مجلة جامعة تشرين للدراسات و البحوث العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (24) العدد (12)2002
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Engineering Sciences Series Vol (24) No (12) 2002

# استخدام طريقة المفاصل اللدنة المحسّنة من المرتبة الثانية في التحليل اللدن للإطارات المستوية

الدكتور محمود سعيد *
الدكتور نبيل دبانة **
غدير هيكل ***

( قبل للنشر في 2002/1/30)

## □ الملخّص □

يتطلب التصميم بالطرق الحدية الحديثة دراسة السلوك اللدن للعناصر الإنشائية بعد حد الخضوع وذلك بهدف الاستثمار الأمثل لقدرة هذه العناصر في مقاومة أشكال التحميل المختلفة التي يمكن أن تتعرض لها المنشأة الهندسية. مما دعا إلى تطوير طرق التحليل الإنشائي، وبشكل خاص طريقة العناصر المنتهية، باتجاه التحليل اللدن.

وتتميز طريقة المفاصل اللدنة المحسّنة من المرتبة الثانية بكونها تنمذج السلوك اللدن اللاخطي للعناصر والجمل الإنشائية بشكل فعّال. بالإضافة إلى ذلك فهي سهلة البرمجة ولا تتطلب جهداً عددياً كبيراً.

سوف نقوم في هذه المقالة بشرح الأساس النظري لهذه الطريقة، بدءاً من المعادلة التي تحكم السلوك التوازني لعنصر جائز–عمود وحتى الوصول إلى علاقة الصلابة اللدنة لعنصر إطاري مستوي. ثم ننتقل لعرض المخطط النهجي الذي قدمناه لإدراج الطريقة المقترحة في برنامج تحليل إنشائي FEAW7 . أخيراً يتم حل مثال عملي تطبيقي ومقارنة النتائج مع نتائج الحل التقليدي.

* أستاذ في قسم الهندسة الإنشائية، كلية الهندسة المدنية، جامعة تشرين، اللاذقية، سورية.
** أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية، كلية الهندسة المدنية، جامعة تشرين، اللاذقية، سورية.
*** طالبة ماجستير في قسم الهندسة الإنشائية، كلية الهندسة المدنية، جامعة تشرين، اللاذقية، سورية.

مجلة جامعة تشرين للدراسات و البحوث العلمية _ سلسلة العلوم الهندسية المجلد (24) العدد (12)2002
Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Engineering Sciences Series Vol (24) No (12) 2002

# Utilization of The Second Order Refined Plastic Hinge Method in The Inelastic Analysis of Plane Frames

**Dr. Mahmoud Said** *
**Dr. Nabil Debbaneh** **
**Ghadir Haikal** ***

**(Accepted 30/1/2002)**

## □ ABSTRACT □

Modern design codes require the study of the inelastic behavior of structural elements after yielding point. That is in order to achieve the optimum investment of a member's strength and stiffness in resisting the various types of loading the structure may be subjected to. This trend resulted in the development of structural analysis methods, and particularly the Finite Elements method towards plastic analysis.

The second order refined plastic hinge method offers an effective approach in modeling the inelastic structural behavior. In addition, its mathematical model can be programmed without implying high computational cost and effort.

In this paper, the theory of the second order refined plastic hinge method is exposed, starting from the equation governing the equilibrium of a column-beam member, until the inelastic stiffness relationship of a plane frame element is reached. Follows the algorithm we presented for the implementation of the mentioned method in a structural analysis program, FEAW7. Finally, an example is solved to demonstrate the accuracy and effectiveness of the program on one hand, and for the comparison of the results on the other.

* **Professor at the Structural Engineering Department, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**
** **Assistant Professor at the Structural Engineering Department, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**
*** **Master Student at the Structural Engineering Department, Faculty of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.**

## مقدمة:

تدعو الكودات الحديثة إلى تصميم العناصر الإنشائية باستخدام الطرق الحدية. وذلك لاستثمار العمل اللدن لهذه العناصر في تحقيق عامل أمان كاف ضد انهيار الجملة الإنشائية عند تعرضها لحمولاتها التصميمية القصوى ومع التطورات المتسارعة في مجال التقنيات الحديثة والمعلوماتية، فقد ظهرت برامج التحليل الإنشائي، والتي تعتمد طريقة العناصر المنتهية أساساً لها، كوسيلة فعالة لتحليل المنشآت المعقدة التي تتجاوز إمكانيات أو صلاحيات الطرق اليدوية المعروفة سابقاً.

إلا أن البرامج المتوفرة تفترض سلوكاً خطياً مرناً لعناصر المنشأة. ولتحقيق نموذج أفضل وأقرب إلى الواقع يجب الأخذ بعين الاعتبار السلوك اللدن للعناصر وما ينتج عنه من إعادة توزيع للقوى الداخلية. بالإضافة إلى ذلك فإن السماح للعنصر الإنشائي بتشوهات لدنة يقتضي إجراء تحليل لاخطي من المرتبة الثانية لأخذ تأثير هذه التشوهات على توازن واستقرار العنصر والجملة ككل.

لذلك فقد ظهرت الحاجة إلى تطوير النماذج الرياضية لطريقة العناصر المنتهية لتأخذ بعين الاعتبار السلوك اللدن للعناصر الإنشائية، وتأثيره على المنشأة بشكل عام. وذلك لإعطاء برامج التحليل الإنشائي صفة تطبيقية واقعية. وظهرت عدة طرق للتحليل اللدن أهمها:

1) طريقة المفاصل اللدنة من المرتبة الثانية Second Order Elastic Plastic Hinge : وفيها ينمذج السلوك اللدن للعنصر بواسطة مفاصل لدنة منتهية الطول تتوضع في نهاياته. ويفترض بقاء كامل مقطع العنصر مرناً حتى بلوغ مقاومة المقطع اللدن، وعندها ينتقل المقطع من المرونة المثالية إلى اللدونة المثالية. وتسمى هذه الطريقة أحياناً بالتحليل المرن–اللدن.

2) طريقة المنطقة اللدنة Plastic Zone: وهي توظف نظرية اللدونة ونظرية الاستقرار في دراسة الانتشار التدريجي للأجزاء المتلدنة على كامل طول ومساحة العنصر.

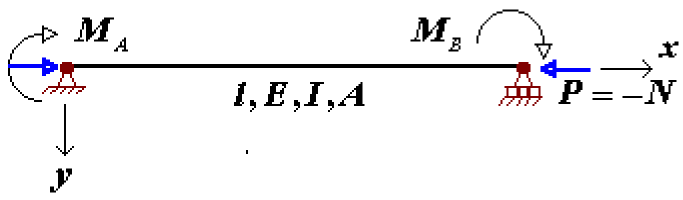
تتميز الطريقة الأولى بكونها لا تتطلب جهداً عددياً كبيراً. ويمكن من خلالها إدخال التأثيرات اللاخطية والتعبير عن التشوهات البدئية والشروط الطرفية للقوى والانتقالات بشكل صريح. كما يمكن الانتقال إلى التحليل ثلاثي الأبعاد بشكل أسهل منه مع طريقة المنطقة اللدنة، والتي يتطلب التحليل الفراغي فيها استخدام عناصر قشريات فراغية. إلا أنها لا تعبر عن التلدن التدريجي لمقطع العنصر بدءاً من الألياف الطرفية وباتجاه المحور المحايد. كما أن المناطق اللدنة تنتشر على كامل طول العنصر ولا تتركز في نهايتيه فقط كما تفترض طريقة المفاصل اللدنة من المرتبة الثانية. لذلك، وللأغراض العلمية والعملية، فقد ظهرت طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية Second Order Refined Plastic Hinge Analysis لتجمع مميزات الطريقتين.

إن الهدف من هذه المقالة هو التوصل إلى وضع مخطط نهجي لبرمجة طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية، ثم إدراجها في برنامج تحليل إنشائي FEAW7. وذلك لبيان أهمية استخدام التحليل اللدن في تحليل المنشآت الهندسية.

ومن أجل شرح النموذج الرياضي لهذه الطريقة نبدأ من علاقة الصلابة ضمن المرتبة الثانية لعنصر إطاري مستوي، والتي يتم الحصول عليها انطلاقاً من المعادلة التفاضلية التي تحكم السلوك التوازني لعنصر جائز–عمود.

## 1 – علاقة الصلابة لعنصر جائز – عمود مرن

ليكن لدينا عنصر جائز – عمود AB معرض لعزمين مركزين $M_A, M_B$ في نهايتيه وإلى قوة ضاغطة $P=-N$ كما هو مبين بالشكل:




الشكل (1) عنصر جائز–عمود

بفرض أن الانتقالات كبيرة نسبياً ، وبوضع معادلات التوازن على الوضعية المتشوهة، فإن المعادلة التفاضلية التي تحكم السلوك التوازني لهذا العنصر هي[2]:

$$\frac{d^2v}{dx^2}+\rho^2 v=\frac{-M_A}{EI}+\frac{M_A+M_B}{EI}\cdot\frac{x}{l} \qquad \rho^2=\frac{P}{EI}=\frac{-N}{EI} \qquad (1)$$

حيث أن v هو تابع الانتقال الشاقولي لعنصر الجائز–العمود

EI الصلابة الانعطافية

l طول العنصر

N القوة الناظمية في العنصر

بحل هذه المعادلة، وبالتعويض بالشروط الطرفية المناسبة نحصل على علاقة الصلابة لعنصر جائز–عمود كما يلي[2]:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ N \end{Bmatrix}=\frac{EI}{l}\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A}{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \varepsilon \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

$$S_1=\begin{cases} \dfrac{\alpha\sin\alpha-\alpha^2\cos\alpha}{2-2\cos\alpha-\alpha\sin\alpha}; N<0 \\ \dfrac{\alpha^2\cosh\alpha-\alpha\sinh\alpha}{2-2\cosh\alpha-\alpha\sinh\alpha}; N>0 \end{cases} \quad (3) \qquad S_2=\begin{cases} \dfrac{\alpha^2-\alpha\sin\alpha}{2-2\cos\alpha-\alpha\sin\alpha}; N<0 \\ \dfrac{\alpha\sin\alpha-\alpha^2}{2-2\cosh\alpha-\alpha\sinh\alpha}; N>0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\alpha = \pi \sqrt{\frac{|P|}{P_e}} = \pi \sqrt{\frac{|P|}{\pi^2 EI/l^2}} = l\sqrt{\frac{|P|}{EI}} \qquad (5)$$

وهي العلاقة بين العزمين المركزين $M_A, M_B$ والقوة الناظمية $N$ من جهة، والدوران في المسندين والانزياح الطولي من جهة أخرى.ويلاحظ أنها علاقة لاخطية إذ أن حدود مصفوفة الصلابة تابعة للقوة الناظمية من خلال المتحول $\rho$ . لذلك، ومن أجل التحليل اللاخطي، من المفيد كتابة علاقة الصلابة هذه بشكل تطفيفي incremental form [1][2]. فإذا كانت $\dot{M}_A, \dot{M}_B, \dot{\theta}_A, \dot{\theta}_B$ تطفيفات العزوم الداخلية والدورانات في نهايتي العنصر، و $\dot{N}, \dot{e}$ تطفيفات القوة الناظمية والانزياح الطولي للعنصر فإن علاقة الصلابة تكتب كما يلي:

$$\begin{Bmatrix} \dot{M}_A \\ \dot{M}_B \\ \dot{N} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A}{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{e} \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

$$\dot{f}_c = k_c \, \dot{d}_c \qquad (7)$$

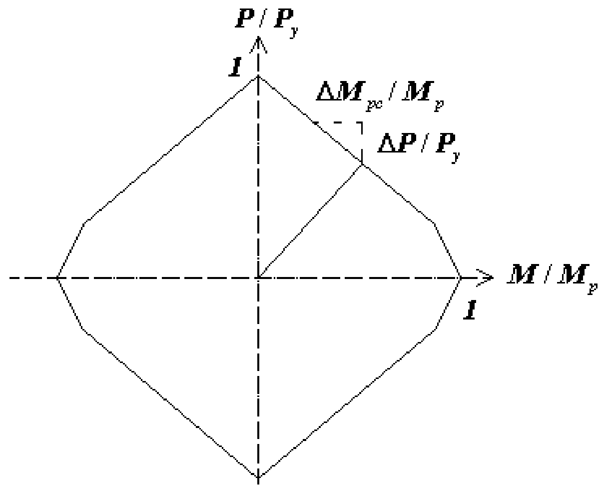
$\dot{f}_c$ شعاع تطفيفات القوى الداخلية في العنصر

$\dot{d}_c$ شعاع تطفيفات الانتقالات في العنصر.

## 2 – نمذجة المفاصل اللدنة

سوف نستخدم العلاقات الواردة في الكود الأمريكي (1993) AISC - LRFD لتحديد المقاومة اللدنة للمقطع. حيث يتم حساب قيمة العزم المقاوم اللدن لمقطع ما من علاقات الترابط بين عزم الانعطاف والقوة الناظمية وهي على الشكل[3]:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{P}{P_y} + \frac{8M}{9M_p} \le 1; \frac{P}{P_y} \ge 0.2 \\ \beta &= \frac{P}{2P_y} + \frac{M}{M_p} \le 1; \frac{P}{P_y} < 0.2 \end{aligned} \qquad (8)$$




**الشكل (2) مخطط الترابط بين القوى الناظمية وعزم الانعطاف حسب الكود AISC - LRFD (1993)**

حيث $M$ *عزم الانعطاف ضمن المرتبة الثانية*

$M_p$ العزم المقاوم اللدن للمقطع المعرض للانعطاف الصافي

$P$ *القوة الضاغطة ضمن المرتبة الثانية*

$P_y$ حمولة الانهيار

من قراءة **الشكل** (2) نلاحظ أن الخط المنكسر الموافق لـ $b = 1$ يعبر عن الحالة الحدية القصوى لتحمل المقطع ويسمى بالسطح اللدن [2]. عندما يتشكل مفصل لدن يفترض أن قوى المقطع تقع على هذا السطح. وإذا ازادت قيمة القوة الناظمية بمقدار $DP$ خارج السطح اللدن وجب تخفيض العزم المقاوم بمقدار $DM_{pc}$ لإعادة القوى الداخلية إلى مستوى هذا السطح والمحافظة على توازن المقطع[2].

## 3 – علاقة الصلابة المعدلة بوجود المفاصل اللدنة في إحدى أو كلتي نهايتي عنصر جائز – عمود

يتشكل المفصل اللدن عندما تزيد القوى الداخلية في مقطع ما عن المقاومة اللدنة لهذا المقطع[2].بفرض أن المفاصل اللدنة تتشكل في نهايات العنصر فقط، وأن التشوهات اللدنة في هذه المفاصل تنحصر في زاوية الدوران، تعدل علاقة الصلابة للتعبير عن التغير في سلوك العنصر والناتج عن تشكل مفصل لدن في إحدى أو كلتا نهايتيه كما يلي[2]:

عند تشكل مفصل لدن في النهاية $A$ للعنصر، تكتب العلاقة بين تغيرات القوى الداخلية وتغيرات الانتقالات كما يلي:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{PCA} \\ \dot{M}_B \\ \dot{N} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l}\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A}{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\varepsilon} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$\Delta M_{PCA}$ التغير في العزم اللدن للمقطع بازدياد $N$ إلى $N+\dot{N}$ .

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{M}_A \\ \dot{M}_B \\ \dot{N} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (S_1^2 - S_2^2)/S_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A}{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\varepsilon} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ S_2/S_1 \\ 0 \end{Bmatrix}\Delta M_{PCA} \quad (10)$$

يمكن الحصول على علاقة مشابهة في حال تشكل المفصل اللدن في B :

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{M}_A \\ \dot{M}_B \\ \dot{N} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l}\begin{bmatrix} (S_1^2 - S_2^2)/S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A}{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\varepsilon} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} S_2/S_1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}\Delta M_{PCB} \quad (11)$$

وفي حال تشكل مفصلين في A, B :

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{M}_A \\ \dot{M}_B \\ \dot{N} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A}{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_A \\ \dot{\theta}_B \\ \dot{\varepsilon} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta M_{PCA} \\ \Delta M_{PCB} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

وتجمع الحالات الثلاث في المعادلة:

$$\Rightarrow \dot{f}_c = k_{ch}\,\dot{d}_c + \dot{f}_{cp} \quad (13)$$

$k_{ch}$ مصفوفة الصلابة المعدلة بوجود المفاصل اللدنة

$\dot{f}_{cp}$ شعاع تصحيح الحمولات الناتج عن التغير في العزم اللدن للمقطع بتغير القوى الناظمية.

## 4 – طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية [2]

وهي تختلف عن طريقة المفاصل اللدنة بالنقاط التالية:

– يؤخذ تأثير انتشار اللدونة ضمن العنصر بعين الاعتبار من خلال عامل مرونة لاخطي $E_t$

$$\frac{E_t}{E} = \frac{P_{ninelastic}}{P_{nelastic}} \quad (14)$$

وقد اقترحت عدة صيغ للعامل $E_t$ نذكر منها:

$$\frac{E_t}{E}=\begin{cases}1 & P\le 0.39\,P_y\\ -2.7243\,\dfrac{P}{P_y}\ln\dfrac{P}{P_y} & P>0.39\,P_y\end{cases}\qquad (\text{AISC - LRFD},1993)\qquad (15)$$

$$\frac{E_t}{E}=\begin{cases}1 & P\le 0.5\,P_y\\ \dfrac{4P}{P_y}\left(1-\dfrac{P}{P_y}\right) & P>0.5\,P_y\end{cases}\qquad (\text{CRC})\qquad (16)$$

– الانتقال من السلوك المرن المثالي لنهايات العنصر إلى السلوك اللدن المثالي يتم بشكل تدريجي و ينمذج هذا السلوك في العلاقة بين عزوم النهايات و الدورانات في هذه النهايات كما يلي :

$$\begin{Bmatrix}\dot M_A\\ \dot M_B\end{Bmatrix}=\frac{E_t I}{l}\begin{bmatrix}\left[s_1-\dfrac{s_2^2}{s_1}(1-\phi_B)\right]\phi_A & \phi_A\phi_B s_2\\ \phi_A\phi_B s_2 & \phi_B\left[s_1-\dfrac{s_2^2}{s_1}\left[1-\phi_A\right]\right]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot\theta_A\\ \dot\theta_B\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\dot f_{pa}\\ \dot f_{pB}\end{Bmatrix}\qquad (17)$$

$\phi_i=\phi_i(b)\in[0\;1]$ تابع كثير حدود يعبر عن تناقص التدريجي للصلاية والناتج عن لاخطية المادة.
بالتالي تصبح العلاقة بين العزوم في النهايات والدورانات الموافقة لها:

$$\begin{Bmatrix}\dot M_A\\ \dot M_B\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}k_{P1} & k_{P3}\\ k_{P3} & k_{P2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot\theta_A\\ \dot\theta_B\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\dot f_{pa}\\ \dot f_{pB}\end{Bmatrix}\qquad (18)$$

$$k_{P1}=\frac{E_t I}{l}\left[s_1-\frac{s_2^2}{s_1}(1-\phi_B)\right]\phi_A\quad ;\quad k_{P2}=\frac{E_t I}{l}\left[s_1-\frac{s_2^2}{s_1}(1-\phi_A)\right]\phi_B$$

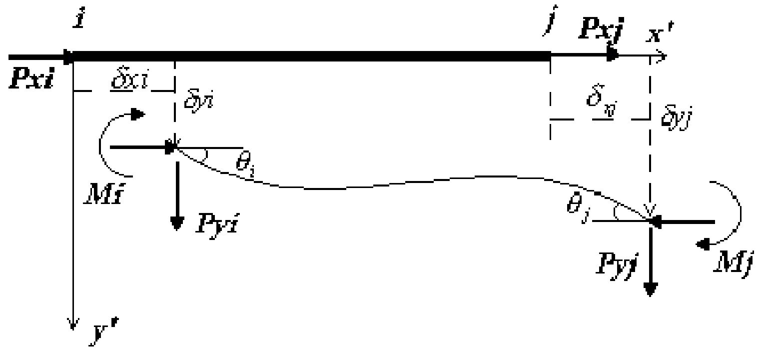
$$k_{P3}=\phi_A\phi_B s_2\qquad (18)$$

وقد أثبتت المقارنة مع النتائج التجريبية أن توظيف العلاقة **(16)** لعامل المرونة اللاخطي

واختيار التوابع $\phi_i$ على شكل كثيرات حدود من الدرجة الثانية يؤدي إلى نتائج مقبولة جداً[2].

## 5 – علاقة الصلابة المعدلة لعنصر إطاري مستوي في جملة الإحداثيات العامة

لنعتبر العنصر الإطاري المستوي المبين بالشكل. تعرف درجات حرية هذا العنصر بالنسبة لجملة محاوره الخاصة بشعاع انتقالات النهايات $\{d_e\}'$ ويقابله شعاع قوى النهايات $\{P_e\}'$ [4]




$$\{\delta_e\}' = \begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{yi} \\ \theta_i \\ \delta_{xj} \\ \delta_{yj} \\ \theta_j \end{Bmatrix}' \qquad \{P_e\}' = \begin{Bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ M_i \\ P_{xj} \\ P_{yj} \\ M_j \end{Bmatrix}'$$

**الشكل (3) درجات حرية العنصر الإطاري المستوي في جملة محاوره الخاصة**

انطلاقاً من العلاقة المعدلة بين العزوم والدورانات، وبأخذ كل درجات حرية العنصر الإطاري المستوي بعين الاعتبار، تكتب علاقة الصلابة المعدلة بوجود مفاصل لدنة في إحدى أو كلتي نهايتي هذا العنصر كما يلي:

$$\{P_e\}' = [k_{ep}].\{d_e\}' + \{P_e^f\}' \qquad (19)$$

حيث $\{P_e^f\}'$ شعاع الحمولات المكافئة منسوباً لجملة المحاور الخاصة

$[k_{ep}]$ مصفوفة الصلابة المعدلة في المحاور الخاصة.

$$\Rightarrow \{P_e\}' = [k_{ep}].\{d_e\}' + \{P_e^f\}' + \{P_{ep}\}' \quad (20)$$

حيث $\{P_{ep}\}'$ شعاع تصحيح الحمولات.

$$[k_{ep}] = \begin{bmatrix} k_0 & 0 & 0 & -k_0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{P6} & k_{P4} & 0 & -k_{P6} & k_{P5} \\ 0 & k_{P4} & k_{P1} & 0 & -k_{P4} & k_{P3} \\ -k_0 & 0 & 0 & k_0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{P6} & -k_{P4} & 0 & k_{P6} & -k_{P5} \\ 0 & k_{P5} & k_{P3} & 0 & -k_{P5} & k_{P2} \end{bmatrix}; \{P_{ep}\}' = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{p3}' \\ f_{p1}' \\ 0 \\ -f_{p3}' \\ f_{p2}' \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$k_{P4}=\frac{k_{P1}+k_{P3}}{l}\;;\qquad k_{P5}=\frac{k_{P2}+k_{P3}}{l}\;;\qquad k_{P6}=\frac{k_{P4}+k_{P5}}{l}\;;\qquad k_0=\frac{EA}{l}\qquad(22)$$

$$\dot f_{p1}=\dot f_{pA}\quad;\quad \dot f_{p2}=\dot f_{pB}\quad;\quad \dot f_{p3}=\frac{\dot f_{pa}+\dot f_{pB}}{l}\qquad(23)$$

وإذا كانت $\lambda$ زاوية ميل العنصر عن جملة المحاور العامة فإن :

$$\left\{\dot P_e\right\}=\left[k_{ep}\right].\left\{\dot\delta_e\right\}+\left\{\dot P_e^{f}\right\}+\left\{\dot P_{ep}\right\}\qquad(24)$$

$$\left[k_{ep}\right]=\left[R_0\right]^T.\left[k_{ep}\right]'.\left[R_0\right]'\;;\quad \left\{\dot P_{ep}\right\}=\left[R_0\right]^T\left\{\dot P_{ep}\right\}'\qquad(25)$$

حيث $\left[k_{ep}\right]$ مصفوفة الصلابة المعدلة في المحاور العامة

$\left\{\dot P_{ep}\right\}$ شعاع تصحيح الحمولات منسوباً لجملة المحاور العامة

$\left[R_0\right]$ مصفوفة التحويل [4] (26)

$$\left[R_0\right]=\begin{bmatrix}\cos\lambda & \sin\lambda & 0\\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\qquad(26)$$

وبتجميع علاقات الصلابة العنصرية نحصل على علاقة الصلابة العامة للجملة المدروسة بشكلها التطفيفي [1] Incremental Form

$$\left\{\dot F_G\right\}=\left[K_G\right].\left\{\dot D_G\right\}\qquad(27)$$

## 6 – المخطط المنهجي لبرمجة طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية

1. حساب شعاع تزايدات الحمولات البدائي $\dot{\mathbf{F}}_{\mathbf{G}}$ وهو شعاع الحمولات الخارجية مضروبة بعامل تزايد.
2. بالاعتماد على القيم المتوفرة للمتحولات الهندسية والسكونية تشكيل علاقة الصلابة في جملة الإحداثيات العامة $\mathbf{k}_{\mathbf{G}}$ لكل عنصر وتعديلها لتأخذ بعين الاعتبار وجود المفاصل اللدنة إذا لزم الأمر.
3. تشكيل مصفوفة الصلابة العامة للمنشأ $\mathbf{K}_{\mathbf{G}}$ .
4. حساب شعاع تزايد الانتقالات في العقد $\dot{\mathbf{D}}_{\mathbf{G}}=\mathbf{K}_{\mathbf{G}}^{-1}\dot{\mathbf{F}}_{\mathbf{G}}$ .
5. استنتاج شعاع تزايد انتقالات كل عنصر $\dot{\mathbf{d}}_{\mathbf{g}}$ وتحويله إلى جملة الإحداثيات الخاصة.
6. حساب شعاع القوى الداخلية في الإحداثيات الخاصة لكل عنصر.
7. تحديث القوى الداخلية في العناصر وتحديث عامل تزايد الحمولات.
8. تحديث الشكل الهندسي وإحداثيات عقد المنشأ.
9. تحديث قائمة المفاصل اللدنة.

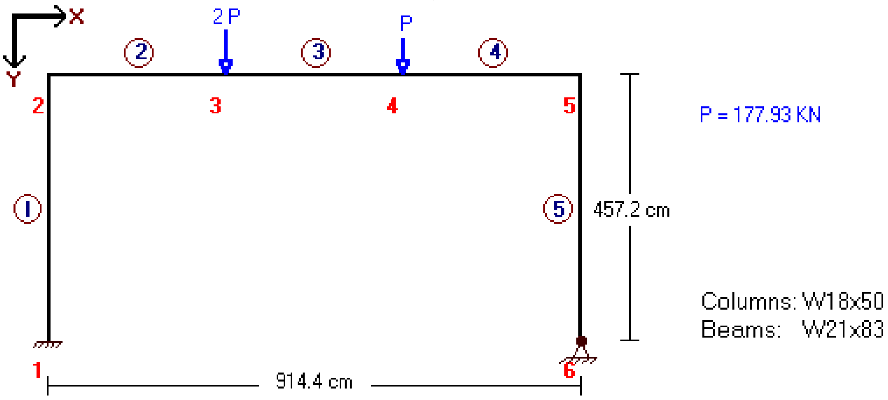
10.تخزين النتائج لاستخدامها في التكرار التالي.

## 7 – التعريف بالبرنامج

البرنامج FEAW7 هو برنامج عناصر منتهية مكتوب بلغة VISUAL BASIC 6. يمكن من خلاله حل مسائل التحليل الخطي ، التحليل اللاخطي من المرتبة الثانية، الاستقرار، والاهتزاز الحر للعناصر الخطوطية. وقد تم تطويره ليتضمن التحليل اللدن باستخدام طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية.

## 8 – مثال

سوف نقوم بحل مثال وارد في المرجع [2]، وهو إطار مستوٍ مبين بالشكل:




نوظف البرنامج FEAW 7 لإجراء التحليل الإنشائي للإطار في أربع حالات: تحليل خطي من المرتبة الأولى، لاخطي من المرتبة الثانية، مرن لدن بطريقة المفاصل اللدنة من المرتبة الثانية ثم بطريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية. تبين النتائج في الجدولين 1 و 2.

**الجدول –1– انتقالات العقد (cm, rad)**

| رقم العقدة | تحليل مرن خطي | | | تحليل مرن لاخطي | | | طريقة المفاصل اللدنة (التحليل المرن–اللدن) | | | طريقة المفاصل اللدنة المحسنة | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Dx | **Dy** | 100Rz | Dx | **Dy** | 100 Rz | Dx | **Dy** | 100 Rz | Dx | **Dy** | 100 Rz |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0.922 | 0.076 | 0.867 | 0.9499 | 0.079 | 0.874 | 1.079 | 0.079 | 0.906 | 1.148 | 0.079 | 0.965 |
| 3 | 0.912 | 2.736 | 0.555 | 0.9296 | 2.751 | 0.557 | 1.059 | 2.827 | 0.572 | 1.128 | 2.989 | 0.594 |
| 4 | 0.904 | 2.588 | -0.61 | 0.9195 | 2.604 | -0.61 | 1.052 | 2.089 | -0.63 | 1.120 | 2.817 | -0.65 |
| 5 | 0.897 | 0.074 | -0.73 | 0.9017 | 0.074 | -0.73 | 1.034 | 0.074 | -0.78 | 1.099 | 0.074 | -0.84 |
| 6 | 0 | 0 | 0.659 | 0 | 0 | 0.664 | 0 | 0 | 0.669 | 0 | 0 | 0.669 |

**الجدول -2-القيم الأعظمية للقوة الناظمية وعزم الانعطاف في العناصر (KN, m)**

| رقم العنصر | تحليل مرن خطي | | تحليل مرن لاخطي | | طريقة المفاصل اللدنة (التحليل المرن-اللدن) | | طريقة المفاصل اللدنة المحسنة | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | N | M | N | M | N | M | N | M |
| 1 | -317.867 | 328.5189 | -317.6467 | 326.7706 | -319.1855 | 320.5785 | -320.2292 | 316.7872 |
| 2 | -88.542 | -640.1372 | -86.8438 | -643.1975 | -82.1534 | -654.0475 | -79.4456 | -660.9679 |
| 3 | -88.542 | -640.1373 | -88.1905 | -643.1975 | -83.5147 | -654.0475 | -80.8349 | -660.9679 |
| 4 | -88.542 | -524.3681 | -86.9654 | -526.3593 | -82.3004 | -541.9414 | -79.6097 | -552.0319 |
| 5 | -304.882 | 404.7193 | -305.1098 | 405.8114 | -303.5706 | 385.4673 | -302.5266 | 372.1959 |

ويبين الجدول 3 النتائج كما هي واردة في المرجع [2] وبعد تحويلها إلى الواحدات المناسبة

**الجدول -3- القيم الأعظمية لعزم الانعطاف في العناصر (KN, m)**

| العنصر | **طريقة المفاصل اللدنة (التحليل المرن-اللدن)** | **طريقة المفاصل اللدنة المحسنة** |
|---|---|---|
| 1 | 321.2608 | 316.1098 |
| 2 | 653.3658 | 658.2457 |
| 3 | 653.3658 | 658.2457 |
| 4 | 542.2123 | 548.9899 |
| 5 | 384.9707 | 372.7709 |

نلاحظ تطابقاً كبيراً بين نتائج البرنامج FEAW7 وبين النتائج الواردة في المرجع [2]. ويتبين من خلال إجراء التحليل اللدن أن المفاصل اللدنة تتشكل في أعلى العنصرين 1 و 5 وكذلك في العقدة 3 نقطة تركيز القوة الأكبر.

كما يمكننا أن نلاحظ أنه، ومن أجل هذه المسألة، فإن نتائج التحليل المرن الخطي غير بعيدة عن نتائج التحليل المرن اللاخطي، أي أن تأثير اللاخطية الهندسية غير كبير. بينما يختلف الأمر بالنسبة للاخطية المادية ويظهر ذلك في الفرق الملموس بين نتائج التحليل اللدن ونتائج التحليل المرن، خاصة بالنسبة للانتقالات الجانبية

والانتقالات الشاقولية في مواقع تشكل المفاصل اللدنة. ويتضح من قراءة النتائج أن طريقة المفاصل اللدنة من المرتبة الثانية تبالغ في تقدير صلابة المنشأ. وبالتالي فإن النموذج الأفضل والأكثر أماناً هو نموذج طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية.

وقد تزيد القيم الناتجة عن طريقة المفاصل اللدنة المحسنة عن تلك الناتجة عن التحليل المرن اللاخطي بحوالي 19% وعن نتائج التحليل المرن الخطي بحوالي 22%. بينما تكون الفروق في القوى الداخلية أقل خطورة.
ونلفت الانتباه إلى أنه وفي المنشآت الأكبر حجماً والتي تظهر فبها تأثير اللاخطية الهندسية بشكل أكبر، فإن الفروقات تصبح أكبر من ذلك بكثير.

## 9– النتائج

نستنتج فعالية وضرورة إدراج طريقة المفاصل اللدنة المحسنة من المرتبة الثانية في برنامج التحليل الإنشائي FEAW7، من أجل التحليل اللدن لعناصر الإطارات المستوية. وخاصة في المنشآت الهامة والمعقدة حيث يكون للسلوك اللاخطي لمادة المنشأ، تأثير واضح على توازن واستقرار الجملة الإنشائية.

# المراجع :

..............................

1-Structural Engineering Analysis by Finite Elements, Robert J. Melosh, Prentice Hall, 1990.

2-Stability Design of Semi–Rigid Frames,W.F. Chen – Yioshiaki Goto – J.Y. Richard Liew, Wiley, 1996.

3-Steel Structures, Controlling Behaviour through Design, Robert Englekirk, John Wiley & Sons, 1994.

4 – تطبيق طريقة العناصر المنتهية على مسائل الاستقرار والاهتزاز الحر باستخدام تقنية إدخالات متطورة،

بحث علمي أعد لنيل درجة البكالوريوس في الهندسة المدنية من قبل غدير هيكل، 1998