

## حساب عناصر محاور السكك الحديدية والطرق بطريقة المحطات المتتالية

الدكتور عبد الرحمن بكري لبايبي \*

(قبل للنشر في 2003/2/24)

### □ الملخص □

يقدم هذا العمل طريقة لحساب الإحداثيات الديكارتية لمختلف عناصر محاور السكك الحديدية والطرق من خلال استخدام التكامل العددي. حيث يمكن حساب إحداثيات مختلف عناصر المحور (كلوتويد بسيط - كلوتويد بيضوي - كلوتويد متعاكس - منحنى دائري - قطعة مستقيمة) في كل الحالات (اعتباراً من بداية المنحنى أو من نهايته) وكل أنظمة الإحداثيات (عن طريق إدخال الإحداثيات العامة لنقطة البداية وميل المنحنى في هذه النقطة) بواسطة برنامج حاسوبي واحد.

---

\*مدرس في قسم الهندسة الطبوغرافية - كلية الهندسة المدنية - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

## Computing the Elements of Railways & Roads Axes Using Sequential Stations

Dr. A. B. Labbabidi\*

(Accepted 24/2/2003)

### □ ABSTRACT □

This study presents a method to compute Cartesian coordinates of single points of alignments is described, using formulas of numerical integration. It is possible to determine immediately straight lines, circles and klothoides as transition curves in any arrangement (from the Startpoint or Endpoint of the Curve) and any coordinate system (by using the Coordinate of Startpoint and the Curvetangente in this point) by one single computing algorithm.

A computing program under Matlab 5.3 is put, and testing examples are run, and the results are in the bottom.

---

\* Lecturer in Department Of Geodesy Engineering, Faculty Of Civil Engineering, Tishreen University, Lattakia, Syria.

## مقدمة:

يتم تصميم محاور السكك الحديدية والطرق في المسقط الأفقي بشكل منفصل عن المقطع الطولي (الشاقولي). ويتألف محور الطريق من العناصر التالية: [1,2,3,4]

1- القطعة المستقيمة

2- المنحني الدائري

3- الكلوتويد كعنصر وصل بين العنصرين السابقين

بينما في محاور السكك الحديدية يوجد بالإضافة إلى ذلك عناصر وصل ذات درجات أعلى [1,2,3]. يمكن حساب إحداثيات العنصرين القطعة المستقيمة والمنحني الدائري بطريقة المحطات المتتالية بدون مشاكل. بينما لم تكن هناك إمكانية لحساب منحنيات الوصل بطريقة المحطات المتتالية حتى الآن.

وكما هو معروف فإن حساب الإحداثيات الديكارتية للكلوتويد يقود إلى تكاملات فريزل [1] والتي لا يمكن إجراؤها مباشرة ولكن يمكن حلها بشكل تقريبي بطريقة النشر إلى سلاسل [5] أو إجراء التكامل العددي. حيث تم أخذ بعض عناصر السلسلة فقط لحساب معظم جداول حساب وإنشاء الكلوتويد [6].

وكان من مساوئ هذا الحل أننا نلاحظ أن نشر السلاسل يؤدي دوماً إلى اعتبار النقطة التي يبلغ فيها الانحناء صفراً كمركز للإحداثيات الديكارتية.

وهذا يؤدي عند وضع عناصر متتابعة إلى عدم وجود إمكانية للحساب المتتالي لنقاط كل عنصر من عناصر المحور بطريقة المحطات المتتالية عند تحديد إحداثيات نقاط المحور بمسافات ثابتة. فضلاً عن ذلك يجب حساب كل نقطة من المنحني على حدة بمسافات ثابتة ومن ثم نقل الإحداثيات إلى الجملة العامة. وهذا يحتاج إلى وضع عدة برامج حاسوبية.

لقد تم تطوير هذه الرؤية حيث يعتمد المرء على مخطط الانحناء (مسار الانحناء) لمسار طريق وعلاقته بطول الطريق، وحساب مسار الطريق باستخدام التكامل العددي في أي نظام إحداثيات اختياري.

من محاسن هذه الطريقة نرى بشكل خاص أن الحساب عن طريق المحطات المتتالية لمختلف منحنيات الوصل وكذلك منحنيات الوصل المركبة كالمنحني البيضوي والمنحني المتعاكس يتم مباشرة بنظام الإحداثيات العامة.

## التحليل الرياضي:

يتم البحث على الحساب في المستوي الأفقي (ثنائي الأبعاد) وذلك في المسقط الأفقي فقط. يتم الانطلاق من مخطط الانحناء لمسار الطريق والذي هو عبارة عن منحني يربط الانحناء في كل نقطة بالمحطة الكيلومترية في تلك النقطة.

$$K = f(S) = \frac{1}{R} \quad (1)$$

حيث يتم رسم الانحناء مع المحطة الكيلومترية في مخطط مستوي ذو إحداثيات ديكارتية. وحيث يتم تحديد نوع المنحني من شكل مخطط الانحناء. بينما يتم حساب الإحداثيات الديكارتية لنقاط المنحني في الجملة العامة.

يتألف محور الطريق عادة من القطعة المستقيمة والمنحني الدائري والكلوتويد بكافة أنواعه، حيث يكون انحناء جميع نقاط القطعة المستقيمة مساوياً للصفر، بينما يكون انحناء جميع نقاط المنحني الدائري ثابتاً وانحناء الكلوتويد بشكل خطي مع المحطات الكيلومترية. من خلال إجراء التكامل على مخطط الإنحناء ينشأ مخطط ميل المماس لنقاط المحور، والذي يشكل علاقة بين ميل المماس في كل نقطة مع المحطة الكيلومترية الموافقة. حيث تكون نتيجة التكامل للقطعة المستقيمة قيمة ثابتة للميل وللمنحني الدائري بشكل خطي بينما يكون مخطط ميل المماس للكلوتويد بمنحني تابع من الدرجة الثانية.

$$t = \int_0^s K \cdot ds \quad (2)$$

يمكن حساب الإحداثيات الديكارتية المحلية ( $x', y'$ ) لنقاط المنحني من مخطط الميل بإجراء التكامل حسب المعادلات (3) حيث يتم اختيار الإحداثيات المحلية بحيث يكون مركز الإحداثيات منطبقاً مع بداية المنحني والمماس في تلك النقطة وجهة التزايد لمحور السينات متوافقة مع زيادة طول المنحني.

$$(3) \quad y' = \int_0^s \sin(t) \cdot ds$$

$$x' = \int_0^s \cos(t) \cdot ds$$

يمكن حل التكاملات (3) مباشرة من أجل القطعة المستقيمة والمنحني الدائري. بينما نحصل من أجل الكلوتويد على تكاملات فريزنل المعروفة والتي لا يمكن إجراؤها مباشرة ولكن يمكن حلها بشكل تقريبي بطريقة النشر إلى سلاسل أو إجراء التكامل العددي.

وحسب الدقة المطلوبة وطول كل قطعة جزئية من المنحني يتم استخدام معادلات مختلفة. يمكن استخدام هذه الطريقة لحساب قيمة التكامل من أجل مختلف المنحنيات وكذلك المنحنيات المركبة. حيث يتم حساب إحداثيات نقاط العنصر المراد حساب إحداثياته في الجملة المحلية عن طريق حساب التكامل من نقطة البداية إلى النقطة المطلوبة.

من أجل حساب الإحداثيات في الجملة العامة يتم إدخال إحداثيات نقطة بداية المنحني ( $X_A, Y_A$ ) وكذلك الميل في هذه النقطة ( $a_A$ ).

$$(4) \quad Y_B = Y_A + \int_{SA}^{SB} \sin(a_A + t) \cdot ds$$

$$X_B = X_A + \int_{SA}^{SB} \cos(a_A + t) \cdot ds$$

STATION A: SA      المحطة البدائية للمنحني  
STATION B: SB      المحطة المدروسة من المنحني

من أجل القطعة المستقيمة نحصل من المعادلات (4) على جملة المعادلات (5)

$$\begin{aligned} Y_B &= Y_A + DS \cdot \text{Sin} a_A & (5) \\ X_B &= X_A + DS \cdot \text{Cos} a_A \end{aligned}$$

بينما نحصل من أجل المنحني الدائري من المعادلات (4) على جملة المعادلات (6)

$$\begin{aligned} Y_B &= Y_A + 2R \cdot \text{Sin}\left(\frac{t_B}{2}\right) \cdot \text{Sin}\left(a_A + \frac{t_B}{2}\right) & (6) \\ X_B &= X_A + 2R \cdot \text{Sin}\left(\frac{t_B}{2}\right) \cdot \text{Cos}\left(a_A + \frac{t_B}{2}\right) \end{aligned}$$

من أجل حساب إحداثيات نقاط الكلوتويد بمحطات يجب استخدام المعادلات (4) بتعويض المعادلات (3) في المعادلات (4) نحصل على جملة المعادلات (7)

$$\begin{aligned} Y_B &= Y_A + \text{Sin}(a_A) \cdot \int_{SA}^{SB} \text{Cos}(t) \cdot ds + \text{Cos}(a_A) \cdot \int_{SA}^{SB} \text{Sin}(t) \cdot ds & (7) \\ X_B &= X_A + \text{Cos}(a_A) \cdot \int_{SA}^{SB} \text{Cos}(t) \cdot ds + \text{Sin}(a_A) \cdot \int_{SA}^{SB} \text{Sin}(t) \cdot ds \end{aligned}$$

وبإدخال مضمون المعادلات (3) نحصل على جملة المعادلات (8)

$$\begin{aligned} Y_B &= Y_A + \text{Sin}(a_A) \cdot x' + \text{Cos}(a_A) \cdot y' & (8) \\ X_B &= X_A + \text{Cos}(a_A) \cdot x' - \text{Sin}(a_A) \cdot y' \end{aligned}$$

وهذه هي معادلات نقل الإحداثيات من الإحداثيات المحلية إلى الإحداثيات العامة والمعروفة مسبقاً حيث يمكن بواسطتها حساب الإحداثيات العامة إذا كانت الإحداثيات المحلية معلومة عن طريقة الجداول أو يتم حسابها من جملة المعادلات (3).

## استخدام الحاسوب:

لقد تم وضع برنامج حاسوبي تحت ال **MATLAB 5.3** يسمح بحساب إحداثيات نقاط أي منحني سواء أكان قطعة مستقيمة أو منحني دائري أو كلوتويد بكافة أشكاله البسيط والبيضوي والمتعكس في الجملة العامة مباشرة.

المعطيات:

K1	الانحناء في نقطة بداية المنحني
K2	الانحناء في نقطة نهاية المنحني
(XA, YA)	إحداثيات نقطة بداية المنحني في الجملة العامة
a <sub>A</sub>	ميل المماس في نقطة بداية المنحني

حيث تأخذ المعطيات قيمها بالشكل التالي:

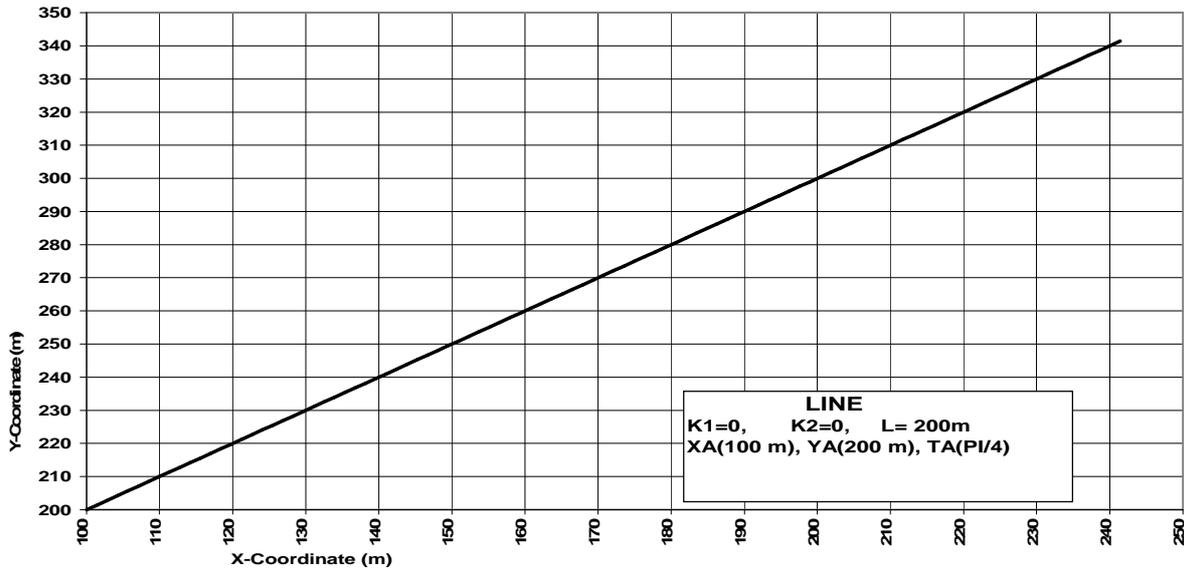
K1 = K2 = 0	من أجل القطعة المستقيمة
K1 = K2 = Cte	من أجل المنحني الدائري
K1 = 0, K2 K1, K2 = 0 أو بالعكس	من أجل المنحني الكلوئويدي البسيط
K1, K2	من أجل المنحني البيضوي كلاهما موجب أو كلاهما سالب
K1, K2	بإشارتين متعاكستين من أجل المنحني المتعكس

إن دقة حساب احداثيات نقاط المحور يتبع الى الدقة المطلوبة عند اجراء التكامل العددي.

في الملحق نجد مخططا نهجي للبرنامج المكتوب كما نجد البرنامج مكتوب بلغة برنامج ال **MATLAB 5.3**

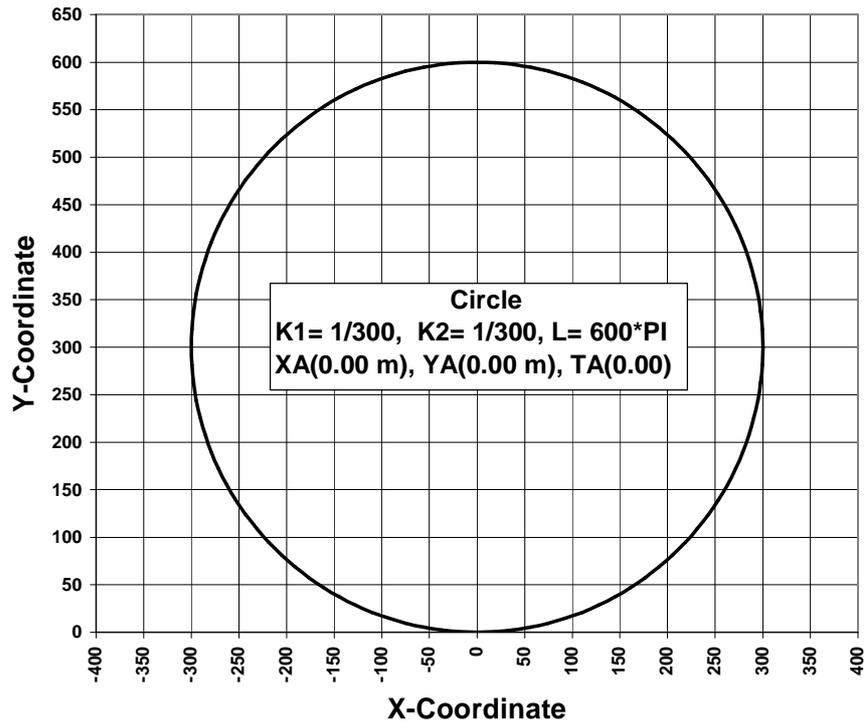
## تطبيقات البرنامج الكومبيوترية:

1- حالة قطعة مستقيمة:



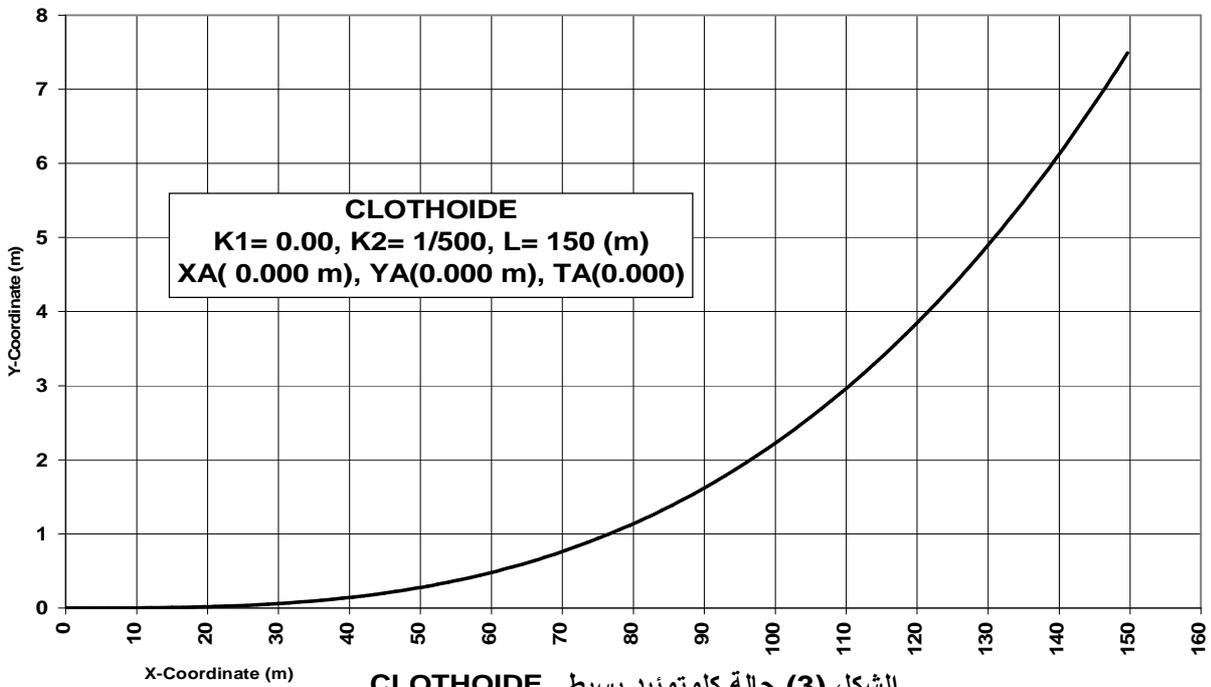
الشكل (1) حالة قطعة مستقيمة

2- حالة منحني دائري:



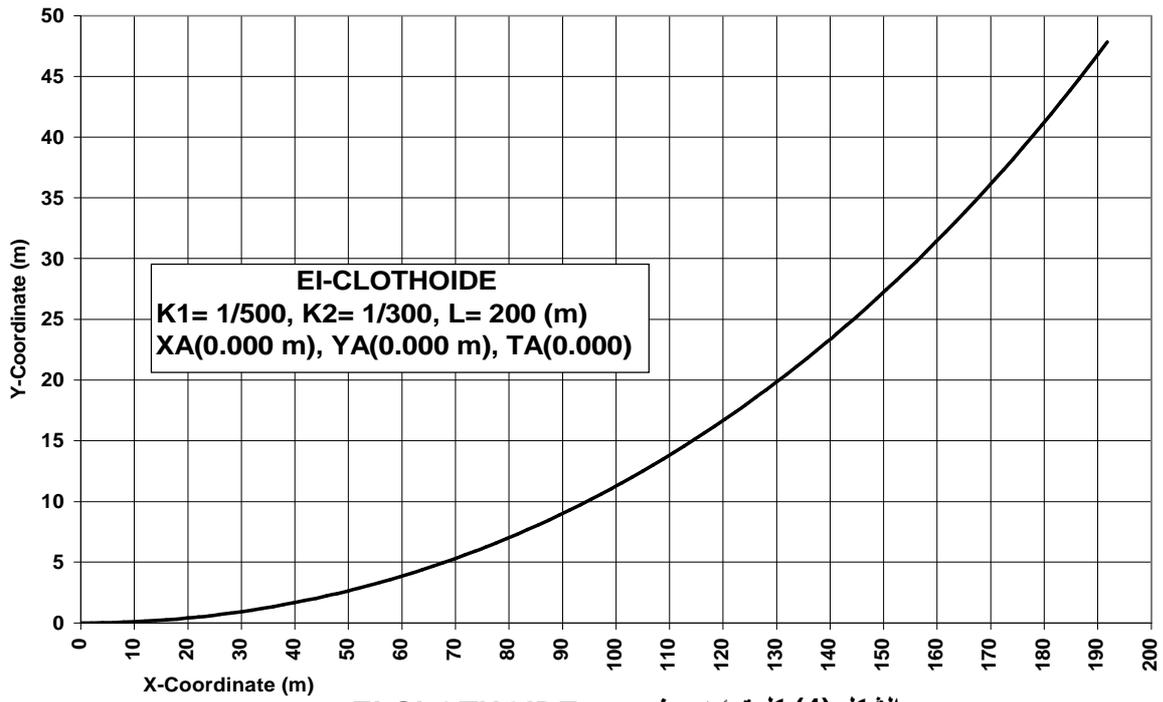
الشكل (2) حالة منحنى دائري Circle

3- حالة كلوتويد بسيط:



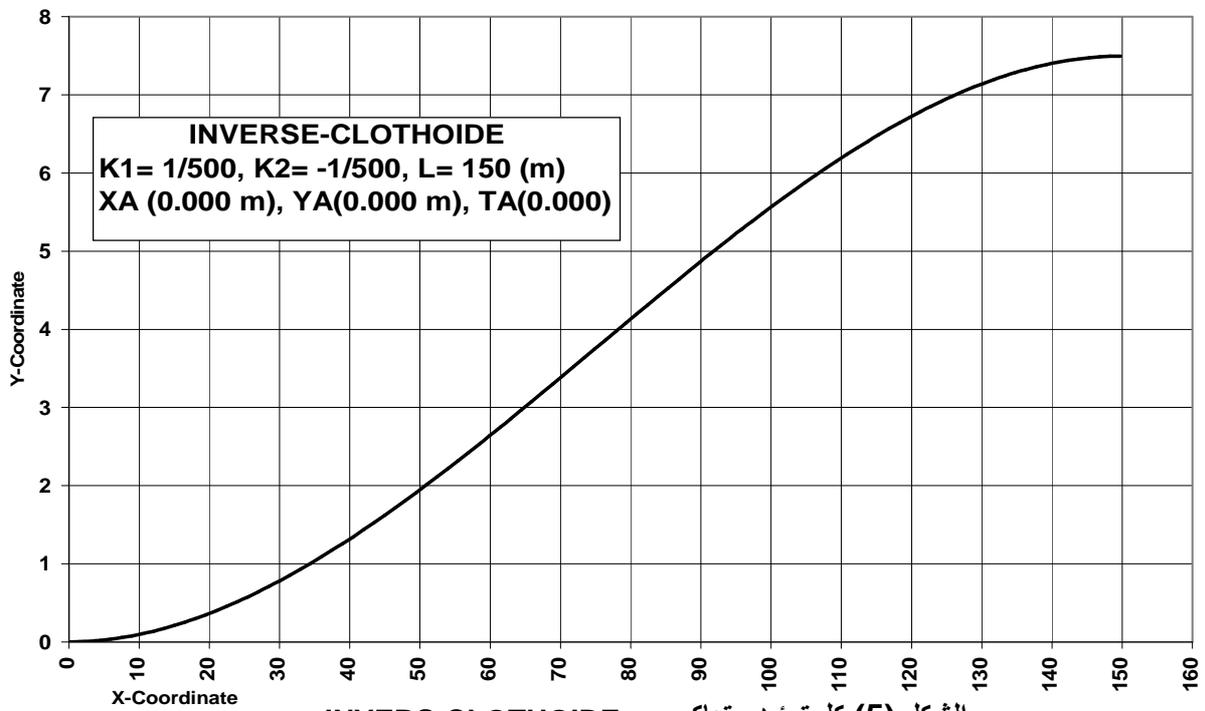
الشكل (3) حالة كلوتويد بسيط CLOTHOIDE

4- حالة منحنى كلوتويد بيضوي:



الشكل (4) كلوتويد بيضوي EI-CLOTHOIDE

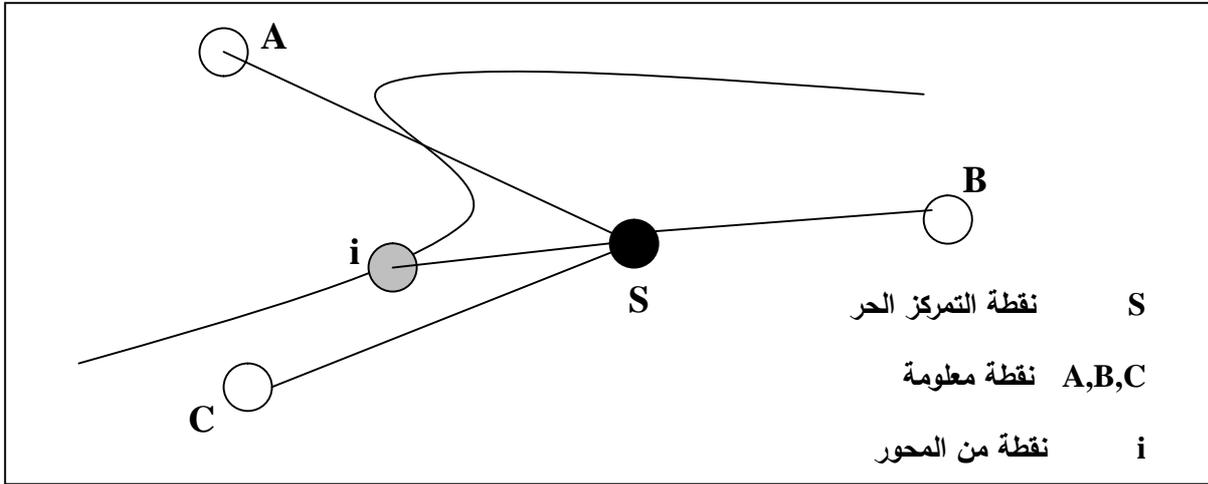
5- حالة منحنى كلوتويدي متعكس:



الشكل (5) كلوتويد متعكس INVERS-CLOTHOIDE

## توقيع نقاط المحور:

بعد حساب إحداثيات نقاط المحور في الجملة العامة يتم توقيع النقاط بطريقة التمرکز الحر بعد حساب السمّت والمسافة للنقطة المطلوب توقيعها عن نقطة الوقوف وإيجاد النقطة عن طريق السمّت والمسافة. حيث يتم تمرکز المحطة الكاملة (TOTALSTATION) في أية نقطة بين النقاط المعلومة الإحداثيات ثم نرصد إلى ثلاث نقاط معلومة الإحداثيات في الجملة العامة ومنها نحسب إحداثيات نقطة الوقوف بطريقة التقويم عن طريق قياس المسافات أو قياس المسافات والزوايا وحساب دقة إحداثيات نقطة الوقوف ومنها نحسب دقة النقطة ذات المسافة العظمى التي يمكن توقيعها بواسطة المحطة الشاملة ومقارنتها بالدقة المطلوبة فإذا لم تكن الدقة كافية نقوم بإدخال نقطة إضافية معلومة في حساب إحداثيات نقطة الوقوف وحساب دقتها من جديد وحساب دقة النقطة ذات التباعد الأعظم عن المحطة الشاملة ومقارنتها ثانية بالدقة المطلوبة ونقوم بإضافة نقطة معلومة جديدة إذا لم نصل إلى الدقة المطلوبة حتى نصل إلى الدقة المطلوبة.



الشكل (6) يبين كيفية توقيع نقطة من المحور

ولتوقيع نقطة ما نقوم بحساب فرق الاحداثيات بين النقطة المطلوبة ونقطة التمرکز

$$DX = X_i - X_S \quad (9)$$

$$DY = Y_i - Y_S$$

ومن ثم نحسب السمّت والمسافة من نقطة التمرکز S إلى النقطة من المحور i (D, Z)

$$D = \sqrt{DX^2 + DY^2} \quad (10)$$

$$Z = \arctg \frac{DY}{DX}$$

وعندئذ نقوم بتوقيع النقطة عن طريق المسافة والسمّت. وهكذا من أجل بقية نقاط المحور.

## الخلاصة:

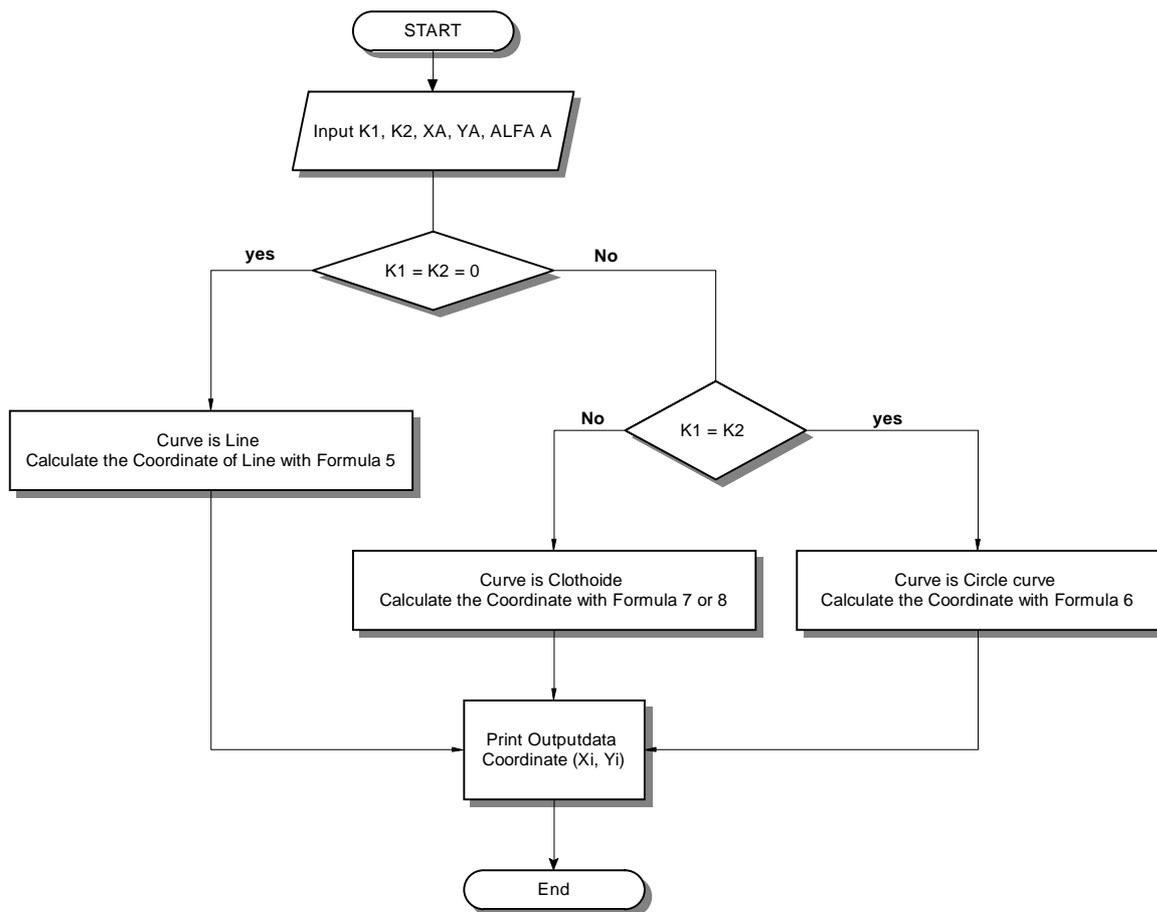
نلاحظ أن الطريقة المقترحة تسهل عمل المهندس في دراسة وتجسيد محاور الطرق والسكك الحديدية من خلال الحساب المباشر لاحتاثيات نقاط المحور في الجملة العامة ولمختلف الحالات. حيث كان الحل سابقا يتمثل في حساب الاحتاثيات لمنحني ما باعتبار النقطة التي يبلغ فيها الانحناء صفرا كمركز للاحتاثيات ومن ثم نقل هذه الاحتاثيات الى الجملة العامة. كما يسهل كثيرا جدا عملية حساب وتجسيد المنحني المتعاكس والتي كانت تتم بالطرق التقريبية.

## المصطلحات الأجنبية:

LINE	القطعة المستقيمة
CIRCLE CURVE	المنحني الدائري
TRANSIT CURVE	منحني الوصل
CLOTHOIDE CURVE	الكلوتويد
EI-CLOTHOIDE CURVE	الكلوتويد البيضوي
REVERSED CLOTHOIDE CURVE	الكلوتويد المتعاكس
BEGINNING OF CURVE	نقطة بداية المنحني
END OF CURVE	نقطة نهاية المنحني
TANGENTE	ميل المماس
TOTAL STATION	المحطة الشاملة
SETTING OUT	توقيع

# ملحق 1

مخطط نهجى للبرنامج



مخطط نهجى للبرنامج المكتوب بلغة ال MATLAB 5.3

## ملحق 2

برنامج الحساب مكتوب بلغة ال **Matlab 5.3**

### MATLAB PROGRAM

```
KA = input ('START CURVATUR 1/(m) = ? ');
KE = input ('END CURVATUR 1/(m) = ? ');
L = input ('LONG OF CURVE (m) = ? ');
N = input ('NUMBER OF POINTS = ? ');
XA = input ('X_CORDINAT OF START POINT (m) = ? ');
YA = input ('Y_CORDINAT OF START POINT (m) = ? ');
AL = input ('TANGENTE OF START POINT (RAD) = ? ');

D = L/N;
PRINT = fopen ('DATAOUT.TXT','W');
fprintf(PRINT,'X_COORDINATE Y_COORDINATE TANGENTE\n');

if KA == 0.0 & KE == 0.0

% Curve is Line
fprintf(PRINT,'%8.3f %8.3f\n', XA,YA);

for I=1:1:N

    X(I)= XA+ D*I*cos (AL);
    Y(I)= YA+ D*I*sin (AL);
    fprintf(PRINT,'%8.3f %8.3f\n', X(I),Y(I));
end

elseif KA==KE

% Curve is Circle

fprintf(PRINT,'%8.3f %8.3f %8.5f\n', XA,YA,AL);

for I=1:1:N

    TAU(I) = KA*D*I;
    R = 1/KA;
    X(I)= XA+ 2*R*sin(TAU(I)/2)*cos (AL+TAU(I)/2);
    Y(I)= YA+ 2*R*sin(TAU(I)/2)*sin (AL+TAU(I)/2);
    fprintf(PRINT,'%8.3f %8.3f %8.5f\n', X(I),Y(I),TAU(I)+AL);
end
```

```

else

% Curve is EI_Klothoide

fprintf (PRINT,'%8.3f %8.3f %8.6f\n', XA, YA, AL);

X(1)=0;
Y(1)=0;

for I = 2:N+1
LL = D*(I-1);
K(I) = KA+ (KE-KA)*LL/L;
T(I) = (KA+ K(I))*LL/2;
%C = 0.5*(KA+K(I));

DX=0;
DY=0;

K=100;
DD= D/K;
DL= LL-D;

for J=1:1:K
LP= DL+DD*(J-.05);
KP= KA+ (KE-KA)*LP/L;
TP= 0.5*(KA+KP)*LP;
DX=DX+DD*cos(TP);
DY=DY+DD*sin(TP);
end
X(I)=X(I-1)+DX;
Y(I)=Y(I-1)+DY;

%fprintf(PRINT,'%8.3f %8.3f %8.6f\n', X(I),Y(I),T(I)+AL);
end

for I = 2:N+1
XX= X(I);
YY= Y(I);
Y(I)= YA+ sin(AL)*XX + cos(AL)*YY;
X(I)= XA+ cos(AL)*XX - sin(AL)*YY;
T(I) = T(I)+AL;
fprintf (PRINT,'%8.3f %8.3f %8.6f\n', X(I), Y(I), T(I));
end

end

fclose (PRINT)

```

## المراجع:

.....

- 1- Müller, W. - Hennecke, F. - Werner, H., 1990 – Ingenieurvermessung Band 3 Verkehrsbau Trasse. P. 25-128.
- 2- Müller, W. - Hennecke F. - Wernner H., 1991 – Handbuch Ingenieurvermessung Band 4 Verkehrsbau Eisenbahnbau, P. 189-192.
- 3- Müller, W., 1984 – Ingenieurgeodaesie Verkehrsbau Eisenbahnbau, Berlin. P. 107-118.
- 4- Müller, W. - Hennecke, F. - Werner, H., 1993 – Ingenieurvermessung Band 5 Verkehrsbau- Eisenbahnbau (Ergenzungsband, Deutsche Bundesbahn).
- 5- Schuhr, P., 1986 - Anwendung der ROMBERG- Integration zur Übergangsbogenberechnung aus Krümmungsbildern. Schienen der Welt No. 17.
- 6- Arnold, B., 1972 – Tabellen zur Absteckung von Kreisbogen und Klotoiden, Berlin VEB Verlag für Bauwesen.