز هذه النتائج النظرية عن النتائج التي تم الحصول عليها في [17]، بكونها تأخذ في الحسبان تأثير ICI إضافة لتأثير ISI الذي تمت دراسته في العمل المذكور.

حل مسألة حساب التخابير:

نقوم بحساب القيمة الصغرى لنسبة الضجيج إلى الإشارة:

$$P_N / P_S = P_{ISI} / P_S + P_{ICI} / P_S,$$

حيث، وكما ينتج من (19):

$$P_{ICI} / P_S = (2/p) \int_0^{\infty} \dot{R}^2(j) \cos j \, dj ;$$

$$P_{ISI} / P_S = \frac{\dot{e}}{\ddot{e}} \int_0^{\infty} (1/p) \dot{R}^2(j) \, dj - 1 \frac{\dot{u}}{\ddot{u}} + (2/p) \int_0^{\infty} \dot{R}^2(j) \cos j \, dj ; \quad (20)$$

حيث:

$$j = \omega t, r^2(j) = R^2(t) / R^2(0). \quad (21)$$

ووفقاً للعلاقة (20) ينتج:

$$P_{ICI} / P_S = a > 0, \quad P_{ISI} / P_S = a + b^3 > 0 \quad (22)$$

والمطلوب البحث عن القيمة الأصغرى لـ $a+(a+b)$ ، ويمكن تبسيط المسألة على الشكل التالي: نبحث عن التابع تحت التكامل الذي يعطي القيمة الأصغرى لـ a ، ومن الثابت أن $a + b^3 > 0$. عند ذلك فإن القيمة الأصغرى لـ a تحقق القيمة الأصغرى لـ $a+(a+b)$ ، وهكذا نقوم بالبحث عن القيمة الأصغرى للعلاقة:

$$P_{ICI} / P_S = (2/p) \int_0^{\infty} \dot{R}^2(j) \cos j \, dj ; = a \int_0^{\infty} K^2(w) K^2(w - W) df, \quad (23)$$

$$a = \cos t.$$

وكي يكون للحل معنى نضع بعض الشروط على $r(j)$ ومن العلاقة (23) نرى أن لها قيمة أصغرى في حالتين تمثلان ما يسمى الحل التافه: (أ) $K^2(w) = 0$ (ب) $K^2(w)$ منتهية (محدودة)، حيث $K^2(w) = 0$ عندما $|w| > W/2$. ولاستبعاد الحالة (أ) نكتب الشرط التالي:

$$d = (2/p) \int_0^{\infty} j^2 dj = a \int_0^{\infty} K^2(w) df = \text{const}_1 > 0 \quad (24)$$

ولاستبعاد الحالة (ب) نكتب الشرط التالي:

$$f = \int_0^W K^2(w - W/2) df / \int_0^{\infty} K^2(w - W/2) df = 2 \int_0^{\infty} j^2 \sin c(j) dj = \\ = \text{const}_2 < 1, r_1(j) = R_1(t) / R_1(0). \quad (25)$$

تم هنا إجراء الحسابات باستخدام نظرية الطي ونظرية بارسوفال. من الشكل 2-ب يتضح أن $K^2(w - W/2)$ الخواص المباشرة للقناة حتى دارة اتخاذ القرار، وهكذا فإن f جزء من جهد إشارة القناة عندما $t=0$ على خرج الكاشف. وهي في حالة الحل التافه ب قيمة مساوية للواحد، وذلك بسبب كون $K^2(w)$ محدودة. إن الشرط الحدي (25) يعني أننا نجري عملية الأمثلة على صنف القنوات ذات الاستجابة النبضية المحدودة (وفي الحالة المعاكسة فإن الاستجابة النبضية لا يمكن تحقيقها [16]). وعند ذلك فإن الخواص الترددية للقناة غير منتهية (محدودة). وبالتالي $f < 1$ ومن نظرية التعديل:

$$K^2(w + W/2) + K^2(w - W/2) \hat{U} R_1(t) = 2R(t) \cos(Wt/2) \\ r_1(j) = 2r(j) \cos(j/2). \quad (26)$$

يتم حل مسألة إيجاد القيمة الدنيا للتابع (23) عند الشروط الحدية (24) و (25) باستخدام ضارب لاغرانج، وتمتلك معادلة أولر لمثل هذه المسألة في حساب التغيرات الشكل التالي [18]:

$$(d/dr_1) [r^2(j) \cos j + I_1 r^2(j) + I_2 r_1(j) \sin c(j)] = 0 \quad (27)$$

باختيار $I = 1$ والأخذ بعين الاعتبار أن:

$$r^2(j) \cos j + r^2(j) = 2r^2(j) \cos^2 j / 2 = r_1^2(j) / 2$$

عندها يكون حل المعادلة (27):

$$r_1(j) = \begin{cases} 2|\sin c(j)|, & |j| \leq Wt_0 \\ 0, & |j| > Wt_0 \end{cases} \quad (28)$$

إن إيجاد القيمة الصغرى لـ P_{ICI}/P_S يؤمن في نفس الوقت كون $P_{ISI}/P_S = 0$. وينتج من العلاقتين (26) و (28) أن حل المسألة هو: وبقبول أن

$$r(j) = \begin{cases} |\sin c(j/2)|, & |j| \leq Wt_0 \\ 0, & |j| > Wt_0 \end{cases} \quad (29)$$

وبقبول أن $I = 1$ ، $R(0) = p/2W$ ، حيث $t_0 = 2Mp/W$ ، عدد صحيح نحصل على:

$$r(T) = (W/2p) \sin c(Wt/2), |Wt/2| \leq Mp;$$

$$K^2(w) = (1/p) \{ \text{Si}[t_0(w + W/2)] - \text{Si}[t_0(w - W/2)] \} \quad (30)$$

وتمثل هذه العلاقة الاستجابة النبضية والخواص الترددية لمرشح تردد منخفض شبه مثالي quasi ideal LPF، وبالتالي فإن الجزء عالي التردد من القناة يمتلك استجابة نبضية وخواص ترددية لمرشح تمرير حزمة شبه مثالي quasi ideal BPF.

باستخدام التقريب بالنسبة لقيمة $S_i(x) \approx -(\cos x)/x$, $x \gg 1$ ، وجداول التكاملات [19]، ينتج عند الخواص الترددية المثالية المذكورة أن نسبة الضجيج إلى الإشارة في القناة تكون:

$$(P_N / P_S)_{\min} = (P_{ICI} / P_S)_{\min} = 1 - (1/2T) \int_0^T [R^2(t)/R^2(0)] dt \approx 1/Mp^2 \quad (31)$$

النتائج:

يمكن تلخيص أهم النتائج التي تم الحصول عليها بما يلي:

1- تم الحصول على علاقات رياضية غير معقدة، لتحديد استطاعة كل من ضجيج التداخل بين الرموز P_{ISI} وضجيج التداخل بين القنوات P_{ICI} ، في أنظمة ترأسل المعلومات الرقمية التي تستخدم تقنية تجميع الإشارات بالتقسيم الترددي للقناة FDM. ويمكن استخدام هذه العلاقات لتحديد نسبة الإشارة إلى الضجيج في هذه الأنظمة، وهي أبسط وأسهل في الاستخدام من العلاقات التي تم الحصول عليها في [17] في التطبيقات العملية.

2- كما تم الحصول على علاقات رياضية غير معقدة أخرى، لتحديد استطاعة كل من ضجيج التداخل بين الرموز P_{ISI} وضجيج التداخل بين القنوات P_{ICI} ، يمكن استخدامها في العديد من التطبيقات والتصاميم، بحيث تكون متطلبات التصميم معتمدة على معيار القيمة الصغرى لقيمة هذين النوعين من الضجيج.

3- تم الحصول على التصميم الأمثل للقنوات الترددية التي تستخدم لنقل الإشارات الرقمية باستخدام تقنية FDM، وذلك بتحديد الخواص الترددية لمرشحات القنوات شبه المثالية في مثل هذه الأنظمة، حيث تم تحديد الحل الأمثل ضمن مجموعة القنوات ذات الاستجابة النبضية، بامتداد زمني منته، وخواص طورية -ترددية خطية أي في القنوات التي لا تحدث تشوهات طورية للإشارات التي تنقلها، وذلك باعتماد الشروط المحددة في العلاقتين (24) و(25). ونلاحظ أنه وكلما ازدادت M في العلاقة (31)، أي كلما ازداد عدد نقاط تقاطع الاستجابة النبضية للمرشح مع محور الزمن ازدادت نسبة الإشارة إلى الضجيج، وبعبارة أخرى كلما اقترب المرشح من كونه مثالياً تكون النتائج أفضل .

- [1] BEAULIEU N. C, ABU-DAYYA A. A. 1995- Bandwidth efficient QPSK in Cochannel Interference and Fading. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.43, No.9, Sep., pp.2464-2474.
- [2] ليرنر، ز.د.، 1990- المرشحات شبه المثالية.مجلة إلكتروسفياز-مينسك، العدد السادس، 34-37. (باللغة الروسية)
- [3] RIVERA C., RITCEY J.A. 1998- Error Probabilities for QAM Systems on Partially Coherent Channels with ISI & Crosstalk. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.46, No.6, june., pp.775-783.
- [4] XIONG F., SHWEDYK E 1993- Sequential Sequence Estimation for Multiple-Channel Systems with ISI & ICI. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.41, No.2, FEB., pp. 322-331.
- [5] REUTER M. 1997- Numerically Efficient Fourier-Based Technique for Calculating Error Probabilities with ISI. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.45, No.6, June, pp. 629-632.
- [6] MOON J. 1998- Sequence Detection for Binary ISI Channels Using Signal-Space Partitioning. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.46, No.7, July, pp. 891-901.
- [7] CHIANI M., & others, 1997- Liner Modulated Channel Interferes. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.45, No.1, Jan., pp. 73-79.
- [8] VENTURA-TRAVESSET J., & others, 1997- Diversity Reception Coded modulation fading Channels, Cochannel Interference. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.45, No.7, July, pp. 809-818.
- [9] VAN de VELDE H., & others, 1995- ASDL Passband Performance, Effect of Cable & System Parameters. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.43, No.2/3/4, Feb./Mar./Apr., pp. 1248-1251.
- [10] WEI L., & others, 1995- Multi-User OFDM, Satellite Mobile/Two-path Rayleigh Fading Channels. IEEE Transactions on communications U.S.A. Vol.43, No.2/3/4, Feb./Mar./Apr., pp. 887-895.
- [11] SHOOVALOV V.P. & others, 1990- Peredatcha diskretnikh saobshenie" Transmission of discrete communication", Radio i Sviaz publishers, Moscow.
- [12] PROAKIS G. SALAH M., 1994- Communication systems Engineering, Prentice Hall International, U.S.A.
- [13] FRANKS L.E. 1969- Signal Theory, Prentice Hall International, Englewood U.S.A.
- [14] SCHWARTZ M. 1990- Information transmission modulation & noise, McGraw Hill U.S.A.
- [15] كيسيل، ف.أ. 1986- المصححات التشابيهية والرقمية، دار راديو إسفياز، موسكو. (باللغة الروسية).
- [16] فرنك، ل.م. 1970- نظرية إرسال المعلومات المتقطعة، دار سوفيتسكي راديو، موسكو. (باللغة الروسية).
- [17] كيسيل، ف.أ.، خليفة، جمال محمد، 1989- طريقة جديدة لحساب استطاعة ضجيج التداخل. مجموعة الأعمال العلمية للمعهد الإلكتروني لتقني للاتصالات-أوديسا، 47-50. (باللغة الروسية)
- [18] برونشتين، ي.ن.، سيمنديايف، ك.أ. 1981- الدليل في الرياضيات، دار ناووكا ، موسكو. (باللغة الروسية).
- [19] بريتشكوف، يو.أ. 1986- جداول التكاملات غير المنتهية، دار ناووكا ، موسكو. (باللغة الروسية).